

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
MÉRIDA - VENEZUELA

CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN:  
OPTIMIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR  
PID POR MEDIO DE ENJAMBRE DE PARTÍCULAS.

Br. Raynel Coromoto Lara Avendaño.

Tutor: M Sc. Francisco J. Vilorio M.

Mérida, septiembre de 2022.



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
FACULTAD DE INGENIERÍA “PEDRO ALBERTO ADRIANI”  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
MÉRIDA - VENEZUELA

**CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN:  
OPTIMIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR  
PID POR MEDIO DE ENJAMBRE DE PARTÍCULAS.**

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero  
Electricista.

Br. Raynel Coromoto Lara Avendaño.  
Tutor: M Sc. Francisco J. Vilorio M.

Mérida, septiembre de 2022.

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
FACULTAD DE INGENIERÍA “PEDRO ALBERTO ADRIANI”  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
MÉRIDA - VENEZUELA

CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN:  
OPTIMIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR PID POR  
MEDIO DE ENJAMBRE DE PARTÍCULAS.

Br. Raynel Coromoto Lara Avendaño.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

Trabajo de Grado, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al título de Ingeniero Electricista, aprobado en nombre de la Universidad de Los Andes por el siguiente jurado.

---

Prof. Pedro O. Mora M.

---

Prof. Jesús Manuel Márquez

---

Prof. Francisco J. Vilorio M.

## DEDICATORIA

El presente trabajo de grado está dedicado a mi Mamá Nelly Coromoto, mujer luchadora, quien con su gran amor y comprensión ha logrado guiar a cuatro personas de bien a que hoy en día seamos unos profesionales excepcionales en el área de la Ingeniería. Nos ha brindado innumerables enseñanzas y ella es un apoyo incondicional que está allí siempre en cada etapa de la vida con su inmenso amor de madre.

Con mucho Amor para ti, Gracias Mamita Linda...

www.bdigital.ula.ve ¡Lo logramos!

## AGRADECIMIENTOS

**A Dios**, el padre que nos llena de fortaleza en cada prueba que se presenta. Hoy doy gracias a Él por permitirme vivir momentos que me han hecho crecer como persona. Con Él todo, sin Él nada.

**A mi mamá Nelly Coromoto**, eres mi motor para seguir siempre adelante, gracias a ti, he alcanzado muchos anhelos y sueños, eres la mejor.

**A mi papá Ramón Rafael**, este es un logro que quiero compartir contigo, gracias por ser mi papá, por creer en mí, por guiarme con tu gran cariño y estar pendiente en todo momento.

**A mis hermanos María A., José J. y Rafael E.**, mis ejemplos a seguir, gracias a ustedes por brindarme su amor de hermanos sincero, y compartir conmigo sus conocimientos durante todo el proceso de la carrera y de la vida. Los Amo, soy muy afortunada por tenerlos.

**A la Ilustre Universidad de Los Andes**, mi casa de estudio que me ha formado profesionalmente, me ha dado el privilegio de pertenecer a ella y sentirme orgullosa de llamarme ulandina.

**A mi tutor, Prof. Francisco Viloría**, una persona dedicada, que ama su trabajo, disfruta enseñar y con sus grandes anécdotas y vivencias me brindó sus conocimientos, y encaminó este trabajo de grado de manera amena y con paciencia se alcanzaron los objetivos. Gracias Prof.

**A mi familia**, todos y cada uno de los que la conforman, me siento orgullosa de que seamos unidos y de pertenecer a ella. Gracias por estar presentes en cada logro y en cada paso durante mi carrera. En especial a mis tías **Carmen, Yayita y Mary**, mis segundas mamás, quienes durante mi vida han estado allí para darme con cariño infinitas atenciones.

**A mi primo Franklin Sulbarán,** alguien especial que con su forma de ser trata de ayudar a quien puede y se esmera día a día por ser el mejor y superarse a sí mismo. Inspiras a seguir adelante a pesar de cualquier circunstancia, gracias por estar presente todo el tiempo Dr.

**A mi compañero de vida, Diego José,** mi apoyo incondicional siempre, su enorme paciencia y amor han colaborado para poder alcanzar esta meta, una de tantas que seguiremos compartiendo juntos.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

**Raynel C. Lara Avendaño.** CONTROL DE VELOCIDAD DE MOTORES DE INDUCCIÓN: OPTIMIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL CONTROLADOR PID POR MEDIO DE ENJAMBRE DE PARTÍCULAS. Universidad de Los Andes. Tutor: Francisco J. Vilorio. M. septiembre 2022.

## RESUMEN

El presente trabajo de grado abarca un estudio sobre la optimización de los parámetros de un controlador PID por medio del uso del algoritmo de enjambre de partícula (PSO), a partir de la implementación de un motor trifásico de inducción del tipo jaula de ardilla en la herramienta Simulink, a través de su modelo matemático, donde se desarrollaron cada una de las ecuaciones que lo componen. El control vectorial indirecto se expone por medio de sus expresiones características teniendo en cuenta los parámetros que forman el modelo matemático del motor. Se exhiben las curvas características de la máquina de inducción con el fin de corroborar el correcto funcionamiento de la misma. Este control vectorial cuenta con un controlador PID, que posee los parámetros  $K_c$ ,  $T_i$  y  $T_d$ , en los cuales se usan los valores propuestos por Tan en 1998 como punto de partida, y luego se realiza un ajuste manual de dichos parámetros que permitieran el desenvolvimiento de un control de velocidad del motor óptimo, es decir, que la respuesta del mismo fuera rápida y sin sobreimpulsos que pudiesen generar errores de velocidad, donde la corriente del motor se viera afectada. De este modo, se presenta un amplio análisis de la optimización de los parámetros ya mencionados del controlador por medio del algoritmo de enjambre de partículas, encontrando de este modo un control eficaz. A su vez, para comprobar el comportamiento del controlador se realizan diferentes pruebas luego de implementada el PSO con el uso de Matlab y Simulink, donde se llegó a la conclusión que los parámetros hallados son correctos y que este es un método excelente para el fin deseado, el control de la velocidad del motor de manera óptima.

**Descriptor:** algoritmo de enjambre de partículas, motor de inducción, control vectorial indirecto.

# ÍNDICE GENERAL

DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTOS.....	iv
RESUMEN.....	6
ÍNDICE GENERAL.....	7
ÍNDICE DE FIGURAS.....	10
ÍNDICE DE TABLAS.....	13
INTRODUCCIÓN.....	14
CAPÍTULO 1. EXPOSICIÓN DE MOTIVOS.....	16
1.1. Justificación.....	16
1.2. Objetivos.....	16
1.2.1. Objetivo general.....	16
1.2.2. Objetivos específicos.....	16
1.3. Metodología.....	17
1.4. Alcance.....	17
CAPITULO 2. OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS.....	18
2.1. Antecedentes.....	18
2.2. Conceptos sobre optimización por enjambre de partículas.....	24
2.2.1. Bases de la optimización por enjambre de partículas.....	24
2.2.2. Funcionamiento del algoritmo de optimización por enjambre de partículas.....	25
2.2.3. Constantes y parámetros de la optimización por enjambre de partículas.....	28
2.2.4. Topologías.....	30
2.3. Tipos de optimizaciones por enjambre de partículas.....	31
2.3.1. PSO discreto.....	31

2.3.2. PSO híbrido (HPSO) .....	31
2.3.3. PSO adaptativo (APSO).....	32
CAPITULO 3. MOTORES.....	33
3.1. Partes de un motor .....	33
3.2. Funcionamiento de un motor.....	35
3.3. Ley de Faraday .....	36
3.4. Tipos de motores .....	37
3.4.1. Motores de corriente continua .....	37
3.4.2. Motores de corriente alterna. Motores de inducción .....	37
3.5. Modelo matemático del motor de inducción .....	41
3.5.1. Ecuaciones de los voltajes de un motor de inducción .....	41
3.5.2. Transformada de Park.....	44
3.5.3. Transformada inversa de Park .....	46
3.5.4. Modelado dinámico en el sistema qd0 .....	46
3.6. Parámetros empleados para la simulación del motor de inducción.....	51
3.7. Modelado de motor trifásico de tipo jaula de ardilla en Simulink .....	56
3.7.1. Motor trifásico a plena carga .....	58
CAPITULO 4. CONTROL DE MOTORES .....	61
4.1. Técnicas para controlar la velocidad de un motor de inducción .....	61
4.1.1. Variación de la velocidad sincrónica.....	61
4.2. Control Vectorial del motor de inducción .....	63
4.2.1. Control vectorial directo .....	63
4.2.2. Control vectorial indirecto.....	64
4.2.3. Debilitamiento de campo.....	68
4.2.4. Inversor PWM-VSI.....	72

CAPITULO 5. CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID).....	74
5.1. Clasificación de los sistemas de control .....	75
5.1.1. Sistemas de control en lazo abierto .....	75
5.1.2. Sistemas de control en lazo cerrado .....	75
5.2. Controlador PID para sistemas con respuesta integral .....	77
5.2.1. Curva de reacción .....	78
5.2.2. Modelo integrante de primer orden más tiempo muerto (FOLPDT) .....	80
5.2.3. Diseño del controlador PID .....	83
5.3. Sintonización manual del controlador .....	89
5.4. Sintonización mediante el uso de algoritmo de enjambre de partículas.....	90
5.4.1. Índices de desempeño .....	90
5.4.2. Resultados de la optimización de partículas.....	95
5.4.3. Pruebas del controlador optimizado por algoritmo de enjambre de partículas .....	96
CONCLUSIONES.....	102
RECOMENDACIONES .....	104

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Modelo simple de una partícula .....	25
Figura 2.2 Representación geométrica del PSO .....	28
Figura 2.3 Diagrama de flujo algoritmo PSO.....	29
Figura 2.4 Función sigmoide. Extraído de [11].....	31
Figura 3.1 Partes de un motor eléctrico. Extraído de [12].....	34
Figura 3.2 Estator y rotor de motor trifásico. Extraído de [13].....	35
Figura 3.3 Placa de características. Extraído de [14] .....	35
Figura 3.4 Esquema de bobinas estáticas. Extraído de [14].....	35
Figura 3.5 Tipos de motores .....	37
Figura 3.6 Curva característica de un motor de inducción par vs velocidad. Extraído de [16].	40
Figura 3.7 Representación gráfica de un motor de inducción tipo jaula de ardilla. Extraído de [17] .....	41
Figura 3.8 Sistema coordenado abc y sistema coordenado qd0. Extraído de [19].....	45
Figura 3.9 Conexión de los devanados del estator y el rotor [18].....	51
Figura 3.10 Modelado en Simulink de un motor de inducción trifásico del tipo jaula de ardilla de 1 HP .....	56
Figura 3.11 Curva característica par electromagnético .....	57
Figura 3.12 Curva corriente del estator .....	57
Figura 3.13 Curva velocidad del motor de inducción trifásico .....	58
Figura 3.14 Curva característica par vs velocidad.....	58
Figura 3.15 Par electromagnético motor a plena carga 3,88 <i>N.m</i> .....	59
Figura 3.16 Corriente del estator motor a plena carga .....	59
Figura 3.17 Velocidad del motor a plena carga.....	60
Figura 4.1 Diagrama de construcción de controlador vectorial directo por FOC. Extraído de [20] .....	64

Figura 4.2 Diagrama de construcción de controlador vectorial indirecto por FOC. Extraído de [20] .....	64
Figura 4.3 Control de campo indirecto de un motor de inducción con inversor PWM regulado por corriente. Extraído de [21] .....	67
Figura 4.4 Zonas de operación de debilitamiento del campo. Extraído de [15].....	69
Figura 4.5 Circuito equivalente de un motor de inducción. Extraído de [17] .....	69
Figura 4.6 Curva de debilitamiento .....	72
Figura 4.7 Inversor trifásico PWM. Extraído de [15].....	72
Figura 4.8 Ondas de voltaje de un PWM senoidal: (a)voltaje del comparador, (b)(c)(d) voltajes polares, (e) voltajes de línea. Extraído de [15] .....	73
Figura 5.1 Componentes básicos de un sistema de control .....	74
Figura 5.2 Esquema de un controlador PID .....	76
Figura 5.3 Curva de respuesta el método de los dos puntos. Extraído de [18] .....	79
Figura 5.4 Recta tangente del método Ziegler-Nichols. Extraído de [18].....	80
Figura 5.5 Velocidad del motor a lazo abierto .....	82
Figura 5.6 Referencia cambios de set-point .....	82
Figura 5.7 Controlador ideal en serie a una función de primer orden. Extraído de [24].....	83
Figura 5.8 Respuesta del control de la velocidad del motor por medio del controlador PID calculado por medio de Tan.....	84
Figura 5.9 Velocidad del motor con variaciones de $K_c$ .....	85
Figura 5.10 Corriente del motor con variaciones de $K_c$ .....	86
Figura 5.11 Velocidad del motor con variaciones de $T_i$ .....	86
Figura 5.12 Corriente de la fase $a$ con variaciones de $T_i$ .....	87
Figura 5.13 Velocidad del motor con variaciones de $T_d$ .....	87
Figura 5.14 Corriente de la fase $a$ con variaciones de $T_d$ .....	88
Figura 5.15 Velocidad del motor con variaciones de $T_f$ .....	88
Figura 5.16 Corriente de la fase $a$ con variaciones de $T_f$ .....	89
Figura 5.17 Velocidad del motor con variaciones de $K_c, T_i, T_d$ y $T_f$ hechas manualmente ..	90
Figura 5.18 Ejemplo demostrativo empleado para el ISE, ITSE. Extraído de [25] .....	91

Figura 5.19 Ejemplo índice de desempeño ISE, (a) sistema con error, (b) integral del error, (c) error elevado al cuadrado, (d) respuesta con índice de desempeño ISE. Extraído de [25] .....	91
Figura 5.20 Ejemplo índice de desempeño ITSE, (a) sistema con error, (b) integral del error, (c) error multiplicado por el tiempo elevado al cuadrado, (d) respuesta con índice de desempeño ITSE. Extraído de [25].....	92
Figura 5.21 Ejemplo demostrativo empleado para el IAE. Extraído de [25] .....	92
Figura 5.22 Ejemplo índice de desempeño IAE, (a) sistema con error, (b) integral del error, (c) valor absoluto del error, (d) respuesta con índice de desempeño IAE. Extraído de [25] .....	93
Figura 5.23 Ejemplo demostrativo empleado para el IAET. Extraído de [25].....	93
Figura 5.24 Ejemplo índice de desempeño IAET, (a) sistema con error, (b) integral del error, (c) valor absoluto del error, (d) respuesta con índice de desempeño IAE. Extraído de [25] .....	94
Figura 5.25 Índices de desempeño ISE, ITSE, IAE, IAET. Extraído de [25] .....	94
Figura 5.26 Variación de velocidad de referencia por encima y por debajo de la velocidad nominal .....	97
Figura 5.27 Velocidad del motor controlada teniendo como referencia velocidades por encima y por debajo de la nominal .....	97
Figura 5.28 Corriente de la fase a en valores RMS .....	98
Figura 5.29 Prueba del controlador variando el par mecánico .....	99
Figura 5.30 Prueba del controlador a baja velocidad .....	100
Figura 5.31 Prueba del controlador haciendo cambios bruscos de velocidad .....	101

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Representación de las variables.....	27
Tabla 3.1 Marcos de referencia del sistema coordinado qd0 .....	43
Tabla 3.2 Parámetros generales del motor de inducción trifásico.....	51
Tabla 3.3 Motor de inducción trifásico de 1 HP y 4 polos.....	55
Tabla 5.1 Parámetros controlador PID de acuerdo a [23] .....	84
Tabla 5.2 Parámetros calculados del controlador PID a través de Tan .....	84
Tabla 5.3 Parámetros optimizados manualmente del controlador PID comparados con los obtenidos por el método Tan .....	89
Tabla 5.4 Parámetros optimizados por medio del algoritmo de enjambre de partículas.....	95
Tabla 5.5 Comparación de errores según el método de sintonización .....	95
Tabla 5.6 Máximo error del controlador variando la velocidad de referencia .....	98
Tabla 5.7 Máximo error del controlador variando el par mecánico .....	99
Tabla 5.8 Máximo error del controlador a baja velocidad .....	100
Tabla 5.9 Datos prueba del controlador cambios bruscos de velocidad.....	101

## INTRODUCCIÓN

La mayoría de equipos requieren del uso de motores eléctricos para su accionamiento, teniendo como uno de los más empleados a nivel industrial el motor trifásico de inducción. La razón del uso de este tipo de motor, es debido a sus características técnicas y económicas, entre sus ventajas se encuentran la robustez, sencillez de mantenimiento, facilidad de instalación y bajo costo. Esto conlleva a describir durante el desarrollo de este trabajo de grado cómo es su composición, su funcionamiento, la descripción del modelo matemático y la implementación de dicho modelo en la herramienta Simulink de Matlab, con el fin de conocer sus curvas características y aplicarle finalmente el control de velocidad.

Una de las técnicas de control más usada es el control vectorial indirecto, siendo uno de sus componentes el controlador PID (Proporcional Integral Derivativo), el problema de esta técnica es la sintonización de sus tres parámetros. Por lo general, para alcanzar dicha sintonización se realiza por medio de técnicas empíricas, como la de ecuaciones ya establecidas por investigadores tales como Tan (1998), Shinsky (1994), Chien (1952), Oppelt (1951), entre otros. En este caso, se busca realizar la sintonización del controlador de velocidad de un motor de inducción trifásico de manera óptima, eficiente y automatizada para reducir errores en el control mencionado. Estas ecuaciones proporcionan valores de partida que no son los mejores, a pesar de ser cercanos a los valores óptimos, es por ello, que al hacer la sintonización manual es un proceso tedioso, debido a que hay que ajustar los parámetros ( $K_c$ ,  $T_i$  y  $T_d$ ), repetidamente hasta encontrar valores aceptables que proporcionen un control óptimo con errores bajos, que se puedan minimizar rápidamente, y que a su vez, no influyan en el buen funcionamiento del motor, ya que los parámetros del controlador PID, afectan el valor de la corriente la cual no debe superar la corriente de arranque y produzca la activación de la protección del motor, del mismo modo, lleva su tiempo hacerlo, es así, que por medio de algoritmos de inteligencia artificial, entre ellos la optimización por enjambre de partículas, se puede realizar una mejora a la sintonización.

La optimización por enjambre de partículas, con sus siglas en inglés PSO, es un algoritmo que permite encontrar máximos y mínimos en un espacio de búsqueda de gran tamaño y en problemas con múltiples variables. Su lógica proviene del comportamiento natural de ciertos animales tales como cardúmenes de peces, bandadas de aves, entre otros. En donde, cuando una vía no conduce al óptimo, el algoritmo lo elimina y continúa buscando otros mejores. Es por ello, que será de suprema utilidad para así localizar los parámetros adecuados del controlador PID, este tipo de algoritmo automatizará el procedimiento y logrará la optimización.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

# **CAPÍTULO 1.**

## **EXPOSICIÓN DE MOTIVOS**

El capítulo 1 muestra la justificación de la realización del siguiente trabajo de grado, el objetivo tanto general como objetivos específicos, la metodología implementada para desarrollar cada parte del mismo, el alcance y las limitaciones presentes mediante el desempeño del avance del trabajo de grado.

### **1.1. Justificación**

En los sistemas convencionales de control, debido a la complejidad del modelo, se usan prototipos linealizados a partir de los modelos físicos para el diseño de los controladores; lo que trae como consecuencia que el rendimiento de los controladores no sean los adecuados. Si a esto se le agrega que existen parámetros desconocidos o errores de modelado, la degradación del sistema de control se acentúa. Para lograr un rendimiento mayor, hay que ajustar los parámetros de los controladores, tarea tediosa debido a la cantidad de simulaciones que hay que realizar hasta encontrar la respuesta requerida. La teoría de enjambre de partículas facilitaría encontrar estos parámetros.

### **1.2. Objetivos**

#### **1.2.1. Objetivo general**

Aplicar enjambre de partículas para ajustar los parámetros de los controladores PID a partir de una respuesta en el control de velocidad de motor de inducción.

#### **1.2.2. Objetivos específicos**

Implementar el modelo del motor de inducción trifásico.

Estudiar el esquema de control PID en el modelo de control vectorial.

Comparar el rendimiento del esquema de control usando un controlador PID ajustado por métodos clásicos y los obtenidos con el método de optimización.

### **1.3. Metodología**

En el desarrollo del trabajo de grado se debe hacer una documentación sobre lo relacionado a los modelos del motor de inducción para lograr la implementación en Matlab. Luego a partir de los esquemas convencionales de control para motores de inducción se implementa un esquema de control basado en PID y se realizan comparaciones. Para ello se realizará una lectura, análisis y estudio de artículos técnicos que han sido publicados, y se propondrá una solución al problema que se está tratando. Adicionalmente a través de simulaciones se logrará la puesta a punto del sistema. En la medida que avance el desarrollo del proyecto se realizará la redacción del informe final.

### **1.4. Alcance**

El estudio realizado aquí sintetizado presenta la optimización de los parámetros del controlador PID de la velocidad de motores trifásicos de inducción del tipo jaula de ardilla de 1 HP a través del uso de las bases establecidas en el PSO.

El presente trabajo de grado, está compuesto por 5 capítulos, los cuales se distribuyen de la siguiente manera: el capítulo I describe la exposición de motivos por los cuales se realiza este trabajo, el capítulo II compuesto por las bases teóricas de la optimización por enjambre de partículas, el capítulo III donde se expone los conceptos de motores en especial de los motores trifásicos de inducción, el capítulo IV fundamentos sobre el control de velocidad de motores y el capítulo 5 titulado controlador PID, en él se encuentran además de su teoría, todas las pruebas hechas para la verificación del cumplimiento de los objetivos de realización de esta tesis. Finalizando con las conclusiones y recomendaciones.

# CAPITULO 2. OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS

En el capítulo 2 se presentan las bases teóricas conocidas hasta el momento con respecto a la técnica de optimización inteligente denominada optimización por enjambre de partículas, que se clasifica como un algoritmo estocástico basado en población. A su vez, en este capítulo se especifican las características, bases, funcionamiento de dicho algoritmo y de cada uno de los elementos que lo componen.

## 2.1. Antecedentes

El algoritmo PSO, pertenece a las técnicas denominadas optimización inteligente y se clasifica como un algoritmo estocástico de optimización basado en población.

Las ventajas atribuidas a las técnicas inteligentes de optimización son su paralelismo intrínseco, su capacidad para resolver problemas complejos, de gran tamaño, y con un mínimo conocimiento del sistema que se está identificando.

El algoritmo de optimización inteligente tiene la ventaja de explorar el espacio de la solución en múltiples direcciones simultáneamente. Si un camino no conduce al óptimo, el algoritmo fácilmente elimina ese camino y continúa buscando otros mejores. Esta forma de operación proporciona una mayor probabilidad de encontrar la solución óptima. Debido al paralelismo, los algoritmos inteligentes de optimización son adecuados para problemas con gran número de variables, donde el espacio de la solución es de gran tamaño para realizar una búsqueda exhaustiva en un tiempo razonable.

Otra fortaleza de los algoritmos de optimización inteligente es su buen desempeño en problemas cuyo espacio de solución presenta múltiples mínimos locales. Muchos algoritmos clásicos de búsqueda como *backpropagation*, usado para entrenar redes neuronales, pueden quedar atrapados en mínimos locales. Los algoritmos de optimización inteligente han demostrado ser efectivos evitando mínimos locales e identificando el mínimo global en un espacio de búsqueda complejo. Notándose que, en ocasiones, no hay manera de determinar si una solución es un mínimo global o solamente un muy buen mínimo local. Sin embargo, aun cuando el algoritmo de optimización inteligente no puede encontrar el mínimo global, usualmente encuentra un buen mínimo local.

En definitiva, los algoritmos de optimización inteligentes no requieren de un conocimiento detallado de la estructura y comportamiento del sistema como la requieren otros algoritmos de optimización. En lugar de usar información específica del sistema para guiar la búsqueda, este algoritmo hace cambios aleatorios en las variables de posición y velocidad de las partículas para determinar si las soluciones son óptimas o no. Como un nuevo desarrollo de los algoritmos de optimización inteligentes, es simple en concepto y altamente eficiente desde el punto computacional [1].

PSO es un algoritmo estocástico de búsqueda basado en población, propuesto por Kennedy y Eberhart (1995), como un modelo de las actividades sociales de insectos, pájaros y peces. Este algoritmo pretende representar el proceso natural de comunicación grupal para compartir conocimiento individual cuando grupos de animales se desplazan, migran o cazan. Si un miembro detecta un camino deseable para desplazarse, el resto de la colonia lo sigue inmediatamente. En PSO, este comportamiento animal es imitado por partículas con ciertas posiciones y velocidades en un espacio de búsqueda, donde la población es llamada “*swarm*”, y cada miembro del *swarm* es llamado partícula. La población inicial se determina aleatoriamente y cada partícula se desplaza a través del espacio de búsqueda y recuerda la mejor posición que ha encontrado. Cada partícula comunica las buenas posiciones a las demás y dinámicamente ajustan su propia posición y su velocidad con base en las buenas posiciones. La velocidad se ajusta con el comportamiento histórico de las partículas. De esta forma, las partículas tienden a dirigirse hacia un mejor espacio de búsqueda en el proceso de minimización de la función objetivo [2].

En el año 2013, Mazzei, presentó un estudio para la Universidad Nacional Abierta (Caracas, Venezuela), basado en una “Propuesta de solución del problema de colocación de máquinas empleando la técnica de optimización por enjambres de partículas (PSO)”.

La autora explica que existen problemas en el mundo real en donde se requiere emplear el concepto de distancia rectilínea, uno de ellos es la construcción de circuitos impresos, en donde dado un conjunto de “n” puntos se requiere conectarlos con cables que tengan la menor longitud posible, tomando en consideración la distancia horizontal y la vertical. La distancia rectilínea o norma uno  $d(x, y)$  entre dos puntos  $x$  y  $y$ , se define como  $d(x, y) = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2|$  [3].

El problema que se abordó en este trabajo fue el de colocación de una nueva máquina, dada una distribución preexistente de máquinas, tal que la distancia entre la máquina nueva y las fijas sea mínima, empleando la distancia rectilínea. Este problema ha sido tratado empleando programación lineal, bajo ciertas transformaciones. Para resolverlo aplicó la técnica de PSO. Y, finalmente, realizó una comparación de los resultados con los obtenidos al utilizar programación lineal [3].

Para el año 2016, Constante Flores realizó un estudio, en la Ciudad de Quito, Ecuador, sobre la ubicación y dimensionamiento de compensación estática de potencia reactiva mediante la optimización por enjambre de partículas considerando como función objetivo la minimización de pérdidas de potencia activa del sistema.

La simulación de los casos planteados fue realizada en estado estable y la optimización por enjambre de partículas se aplicó al problema planteado. Para la resolución de los flujos de potencia utilizó el método de Newton-Raphson formal.

El método de PSO ha sido aplicado en problemas de sistemas eléctricos de potencia con excelentes resultados, de tal manera que se realizaron varias combinaciones con otros métodos con la finalidad de mejorar la respuesta [4].

Ramos Cortés (2018), realizó un trabajo de investigación, basado sobre el diseño e implementación de un dispositivo que permita calcular la eficiencia de un motor trifásico de inducción mediante computación evolutiva. Este proyecto de investigación diseñó e implementó un prototipo funcional con un sistema embebido el cual tenía la capacidad de hallar las variables

que constituirían el modelo matemático de un motor trifásico para estimar la eficiencia del mismo. Para el cálculo de las variables se implementó un algoritmo de optimización basado en computación evolutiva. El dispositivo podría conectarse en línea al motor, es decir, sin necesidad de desconectarse, obteniendo las medidas necesarias para determinar la eficiencia del motor.

La idea fundamental de este proyecto consistió en calcular la eficiencia de un motor eléctrico en sitio mediante el método de separación de pérdidas. El método utilizó varios parámetros internos del motor (resistencias e inductancias), pero dada la dificultad de medirlas, fue necesario buscar una metodología que permitiera encontrarlos. Para lograr esto se analizó el modelo matemático de un motor de inducción en equilibrio y desequilibrio de tensiones.

Con la ayuda del algoritmo evolutivo se obtuvieron los parámetros del modelo y para poder hacer uso del método de separación de pérdidas, se logra obtener todas las pérdidas que tendrá el motor dejando una potencia única de salida.

En el proyecto mencionado, se evaluaron diferentes técnicas de computación evolutiva para el cálculo de los parámetros de un motor trifásico como los algoritmos heurísticos, la optimización por enjambre de partículas y la optimización por forrajeo bacteriano (BFO).

Como resultado del proyecto, se desarrolló un prototipo usando como plataforma de implementación un sistema embebido y se realizaron pruebas en un motor de la bomba hidráulica de la inyectora DEMAG en el Centro de Asistencia Técnica a la Industria ASTIN del SENA [5].

Debido a que la generación de energía eléctrica ha evolucionado buscando nuevas alternativas, se ha implementado el uso de energía eólica y energía solar es por ello que se realizó un estudio para localizar la ubicación y dimensionamiento óptimo de capacitores en sistemas de potencia de este tipo, con el fin de disminuir pérdidas activas del sistema y así tener condiciones de operación aceptables.

Modeló el comportamiento de las fuentes de energía renovables y a través del uso de MATPOWER, se hizo la compensación reactiva en las barras en cada flujo de carga y realizándose la compensación reactiva en las barras en cada flujo de carga.

Castillo (2016), determinó que teniendo en cuenta la disminución del costo total del sistema, representado por pérdidas activas y la inversión de la compensación reactiva aplicada, que la optimización por enjambre de partículas es una técnica eficiente y robusta [6].

Del trabajo anterior, Castillo, W; Muñoz, J; y otros (2018), desarrollaron un artículo, donde se sintetiza lo que la implementación del algoritmo basado en PSO, para encontrar la ubicación y dimensionamiento óptimo de SVCs (*Static Var Compensators*) en sistemas de potencia considerando la incertidumbre de la potencia generada asociada a fuentes solares fotovoltaicos y generadores eólicos, con el objetivo de minimizar las pérdidas activas del sistema, mientras se satisfacen las restricciones operativas del mismo.

El comportamiento intermitente de las fuentes de energía renovables se toma en cuenta mediante el empleo de muestras representativas de la variación de la irradiancia solar en el caso de los generadores solares fotovoltaicos, y de la velocidad del viento en el caso de los generadores eólicos; luego, mediante el uso de modelos apropiados, se calculó la potencia de salida de dichos generadores. En la implementación del algoritmo propuesto, se utilizó Matpower® para la obtención de la solución de los flujos de potencia requeridos de una red de prueba IEEE de 300 barras.

Los resultados muestran que el algoritmo propuesto proporciona soluciones óptimas para la ubicación y dimensionamiento de dispositivos de compensación de potencia reactiva, disminuyendo las pérdidas totales del sistema, mientras se mantienen los perfiles de tensión en niveles adecuados ante las variaciones de potencia asociada a las fuentes intermitentes de energía [7].

Otro trabajo realizado por varios autores (2019), está referido a “Ajuste paramétrico  $c_1$  y  $c_2$  en el desempeño del algoritmo de optimización de partículas – PSO”, realizado en la Universidad Nacional de Chimborazo, República de Ecuador. Argumentan que la estimación de costos es un proceso vital en la planificación de la producción industrial, garantizando una mayor exactitud. Un producto en su ciclo de vida parte de la estimación de costos, logrando con ello establecer los elementos de diseño, viabilidad y márgenes de utilidad.

En otro orden de ideas, establecen que el algoritmo metaheurístico poblacional, desde su aparición ha demostrado ser eficiente en la solución de problemas de optimización, la variación

de sus parámetros ha permitido mejorar su eficiencia. Entre los parámetros de configuración se encuentran los coeficientes de aceleración  $c1$  y  $c2$ . Su trabajo se centró en realizar un estudio del ajuste paramétrico de  $c1$  y  $c2$  en el desempeño de PSO para resolver un problema de estimación de costos en la fabricación de tuberías.

Dado que los diseñadores son propensos a cometer errores y en la búsqueda de modelos que representen al fenómeno estudiado, se ha demostrado que la modelación de problemas no lineales, basada en Redes Neuronales Artificiales (ANNs), provee aproximaciones con bajo margen de error. En consecuencia, en este artículo es mostrada la implementación de una red neuronal artificial tipo *feedforward* sigmooidal con aprendizaje PSO para lograr mejorar la exactitud en la estimación de costos. El estudio de caso utilizado para evaluar el modelo, corresponde a datos provenientes de la producción de tubería para la transferencia de fluidos en la industria minera con información relacionada al peso, tipo de soldadura, diámetro y el correspondiente costo.

A partir de los resultados obtenidos se pudo observar que valores muy pequeños de  $c1$  y  $c2$  obtienen baja exactitud en la estimación de costos de fabricación de tubería, en tanto que la mejor exactitud es lograda por medio de una ANN con aprendizaje PSO, cuyos coeficientes de aceleración son mayores o iguales a 0.5 [8].

Un trabajo realizado en el año 2010 por González, E., referente al despacho económico, enfocó la determinación de la generación óptima de potencia y la minimización de los costos de generación, teniendo presente los límites técnicos de operación del sistema. González, utilizó la herramienta de simulación MATLAB y el programa PSAT con el fin de verificar que las potencias obtenidas por medio de la optimización por enjambre de partículas y el flujo de potencia del sistema son factibles desde el punto de vista técnico. Es así como comprobó que variando la inicialización del enjambre de partículas, este siempre convergía a la solución factible del despacho económico, siempre y cuando las potencias de las unidades generadoras obtenidas por la optimización de enjambre de partículas sean menores a sus condiciones nominales de potencia, ya que si esto no se cumple la solución del despacho económico no sería factible y concluyó que a medida que aumentaba el tamaño del enjambre, este era capaz de encontrar la solución de manera más rápida [9].

## 2.2. Conceptos sobre optimización por enjambre de partículas

A través de tiempo, se han creado modelos matemáticos para la modelación de soluciones de problemas de carácter no lineal, basados en el comportamiento de ciertos grupos de animales tales como bandadas de aves, cardúmenes de peces o enjambre de abejas al momento de resolver problemas como la búsqueda de alimento. Es por ello, que en la ingeniería existen métodos tradicionales que pueden ser empleados para encontrar la mejor solución, así como máximos y mínimos en un espacio de soluciones, es decir, encontrar el óptimo. Para lograr esto, también se cuenta con la programación evolutiva, donde un método que resalta por su simplicidad y versatilidad es la optimización por enjambre de partículas.

El PSO, es un algoritmo heurístico compuesto por partículas moviéndose en un espacio de búsqueda de acuerdo a la modelación de la velocidad y la posición del movimiento de dichas partículas, teniendo en cuenta la inercia, su componente cognitivo y su componente social [4].

### 2.2.1. Bases de la optimización por enjambre de partículas

Para comprender el concepto de enjambre de partículas es necesario definir los conceptos de sociedad y los principios de inteligencia.

**Concepto de sociedad:** para encontrar la solución de problemas, cada individuo desarrolla su inteligencia por medio de la relación con otros individuos que están en busca de esa solución óptima.

#### **Principios de inteligencia:**

Según la bibliografía, los rasgos que definen la PSO, son los siguientes:

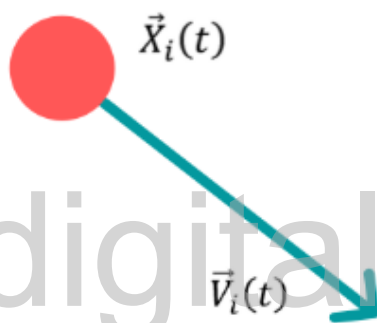
- **Proximidad:** este principio se basa en que los tiempos de computación sean razonables y el manejo de espacios sea definido.
- **Calidad:** se refiere a que el manejo de factores de calidad sea aceptable.
- **Respuesta diversa:** no debe existir divergencia en rangos muy pequeños.
- **Estabilidad:** si el espacio en el que se aplica cambia, el comportamiento debe ser igual.
- **Adaptabilidad:** en función al precio computacional el comportamiento debe poder variar.

- **Característica computacional:** ya que posee como principio la adaptabilidad, es un valioso recurso en la computación evolutiva.

### 2.2.2. Funcionamiento del algoritmo de optimización por enjambre de partículas

Una partícula consta de una posición representada por el vector  $\vec{X}_i(t)$  y una velocidad  $\vec{v}_i(t)$ . Observar Figura 2.1.

Cada partícula se va moviendo en un espacio multidimensional, el mismo depende de su mejor posición local encontrada hasta el momento y a su posición global hallada por el enjambre de partículas mientras recorren el espacio de búsqueda.



**Figura 2.1 Modelo simple de una partícula**

Cada movimiento de una partícula está compuesto por una velocidad inicial aleatoria y dos valores ponderados aleatoriamente: individual (*pbest*), que representa la tendencia de las partículas de preservar su mejor estado anterior y social (*pglobal*), la cual indica la tendencia a moverse hacia otras partículas cercanas con mejor posición. Cada partícula tiene memoria a través de la cual conserva parte de su estado anterior [5].

El algoritmo PSO, cumple con un proceso iterativo que opera sobre el enjambre de partículas que constituyen el espacio. La posición de cada partícula representa una solución potencial al problema que se está resolviendo. Generalmente, una partícula *i* está compuesta de tres vectores y dos valores de fitness, los cuales son:

El vector  $\mathbf{X}_i = \langle x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in} \rangle$ , es donde se almacena la posición actual de la partícula en el espacio de búsqueda.

El vector  $P_i = \langle p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in} \rangle$ , en él se guarda la mejor solución encontrada por la partícula hasta el momento.

El vector  $V_i = \langle v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in} \rangle$ , representa la velocidad de la partícula y almacena el gradiente, es decir, la dirección en la cual se moverá la partícula.

El valor de  $fitness\_X_i$ , almacena el mejor valor que se adapta a la solución actual.

El valor de  $fitness\_P_i$ , se encuentra el mejor valor de adaptación de la solución local encontrada hasta el momento.

El enjambre se inicializa generando las posiciones y las velocidades iniciales de las partículas. Las posiciones se pueden generar aleatoriamente en el espacio de búsqueda. Una vez generadas las posiciones, se calcula el fitness de cada una y se actualizan los valores de  $fitness\_X_i$  y  $fitness\_P_i$ .

Con respecto a las velocidades, igualmente se generan aleatoriamente, con cada componente en el intervalo  $[-V_m, V_m]$ , donde  $V_m$  es la velocidad máxima que puede tomar una partícula en cada movimiento. De acuerdo con J. Kennedy, R. Eberhart, y Y. Shi, no es conveniente fijarlas en cero ya que se ha comprobado que no se obtienen buenos resultados.

Una vez inicializado el enjambre, las partículas deben moverse dentro de un proceso iterativo. Una partícula se mueve desde una posición del espacio de búsqueda hasta otra, simplemente, añadiendo al vector posición y el vector velocidad para obtener un nuevo vector posición:

$$X_i(t+1) = X_i(t) + V_i(t+1) \quad \text{Ecu. 2.1}$$

A continuación, se evalúa dicha posición actualizando  $f\_X_i$ , a su vez si el nuevo  $fitness$  es el mejor  $fitness$  localizado hasta el momento, se actualizan los valores de mejor posición  $p_i$  y  $fitness\_P_i$ . El vector velocidad de cada partícula es modificado en cada iteración utilizando la velocidad anterior, un componente cognitivo y un componente social. El modelo matemático resultante y que representa el algoritmo PSO viene representado por las siguientes ecuaciones:

$$V_i(t+1) = wV_i(t) + C_1(P_i(t) - X_i(t)) + C_2(g(t) - X_i(t)) \quad \text{Ecu. 2.2}$$

La Ecu. 2.2 representa la suma de los 3 componentes del modelo matemático del enjambre de partículas.

Donde:

$w$ : *coeficiente de inercia*

$C_1, C_2$ : *coeficiente de aceleración*

Los componentes de la velocidad, se describen de la siguiente manera:

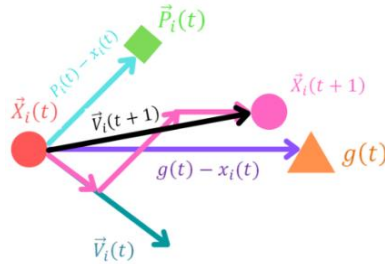
- El primer término es la inercia, que se refiere a la tendencia que tienen las partículas para continuar en la misma dirección en que se han estado moviendo.
- El segundo término es la atracción lineal hacia la mejor posición, la cual es la que se ha encontrado por la partícula dada (mejor posición individual), es la memoria o recuerdo, influenciando la velocidad de la partícula a las mejores posiciones que ha tenido durante su recorrido en el espacio de búsqueda.
- El tercer término es la atracción lineal hacia la mejor posición que ha encontrado el resto de las partículas (mejor posición global), es la información compartida, se le llama componente social [9] [10].

La Ecu. 2.2 expresa la actualización del vector velocidad de cada partícula  $i$  en cada instante  $t$ . El componente cognitivo está modelado por el factor  $C_1(P_i(t) - X_i(t))$  y representa la distancia  $a$  entre la posición actual y la mejor conocida por esta partícula.

El componente social está modelado por  $C_2(g(t) - X_i(t))$  y representa la distancia entre la posición actual y la mejor posición del resto de partículas, es decir, la decisión que tomará la partícula según la influencia que el resto del enjambre ejerce sobre ella [5].

**Tabla 2.1 Representación de las variables**

Variable	Descripción
$V_i$	Velocidad de la partícula $i$ en la iteración $j$
$w$	Factor de inercia
$C_1$ y $C_2$	Son constantes que controlan los componentes cognitivo y social
$X_i$	Posición actual de la partícula $i$ en la iteración $j$
$p_i$	Mejor posición encontrada por la partícula $i$ hasta el momento
$g(t)$	Posición de la partícula con el mejor $p_i$ del entorno



**Figura 2.2 Representación geométrica del PSO**

$\vec{x}_i(t)$  → posición de la partícula

$\vec{v}_i(t)$  → velocidad de la partícula

$\vec{p}_i(t)$  → última mejor posición de la partícula

$g(t)$  → última mejor posición de todas las partículas

$\vec{x}_i(t+1)$  → nueva posición

$\vec{v}_i(t+1)$  → nueva velocidad

### 2.2.3. Constantes y parámetros de la optimización por enjambre de partículas

Para la utilización del PSO, es requerido tener un buen empleo de los parámetros que conforman el algoritmo para obtener la convergencia hacia el mejor resultado a la solución del problema planteado. Es por ello, que los elementos de velocidad máxima, constantes de aceleración y la constante de inercia son desarrollados de la siguiente manera:

**Velocidad máxima:** como está expuesto en el ítem anterior a través de cada iteración, la forma en la que las partículas actualizan su posición es por medio del ajuste de velocidad. La velocidad, genera una trayectoria que varía entre las posiciones del problema. En lo concerniente a esa variabilidad, debe reducirse, de modo que es necesario limitar la velocidad en cada iteración, esto teniendo presente que ese límite de velocidad si es muy bajo cabe la posibilidad de que la solución no sea encontrada, y en caso de ser muy alto las partículas oscilaran de manera errónea. A causa de que este parámetro no está muy bien establecido no se lo aplica en sutotalidad y se opta por el control de la trayectoria con la constante de inercia [5].

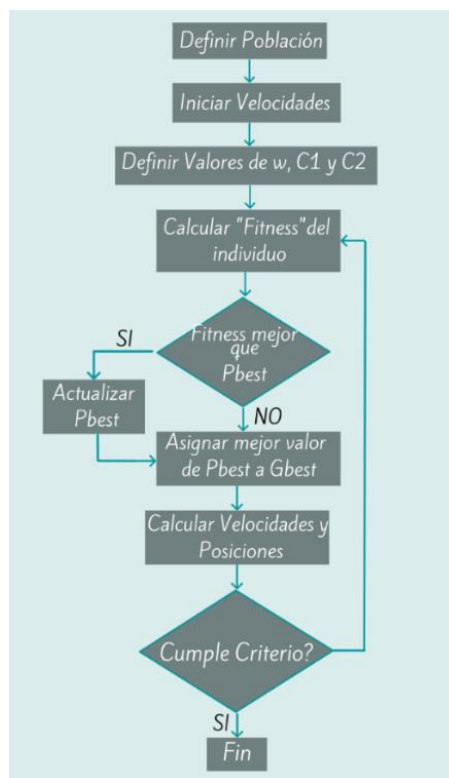


Figura 2.3 Diagrama de flujo algoritmo PSO

**Constantes de aceleración:** estos coeficientes repercuten en la mejor posición del enjambre y la mejor posición individual de cada partícula, lo que trae como consecuencia que la solución converja o diverja. Cuando la mejor posición individual sea igual a la mejor posición del enjambre se puede considerar las dos constantes como una sola. Ver Ecu. 2.3.

$$C_1 + C_2 = \varphi > 4 \quad \text{Ecu. 2.3}$$

Teniendo en cuenta que se generan trayectorias sinusoidales cuando el valor de  $\varphi$  es pequeño y trayectorias que van hacia el infinito cuando el valor de la constante  $\varphi$  es muy grande, de acuerdo a estudios realizados un buen valor es  $C_1 = C_2 = 2$ .

**Constantes de inercia:** una de las constantes de inercia es el factor de constricción determinado por la Ecu. 2.4, el cual puede utilizarse de forma combinada o sustituida con otro limitador de la velocidad, como es la constante de inercia que le da un peso a la velocidad de la iteración anterior y no a toda la velocidad como el factor de constricción. Este valor puede variar entre 0,9 como límite alto de manera que en las primeras iteraciones las partículas se muevan libremente y logren encontrar la región de la solución óptima de forma que

gradualmente llegue a 0,4 como límite bajo de forma que se determine el óptimo de la función. Este cambio viene dado por la Ecu. 2.5 [5].

$$C = \frac{2}{2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}} \quad \text{Ecu. 2.4}$$

$$w = w_{max} - \frac{w_{max} - w_{min}}{j_{max}} \times j \quad \text{Ecu. 2.5}$$

Donde:

$w_{max}$ : *inercia Inicial*

$w_{min}$ : *inercia Final*

$j_{max}$ : *máximo número de iteraciones*

$j$ : *número de iteración actual*

#### 2.2.4. Topologías

Al utilizar la optimización por enjambre de partículas, se ha determinado que hay muchas posibilidades, por lo cual se han realizado diferentes estudios para analizar dichas posibilidades tomando en cuenta el efecto de cada topología en el enjambre. Todo esto, se relaciona directamente con los factores  $Gbest$  (Mejor Posición Global) y  $Pbest$  (Mejor posición de la partícula), así como se muestra a continuación [5]:

**Global sincronizado:** para este tipo de topología, existe un solo global que se encuentra definido al inicio de cada iteración y se mantiene constante a lo largo del mismo, por lo que no existe una influencia tan profunda entre partículas, esto hace que converja menos rápido que otras topologías.

**Global asincrónico:** en este caso, no existe un número definido de globales a lo largo de una iteración, ya que este valor varía mientras se evalúan las partículas. A través del uso de esta topología, se pueden presentar globales locales y quizás no se pueda encontrar la solución óptima del problema.

**Ponderado:** cada partícula tiene la capacidad de generar su propio  $Gbest$  lo que puede evitar un estancamiento en la solución buscada y la solución consistiría en la capacidad de cada partícula en cambiar y buscar su respuesta óptima.

**Local:** se basa en el trabajo coordinado entre partículas creando un lazo, el cual genera *Gbest* locales entre un grupo de partículas, de forma que se evita que el algoritmo no se estanque en una solución no óptima.

## 2.3. Tipos de optimizaciones por enjambre de partículas

### 2.3.1. PSO discreto

Kennedy y Eberhart propusieron una forma discreta y binaria del algoritmo con el fin de solucionar problemas de este tipo, en la que por medio de un parámetro  $v$  se evalúa la probabilidad para la decisión. Para realizar la evaluación del parámetro se utiliza la función sigmoide (Figura 2.4), de manera acoplado al algoritmo PSO se muestra por medio de las ecuaciones Ecu. 2.6, Ecu. 2.7, Ecu. 2.8 y Ecu. 2.9 [5].

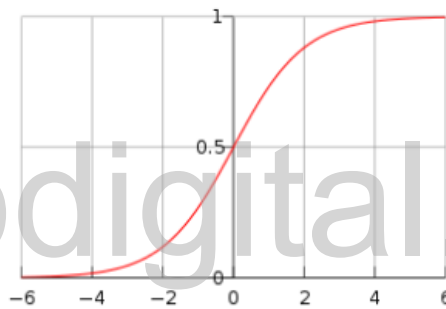


Figura 2.4 Función sigmoide. Extraído de [11]

$$v_i^{k+1} = v_i^k + r_1(pbest_i - s_i^k) + r_2(gbest - s_i^k) \quad \text{Ecu. 2.6}$$

$$sig(v_i^k) = \frac{1}{1 + e^{-v_i^k}} \quad \text{Ecu. 2.7}$$

$$p^{ik+1} < sig(v_i^{k+1}) \quad \therefore s_i^{k+1} = 1 \quad \text{Ecu. 2.8}$$

$$p^{ik+1} > sig(v_i^{k+1}) \quad \therefore s_i^{k+1} = 0 \quad \text{Ecu. 2.9}$$

### 2.3.2. PSO híbrido (HPSO)

Es la combinación del algoritmo básico de PSO y del mecanismo de selección encontrado en la técnica de Computación Evolutiva. Su concepto está en reemplazar las partículas cuya evaluación es la más baja con respecto al resto de partículas. Esto hace que el enjambre

converja en un punto más rápidamente, pero presentando errores ya que no permite una búsqueda más exhaustiva [5].

### 2.3.3. PSO adaptativo (APSO)

Para generar movimientos cercanos a los mínimos locales y a los globales, se crean aumentos de los parámetros por medio de las constantes  $P_1$  y  $P_2$  y que se adaptan al algoritmo PSO a través de los coeficientes de aceleración que se muestran en la Ecu. 2.10 [5].

$$c_1 = \frac{2}{P_1}; \quad c_2 = \frac{2}{P_2} - c_1 \quad \text{Ecu. 2.10}$$

Con el objetivo de lograr la aproximación al mínimo global de iteración, se cambian las constantes de inercia aplicando la Ecu. 2.11.

$$w = gbest - \left( \frac{(c_1 \times (pbest - x) + (c_2 \times (gbest - x)))}{2} + x \right) \quad \text{Ecu. 2.11}$$

En el caso de que una partícula llegase a ser el mínimo global, se cambian los parámetros para que este se aleje de esa posición y así se evita que se converja en mínimos locales.

En la búsqueda de las nuevas posiciones por medio del cálculo de las velocidades se hacen cambios (Ecu. 2.12).

$$v_i^{k+1} = w_i + c_1 rand_1 \times (pbest_i - s_i^k) + c_2 rand_2 \times (gbest - s_i^k) \quad \text{Ecu. 2.12}$$

# CAPITULO 3.

## MOTORES

El capítulo 3, abarca todo lo relacionado a los motores, donde se conceptualizan sus partes, su funcionamiento y tipos de motores, teniendo una ampliación en el estudio de los motores trifásicos de inducción. En él se encuentra la descripción del modelado de un motor del tipo jaula de ardilla de 1 *HP*, a través de la deducción de su modelo matemático y comprobación de su buen funcionamiento por medio de la obtención de sus curvas características.

Los motores eléctricos son dispositivos o equipos, que cambian la energía eléctrica, en forma de corriente continua o alterna, a energía mecánica necesaria para mover todo tipo de máquinas. Esta transformación ocurre a través de campos magnéticos. En actividades industriales, comerciales e incluso en los hogares son indispensables para aplicaciones en la sociedad moderna. Se encuentran presentes en equipos tan cotidianos como una licuadora, un ventilador o un acondicionador de aire hasta en elementos de gran tamaño como los de mover molinos, trituradoras, compresores de aire, mezcladoras, etc. Existen industrias macro-consumidoras de electricidad como las fábricas de cemento que llegan a utilizar motores de miles de caballos de potencia.

### 3.1. Partes de un motor

Un motor está compuesto por distintos elementos como se muestran en la Figura 3.1 y a continuación se describen:

**Carcasa:** contiene a todos los componentes del motor eléctrico como el estator, rotor, eje, otros.

**Estator:** bloque de chapas de acero especial ranuradas para alojar los bobinados.

**Rotor:** junto al ventilador, son las partes giratorias del motor. Existen dos tipos constructivos basados en el mismo principio de funcionamiento: bobinados y en cortocircuito o jaula de ardilla. Una imagen de este último se puede apreciar en la Figura 3.2.

**Eje:** soportado por los rodamientos alojados en las tapas, es el elemento sobre el cual se encuentran fijados el rotor y el ventilador. Por sus extremos, se acopla al equipo al cual debe impulsar.

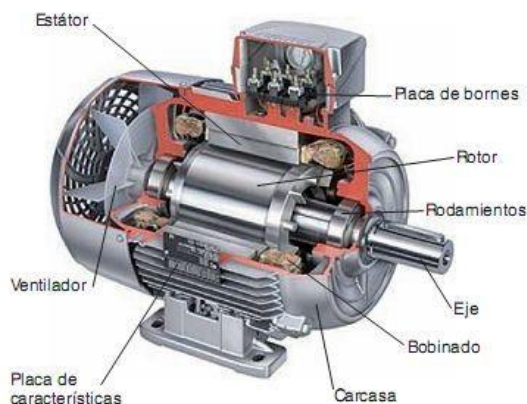
**Ventilador:** montado sobre el eje, fuera de la carcasa, genera el aire para la refrigeración.

**Rodamientos:** son los que sostienen y a su vez permiten el giro del eje, son dos y se encuentran alojados en cada una de las tapas.

**Placa de características:** fijada a la superficie externa de la carcasa, contiene los datos característicos del motor eléctrico, tales como potencia eléctrica nominal, corriente eléctrica nominal, grado de protección mecánica y otros. Cierta información corresponde por norma, pero algunos fabricantes la amplían. Un ejemplo se puede ver en la Figura 3.3.

**Placa de bornes:** se fija a la parte externa de la carcasa y es el lugar donde se conectan los cables de alimentación a los extremos de los bobinados que están en el estator. Un esquema de la disposición de los bornes de las correspondientes bobinas se muestra en la Figura 3.4.

**Bobinado:** está formado por espirales de alambre o cables enrollados en el núcleo del motor, estas recubren los imanes que provocan el campo magnético que hacen girar el eje central.



**Figura 3.1 Partes de un motor eléctrico. Extraído de [12]**



Figura 3.2 Estator y rotor de motor trifásico. Extraído de [13]

TYPE: TM 132S2-2 T3A		132S2-2		(H)	S1-100%	2014	IEC60034
SN		ThCl. F	IP55	IMB3	N.W.: 52 KGS		
V Δ / Y	Hz	min <sup>-1</sup>	kW	A	cos φ	IE3-90.1(100%)	
400/690	50	2930	7.5	13.4/7.7	0.9	90.2(75%)	
480/795	60	3520	9	13.4/7.7	0.9	89.1(50%)	
						BEARING DE-NDE: 6308-6208	

Figura 3.3 Placa de características. Extraído de [14]

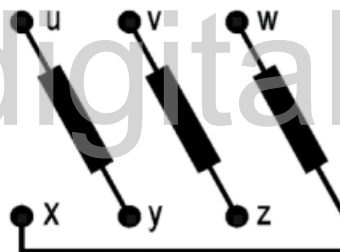


Figura 3.4 Esquema de bobinas estatóricas. Extraído de [14]

### 3.2. Funcionamiento de un motor

Para conocer el proceso de accionamiento de un motor, se parte de los conceptos de estator y rotor. El estator, es la parte externa del motor que no gira, en él se encuentra la capacidad magnética del mismo, compuesto por los polos magnéticos conocidos como imanes y el embobinado, formado por alambres de cobre. Estos polos, son utilizados para producir el movimiento del rotor. Esto ocurre por la ley fundamental de los imanes, ley de Faraday de inducción electromagnética: “cargas opuestas se atraen e iguales se repelen”. La ley de Faraday establece que el voltaje inducido que se encuentra en una bobina el cual es directamente proporcional a la rapidez en la que se da el cambio del flujo magnético por la unidad de tiempo en una superficie junto al circuito. En el momento que se le introduce la corriente el campo

magnético de ella muestra resistencia al cambio de flujo. Debido a que dentro del motor está el embobinado de cobre y por él circula corriente eléctrica, genera su campo magnético, haciendo que los polos magnéticos del rotor se encuentren en repulsión, alejándose del estator. He allí donde las fuerzas de atracción y repulsión producen torque, es decir, el movimiento circular del rotor, expresada físicamente como una fuerza axial. El rotor móvil gira a gran velocidad, expresada en revoluciones por minuto (*rpm*), la cual depende de los números de polos magnéticos del estator. Esto se apoya en los rodamientos. El espacio entre el rotor y estator es constante y se denomina entrehierro.

### 3.3. Ley de Faraday

En 1831, Michael Faraday (1791-1867), demostró por medio de un experimento que, para producir una corriente eléctrica debido a la presencia de un imán, era necesario que el mismo se moviese en la región donde se encontraba el hilo conductor. A su vez, observó que una corriente variable, pasando por una bobina, provocaba una corriente transitoria. A este fenómeno Faraday le dio el nombre de inducción electromagnética. La ley de Faraday se puede enunciar de la siguiente manera: “La fuerza electromotriz inducida en un circuito es directamente proporcional a la variación del flujo magnético e inversamente proporcional al tiempo que dura dicha variación” o “la fuerza electromotriz inducida es directamente proporcional a la rapidez con que varía el flujo magnético”.

En 1832, Joseph Henry descubrió el fenómeno de autoinducción, esto es, una corriente eléctrica variable en una bobina puede crear una corriente en sí misma. Un año más tarde, Heinrich Lenz (1804-1865) observó que esa corriente de autoinducción tenía el sentido contrario de aquella que la creó, o sea, que los efectos de una corriente inducida por fuerzas electromagnéticas siempre se oponen a las mismas fuerzas. La ley de inducción de Faraday, aporta los fundamentos físicos necesarios para la conceptualización de la fuerza electromotriz inducida en las bobinas de las máquinas eléctricas en general. Entre estas máquinas se pueden mencionar las siguientes:

- Motores y generadores de corriente continúa
- Transformadores
- Motores asincrónicos trifásicos y monofásicos
- Generadores y motores sincrónicos

### 3.4. Tipos de motores

Los motores se clasifican de la siguiente manera:

- Motores de corriente continua o directa
- Motores de corriente alterna

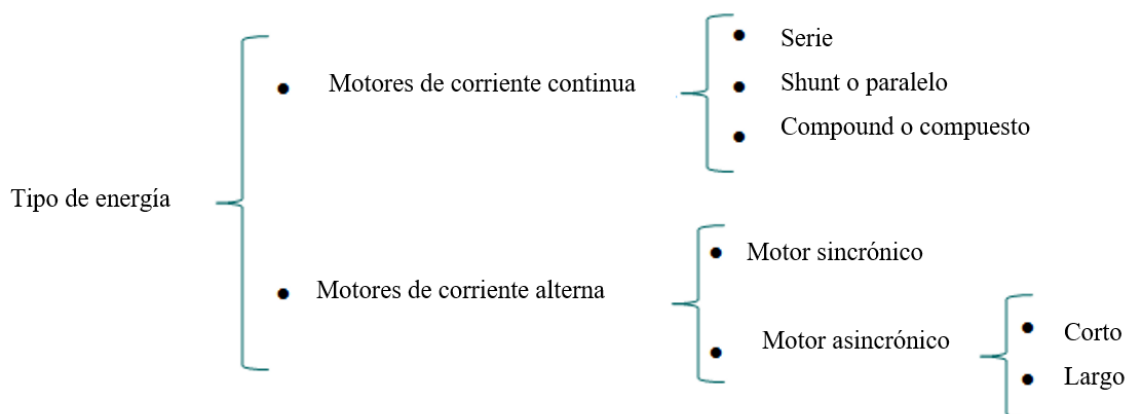


Figura 3.5 Tipos de motores

#### 3.4.1. Motores de corriente continua

Los motores de corriente continua son empleados en aplicaciones que requieren precisión en cuanto a la velocidad y al torque, ya que estas presentan la ventaja de regular su velocidad de rotación.

##### 3.4.1.1 Características de motores de corriente continua:

- Fuente de alimentación de corriente continua
- Circuito de control simple
- Variación continua de velocidad
- No puede trabajar en forma sellada

#### 3.4.2. Motores de corriente alterna. Motores de inducción

Los motores de corriente alterna también llamados motores de inducción, son transformadores eléctricos cuyo circuito magnético tiene una separación de aire, entre dos partes: una parte fija llamada estator y otra parte móvil llamada rotor, que debe ser lo más reducida posible, sin que haya roce alguno, denominada entrehierro.

La principal consideración de este tipo de motor es que el giro del rotor no corresponde a la velocidad de giro del campo magnético producido por el estator.

Los motores de inducción del tipo jaula de ardilla, debido a la amplia distribución y aceptación que tienen en la actualidad por sus características pues supera al motor de corriente directa en robustez, menor relación peso - potencia, menor longitud axial, menor momento de inercia, mayor velocidad máxima, ausencia de mantenimiento, trabajo en cualquier ambiente, menor ruido, etc. Esto ha hecho que el motor de inducción sea muy difundido en aplicaciones industriales, así como en los coches eléctricos más modernos, fabricantes como Tesla lo utilizan en todos sus modelos.

El motor de inducción en vacío puede llegar a alcanzar velocidades casi iguales a la de sincronismo, pero en el momento en que se aplique carga, la velocidad se reduce a un valor inferior al de sincronismo, de ahí el nombre de motores asíncronos.

El estator está formado por un devanado (primario) situado en un núcleo de chapas magnéticas de acero ranuradas. El rotor al igual que el estator, también posee un núcleo de chapas magnéticas ranuradas en el cual se sitúa un devanado (secundario), pero éste, puede que no sea bobinado, sino que contenga unas barras de cobre, bronce, o aluminio unidas en los extremos a unos anillos (rotor de jaula de ardilla) que las cortocircuiten. Cuando se suministra una corriente alterna, procedente de una red, al devanado primario, se induce una corriente de sentido opuesto en el devanado secundario, produciéndose flujo magnético en el entrehierro, siempre que éste último esté cerrado en cortocircuito o a través de una impedancia exterior. Dicho flujo magnético determina un par de giro sobre el rotor transformando la energía eléctrica en energía mecánica. En los motores asíncronos trifásicos, se hacen circular corrientes alternas que generan un campo magnético sinusoidal que gira sincrónicamente (velocidad de sincronismo) con la frecuencia de la fuente de alimentación del motor.

#### 3.4.2.1 Velocidad de sincronismo

Se denomina velocidad de sincronismo a la velocidad que gira el campo magnético variable cuando pasa del estator al rotor de un motor, está representado por la Ecu. 3.1 [15].

$$\eta_{sinc} = \frac{120 \times f_e}{P} \quad \text{Ecu. 3.1}$$

Donde:

$f_e = \text{frecuencia del sistema electrico [Hz]}$

$P = \text{número de polos de la máquina}$

### 3.4.2.2 Deslizamiento

La velocidad de deslizamiento, es conocida como el resto entre la velocidad de sincronismo y del rotor, la cual se crea para que el voltaje inducido exista y así el par no sea nulo, con el fin de que la velocidad de sincronismo no sea igual a la velocidad de giro del motor. Del mismo modo, estas velocidades no llegan a ser iguales por la resistencia del aire y al rozamiento. Y viene dado por la Ecu. 3.2 [15].

$$\eta_{des} = \eta_{sinc} - \eta \quad \text{Ecu. 3.2}$$

Donde:

$\eta_{sinc}$ : *velocidad sincrónica*

$\eta$ : *velocidad del rotor*

De manera porcentual, se representa por la siguiente expresión:

$$S = \frac{\eta_{sinc} - \eta}{\eta_{sinc}} \times 100\% \quad \text{Ecu. 3.3}$$

Y por medio de las velocidades angulares se muestra así:

$$S = \frac{\omega_{sinc} - \omega}{\omega_{sinc}} \times 100\% \quad \text{Ecu. 3.4}$$

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente se obtienen de la Ecu. 3.3 y Ecu. 3.4.

$$\eta = (1 - S) \times \eta_{sinc} \quad \text{Ecu. 3.5}$$

$$\omega = (1 - S) \times \omega_{sinc} \quad \text{Ecu. 3.6}$$

El deslizamiento  $S$  puede tomar valores desde 0 hasta 1, si:

- $S = 0$ : el motor gira a velocidad sincrónica
- $S = 1$ : la velocidad del rotor es igual a cero, es decir, motor detenido

### 3.4.2.3 Característica par – velocidad

En la Figura 3.6 se encuentra representada la curva característica par vs velocidad de un motor de inducción trifásico, el cual permite obtener información necesaria del mismo con respecto a su operación. Esta característica muestra que el par inducido del motor es cero cuando la velocidad sincrónica es cero, sin embargo, en el caso del motor de inducción del tipo jaula de ardilla no llega a esa velocidad, por lo tanto, el par no será cero. Esta curva es aproximadamente lineal entre vacío y plena carga, esto debido a que cuando el deslizamiento crece, la corriente del rotor, campo magnético del rotor y el par inducido crecen linealmente. El par máximo descrito es análogo a dos o tres veces el par nominal. Para que la máquina pueda arrancar, requiere que el par de arranque sea un poco mayor al par de plena carga. A su vez, para frenar el motor, se cambian dos fases, es decir se invierte la dirección del campo magnético. En el caso de que la velocidad del rotor es mayor a la velocidad sincrónica, la máquina trabaja como generador.

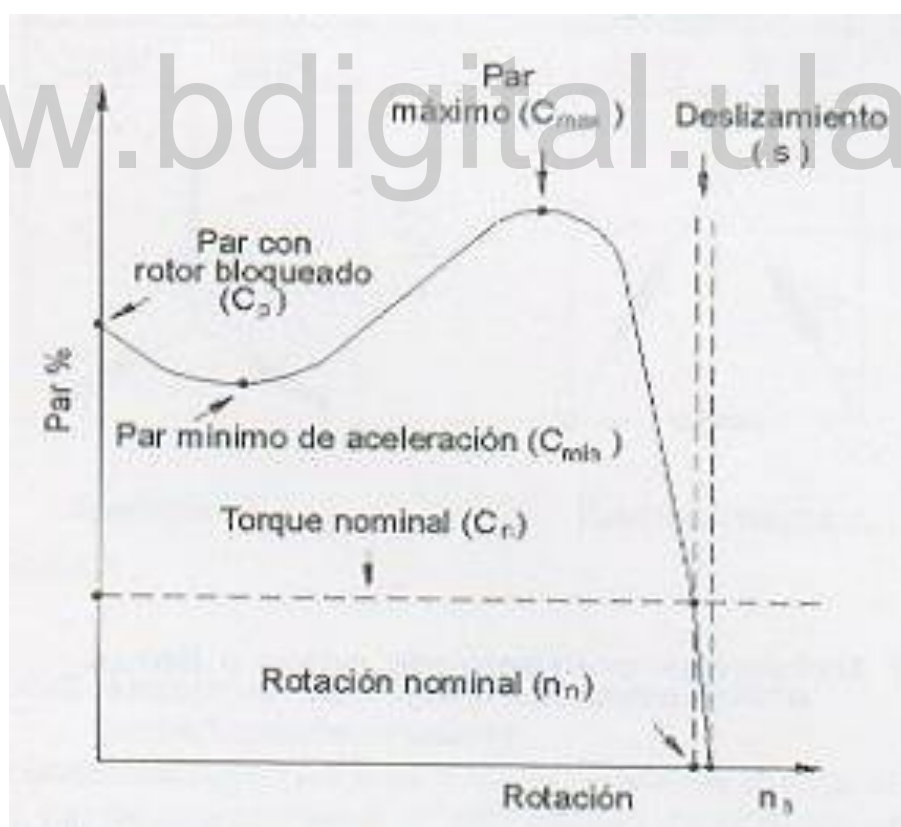


Figura 3.6 Curva característica de un motor de inducción par vs velocidad. Extraído de [16]

### 3.5. Modelo matemático del motor de inducción

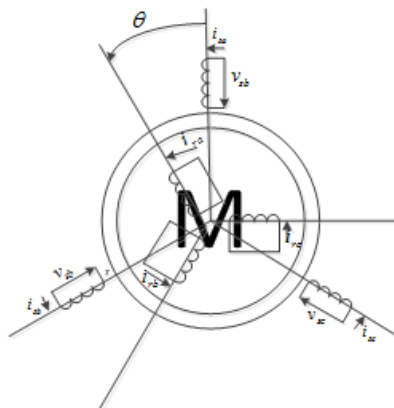
Para realizar el estudio del comportamiento dinámico de un motor de inducción trifásico, se parte de las ecuaciones diferenciales que representan el mismo, y así con ello lograr establecer cómo es su régimen transitorio y permanente. Esto se logra, partiendo del cambio de sistema coordinado por medio del uso de la transformada de Park, el cual permite eliminar los efectos de las inductancias mutuas (Ley de Lenz), permitiendo cambiar las ecuaciones diferenciales no lineales a ecuaciones diferenciales lineales. Este proceso, consiste en transformar un sistema coordinado de tres ejes en uno de dos ( $qd0$ ) y se encuentran desfasados  $90^\circ$ . En consecuencia, se obtienen ecuaciones más sencillas para el análisis de un motor por medio del par magnético, velocidad del rotor y las corrientes que influyen en él.

En el análisis, se estudia el motor de inducción del tipo jaula de ardilla y se asumen las siguientes consideraciones:

- Estator y rotor lisos (entrehierro constante)
- Motor con sus devanados equilibrados tanto los del estator como los del rotor
- Tensiones de alimentación equilibradas

#### 3.5.1. Ecuaciones de los voltajes de un motor de inducción

Las ecuaciones del motor, se deducen de manera sencilla por medio de tener los devanados del rotor cortocircuitados como se aprecia en la Figura 3.7



**Figura 3.7 Representación gráfica de un motor de inducción tipo jaula de ardilla. Extraído de [17]**

### 3.5.1.1 Ecuaciones de los voltajes de fase del estator del motor

$$\begin{aligned} V_{sa} &= \frac{d\lambda_{sa}}{dt} + r_s \times i_{sa} \\ V_{sb} &= \frac{d\lambda_{sb}}{dt} + r_s \times i_{sb} \\ V_{sc} &= \frac{d\lambda_{sc}}{dt} + r_s \times i_{sc} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.7}$$

### 3.5.1.2 Ecuaciones de los voltajes de fase del rotor del motor

$$\begin{aligned} V_{ra} &= \frac{d\lambda_{ra}}{dt} + r_r \times i_{ra} \\ V_{rb} &= \frac{d\lambda_{rb}}{dt} + r_r \times i_{rb} \\ V_{rc} &= \frac{d\lambda_{rc}}{dt} + r_r \times i_{rc} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.8}$$

Donde:

$\lambda$ : flujo que atraviesa la espira

$r_s$ : resistencia del estator

$r_r$ : resistencia del rotor

$i_s$ : corriente del estator

$i_r$ : corriente del rotor

De forma general:

$$V_{(s,r)}^{abc} = \frac{d\lambda_{(s,r)}^{abc}}{dt} + r_{(s,r)}^{abc} \times i_{(s,r)}^{abc} \quad \text{Ecu. 3.9}$$

### 3.5.1.3 Flujos generados en un motor

$$\begin{bmatrix} \lambda_s^{abc} \\ \lambda_r^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss}^{abc} & L_{sr}^{abc} \\ L_{rs}^{abc} & L_{rr}^{abc} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} i_s^{abc} \\ i_r^{abc} \end{bmatrix} \quad [Wb \times V] \quad \text{Ecu. 3.10}$$

Cada una de estas submatrices está desarrollada y definida, como se muestra a continuación:

Submatriz estator – estator:

$$\mathbf{L}_{SS}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{is} + L_{ss} & L_{sm} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{is} + L_{ss} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{sm} & L_{is} + L_{ss} \end{bmatrix} \quad [H] \quad \text{Ecu. 3.11}$$

Submatriz rotor – rotor:

$$\mathbf{L}_{rr}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{ir} + L_{rr} & L_{rm} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{ir} + L_{rr} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{rm} & L_{ir} + L_{rr} \end{bmatrix} \quad [H] \quad \text{Ecu. 3.12}$$

Submatriz estator – rotor o rotor - estator:

$$\mathbf{L}_{rr}^{abc} = [\mathbf{L}_{rr}^{abc}]^T = L_{sr} \times \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos(\theta_r - 120^\circ) \\ \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r + 120^\circ) \\ \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos \theta_r \end{bmatrix} [H] \quad \text{Ecu. 3.13}$$

Donde:

$L_{is}$  y  $L_{ir}$ : *inductancias de dispersión*

$L_{ss}$  y  $L_{ss}$ : *autoinductancias*

$L_{sm}$  y  $L_{rm}$ : *inductancias mutuas*

$\theta_r$ : *ángulo mecánico (separa los devanados del rotor del estator)*

Tabla 3.1 Marcos de referencia del sistema coordinado  $qd0$

Velocidad angular es $\omega$ de marco de referencia	Interpretación	Matriz de transformación
$\omega$ (arbitraria)	VARIABLES del estator y rotor referidos al marco de referencia arbitrario.	$T_{qd0}(\theta)$
$\omega = 0$	VARIABLES del estator y rotor referidos al marco de referencia fija al rotor.	$\theta = 0,$ $T_{qd0}(0)$
$\omega = \omega_r$	VARIABLES del estator y rotor referidos al marco de referencia fijo al rotor.	$\theta = \theta_r,$ $T_{qd0}(\theta_r)$
$\omega = \omega_e$	VARIABLES del estator y rotor referidos al marco de referencia giratorio síncrono.	$\theta = \theta_e,$ $T_{qd0}(\theta_e)$

Matriz de inductancia total del motor:

$$L = \begin{bmatrix} L_{is} + L_{ss} & -\frac{1}{2}L_{sm} & -\frac{1}{2}L_{sm} & \cos \theta_r & \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos(\theta_r - 120^\circ) \\ -\frac{1}{2}L_{sm} & L_{is} + L_{ss} & -\frac{1}{2}L_{sm} & \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r + 120^\circ) \\ -\frac{1}{2}L_{sm} & -\frac{1}{2}L_{sm} & L_{is} + L_{ss} & \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos \theta_r \\ \cos \theta_r & \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos(\theta_r + 120^\circ) & L_{ir} + L_{rr} & -\frac{1}{2}L_{rm} & -\frac{1}{2}L_{rm} \\ \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos \theta_r & \cos(\theta_r - 120^\circ) & -\frac{1}{2}L_{rm} & L_{ir} + L_{rr} & -\frac{1}{2}L_{rm} \\ \cos(\theta_r - 120^\circ) & \cos(\theta_r + 120^\circ) & \cos \theta_r & -\frac{1}{2}L_{rm} & -\frac{1}{2}L_{rm} & L_{ir} + L_{rr} \end{bmatrix} \quad \text{Ecu. 3.14}$$

### 3.5.1.4 Ecuación de par electromagnético

$$T_{em} = J \times \frac{d\omega_r}{dt} + D \times \omega_r + T_L \quad \text{Ecu. 3.15}$$

Donde:

$T_{em}$ : par electromagnético

$T_L$ : par de carga

$J$ : momento de inercia

$\omega_r$ : velocidad del rotor

$D$ : constante de roce o amortiguamiento

### 3.5.2. Transformada de Park

Para realizar el cambio de magnitudes trifásicas  $abc$  a un sistema de referencia móvil como lo es el  $qd0$  se emplea la transformada de Park, esta representa las variables tensión, flujos y corrientes del estator en dos ejes llamados  $q$  y  $d$  distanciados entre sí  $90^\circ$ . Del mismo modo, se tiene un tercer eje llamado  $0$ , que es un eje estacionario, donde se encuentran las componentes simétricas de secuencia cero, el eje  $0$  está desacoplado magnéticamente de los ejes  $q$  y  $d$ , lo que permite emplear la transformada inversa de Park. [18]

$$C_{park} \rightarrow \begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad \text{Ecu. 3.16}$$

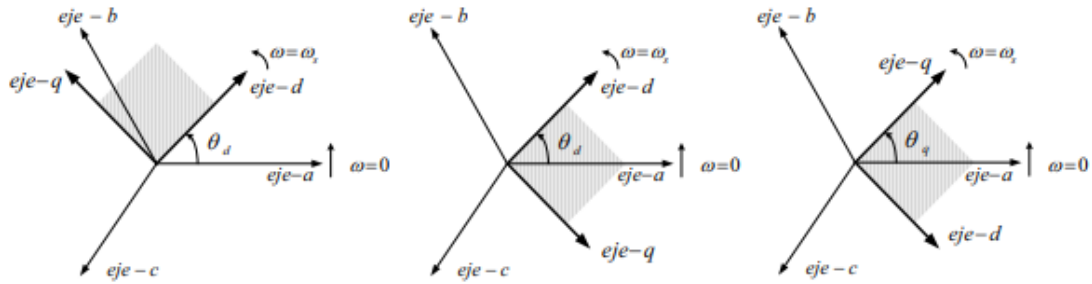


Figura 3.8 Sistema coordenado abc y sistema coordenado qd0. Extraído de [19]

Entonces, particularizando esta expresión en el estator, se tiene:

$$\begin{bmatrix} f_{qs} \\ f_{ds} \\ f_{0s} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) \\ \sin \theta & \sin(\theta - 120^\circ) & -\sin(\theta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{as} \\ f_{bs} \\ f_{cs} \end{bmatrix} \quad \text{Ecu. 3.17}$$

Y para el rotor:

$$\begin{bmatrix} f_{qr} \\ f_{dr} \\ f_{0r} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \beta & \cos(\beta - 120^\circ) & \cos(\beta + 120^\circ) \\ \sin \beta & \sin(\beta - 120^\circ) & -\sin(\beta + 120^\circ) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_{ar} \\ f_{br} \\ f_{cr} \end{bmatrix} \quad \text{Ecu. 3.18}$$

El ángulo  $\theta$ , es el que está ubicado entre los ejes  $a$  y  $q$  y se determina por la Ecu. 3.19.

$$\theta = \int_0^t \omega(t) dt + \theta_0 \quad \text{Ecu. 3.19}$$

Donde:

$\omega$ : *velocidad angular del sistema qd0*

$\theta_0$ : *condición inicial del ángulo de la referencia*

De tal modo, se puede determinar el ángulo del estator y del rotor de la siguiente forma:

$$\theta_s = \int_0^t \omega(t) dt + \theta_{s0} \quad \text{Ecu. 3.20}$$

$$\theta_r = \int_0^t (\omega - \omega_r) dt + \theta_{r0} \quad \text{Ecu. 3.21}$$

El ángulo  $\beta$  viene expresado por la Ecu. 3.22.

$$\beta = \theta - \theta_r \quad \text{Ecu. 3.22}$$

Es importante conocer que  $\omega$  además de ser la velocidad angular del sistema  $qd0$ , también es la velocidad de los campos o marco de referencia. Y se recuerda que  $f$  puede representar voltajes, corrientes o flujos como se dijo anteriormente.

### 3.5.3. Transformada inversa de Park

En este tipo de estudio es imprescindible, regresar las variables a su sistema de coordenadas original en este caso, del  $qd0$  al  $abc$ , es por ello que se debe aplicar la transformada inversa de Park [15].

$$C^{-1}_{park} \rightarrow \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta - 120^\circ) & \sin(\theta - 120^\circ) & 1 \\ \cos(\theta + 120^\circ) & \sin(\theta + 120^\circ) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_0 \end{bmatrix} \quad \text{Ecu. 3.23}$$

### 3.5.4. Modelado dinámico en el sistema $qd0$

Para realizar el cambio de coordenadas de las fases  $abc$  al sistema coordenado  $qd0$ , se hará uso de la Ecu. 3.7 y Ecu. 3.16, donde se llevan los voltajes de la máquina de inducción al nuevo sistema de referencia [20], obteniendo:

$$[V_s^{qd0}] = [C_{park}] \times [V_s^{abc}] \quad \text{Ecu. 3.24}$$

Finalmente, para conseguir las tensiones en el sistema coordenado  $qd0$ , se hace uso de la transformación de la Ecu. 3.24.

$$[V_s^{qd0}] = [C_{park}] \times \frac{d[C_{park}]^{-1} [\lambda_s^{qd0}]}{dt} + [C_{park}] \times r_s^{abc} [C_{park}]^{-1} \times [i_s^{qd0}] \quad \text{Ecu. 3.25}$$

Donde:

$$r_s^{abc} = r_s^{qd0} = r_s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\Omega] \quad \text{Ecu. 3.26}$$

Resultando:

$$\frac{d[C_{park}]^{-1} [\lambda_s^{qd0}]}{dt} = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\sin(\theta - 120^\circ) & \cos(\theta - 120^\circ) & 0 \\ -\sin(\theta + 120^\circ) & \cos(\theta + 120^\circ) & 0 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} [\lambda_s^{qd0}] + [C_{park}]^{-1} \left[ \frac{d\lambda_s^{qd0}}{dt} \right] \quad \text{Ecu. 3.27}$$

De las sustituciones correspondientes, se tiene Ecu. 3.28.

$$V_s^{qd0} = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \lambda_s^{qd0} + \frac{d}{dt} \lambda_s^{qd0} + r_s^{qd0} \times i_s^{qd0} \quad \text{Ecu. 3.28}$$

Del mismo modo, se localizan los voltajes del rotor en el sistema  $qd0$ :

$$V_r^{dq0} = (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \lambda_r^{dq0} + \frac{d}{dt} \lambda_r^{dq0} + r_r^{dq0} \times i_r^{dq0} \quad \text{Ecu. 3.29}$$

Donde:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad \text{Ecu. 3.30}$$

Parámetros referidos del rotor al devanado del estator, donde se ubicarán las tensiones trifásicas en los ejes  $q$  y  $d$ :

$$\begin{aligned} V_{ds} &= \frac{d\lambda_{ds}}{dt} - \frac{d\theta\lambda_{ds}}{dt} + r_s \times i_{ds} \\ V_{qs} &= \frac{d\lambda_{qs}}{dt} - \frac{d\theta\lambda_{qs}}{dt} + r_s \times i_{qs} \\ V_{dr} &= \frac{d\lambda_{dr}}{dt} - \frac{d\beta\lambda_{dr}}{dt} + r_s \times i_{dr} \\ V_{qr} &= \frac{d\lambda_{qr}}{dt} + \frac{d\beta\lambda_{dr}}{dt} + r_s \times i_{qr} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.31}$$

Donde:

**$V$ : voltaje**

**$i_{ds}$ : corriente en el estator en el eje  $d$**

**$i_{qs}$ : corriente en el estator en el eje  $q$**

**$i_{dr}$ : corriente en el rotor en el eje  $d$**

**$i_{qr}$ : corriente en el rotor en el eje  $q$**

**$\lambda$ : flujo enlazado**

**$r_s$ : resistencia en el estator**

$\beta: \theta - \theta_r$

### 3.5.4.1 Relación de los flujos en el sistema coordenado $qd0$ :

Aplicando la transformada de Park, se halla la ecuación de flujo enlazado del estator Ecu. 3.32.

$$\lambda_s^{qd0} = [C_{park}] \times (L_{ss}^{abc} \times i_s^{abc} + L_{sr}^{abc} \times i_r^{abc}) \quad \text{Ecu. 3.32}$$

Sustituyendo la Ecu. 3.24 en la Ecu. 3.32:

$$\lambda_s^{qd0} = [C_{park}(\theta)] L_{ss}^{abc} [C_{park}(\theta)]^{-1} i_s^{qd0} + [C_{park}(\theta)] L_{sr}^{abc} [C_{park}(\theta - \theta_r)]^{-1} i_r^{qd0} \quad \text{Ecu. 3.33}$$

Realizando unas modificaciones en la Ecu. 3.33 se tiene:

$$\lambda_s^{qd0} = \begin{bmatrix} L_{ls} + \frac{3}{2} L_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + \frac{3}{2} L_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} i_s^{qd0} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2} L_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} i_r^{qd0} \quad \text{Ecu. 3.34}$$

Ecuaciones de flujo del rotor:

$$\lambda_r^{qd0} = [C_{park}(\theta - \theta_r)] L_{rs}^{abc} [C_{park}(\theta)]^{-1} i_s^{qd0} + [C_{park}(\theta - \theta_r)] L_{rr}^{abc} [C_{park}(\theta - \theta_r)]^{-1} i_r^{qd0} \quad \text{Ecu. 3.35}$$

De las sustituciones se obtiene:

$$\lambda_r^{qd0} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2} L_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} i_s^{qd0} + \begin{bmatrix} L_{lr} + \frac{3}{2} L_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{lr} + \frac{3}{2} L_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} i_r^{qd0} \quad \text{Ecu. 3.36}$$

Flujos del motor con los parámetros del rotor referidos al estator:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{0s} \\ \lambda'_{qr} \\ \lambda'_{dr} \\ \lambda'_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_m & 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_m & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} + L_m & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L'_{lr} + L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L'_{lr} + L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qr} \\ i'_{dr} \\ i'_{0r} \end{bmatrix} \quad \text{Ecu. 3.37}$$

Siendo,  $L_m = \frac{3}{2} L_{sr}$

Par electromagnético en el sistema  $abc$ :

$$P_e = v_{as} \times i_{as} + v_{bs} \times i_{bs} + v_{cs} \times i_{cs} + v'_{ar} \times i'_{ar} + v'_{br} \times i'_{br} + v'_{cr} \times i'_{cr} \quad \text{Ecu. 3.38}$$

Par electromagnético en el sistema  $qd0$ :

$$P_e = \frac{3}{2} (v_{qs} \times i_{qs} + v_{ds} \times i_{ds} + v'_{qr} \times i'_{qr} + v'_{dr} \times i'_{dr}) \quad \text{Ecu. 3.39}$$

La energía convertida en trabajo mecánico de cada devanado entre la velocidad del rotor, está representada por la expresión  $(\omega \lambda i)$ , la cual debe agregarse al par electromagnético del motor como se observa en la Ecu. 3.40.

$$T_{em} = \frac{3P}{2\omega_r} [\omega (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) + (\omega - \omega_r) (\lambda'_{dr} i'_{qr} - \lambda'_{qr} i'_{dr})] \quad \text{Ecu. 3.40}$$

Par electromagnético en varias versiones:

$$T_{em} = \frac{3P}{2} (\lambda'_{qr} i'_{dr} - \lambda'_{dr} i'_{qr})$$

$$T_{em} = \frac{3P}{2} (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) \quad \text{Ecu. 3.41}$$

$$T_{em} = \frac{3P}{2} L_{ss} (i'_{dr} i_{qs} - i'_{qr} i_{ds}) \quad [Nm]$$

#### 3.5.4.2 Parámetros base y valores por unidad (PU)

Los parámetros del motor de inducción, se expresan en flujo por unidad de tiempo (flujo por segundo),  $\psi$ 's, y las inductancias en reactancias  $X$ 's. Con el fin de realizar esta conversión se utiliza la frecuencia base  $\omega_b$ .

$$X = \omega_b L \quad [H \text{ o pu}] \quad \text{Ecu. 3.42}$$

$$\psi = \omega_b \lambda \quad [V \text{ o pu}] \quad \text{Ecu. 3.43}$$

Donde:

$$\omega_b = 2\pi f_b \quad \text{Ecu. 3.44}$$

Entonces, se tiene que el voltaje del estator viene dado por:

$$\begin{aligned} V_{qs} &= \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{qs}}{dt} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + r_s \times i_{qs} \\ V_{ds} &= \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{ds}}{dt} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + r_s \times i_{ds} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.45}$$

$$V_{0s} = \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{0s}}{dt} + r_s \times i_{0s}$$

Y el voltaje del rotor por:

$$\begin{aligned} V_{qr} &= \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{qr}}{dt} + \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \psi'_{dr} + r'_r \times i'_{qr} \\ V_{dr} &= \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{dr}}{dt} + \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \psi'_{qr} + r'_r \times i'_{dr} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.46}$$

$$V_{0r} = \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi'_{0r}}{dt} + r'_r \times i'_{0r}$$

Par electromagnético:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi'_{ds} i'_{qs} - \psi'_{qs} i'_{ds}) \quad N.m \quad \text{Ecu. 3.47}$$

Usando como referencia el marco estacionario, la velocidad angular es  $\omega = 0$ , de tal manera, sustituyendo en la Ecu. 3.45, Ecu. 3.46 y Ecu. 3.47.

Voltaje en el estator:

$$\begin{aligned} V_{qs} &= \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{qs}}{dt} + r_s \times i_{qs} \\ V_{ds} &= \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{ds}}{dt} + r_s \times i_{ds} \\ V_{0s} &= \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{0s}}{dt} + r_s \times i_{0s} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.48}$$

Voltaje en el rotor:

$$V_{qr} = \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{qr}}{dt} - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_{dr} + r_r \times i_{qr}$$

$$V_{dr} = \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{dr}}{dt} - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi_{qr} + r_r \times i_{dr}$$

$$V_{0r} = \frac{1}{\omega_b} \frac{d\psi_{0r}}{dt} + r_r \times i_{0r}$$

**Ecu. 3.49**

### 3.6. Parámetros empleados para la simulación del motor de inducción

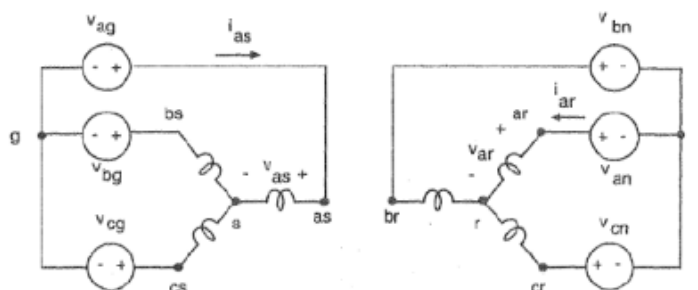
Con el uso de Matlab y su herramienta Simulink, se desarrolló la implementación de un motor de inducción trifásico con las siguientes características [17]:

**Tabla 3.2 Parámetros generales del motor de inducción trifásico**

Símbolo	Parámetro	Valor
$V_m$	Fuente de alimentación trifásica	120 V
$f_b$	Frecuencia	60 Hz
$P$	Número de polos	4 polos
$Ref$	Marco de referencia	estacionario $qd0$
$Conexión$	Conexión de devanados	Y-Y

Conexión:

De acuerdo a la Figura 3.9, la alimentación se realiza por el devanado del estator, a su vez, como se presenta un sistema simétrico, no hay en él corrientes de fuga, es decir, corrientes que vayan por el cable de neutro.



**Figura 3.9 Conexión de los devanados del estator y el rotor [18]**

Es así como relacionando cada uno de los elementos del motor de inducción, se tienen los siguientes voltajes en el estator [17]:

$$\begin{aligned} V_{ag} &= V_{as} = V_m \cos(\omega_b t) [V] \\ V_{bg} &= V_{bs} = V_m \cos\left(\omega_b t - \frac{2\pi}{3}\right) [V] \\ V_{cg} &= V_{cs} = V_m \cos\left(\omega_b t + \frac{2\pi}{3}\right) [V] \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.50}$$

En el sistema coordenado  $qd0$  estacionario, los voltajes son:

$$\begin{aligned} V_{qs} &= \frac{2}{3}V_{ag} - \frac{1}{3}V_{bg} - \frac{1}{3}V_{cg} \\ V_{ds} &= -\frac{1}{\sqrt{3}}V_{bg} + \frac{1}{\sqrt{3}}V_{cg} \\ V_{0s} &= \frac{1}{3}(V_{ag} + V_{bg} + V_{cg}) \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.51}$$

Los voltajes presentes en el rotor son iguales a cero, ya que es un motor de inducción del tipo jaula de ardilla y los devanados equivalentes del rotor están cortocircuitados.

Con respecto a las inductancias, se cambian a reactancias y se realizan las siguientes relaciones de flujos del motor de inducción:

$$\begin{aligned} \psi_{mq} &= X_m(i_{qs} + i_{qr}) \\ \psi_{md} &= X_m(i_{ds} + i_{dr}) \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.52}$$

$$\begin{aligned} \psi_{qs} &= X_{ls}i_{qs} + \psi_{mq} \\ \psi_{ds} &= X_{ls}i_{ds} + \psi_{md} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.53}$$

$$\begin{aligned} \psi_{0s} &= X_{ls}i_{0s} \\ \psi_{qr} &= X_{lr}i_{qr} + \psi_{mq} \\ \psi_{dr} &= X_{lr}i_{dr} + \psi_{md} \\ \psi_{0r} &= X_{lr}i_{0r} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.54}$$

Donde:

$X_{ls}$ : reactancias de dispersión del estator

$X_{lr}$ : reactancias de dispersión del rotor

Corrientes del motor de inducción coordenadas  $qd$ :

$$\begin{aligned} i_{qs} &= \frac{\psi_{qs} - \psi_{mq}}{X_{ls}} \\ i_{ds} &= \frac{\psi_{ds} - \psi_{md}}{X_{ls}} \\ i_{qr} &= \frac{\psi_{qr} - \psi_{mq}}{X_{lr}} \\ i_{dr} &= \frac{\psi_{dr} - \psi_{md}}{X_{lr}} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.55}$$

La descripción dinámica del motor viene dada a partir de la Ecu. 3.48 y Ecu. 3.49 se despejan los flujos y de allí se reemplazan en la Ecu. 3.55 resultando:

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{qs}}{dt} &= -\frac{\omega_b \times r_s}{X_{ls}} \psi_{qs} + \frac{\omega_b \times r_s}{X_{ls}} \psi_{mq} + \omega_b \times V_{qs} \\ \frac{d\psi_{ds}}{dt} &= -\frac{\omega_b \times r_s}{X_{ls}} \psi_{ds} + \frac{\omega_b \times r_s}{X_{ls}} \psi_{md} + \omega_b \times V_{ds} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.56}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi_{qr}}{dt} &= -\frac{\omega_b \times r_r}{X_{lr}} \psi_{qr} + \omega_b \left( \frac{\omega_r}{\omega_b} \right) \psi_{dr} + \frac{\omega_b \times r_r}{X_{lr}} \psi_{mq} \\ \frac{d\psi_{dr}}{dt} &= -\frac{\omega_b \times r_r}{X_{lr}} \psi_{dr} + \omega_b \left( \frac{\omega_r}{\omega_b} \right) \psi_{qr} + \frac{\omega_b \times r_r}{X_{lr}} \psi_{md} \end{aligned} \quad \text{Ecu. 3.57}$$

$$\frac{di_{0s}}{dt} = -\frac{\omega_b \times r_s}{X_{lr}} i_{0s} + \frac{\omega_b}{X_{ls}} V_{os}$$

Donde:

$$\psi_{mq} = X_M \left( \frac{\psi_{qs}}{X_{ls}} + \frac{\psi_{qr}}{X_{lr}} \right) \quad \text{Ecu. 3.58}$$

$$\psi_{md} = X_M \left( \frac{\psi_{ds}}{X_{ls}} + \frac{\psi_{dr}}{X_{lr}} \right) \quad \text{Ecu. 3.59}$$

$$\frac{1}{X_M} = \frac{1}{X_m} + \frac{1}{X_{ls}} + \frac{1}{X_{lr}} \quad \text{Ecu. 3.60}$$

Para determinar el par electromagnético del motor de inducción a simular, se requiere de una expresión donde incluya la velocidad del rotor, motivado a esto se emplea la ecuación de inercia del torque determinada por la dinámica del torque, Ecu. 3.61 [17].

$$J \frac{d\omega_b}{dt} = T_{em} + T_L - T_{roce} \quad \text{Ecu. 3.61}$$

Donde:

***J***: momento de inercia

***T<sub>L</sub>***: par mecánico, que será negativo

***T<sub>roce</sub>***: pérdidas por rozamientos mecánicos.

***ω<sub>rm</sub>***: velocidad de salida del motor, dependiente del número de polos del motor.

Para expresar la velocidad en valores por unidad (PU), la velocidad del rotor se debe expresar

$\frac{\omega_r}{\omega_b}$ , entonces conociendo las siguientes ecuaciones:

$$\omega_{bm} = \frac{2}{P} \omega_b \quad \text{Ecu. 3.62}$$

Despejando  $\omega_b$  de la Ecu. 3.62, se obtiene:

$$\omega_b = \frac{P \omega_{bm}}{2} \quad \text{Ecu. 3.63}$$

Sustituyendo la Ecu. 3.63 en la Ecu. 3.61:

$$J \frac{d\omega_{rm}}{dt} = T_{em} + T_L - T_{roce} \quad \text{Ecu. 3.64}$$

Para expresar el valor del torque en PU, se hace uso de la Ecu. 3.65.

$$T_b = \frac{S_b}{\omega_{bm}} \quad \text{Ecu. 3.65}$$

Donde:

***S<sub>b</sub>***: potencia base del motor

***ω<sub>bm</sub>***: velocidad base de una máquina para un determinado número de polos

Sustituyendo Ecu. 3.63, Ecu. 3.64 y Ecu. 3.61, se halla la velocidad en valores por unidad (PU):

$$\frac{2J\omega_{bm}P}{2} \frac{d(\omega_r/\omega_b)}{dt} = T_{em} + T_L - T_{roce}$$

$$\frac{J\omega_{bm}P}{S_b} \frac{d(\omega_r/\omega_b)}{dt} = T_{em} + T_L - T_{roce} \quad \text{Ecu. 3.66}$$

$$\frac{d(\omega_r/\omega_b)}{dt} = \frac{1}{2H} T_{em} + T_L - T_{roce}$$

Donde:

***H: energía cinética de la masa giratoria en velocidad base con relación a la potencia***

$$H = \frac{J\omega_{bm}^2}{2S_b} = \frac{J\omega_b^2}{2S_b} \frac{4}{P^2} \quad \text{Ecu. 3.67}$$

El motor de inducción empleado para la simulación posee las características mostradas en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3 Motor de inducción trifásico de 1 HP y 4 polos

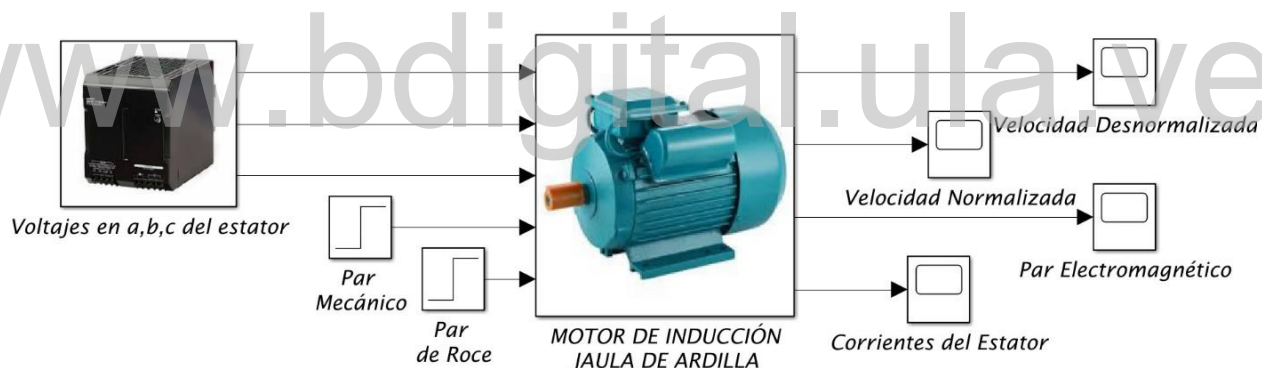
Descripción	Variable	Valor	Unidad
<i>Voltaje de línea</i>	$V_L$	208	V
<i>Potencia base</i>	$S_b$	750	VA
<i>Velocidad nominal</i>	$\eta$	1800	rpm
<i>Polos de la máquina</i>	$P$	4	polos
<i>Factor de potencia</i>	$f_p$	0,8	-
<i>Frecuencia base</i>	$f_b$	60	Hz
<i>Resistencia del estator</i>	$r_s$	3,35	$\Omega$
<i>Resistencia del rotor</i>	$r_r$	1,99	$\Omega$
<i>Inductancia del estator</i>	$L_s$	$6,94 \times 10^{-3}$	H
<i>Inductancia del rotor</i>	$L_r$	$6,94 \times 10^{-3}$	H
<i>Inductancia mútua</i>	$L_m$	0,164	$\Omega$
<i>Inercia del rotor</i>	$J$	0,1	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$

### 3.7. Modelado de motor trifásico de tipo jaula de ardilla en Simulink

MATLAB, es una plataforma que permite desarrollar algoritmos y crear modelos a través de la programación y el cálculo numérico en lenguaje C, el cual, posee herramientas de gran ayuda para la simulación de modelos, una de las más usadas es Simulink. Con el uso de esta herramienta, se hizo el desarrollo de la implementación del motor de inducción trifásico de 1 HP a través del modelo matemático que lo caracteriza, se puede ver en la Figura 3.10.

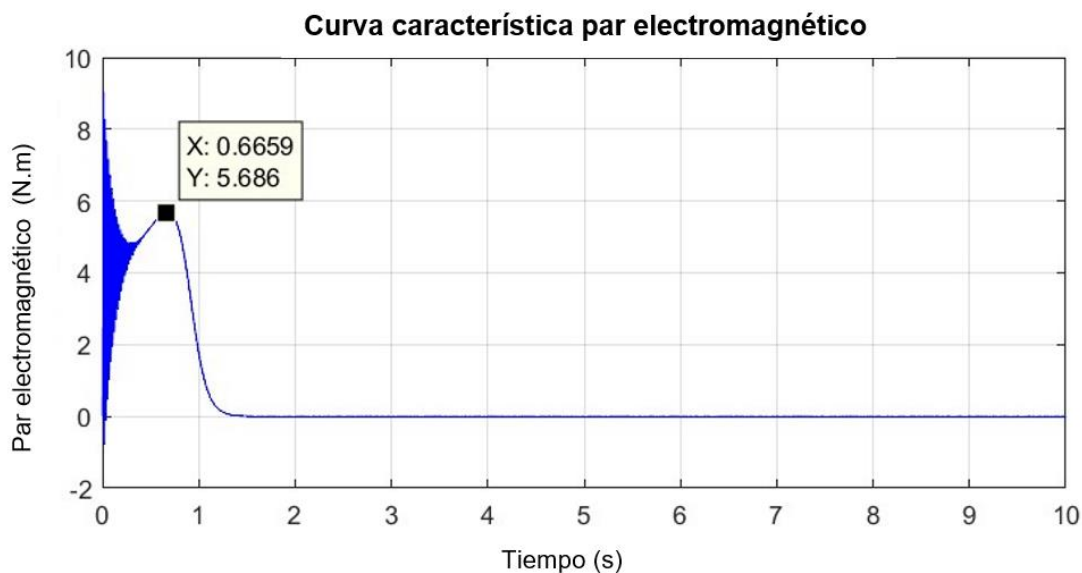
Para validar el modelo del motor, se comienza con el mismo arrancando sin carga ( $T_{mec} = 0 \text{ N.m}$ ), la respuesta se puede observar en la Figura 3.11, Figura 3.12 y Figura 3.13.

En la Figura 3.11 Curva característica par electromagnético se representa el comportamiento del par electromagnético del motor, donde su punto máximo tiene un valor de  $5,686 \text{ N.m}$ , es decir cuando el motor ya arrancó, esto ocurre en  $t = 0,66 \text{ s}$  y luego decae hasta llegar a  $0 \text{ N.m}$  cuando el motor llega a su régimen permanente.

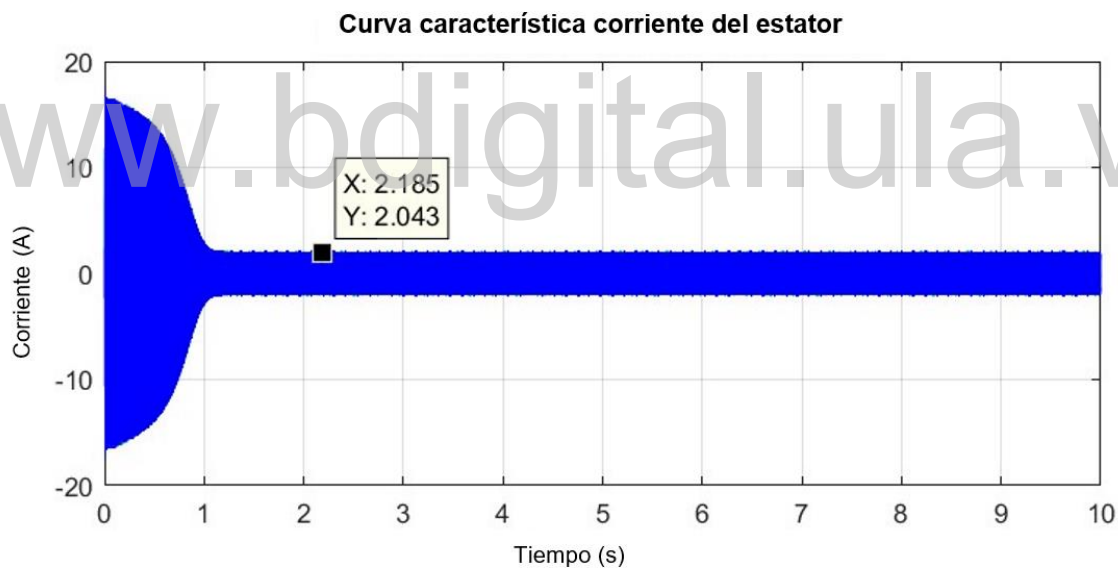


**Figura 3.10 Modelado en Simulink de un motor de inducción trifásico del tipo jaula de ardilla de 1 HP**

La Figura 3.12, muestra la corriente del estator en vacío, donde su valor es de aproximadamente  $2 \text{ A}$  cuando está en régimen permanente y su corriente de arranque es de  $15 \text{ A}$ , por tanto, se le puede colocar una protección de  $20 \text{ A}$  a la máquina.



**Figura 3.11 Curva característica par electromagnético**



**Figura 3.12 Curva corriente del estator**

La Figura 3.13, caracteriza la velocidad del motor cuya curva alcanza los 1800 *rpm* en  $t = 1,32$  s, y se mantiene constante, es decir, llega a su velocidad de sincronismo  $\eta_s = 1800$  *rpm*, lo cual indica que la máquina posee las características establecidas en el modelo.

La curva de par vs. velocidad se encuentra en la Figura 3.14, donde se ve que el torque máximo es de  $5,66 \text{ N.m}$  cuando la máquina tiene  $1277 \text{ rpm}$  hasta que el par llega a  $0 \text{ N.m}$  y alcanza los  $1800 \text{ rpm}$ .

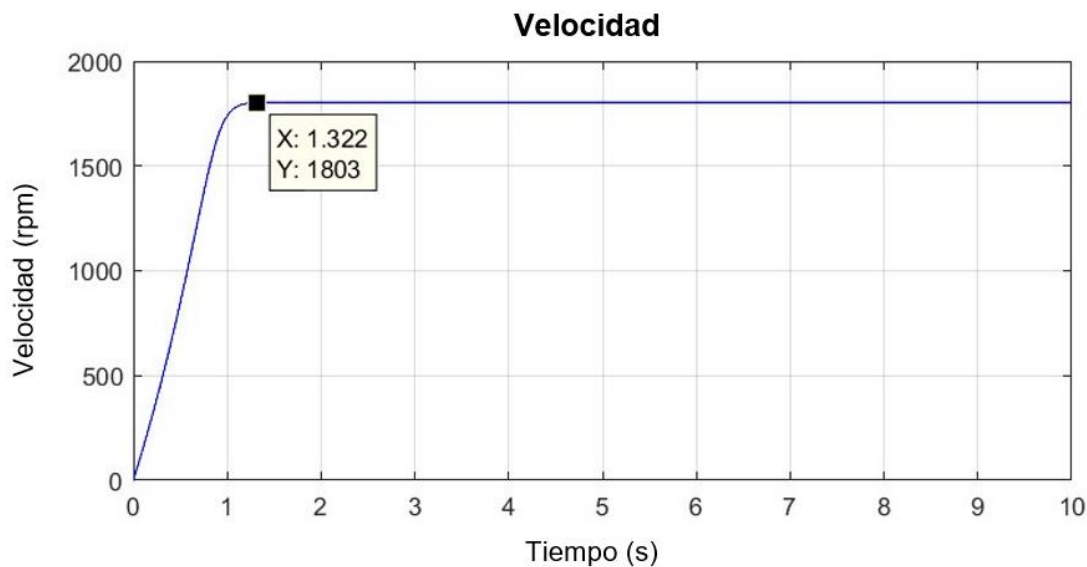


Figura 3.13 Curva velocidad del motor de inducción trifásico

Curva característica par vs velocidad

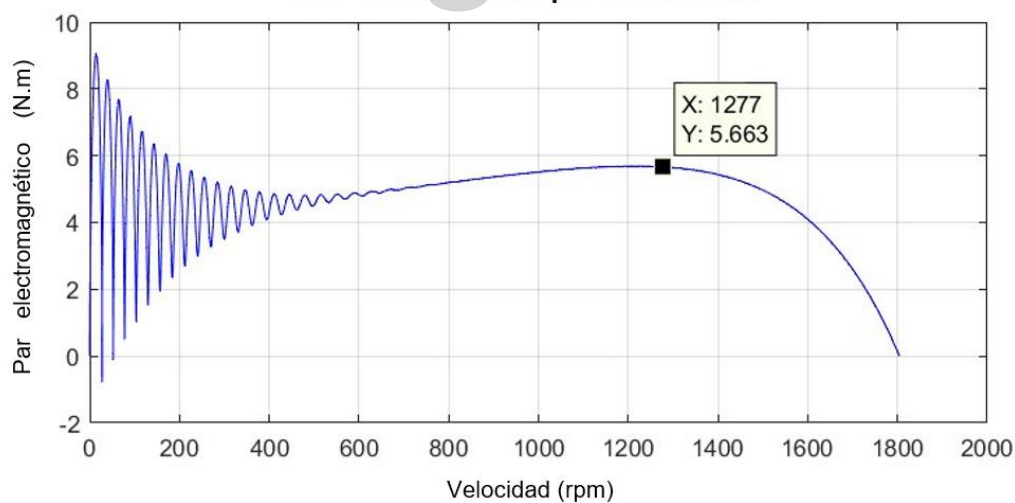


Figura 3.14 Curva característica par vs velocidad

### 3.7.1. Motor trifásico a plena carga

Cuando se le aplica la carga máxima, que en simulación es de  $3,88 \text{ N.m}$ , igualmente su corriente de arranque es de  $15 \text{ A}$  cómo se observa en la Figura 3.16, aunque tarda un poco más en arrancar,

en aproximadamente  $t = 9,5 \text{ s}$  logra hacerlo y establece una corriente en el estator de  $5,6 \text{ A}$ , en comparación a la máquina en vacío esta aumenta, alcanza una velocidad de  $1614 \text{ rpm}$ , lo que muestra que el motor reduce su velocidad, es decir, no llega a su velocidad sincrónica, esto se encuentra en la Figura 3.17 y su par máximo es de  $5,7 \text{ N.m}$  Figura 3.15.

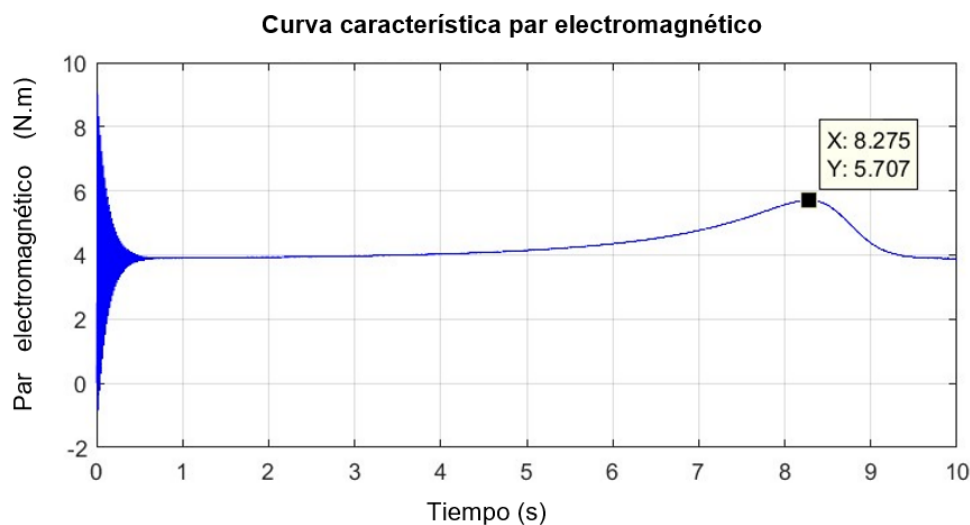


Figura 3.15 Par electromagnético motor a plena carga  $3,88 \text{ N.m}$

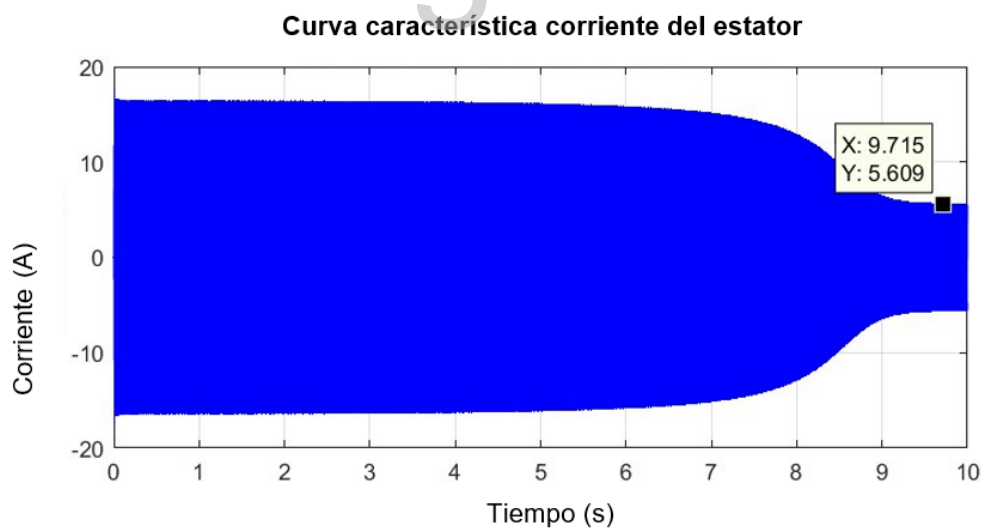
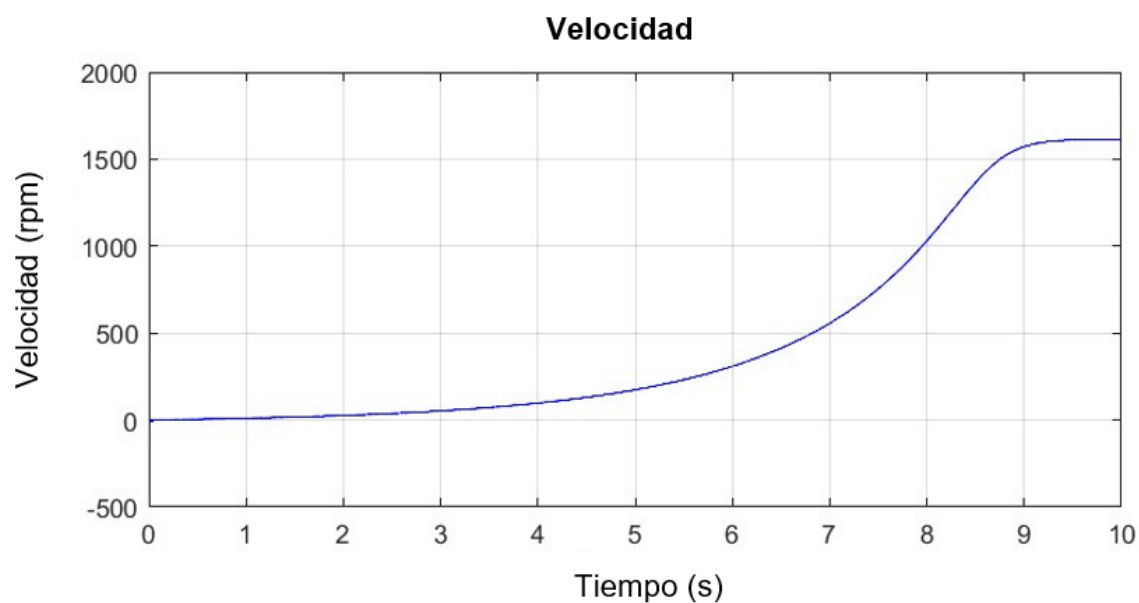


Figura 3.16 Corriente del estator motor a plena carga



**Figura 3.17 Velocidad del motor a plena carga**

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

# CAPITULO 4. CONTROL DE MOTORES

A través del capítulo 4, se conocen los conceptos empleados del control de motores, partiendo de las técnicas básicas para controlar la velocidad de los mismos, hasta el desarrollo del control vectorial por campo orientado, extendiendo su definición hasta el control vectorial indirecto, los parámetros y ecuaciones que lo componen incluyendo el debilitamiento del campo.

Para realizar el control de la velocidad de un motor, se requiere de la variación de la velocidad manteniendo el torque constante. A su vez, para la regulación de velocidad es necesario mantener la velocidad constante y variar el torque.

Existen dos técnicas para controlar la velocidad de un motor de inducción:

1. Variación de la velocidad sincrónica
2. Variación del deslizamiento del motor para una carga dada [20]

## 4.1. Técnicas para controlar la velocidad de un motor de inducción

### 4.1.1. Variación de la velocidad sincrónica

La velocidad sincrónica, viene dado por la expresión:

$$\eta_{sinc} = \frac{120 \times f_e}{P} \quad (\text{Ecu. 3.1})$$

Donde:

*f<sub>e</sub>*: frecuencia del sistema [Hz]

*P*: número de polos de la máquina

En este caso, para variar la velocidad del motor se realiza cambiando la frecuencia eléctrica o el número de polos de la máquina.

#### *4.1.1.1 Cambiando la frecuencia eléctrica*

Al variar la frecuencia eléctrica, la velocidad sincrónica, cambia de manera proporcional directa al cambio de dicha frecuencia, y se observa que el punto de vacío sobre la curva característica par vs. velocidad cambia también.

Con este tipo de control, se logra ajustar la velocidad del motor por encima o por debajo de la velocidad base, la cual es la velocidad sincrónica en condiciones nominales del motor. En caso de que la frecuencia eléctrica aplicada al motor supere la frecuencia nominal del mismo, el voltaje del estator se mantiene constante en el valor nominal. Mientras la frecuencia sea mayor que la velocidad base, el flujo resultante y el flujo máximo es menor.

#### *4.1.1.2 Cambiando el número de polos*

El número de polos de los devanados estáticos de un motor de una inducción, cambia en relación 2:1 con hacer cambio de conexión de las bobinas. Los motores polifásicos de jaula de ardilla, y monofásicos se les conoce como motores de inducción de velocidad múltiple. Los devanados estáticos de motores diseñados para la variación de polos a través de la conmutación manual y/o automática, se conectan en combinación serie – paralelo.

El método de control de motores de cambio de número de polos, ayuda a producir velocidades de 600, 900, 1200 o 1800 rpm, para motores de inducción cuya velocidad varía del 2 al 8% desde vacío a plena carga.

#### *4.1.1.3 Variando el deslizamiento:*

Para lograr un control por medio de este método, se puede variar la resistencia del rotor o el voltaje en los terminales del motor.

#### *4.1.1.4 Variando la resistencia del rotor*

Al variar la resistencia secundaria del rotor se puede hacer un control de velocidad que se le conoce también como control del deslizamiento. Este método presenta la ventaja de lograr variar la velocidad por debajo de la velocidad sincrónica, es simple de utilizar, bajo costo para reguladores manuales y automáticos. Y de desventajas, presenta un bajo rendimiento por las pérdidas de la resistencia del rotor y la baja regulación de velocidad.

#### 4.1.1.5 Variando el voltaje en los terminales del motor

Es usado mayormente para motores monofásicos pequeños como los de ventilación ya que, para motores polifásicos, el par máximo a la mitad del voltaje nominal es un cuarto de este valor. Es decir, que para que el método funcione el par de carga debe disminuirse a medida que el voltaje y la velocidad del estator se reduce [20].

## 4.2. Control Vectorial del motor de inducción

Para el control vectorial se ha introducido la teoría del control de campo orientado FOC (*Field Oriented Control*) y el control directo del par o DTC (*Direct Torque Control*).

El control vectorial por campo orientado (FOC), se basa en la aplicación de la técnica de control de motores de corriente continua a motores de inducción. Debido a que los motores de inducción no poseen dos bobinados desacoplados, por medio de esta técnica se logra un control independiente del flujo y del par, ya que transforma el modelo no lineal del motor a un modelo referido a dos ejes ortogonales (desfasados  $90^\circ$  entre sí), los cuales son el eje  $q$  y el  $d$ , de manera tal de que el control de flujo se logra regulando la componente de la corriente de eje directo  $d$  y el control del par se logra regulando la corriente asociada al eje de cuadratura  $q$ . El vector del flujo del rotor debe estar referido sobre el eje real, para lograr que la componente en el sistema coordenado trifásico  $a, b$  y  $c$  sea igual al valor total del mismo y que la componente del eje  $q$  sea 0. Y finalmente, para obtener una ecuación equivalente al motor de corriente continua el flujo debe ser constante de manera que el par sea proporcional a la variación de la corriente en el eje  $q$  [18].

### 4.2.1. Control vectorial directo

El control vectorial directo, se emplea desde la medición directa del módulo y de la posición del vector espacial de flujo que se escoja como referencia.

Las ecuaciones de estado de la máquina, que son no lineales y dependientes del tiempo, se transforman en lineales e independientes del tiempo. En este tipo de controlador sólo se incluyen en las ecuaciones de linealización los términos no lineales y dependientes del tiempo de las ecuaciones de estado de las variables eléctricas de la máquina, considerándose la velocidad mecánica como un parámetro [20]. En la Figura 4.1 se detalla el esquema de un controlador

directo por FOC, que se encuentra constituido por dos controladores para el par y el flujo, una etapa en la cual se estima el flujo a través de los voltajes y corrientes del rotor o se mide por sensores de efecto Hall el flujo de entrehierro, y de esta forma se obtiene el vector de corriente que va al inversor, para lograr controlar la velocidad.

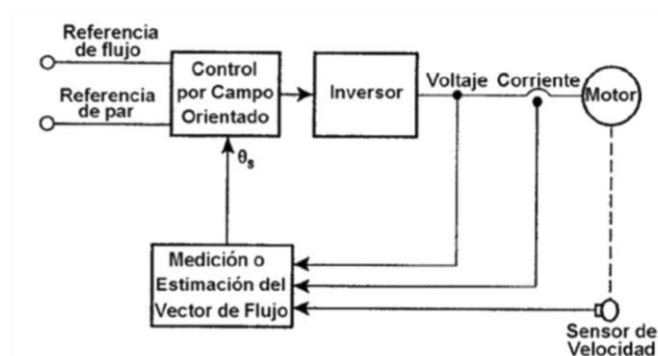


Figura 4.1 Diagrama de construcción de controlador vectorial directo por FOC. Extraído de [20]

#### 4.2.2. Control vectorial indirecto

En este tipo de controlador, tanto el flujo de rotor como el par son controlados en bucle abierto, existiendo así un bucle de control en lazo cerrado para la velocidad de giro de la máquina. No es necesario estimar el vector de flujo de rotor. En este caso, se estima sólo la posición de dicho vector, esto se logra integrando su velocidad de giro, que se calcula a partir de la velocidad del rotor y la de deslizamiento. En la Figura 4.2 se tiene el esquema de control vectorial indirecto, en donde el flujo es calculado a través de la medición de velocidad del rotor y los valores de referencia del flujo y par [20].

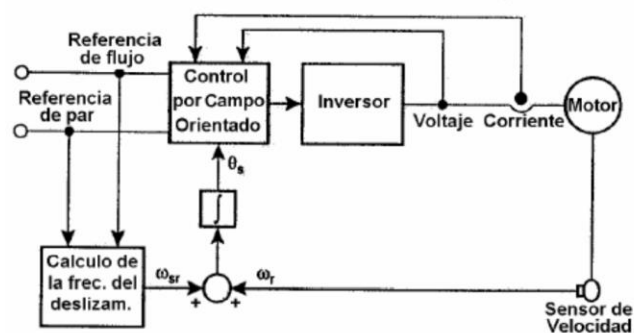


Figura 4.2 Diagrama de construcción de controlador vectorial indirecto por FOC. Extraído de [20]

Al seleccionar el marco de referencia giratorio  $qd0$ , donde el eje  $d$  está alineado con el campo del rotor, la componente  $q$  del campo del rotor,  $\lambda'_{qr}$ , en la selección del marco de referencia podría ser cero, como en la Ecu. 4.1.

$$\lambda'_{qr} = L_m i'_{qs} + L'_r i'_{qr} = 0 \quad [Wb.vuelta] \quad \text{Ecu. 4.1}$$

Despejando  $i'_{qr}$ :

$$i'_{qr} = -\frac{L_m}{L'_r} i'_{qs} \quad [A] \quad \text{Ecu. 4.2}$$

Donde:

$$L'_r = L_m + L_r \quad \text{Ecu. 4.3}$$

Sustituyendo la Ecu. 3.41 de par electromagnético del capítulo 3, en la Ecu. 4.1, se deduce la ecuación del par como en la Ecu. 4.4.

$$T_{em} = \frac{3P}{2} \lambda'_{qr} i'_{qr} \quad [N.m] \quad \text{Ecu. 4.4}$$

Y a su vez, sustituyendo la Ecu. 4.2, en la Ecu. 4.4 se encuentra:

$$T_{em} = \frac{3P}{2} \frac{L_m}{L'_r} \lambda'_{qr} i'_{qs} \quad [N.m] \quad \text{Ecu. 4.5}$$

El voltaje en el rotor del eje  $q$  en el sistema de referencia de sincronismo, teniendo  $\lambda'_{qr} = 0$  sería:

$$V'_{qr} = r'_r i'_{qr} + p \lambda'_{qr} + (\omega_e - \omega_r) \lambda'_{dr} \quad \text{Ecu. 4.6}$$

En el motor jaula de ardilla, los voltajes del rotor son igual a cero ( $V'_{qr} = 0$ ), de tal manera despejando el deslizamiento de la Ecu. 4.6, se tiene:

$$\omega_e - \omega_r = -\frac{r'_r i'_{qr}}{\lambda'_{dr}} \quad \text{Ecu. 4.7}$$

El voltaje del rotor en el eje  $d$ , se define por la Ecu. 4.8:

$$V'_{dr} = r'_r i'_{dr} + p \lambda'_{dr} - (\omega_e - \omega_r) \lambda'_{qr} \quad \text{Ecu. 4.8}$$

Definiendo  $\lambda'_{dr}$ , como  $\frac{d\lambda'_{dr}}{dt} = 0$ , de la Ecu. 4.8, se determina que  $i'_{dr} = 0$  y el flujo en sincronismo es:

$$\lambda'_{dr} = L_m i'_{ds} + L'_r i'_{dr} \quad \text{Ecu. 4.9}$$

Si  $i'_{dr} = 0$ , entonces:

$$\lambda'_{dr} = L_m i'_{ds} \quad \text{Ecu. 4.10}$$

De este modo, el deslizamiento (Ecu. 4.7) en función de las corrientes del estator, se sustituyen la Ecu. 4.2 y Ecu. 4.10, deduciéndose:

$$\omega_{des} = \omega_2^* = \omega_e - \omega_r = \frac{r'_r i'_{qs}}{L_r i'_{ds}} \quad [\text{elec. rad/s}] \quad \text{Ecu. 4.11}$$

Teniendo la orientación de campo adecuada, la dinámica de  $\lambda'_{dr}$  queda restringida en eje  $d$  y se obtiene a través de la constante del tiempo del rotor:

$$\lambda'_{dr} = L_m i'_{ds} + L'_r i'_{dr} \quad \text{Ecu. 4.12}$$

Es por ello que, para la corriente en el eje  $d$  del rotor se emplea la Ecu. 4.13

$$i'_{dr} = \frac{\lambda'_{dr} - L_m i'_{ds}}{L'_r} \quad \text{Ecu. 4.13}$$

Para el flujo, con uso de la Ecu. 4.8 en la Ecu. 4.13 y conociendo que  $\lambda'_{dr} = 0$ ,  $V'_{dr} = 0$ , se encuentra  $\lambda'_{dr}$ .

$$\lambda'_{dr} = \frac{r'_r L_m}{r'_r + L'_r} \quad [\text{Wb. vuelta}] \quad \text{Ecu. 4.14}$$

La orientación por campo indirecto es la alternativa empleada para el control de la velocidad de motores que se basa en obtener a partir de la posición o de la velocidad del rotor y de las referencias de corriente proporcionadas por el control dicho estado controlado de la velocidad del motor. Este método puede observarse en la Figura 4.3 donde se tiene que el torque es controlado por la regulación de  $i'_{dr}$  y la velocidad de deslizamiento  $\omega_e$ , y el flujo del rotor es regulado por medio de la corriente  $i'_{qs}$ . Al satisfacerse la Ecu. 4.15, Ecu. 4.11 y la Ecu. 4.4, se desacoplan las ecuaciones de voltaje del rotor. Para obtener la orientación del campo se define

el ángulo  $\rho$  que es la suma del ángulo del rotor  $\theta_r$  y el ángulo que se obtiene al integrar la velocidad de deslizamiento  $\theta_{des}$ .

$$\rho = \theta_r + \theta_{des} = \theta_r + \theta_2 \quad \text{Ecu. 4.15}$$

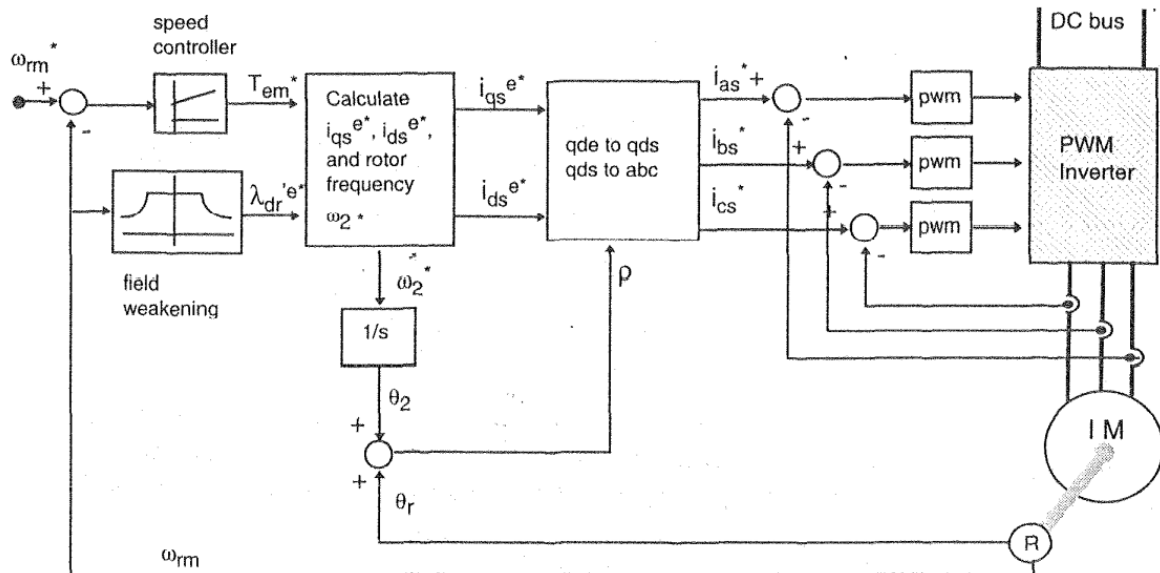


Figura 4.3 Control de campo indirecto de un motor de inducción con inversor PWM regulado por corriente. Extraído de [21]

Cuando la salida ortogonal de la forma  $\cos(\theta_r)$  y  $\sin(\theta_r)$  están disponibles desde el eje conversión, los valores de  $\cos(\rho)$  y  $\sin(\rho)$  surgen de la Ecu. 4.16 y Ecu. 4.17.

$$\cos \rho = \cos(\theta_r + \theta_2) \quad \text{Ecu. 4.16}$$

$$\sin \rho = \sin(\theta_r + \theta_2) \quad \text{Ecu. 4.17}$$

Para transformar las corrientes bifásicas síncronas de referencias a coordenadas  $abc$  se debe cambiar primero desde  $qds$  a  $qds$ . Esto se hace por medio de las corrientes  $i_{qs}^{e*}$  e  $i_{ds}^{e*}$ .

$$i_{qs}^{s*} = i_{qs}^{e*} \cos \rho + i_{ds}^{e*} \sin \rho$$

$$i_{ds}^{s*} = -i_{qs}^{e*} \sin \rho + i_{ds}^{e*} \cos \rho \quad \text{Ecu. 4.18}$$

$$i_{as}^* = i_{qs}^{s*}$$

$$i_{bs}^* = -\frac{1}{2} i_{qs}^{s*} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_{ds}^{s*} \quad \text{Ecu. 4.19}$$

$$i_{cs}^* = -\frac{1}{2}i_{qs}^* + \frac{\sqrt{3}}{2}i_{ds}^*$$

Las corrientes medidas del estator en  $abc$  son primero transformadas a corrientes  $qd$  estacionarias, usando la Ecu. 4.20:

$$i_{qs}^s = \frac{2}{3}i_{as} - \frac{1}{3}i_{bs} - \frac{1}{3}i_{cs}$$

$$i_{ds}^s = \frac{1}{\sqrt{3}}(i_{cs} - i_{bs}) \quad \text{Ecu. 4.20}$$

Y en función de par se tiene la Ecu. 4.21.

$$i_{qs} = \frac{4 T_{em} L_{r'}}{3 P L_m \lambda_{dr}}$$

$$i_{ds} = \frac{(L_r + L_m) \frac{d\lambda_{dr}}{dt} + r_r \times T_{em}}{r_r \times L_m} \quad \text{Ecu. 4.21}$$

Partiendo de la Ecu. 4.22, y despejando la variable  $i_{ds}^{e*}$ :

$$\lambda_{dr}^* = \frac{r_r' L_m}{r_r' + L_r' p} \quad \text{Ecu. 4.22}$$

Siendo  $p$  el siguiente operador:

$$p = \frac{d}{dt}$$

$$i_{ds}^{e*} = \frac{\frac{d\lambda_{dr}^*}{dt} L_r' + \lambda_{dr}^* r_r'}{r_r' \times L_m} \quad \text{Ecu. 4.23}$$

### 4.2.3. Debilitamiento de campo

El valor del flujo  $\lambda_{dr}^e$ , depende de la velocidad del rotor, lo cual permite que el motor pueda funcionar bien sea por arriba o por debajo de la velocidad base. Aproximadamente hasta 4 veces su valor base, el motor puede exceder esa velocidad, pero se debe tener en cuenta zonas que dependen del flujo, la carga nominal, la potencia nominal y la velocidad nominal. Estas zonas pueden observarse en la Figura 4.4, las cuales son:

- Zona de potencia constante

- Zona de potencia \*velocidad constante: el par nominal se comporta como una fuente inversa del cuadrado de la velocidad.
- Zona de par constante: existe porque el par nominal se comporta como una función inversa de la velocidad.

El debilitamiento del campo se realiza con el fin de limitar el flujo cuando la velocidad sobrepasa la velocidad base, ya que, sin este, se produce la saturación del núcleo del motor y así resulta imposible que la velocidad en el eje alcance a su valor de referencia, adicionalmente sobrepasaría su limitación de potencia y esto implicaría la actuación de las protecciones. [18]

#### 4.2.3.1 Funcionamiento de la tabla de debilitamiento del campo

Cuando el motor está operando a plena carga, se puede hallar el flujo de referencia para velocidad nominal. Es así, que para localizar el punto de cruce entre la curva de par nominal y par máximo se hace por medio de los parámetros del circuito equivalente del motor, en la Figura 4.5 se puede apreciar el mismo.

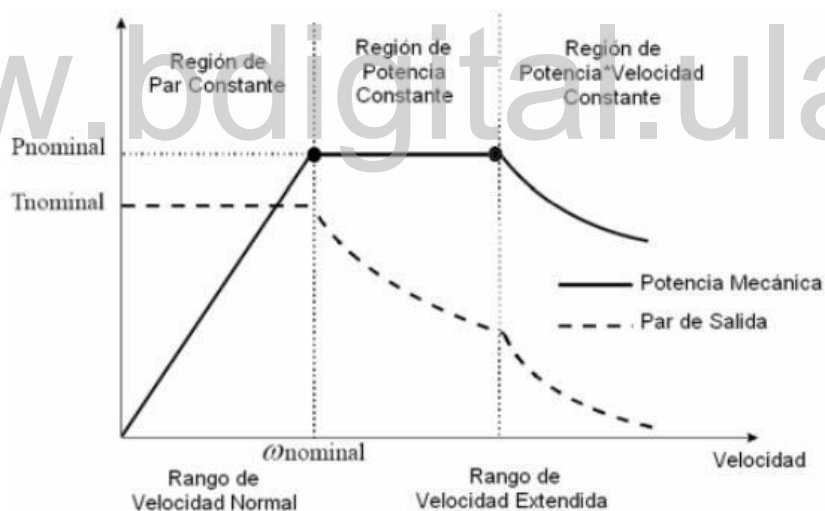


Figura 4.4 Zonas de operación de debilitamiento del campo. Extraído de [15]

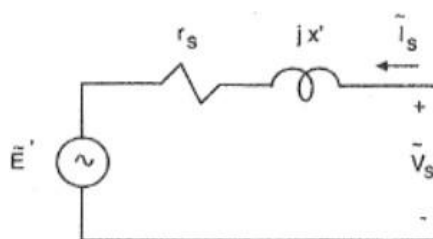


Figura 4.5 Circuito equivalente de un motor de inducción. Extraído de [17]

Para hallar la resistencia del rotor para máximo torque cuando la velocidad de deslizamiento es igual a 1, se hace a través de la Ecu. 4.24.

$$r'_r = \sqrt{r_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2} \quad \text{Ecu. 4.24}$$

El voltaje de Thévenin, viene dado por Ecu. 4.25.

$$V_{th} = \frac{jX_m}{r_x + j(X_s + X_m)} v_{as} \quad \text{Ecu. 4.25}$$

La impedancia equivalente de Thévenin, por la Ecu. 4.26 es:

$$Z_{th} = \frac{jX_m}{r_x + j(X_s + X_m)} \quad \text{Ecu. 4.26}$$

Donde:

$$X_{th} = \text{ima}(Z_{th})$$

$$r_{th} = \text{real}(Z_{th})$$

Para el torque electromagnético dependiente del equivalente de Thévenin, se encuentra la Ecu. 4.27.

$$T_{em} = \frac{3P}{2\omega_e} \frac{r'_r}{\omega_{des}} \frac{V_{th}^2}{\left(r_{th} + \frac{r'_r}{\omega_{des}}\right)^2 + (X_{th} + X'_r)^2} \quad \text{Ecu. 4.27}$$

El máximo torque, es:

$$T_{em}^{max} = \frac{3P}{4\omega_e} \frac{V_{th}^2}{r_{th} + \sqrt{r_{th}^2 + (X_{th} + X'_r)^2}} v_{as} \quad \text{Ecu. 4.28}$$

La impedancia de entrada del estator, proviene de la Ecu. 4.29

$$Z_{in} = r_s + jX_{ls} + jX_m \frac{\left(\frac{r'_r}{\omega_{des}} + jX'_{lr}\right)}{\frac{r'_r}{\omega_{des}} + j(X'_{lr} + X_m)} \quad \text{Ecu. 4.29}$$

Con la Ecu. 4.30, se determina la corriente de entrada del estator.

$$i_{as} = \frac{v_{as}}{Z_{in}} \quad \text{Ecu. 4.30}$$

La potencia compleja, se halla con la Ecu. 4.31.

$$S_{in} = 3v_{as}i_{as}^* \quad \text{Ecu. 4.31}$$

Los parámetros de flujo de referencia para el rango de velocidad extendida, se hace teniendo en cuenta las regiones de potencia constante y potencia\*velocidad constante de la curva de debilitamiento, por lo tanto:

El flujo del rotor de referencia  $\lambda_{dr}^e$ , se calcula usando la Ecu. 4.32.

$$\lambda_{dr}^e = \left( \frac{\text{real}(E') \frac{X_r}{X_m}}{\omega_e} \right) \left( \frac{1}{\omega_{bm}} \right) \quad \text{Ecu. 4.32}$$

Donde:

$E'$ : *voltaje presente en la reactancia transitoria del estator*

Dicho voltaje viene dado por la Ecu. 4.33.

$$E' = v_{as} - j(r_s - jX') I_{as0} \quad \text{Ecu. 4.33}$$

La reactancia transitoria del estator, se halla con la siguiente expresión:

$$X' = X_s - \frac{X_m^2}{X_r} \quad \text{Ecu. 4.34}$$

Y la corriente de la fase  $a$ , se define por:

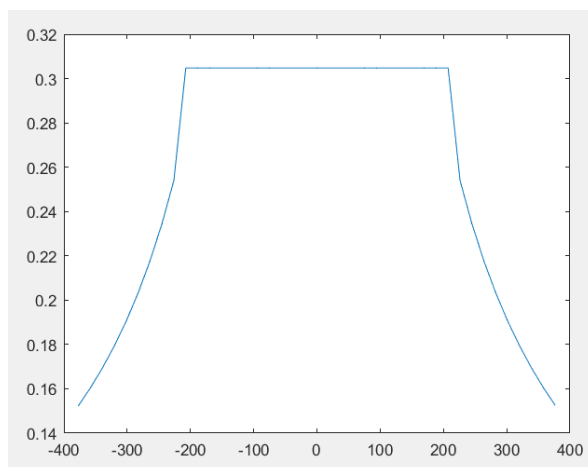
$$i_{as} = v_{as} r_s + j(XL_s + X_m) \quad \text{Ecu. 4.35}$$

Donde:

$v_{as}$ : *voltaje del fasor a rms específico*

El cual se determina por:

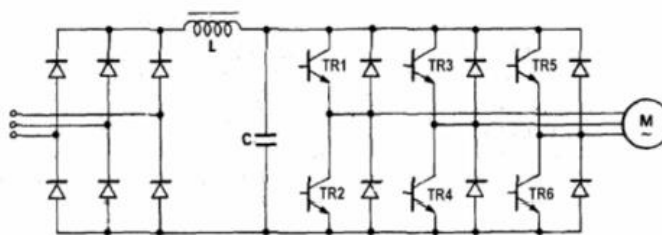
$$v_{as} = \frac{v_{línea}}{\sqrt{3}} \quad \text{Ecu. 4.36}$$



**Figura 4.6 Curva de debilitamiento**

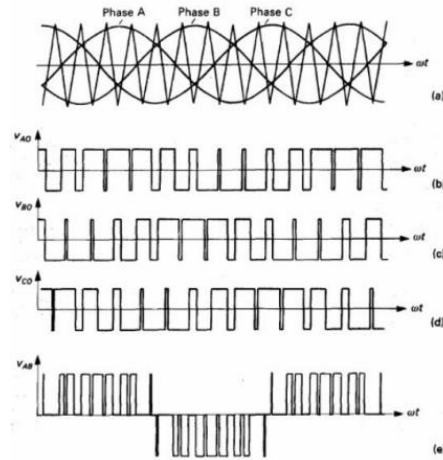
#### 4.2.4. Inversor PWM-VSI

El inversor PWM, es un modulador por ancho de pulso, el cual modifica el ancho de un tren de pulsos proporcional a la señal de control, lo que indica, que mientras mayor es el voltaje de entrada, el pulso resultante es más ancho. Teniendo un circuito PWM con señales sinusoidales a cierta frecuencia deseada, se puede obtener una onda de alta potencia donde el voltaje cambia de acuerdo, al valor de la senoide, es por ello que se puede implementar en el control de motores ya que se tiene una señal que varía proporcionalmente el voltaje en cada punto de la señal senoidal. La Figura 4.7 representa un inversor trifásico, alimentado por una portadora triangular, cada medio ciclo tiene un comparador para las dos ondas, la portadora triangular, común en todas las fases, y la senoidal de referencia [15].



**Figura 4.7 Inversor trifásico PWM. Extraído de [15]**

Las ondas senoidales de referencia tienen un desfase de  $120^\circ$  entre sí, formando un sistema equilibrado trifásico, que se observa en la Figura 4.8.



**Figura 4.8 Ondas de voltaje de un PWM senoidal: (a)voltaje del comparador, (b)(c)(d) voltajes polares, (e) voltajes de línea. Extraído de [15]**

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

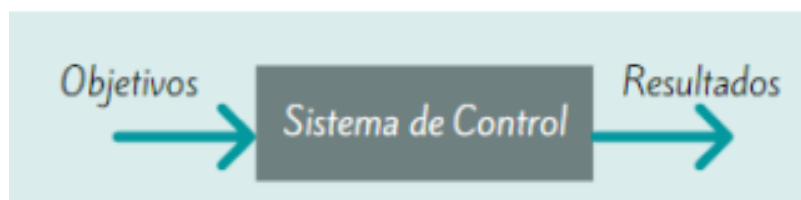
# CAPITULO 5. CONTROLADOR PROPORCIONAL INTEGRAL DERIVATIVO (PID)

Este capítulo, contiene los fundamentos del controlador PID, mostrando sus parámetros y la influencia que tienen en el control de la velocidad de los motores, a su vez muestra todas las pruebas realizadas para observar el buen funcionamiento del algoritmo de optimización de los parámetros del controlador por medio de enjambre de partículas.

Los controladores son sistemas eléctricos que captan señales del estado de un sistema de manera continua, lo que permite que, al detectar una variante de los parámetros preestablecidos del funcionamiento normal del sistema, reaccionan mediante el uso de sensores, controladores y actuadores, para así llevarlo a sus condiciones de funcionamiento normales [19]. El objetivo de un sistema de control es mantener la variable controlada próxima a un valor deseado conocido "*set-point*".

Los elementos principales de un sistema de control son:

- Los objetivos: son las entradas o señales que actúan sobre el sistema ( $u$ )
- Partes del sistema de control
- Los resultados o salidas: son las variables controladas ( $y$ )



**Figura 5.1 Componentes básicos de un sistema de control**

## 5.1. Clasificación de los sistemas de control

### 5.1.1. Sistemas de control en lazo abierto

Se les considera así a aquellos sistemas que no son realimentados, lo que quiere decir, que la variable de salida no tiene efecto sobre la variable de control [20].

### 5.1.2. Sistemas de control en lazo cerrado

Son sistemas realimentados en el que la señal de salida del sistema, tiene efecto directo sobre la variable de control. Del mismo modo, dicha realimentación interfiere sobre el error y al mismo tiempo, sobre las características del sistema tales como la estabilidad, el ancho de banda, la ganancia y la sensibilidad.

La función de transferencia de un sistema retroalimentado, se expresa como en la Ecu. 5.1.

$$H(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} \quad \text{Ecu. 5.1}$$

Donde:

$C(s)$ : *controlador*

$G(s)$ : *sistema*

La salida del sistema, está representado por:

$$Y(S) = \frac{P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)} R(s) \quad \text{Ecu. 5.2}$$

En el dominio S, la Ecu. 5.2 se muestra como:

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad \text{Ecu. 5.3}$$

#### 5.1.2.1 Elementos actuantes dentro del controlador PID

Un controlador PID emplea 3 elementos, los cuales son la parte proporcional, la integral y la derivativa, como se observa en la de forma general. La Figura 5.2 representa la estructura de un controlador PID.

$$Y(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dr + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad \text{Ecu. 5.4}$$

Donde:

$e(t)$ : diferencia entre la señal de salida y la señal de referencia (error)

$K_p$ : ganancia proporcional

$T_i$ : tiempo integrativo

$T_d$ : tiempo derivativo

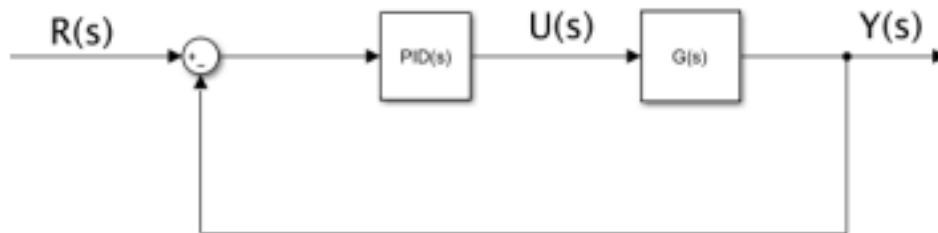


Figura 5.2 Esquema de un controlador PID

- Acción proporcional

Se encuentra definida por la Ecu. 5.5.

$$u(t) = u_b + Ke(t) \quad \text{Ecu. 5.5}$$

De la que  $u_b$ , proviene de la Ecu. 5.5 y está relacionada con el *offset*. Y se determina por:

$$u_b = \frac{u_{max} + u_{min}}{2} \quad \text{Ecu. 5.6}$$

Por lo general, el valor de la Ecu. 5.6 se fija en cero (0), con el fin de que en el dominio S o dominio de Laplace, las condiciones iniciales que se utilizan son nulas, y de esta manera la función de transferencia del controlador proporcional se muestra como en la Ecu. 5.7.

$$G_c(s) = U(s) E(s) = K \quad \text{Ecu. 5.7}$$

- Acción integral

Con respecto al control integral, esta genera una señal de control proporcional a la integral de la señal de error (Ecu. 5.8) y en el dominio de Laplace se define como en la Ecu. 5.9.

$$u(t) = k_i \int_0^t e(t) dt \quad \text{Ecu. 5.8}$$

$$G_c(S) = \frac{U(S)}{E(S)} = \frac{K_i}{s} \quad \text{Ecu. 5.9}$$

El empleo de esta acción, se elimina el offset, pero se obtiene una mayor desviación de la señal de referencia. La respuesta, es más lenta y el periodo de oscilación es mayor que en la acción proporcional.

- Acción derivativa

Esta acción produce una señal de control proporcional a la derivada del error, dado por:

$$u(t) = K_d \frac{de(t)}{dt} \quad \text{Ecu. 5.10}$$

En el dominio de Laplace, la función de transferencia es:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_d s \quad \text{Ecu. 5.11}$$

Su función es incrementar la estabilidad relativa del sistema, al reducir al sobre impulso y mejorar la respuesta transitoria, pero no actúa un régimen permanente ya que, la derivada de una señal de error constante es cero [20].

## 5.2. Controlador PID para sistemas con respuesta integral

Se realiza una sintonización de los controladores mediante el uso de un modelo lineal de primer orden con tiempo muerto FOLPDT (*First Order Lag Plus Dead Time*), a través de la técnica de curva de reacción y utilizando las reglas de sintonización de Ziegler-Nichols o Dahlin [18], esto con el fin de determinar los parámetros del controlador ( $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$ ).

### 5.2.1. Curva de reacción

Método que se aplica a lazo abierto, es decir, colocando el controlador en manual y la planta tiene que trabajar con los parámetros cercanos al punto de operación, esto con el fin de encontrar una aproximación a un sistema de primer orden más tiempo muerto FOLPDT del modelo no lineal de la planta, con una función de transferencia como la Ecu. 5.12.

$$FOLPDT = \frac{K_e^{-tos}}{\tau s + 1} \quad \text{Ecu. 5.12}$$

Donde:

$\tau$ : *constante de tiempo*

$t_0$ : *tiempo muerto*

$K$ : *ganancia del sistema*

www.bdigital.ula.ve

Los elementos de la Ecu. 5.12 del FOLPDT, se encuentra por medio de la respuesta de la planta ante un escalón a lazo abierto, la cual es de la forma del dominio de Laplace. Se emplea el método de los dos puntos a dicha respuesta, donde se toma parte de ella desde el momento en que se hace el cambio hasta que se estabiliza. Se utilizan como datos 39 puntos al 28,3% y 63,2%, como se observa en la Figura 5.3[18].

De acuerdo al método de los dos puntos, los parámetros FOLPDT, vienen dados por:

$$\tau = 1,5 (t|_{0,632\Delta T} - t|_{0,283\Delta T}) \quad \text{Ecu. 5.13}$$

$$t_0 = t|_{0,632\Delta T} - \tau$$

### 5.2.1.1 Método de Dahlin

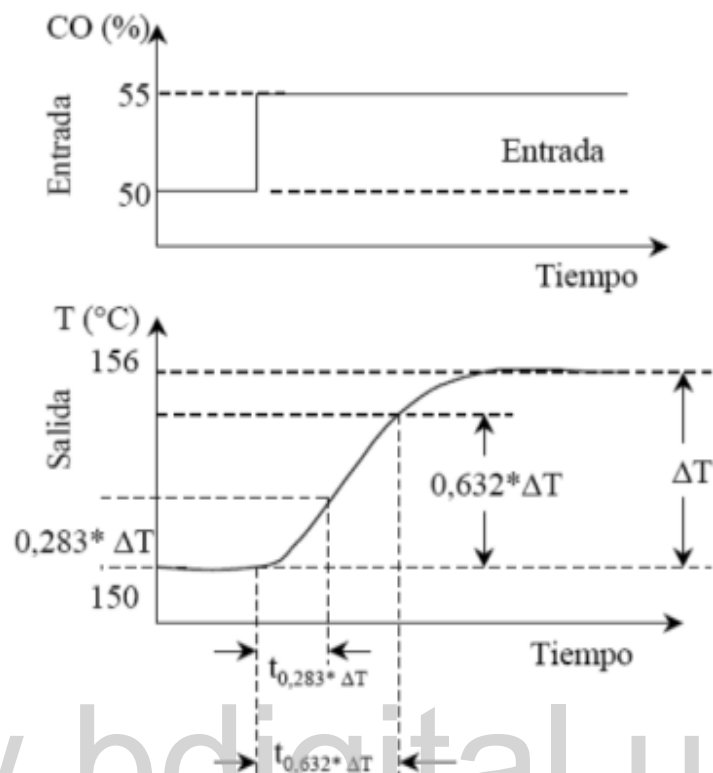


Figura 5.3 Curva de respuesta el método de los dos puntos. Extraído de [18]

Los parámetros del FOLPDT, utilizados en este método con el objetivo sintonizar los controladores PID, se encuentra por medio de la Ecu. 5.14.

$$K_p = \frac{1,2}{2K} \left( \frac{t_0}{\tau} \right)^{-1}$$

$$T_i = \tau$$

$$T_d = \frac{t_0}{2}$$

**Ecu. 5.14**

### 5.2.1.2 Método de Ziegler-Nichols

Se traza una recta tangente a la curva de reacción del proceso en el punto de máxima pendiente, ver Figura 5.4.

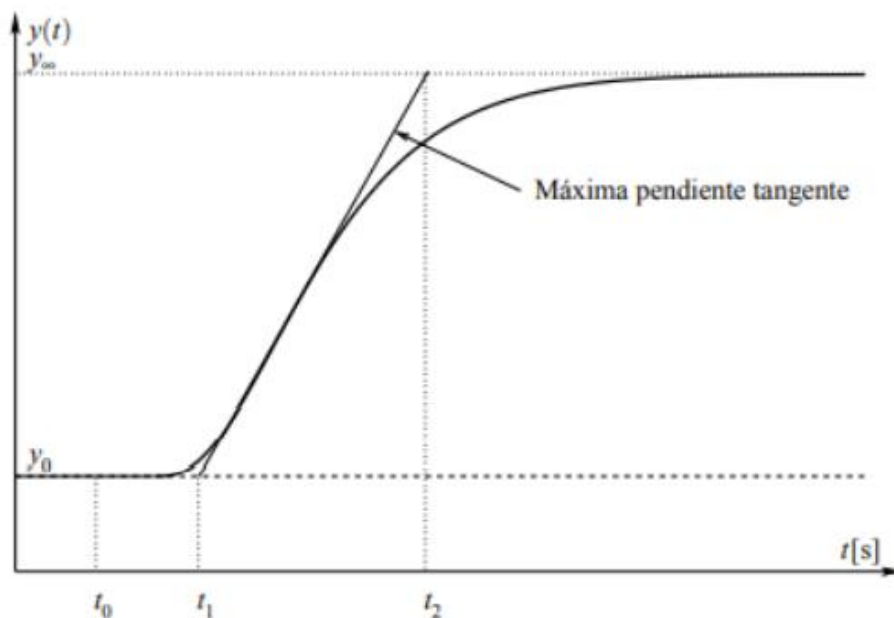


Figura 5.4 Recta tangente del método Ziegler-Nichols. Extraído de [18]

Identificar las constantes  $\gamma_0$  y  $\tau_0$ :

$$\begin{aligned}\tau_0 &= t_1 - t_0 \\ \gamma_0 &= t_2 - t_1\end{aligned}$$

Ecu. 5.15

Donde:

$\tau_0$ : tiempo muerto del sistema

$\gamma_0$ : constante de tiempo

La ganancia se obtiene de igual manera que en el método de Dahlin, Ecu. 5.14.

### 5.2.2. Modelo integrante de primer orden más tiempo muerto (FOLPDT)

Para hacer una aproximación al modelo de tipo FOLPDT, se identifica la planta ante dos cambios de set-point del tipo escalón a la entrada, los valores de los parámetros de la curva de reacción a partir de la Ecu. 5.16 de dicha planta.

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_p e^{-t_0 s}}{s(\tau s + 1)} \quad \text{Ecu. 5.16}$$

Donde:

$Y(s)$ : transformada de Laplace de la variable controlada

$U(s)$ : transformada de Laplace de la variable manipulada

$k_p$ : ganancia del proceso

$\tau$ : constante de tiempo del proceso

$t_0$ : tiempo muerto del proceso

Derivando la Ecu. 5.14, se obtiene:

$$\tau \frac{d^2y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = k_p u(t - t_0) \quad \text{Ecu. 5.17}$$

Con respecto a la Ecu. 5.18, ella describe la salida del modelo del motor a una entrada constante,  $u_1$  y  $u_2$ .

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \left. \frac{dy}{dx} \right|_1 = k_p u_1 (t - t_0) \\ \lambda_2 &= \left. \frac{dy}{dx} \right|_2 = k_p u_2 (t - t_0) \end{aligned} \quad \text{Ecu. 5.18}$$

El tiempo muerto  $t_0$ , es un promedio de la diferencia entre el tiempo de cambio del escalón y el tiempo que tarda en responder la planta, se localiza por medio de la Ecu. 5.19 [22].

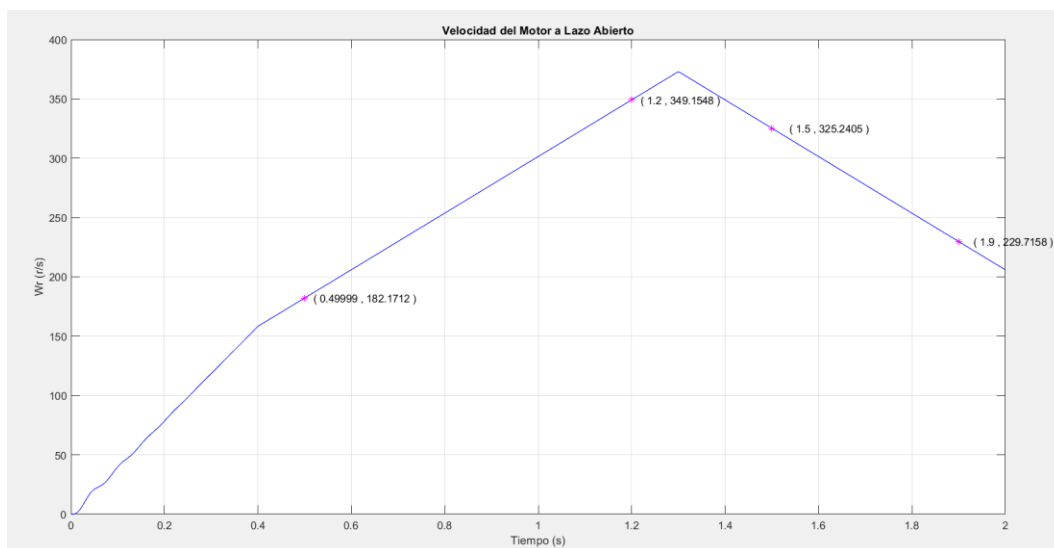
$$t_0 = \frac{t_{02} + t_{01}}{2} \quad \text{Ecu. 5.19}$$

De la Ecu. 5.18, se despeja el valor de  $k_p$  y se tiene:

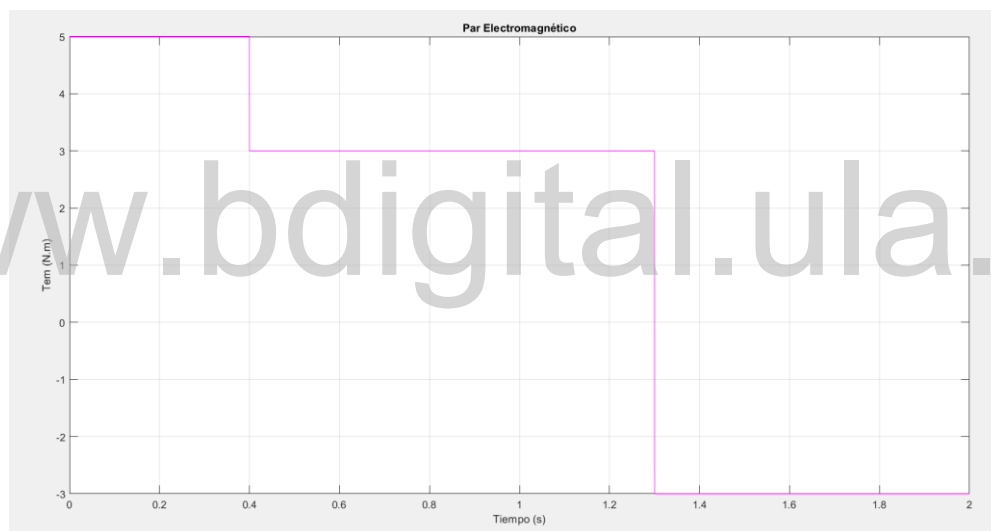
$$k_p = \frac{\left. \frac{dy}{dx} \right|_1 - \left. \frac{dy}{dx} \right|_2}{u_2 - u_1} \quad \text{Ecu. 5.20}$$

De acuerdo a [18], la constante de tiempo a lazo cerrado es:

$$\tau = t_0 \sqrt{10} \quad \text{Ecu. 5.21}$$



**Figura 5.5 Velocidad del motor a lazo abierto**



**Figura 5.6 Referencia cambios de set-point**

Para el trabajo de grado, el cálculo del tiempo muerto ( $t_0$ ), se hace de acuerdo a la Ecu. 5.19. Donde se toman valores de la curva de velocidad del motor a lazo abierto (Figura 5.5), los cuales fueron:

$$t_1 = 1,35 \text{ s}$$

$$t_2 = 0,4 \text{ s}$$

$$t_{02} = t_2 - t_{\text{escalón\_cambio}}$$

$$t_{02} = (0,4 - 0,456) \text{ s} = 0,056 \text{ s}$$

$$t_{01} = t_1 - t_{\text{escalón\_cambio}}$$

$$t_{01} = (1,35 - 1,30)s = 0,05 s$$

$$t_0 = \frac{t_{02} + t_{01}}{2}$$

$$t_0 = \frac{0,05 + 0,056}{2} = 0,053 s$$

Por tanto, la Ecu. 5.21 permite encontrar el  $\tau$ :

$$\tau = 0,053 \times \sqrt{10} = 0,1676 s$$

La Figura 5.6, representa cambios de *set-point*, donde los valores varían entre 5 rpm y -3 rpm en un tiempo de 2 s. Entre 0 a 0,4 s se tiene un valor de par electromagnético de 5 N.m. entre 0,4 a 1,3 s, hay 3 N.m. y entre 1,3 a 2 s, -3 N.m. Por medio de la Figura 5.5, se determinan los parámetros que permiten el cálculo de las pendientes en las que varía la velocidad del motor, a través del uso de la Ecu. 5.20.

$$\lambda_1 = \frac{y_{12} - y_{11}}{x_{12} - x_{11}} = \frac{238,1952 - 102,2472}{1,2 - 0,5} = 194,2113$$

$$\lambda_2 = \frac{y_{22} - y_{21}}{x_{22} - x_{21}} = \frac{158,1408 - 233,9502}{1,9 - 1,5} = -189,5236$$

El valor de la constante  $K_p$ , se encuentra por medio de la Ecu. 5.20.

$$k_p = \frac{-189,5236 - 194,2113}{-3 - 3} = 63,9558$$

### 5.2.3. Diseño del controlador PID

Una vez se hallan los parámetros del modelo integral, se procede a encontrar los valores del controlador de acuerdo a la propuesta de Tan en 1998 [23], en la Tabla 5.1, se observan las ecuaciones empleadas para el cálculo de sintonización del controlador PID, el modelo del controlador se encuentra en la Figura 5.7 y cuya ganancia viene expresada por la Ecu. 5.22.

$$G_c(s) = K_c \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \frac{1}{1 + T_f s} \quad \text{Ecu. 5.22}$$

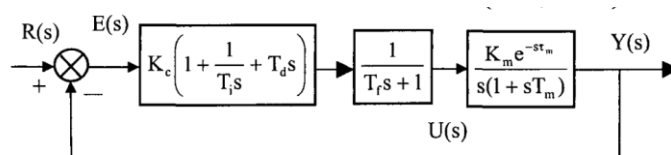


Figura 5.7 Controlador ideal en serie a una función de primer orden. Extraído de [24]

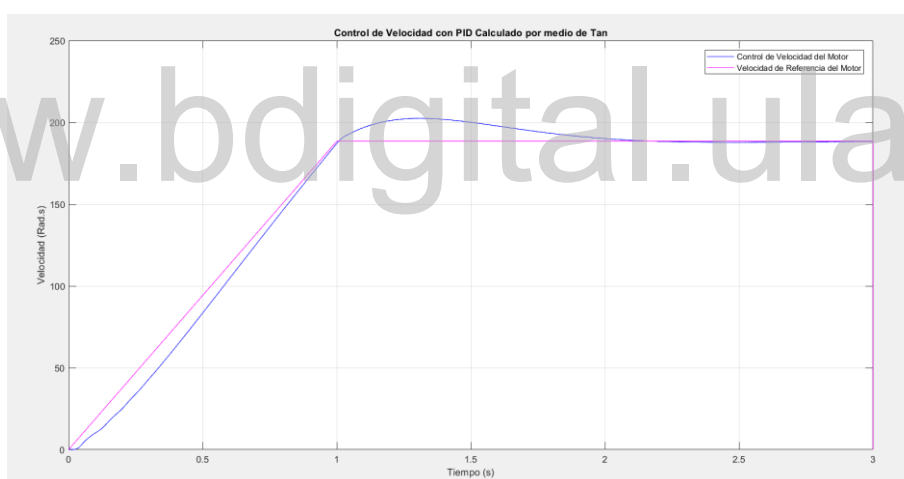
**Tabla 5.1 Parámetros controlador PID de acuerdo a [23]**

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$	$T_f$
<i>PID</i>	$\frac{0,1344 \times \tau}{k_p \times t_0} \left(1 + \frac{t_0}{0,2523\tau}\right)$	$\tau + 3,9635t_0$	$\frac{\tau \times t_0}{0,2523\tau + t_0}$	$0,2863 \times t_0$

Resultando así, los parámetros para el controlador PID lo establecido en la Tabla 5.2 y el control de velocidad mostrado en la Figura 5.8.

**Tabla 5.2 Parámetros calculados del controlador PID a través de Tan**

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$	$T_f$
<i>PID</i>	0,2271	0,3777	0,0932	0,0152



**Figura 5.8 Respuesta del control de la velocidad del motor por medio del controlador PID calculado por medio de Tan**

En la Figura 5.8, se encuentra como referencia una velocidad de  $188,5 \text{ r/s}$ , la cual representa la velocidad que debe seguir el motor durante cierto tiempo, en este caso se estableció en  $t = 3 \text{ s}$  una constante. Al aplicar las ecuaciones de sintonización desarrolladas por Tan en 1998, el controlador PID trata de seguir dicha referencia, pero lo hace en  $t = 2,2 \text{ s}$ , es decir, tarda en alcanzar la velocidad deseada, y en un principio hay un sobre impulso de  $10 \text{ r/s}$ . En conclusión, este controlador funciona, pero sus valores no son óptimos ya que no es un control eficaz.

Para encontrar valores de  $K_c$ ,  $T_i$  y  $T_d$  que lleven a una respuesta óptima se realiza una evaluación de los parámetros que componen el PID. El método consiste en la variación de cada uno de los parámetros manteniendo el resto de ellos constante, con el fin de determinar la influencia de cada uno en la velocidad del motor.

### 5.2.3.1 Barrido del parámetro $K_c$

Se realiza un barrido del parámetro  $K_c$ , desde 50% hasta 200% su valor calculado a través del método Tan, con pasos discretos de 10%. Manteniendo los parámetros  $T_i$  y  $T_d$  en sus valores originales como lo muestra la Figura 5.9, en consecuencia, al aumentar dicho valor, el sobre impulso que se genera entre 1 s y aproximadamente 2 s, se disminuye. Hay que tener en cuenta la corriente de cada una de las fases, ya que no debe sobrepasar la corriente de arranque la cual es definida por la Ecu. 5.23, motivado a que la protección del motor está calculada tomando en cuenta la corriente máxima. Por lo tanto, en la Figura 5.10 se detalla cada una de las pruebas hechas donde la corriente de arranque es aproximadamente 10 A.

$$I_{\text{arranque}} = 6 \times I_n \quad \text{Ecu. 5.23}$$

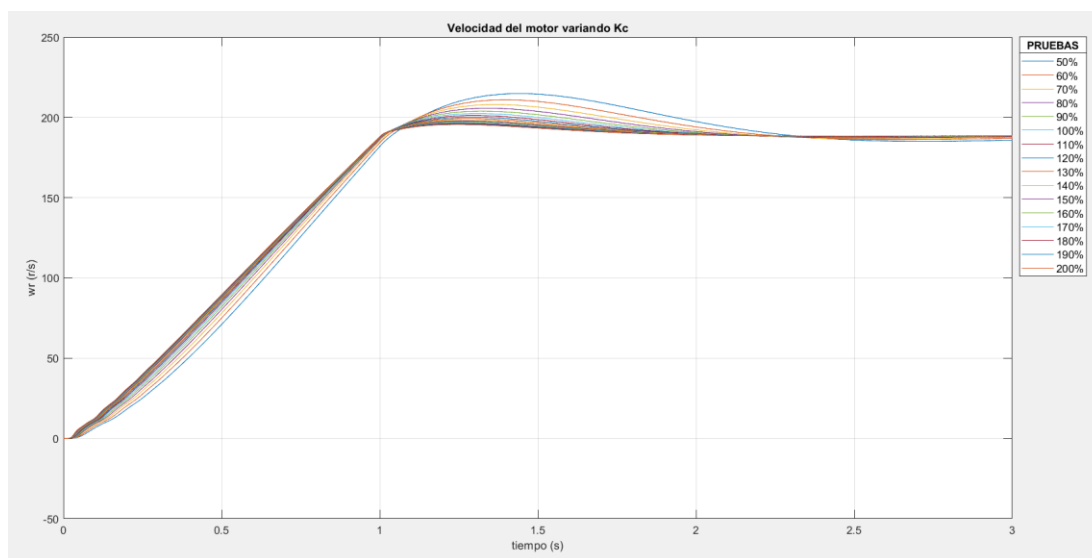
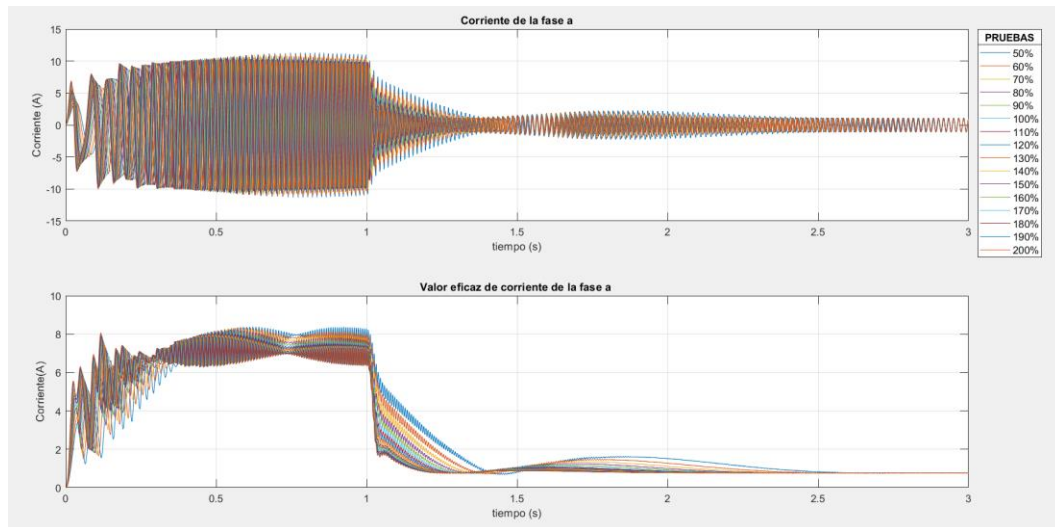


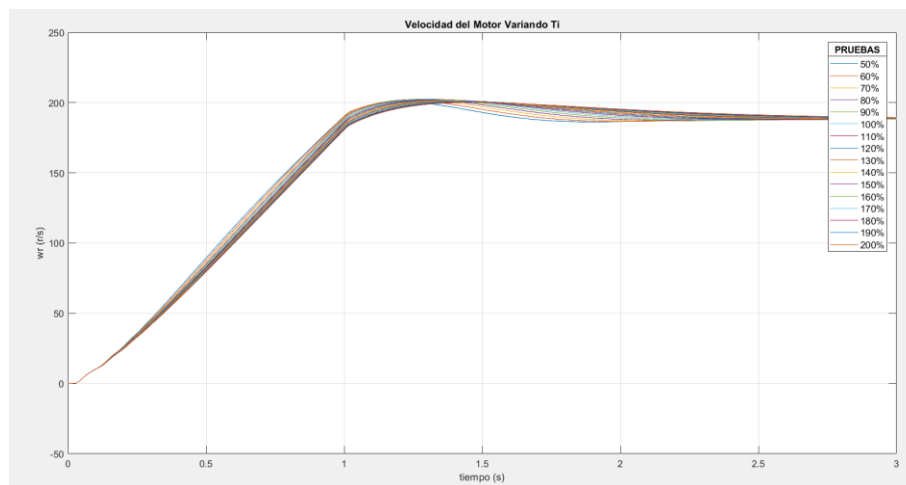
Figura 5.9 Velocidad del motor con variaciones de  $K_c$



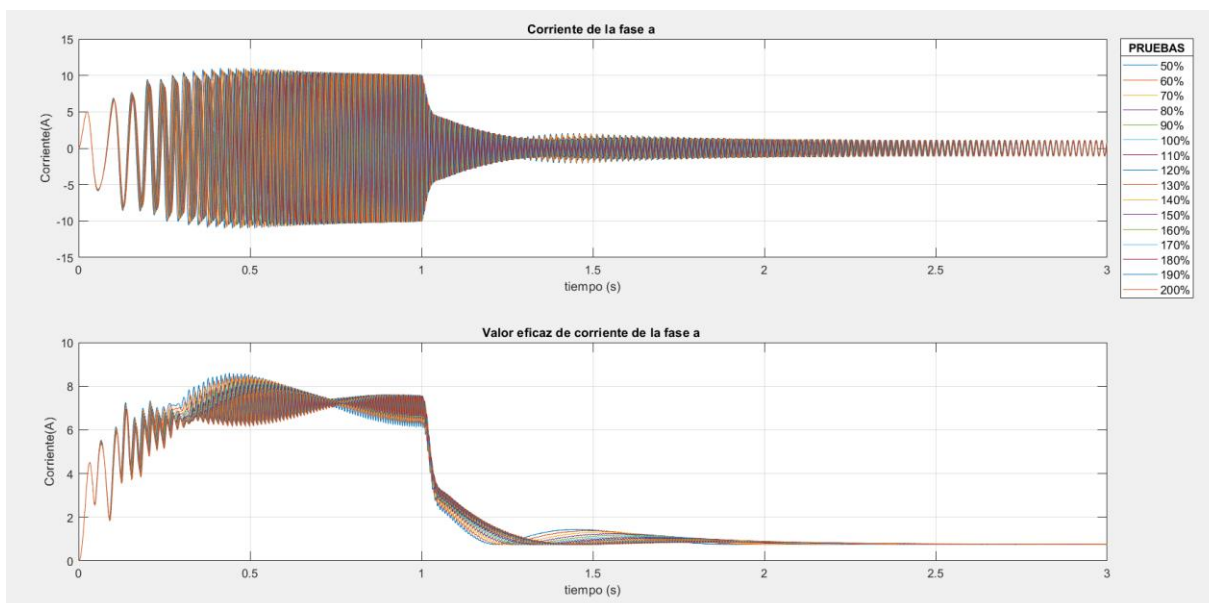
**Figura 5.10** Corriente del motor con variaciones de  $K_c$

### 5.2.3.2 Barrido del parámetro $T_i$

La siguiente prueba es cambiando de igual manera desde 50% hasta un 200% el parámetro  $T_i$  con pasos discretos de 10%. Manteniendo los términos de  $K_c$  y  $T_d$  con sus valores ya determinados, obteniendo como resultado la velocidad que se encuentra en la Figura 5.11, donde se observa, que al disminuir  $T_i$ , alcanza más rápido el valor deseado en estado estacionario. De acuerdo a la Figura 5.12 que representa la corriente de la fase  $a$  al variar el parámetro  $T_i$ , se observa una diferencia entre cada una de ellas, sin embargo, el valor de la corriente es aceptable ya que no supera la corriente de arranque ni activa la protección de 20 A, en su valor eficaz luego de un  $t = 2$  s, alcanza su valor de estado estacionario.



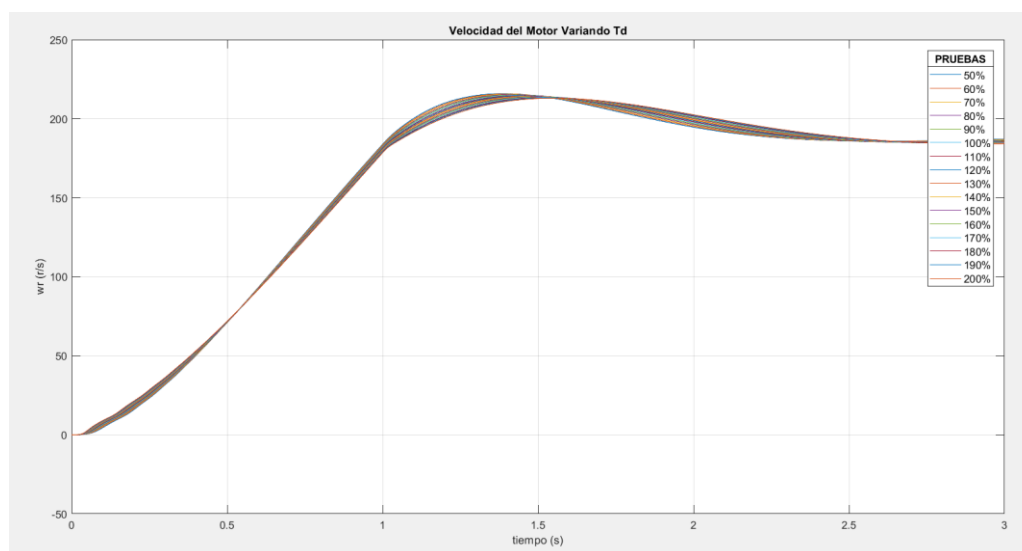
**Figura 5.11** Velocidad del motor con variaciones de  $T_i$



**Figura 5.12** Corriente de la fase  $a$  con variaciones de  $T_i$

### 5.2.3.3 Barrido del parámetro $T_d$

Se prosigue con el barrido de cambio del valor de  $T_d$  (Figura 5.13), donde al disminuir dicho parámetro se concluye que se alcanza más rápido el estado estacionario. La corriente de la fase  $a$  del motor, se encuentra similar a través de los diferentes valores de  $T_d$ , del mismo modo, en su valor RMS, tienen similitud, pero a diferencia de cuando se cambia el valor de  $T_i$ , llega a su estado estacionario más tarde, en un  $t = 2,5$  s.



**Figura 5.13** Velocidad del motor con variaciones de  $T_d$

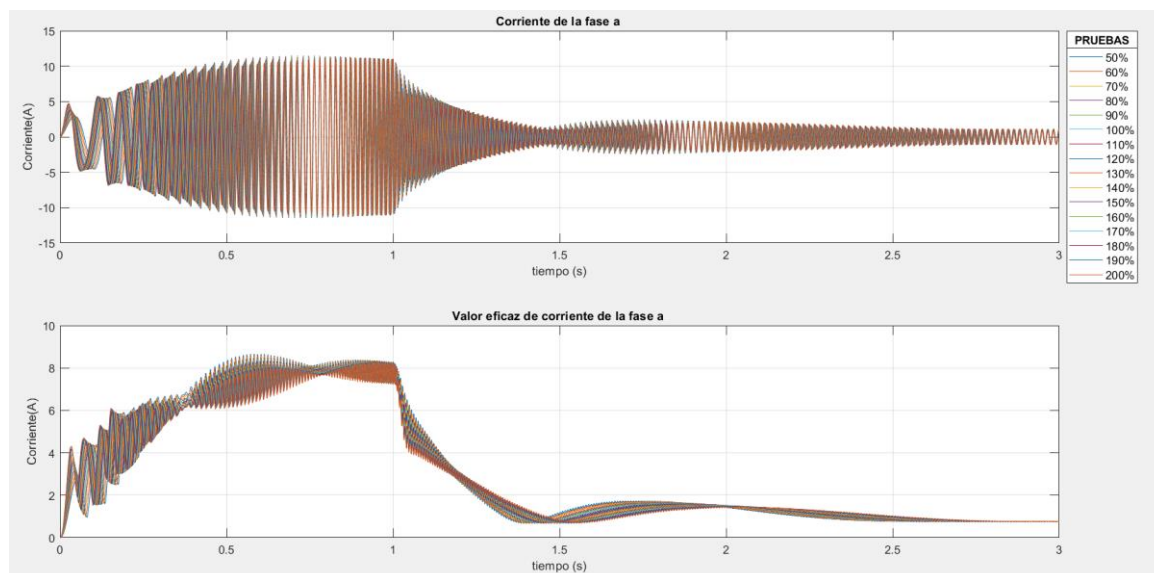


Figura 5.14 Corriente de la fase  $a$  con variaciones de  $T_d$

#### 5.2.3.4 Barrido del parámetro $T_f$

Variando el parámetro  $T_f$ , se observa que no hay cambios en el control de la velocidad ni en la corriente de la fase  $a$  durante el tiempo de simulación de 3 s, por tanto, su valor no influye en el sistema de control.

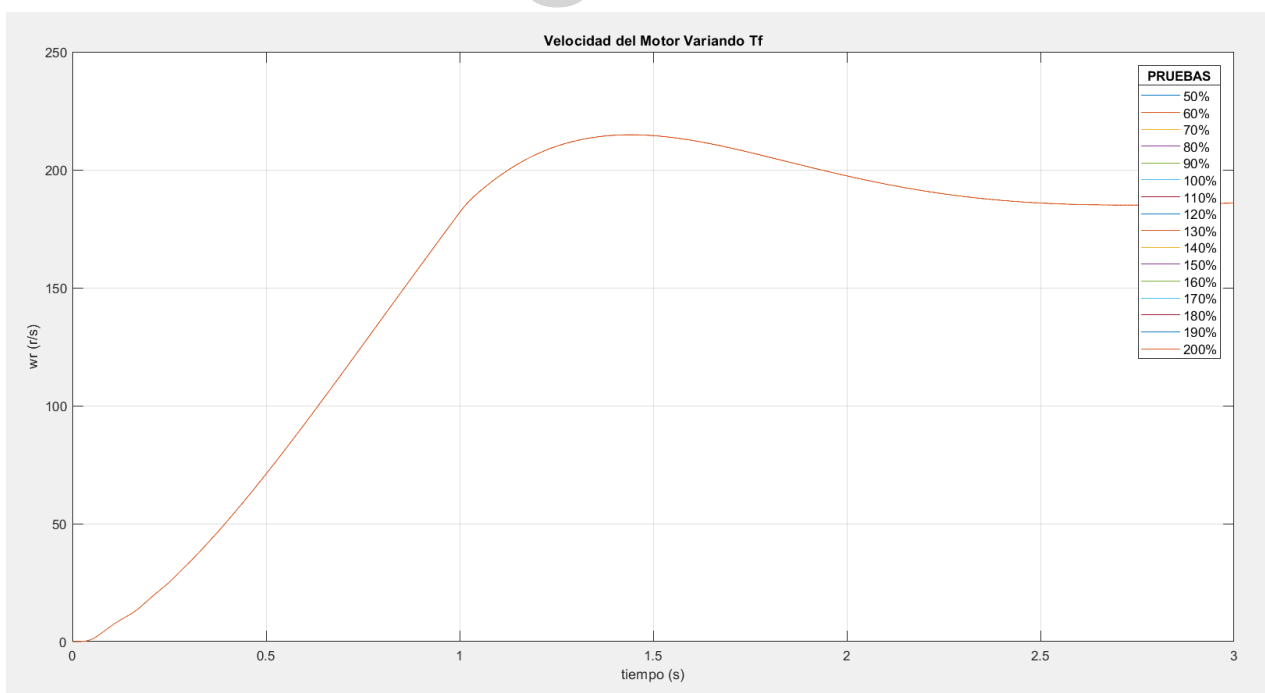


Figura 5.15 Velocidad del motor con variaciones de  $T_f$

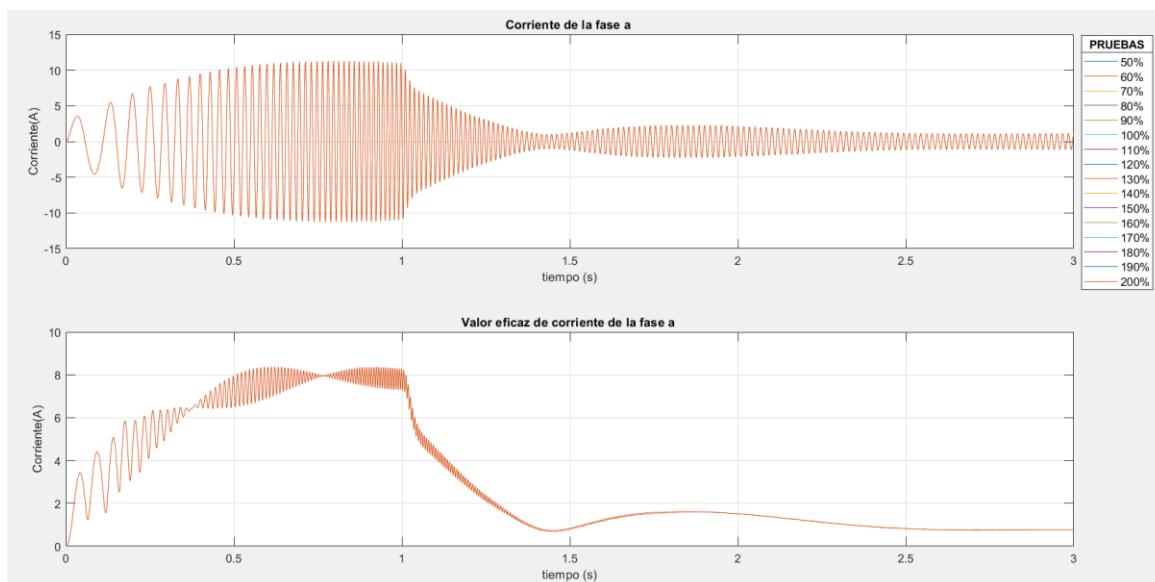


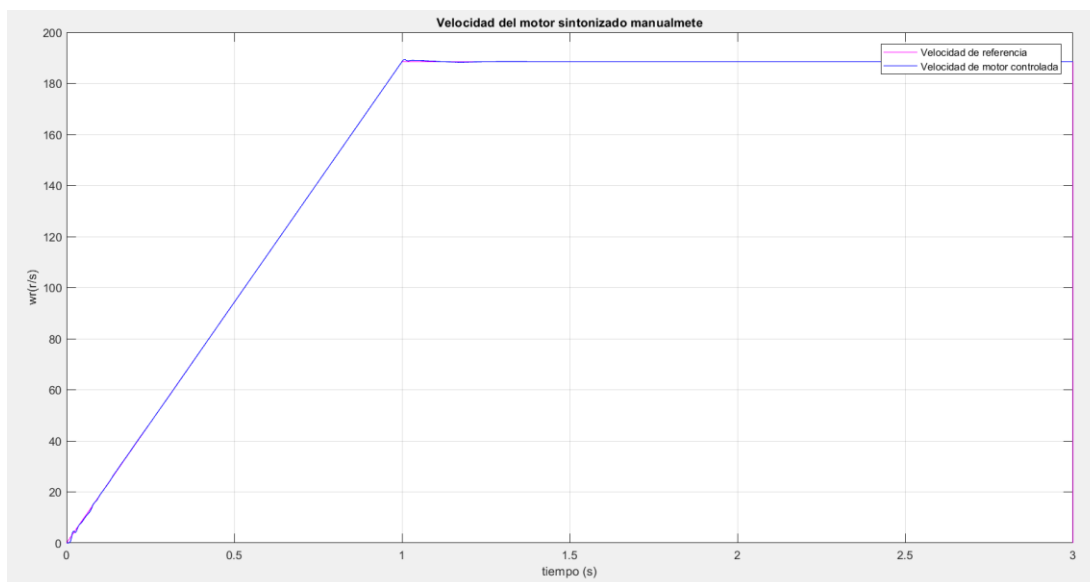
Figura 5.16 Corriente de la fase  $a$  con variaciones de  $T_f$

### 5.3. Sintonización manual del controlador

Conociendo el efecto que produce la variación de cada uno de los parámetros que constituyen el controlador PID ( $K_c$ ,  $T_i$  y  $T_d$ ), se continúa con la sintonización manual del mismo. Esto se logra haciendo cambios en los parámetros mencionados y visualizando la salida que corresponde a la velocidad del motor de referencia y su velocidad controlada. Este es un método muy laborioso y que lleva un tiempo considerable, puesto que al variar uno de los parámetros hay que ajustar los otros, pudiendo conseguirse varias combinaciones que pueden ser mejores. Obteniendo los resultados plateados en la Tabla 5.3 y la Figura 5.17. Observe que los valores de los parámetros difieren a los valores originales obtenidos por el método de Tan, sin embargo, no están tan alejados de estos.

Tabla 5.3 Parámetros optimizados manualmente del controlador PID comparados con los obtenidos por el método Tan

Controlador	$K_c$	$T_i$	$T_d$	$T_f$
<b>PID manual</b>	3	0,02	0,08	0,0152
<b>PID Tan</b>	0,2271	0,3777	0,0932	0,0152



**Figura 5.17 Velocidad del motor con variaciones de  $K_c$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  y  $T_f$  hechas manualmente**

## 5.4. Sintonización mediante el uso de algoritmo de enjambre de partículas

Para realizar la sintonización a través de la optimización de enjambre de partículas, se parte del empleo de una función de costo que permita la evaluación de ciertas condiciones. Es por ello, se hace el estudio del índice de desempeño, basados en la integral del error.

### 5.4.1. Índices de desempeño

El índice de desempeño permite determinar de manera cuantitativa qué tan bueno es el desempeño de un sistema de control. Este depende, de lo que se desea lograr a través del uso del controlador, para ello existen 4 ecuaciones expuestas de la siguiente manera [25].

#### 5.4.1.1 Criterio de la integral del error al cuadrado (ISE)

Este criterio, llega a su punto mínimo integral cuando en el sistema de control existen compromisos de amortiguación, es decir, discrimina entre sistemas sobreamortiguados y subamortiguados, de este modo, ofrece una respuesta rápida oscilatoria de disminución del error en los instantes iniciales, lo que produce estabilidad pobre. Es empleado para disminuir el consumo de energía. Ver Ecu. 5.24 [26].

$$\int_0^T e^2(t) dt \quad \text{Ecu. 5.24}$$

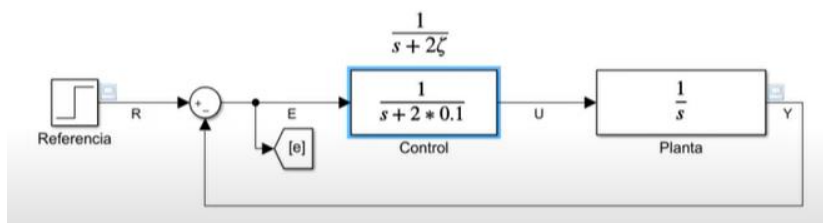


Figura 5.18 Ejemplo demostrativo empleado para el ISE, ITSE. Extraído de [25]

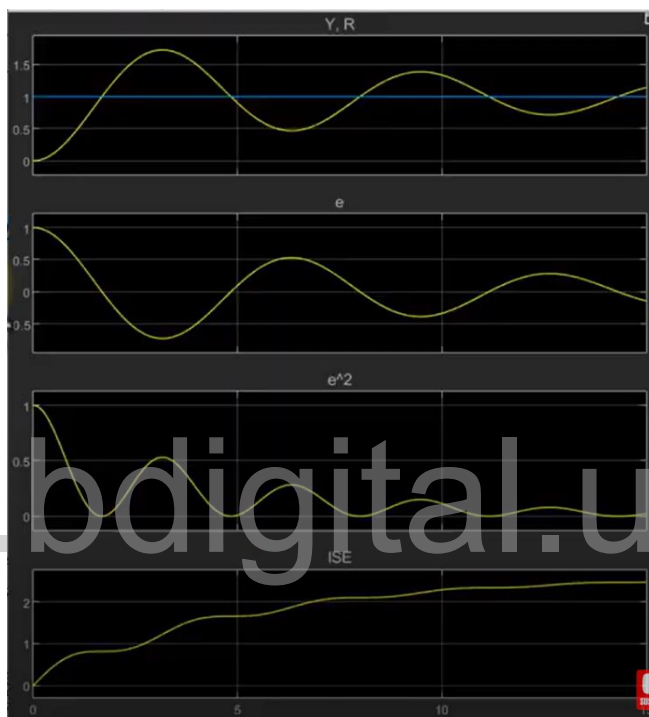


Figura 5.19 Ejemplo índice de desempeño ISE, (a) sistema con error, (b) integral del error, (c) error elevado al cuadrado, (d) respuesta con índice de desempeño ISE. Extraído de [25]

#### 5.4.1.2 Criterio de la integral del error al cuadrado por el tiempo (ITSE)

Cuando se está en presencia de una entrada escalón, el índice de desempeño de este tipo posee un error grande, pero tiene la ventaja que a medida cuando el tiempo avanza, el error disminuye de manera considerable, debido a que el error se multiplica por el tiempo, entonces mientras la simulación avanza, el error se intenta disminuir. Ver Ecu. 5.25 [26].

$$\int_0^T t e^2(t) dt$$

Ecu. 5.25

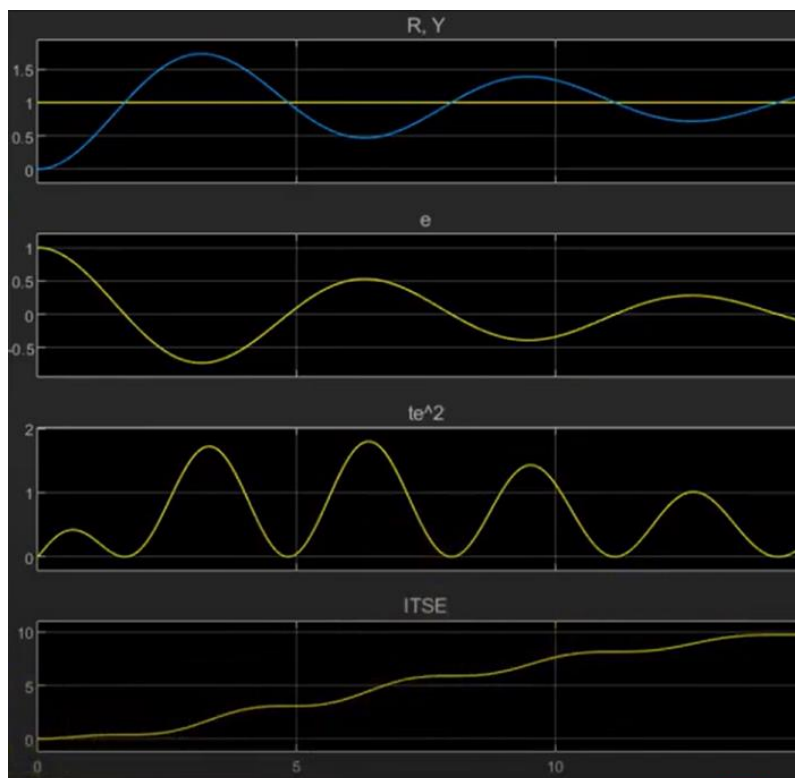


Figura 5.20 Ejemplo índice de desempeño ITSE, (a) sistema con error, (b) integral del error, (c) error multiplicado por el tiempo elevado al cuadrado, (d) respuesta con índice de desempeño ITSE. Extraído de [25]

#### 5.4.1.3 Criterio de la integral del valor absoluto del error (IAE)

Su desventaja radica en que para sistemas altamente subamortiguados y sobreamortiguados no ayuda a conseguir el óptimo, para ser empleado un sistema debería ser el que tenga un amortiguamiento razonable y una respuesta transitoria satisfactoria. Ver Ecu. 5.26 [26].

$$\int_0^T |e(t)| dt$$

Ecu. 5.26

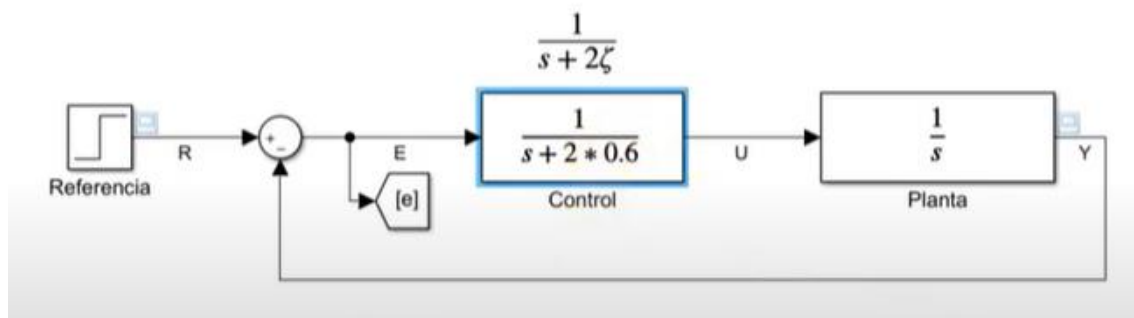


Figura 5.21 Ejemplo demostrativo empleado para el IAE. Extraído de [25]

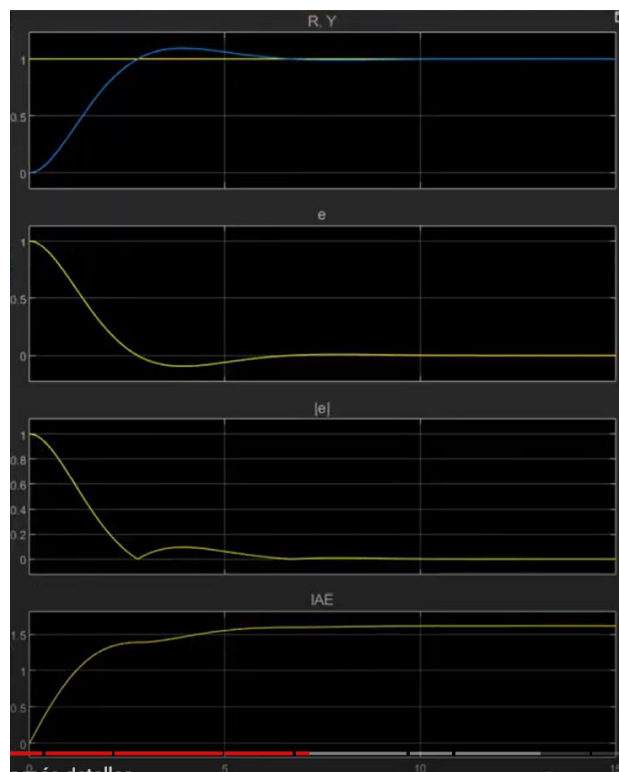


Figura 5.22 Ejemplo índice de desempeño IAE, (a) sistema con error, (b) integral del error, (c) valor absoluto del error, (d) respuesta con índice de desempeño IAE. Extraído de [25]

#### 5.4.1.4 Criterio de la integral del tiempo multiplicado por el valor absoluto del error (IAET)

Al evaluar el valor absoluto del error con el tiempo, los errores grandes del inicio pasan desapercibidos ya que se multiplican por tiempos muy pequeños, esto implica que da mayor peso a los errores pequeños presentes a lo largo del tiempo, lo cual genera sobrepasos y oscilaciones más pequeñas que el IAE y el ISE. Ver Ecu. 5.27 [26].

$$\int_0^T t|e(t)|dt$$

Ecu. 5.27

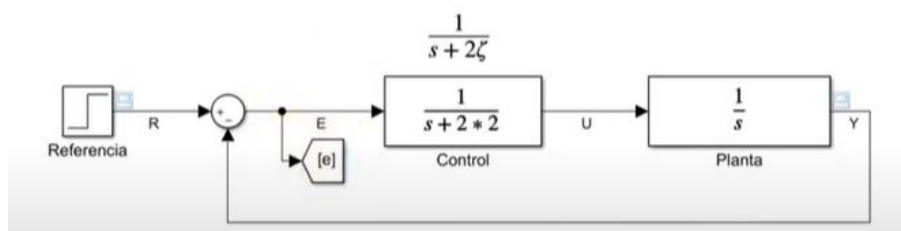


Figura 5.23 Ejemplo demostrativo empleado para el IAET. Extraído de [25]

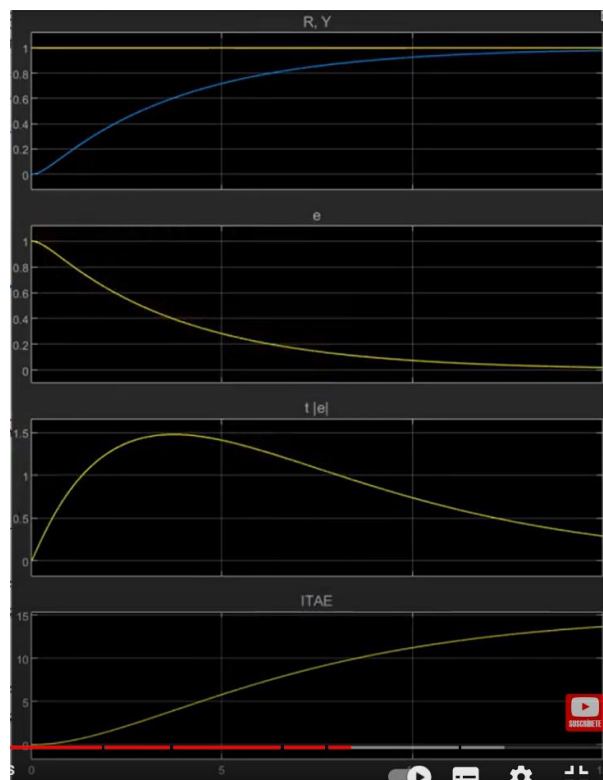


Figura 5.24 Ejemplo índice de desempeño IAET, (a) sistema con error, (b) integral del error, (c) valor absoluto del error, (d) respuesta con índice de desempeño IAE. Extraído de [25]

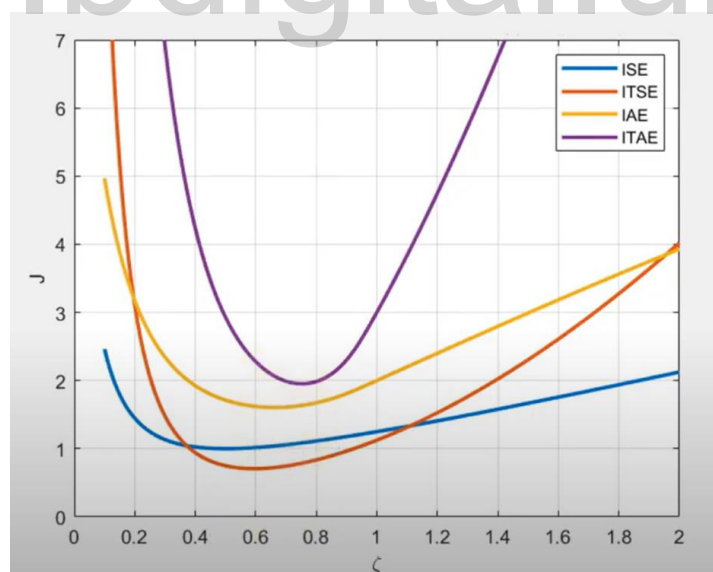


Figura 5.25 Índices de desempeño ISE, ITSE, IAE, IAET. Extraído de [25]

Luego del estudio realizado sobre los índices de desempeño, de acuerdo a la necesidad de este trabajo de grado, se determinó que se debe emplear el índice de desempeño obtenido por el criterio de la integral del tiempo multiplicado por el valor absoluto del error (IAET).

### 5.4.2. Resultados de la optimización de partículas

En esta prueba se escogió como función de costo para la optimización por enjambre de partículas el valor IAET, se utilizó como base lo desarrollado por [27], un espacio de tres dimensiones, con un número de partículas de 100, el número de iteraciones de 100, las constantes  $C_1$  y  $C_2$  en 1,94; constante de inercia 0,729, los valores aleatorios de  $K_c$  entre 1 y 50,  $T_i$  entre 0,02 y 0,5;  $T_d$  entre 0,0001 y 0,5. En la Tabla 5.4, se resume la iteración donde se encontraron los mejores parámetros, la mejor posición global de los mismos, y sus valores.

**Tabla 5.4 Parámetros optimizados por medio del algoritmo de enjambre de partículas**

Optimización de los parámetros por medio de enjambre de partículas		
Iteración mejor parámetro	100	
Mejor Posición Global	0,053039	
Parámetros Optimizados del Controlador PID		
$K_c$	$T_i$	$T_d$
2,19	0,02	0,017

**Tabla 5.5 Comparación de errores según el método de sintonización**

Sintonizador	$K_c$	$T_i$	$T_d$	$T_f$	Máx. Error (r/s)	Máx. Error (%)
<i>Tan</i>	0,22	0,37	0,090	0,0152	14,5	7,69
<i>Manual</i>	3,00	0,02	0,080	0,0152	0,9	0,47
<i>PSO</i>	2,19	0,02	0,017	0,0152	2,0	1,06

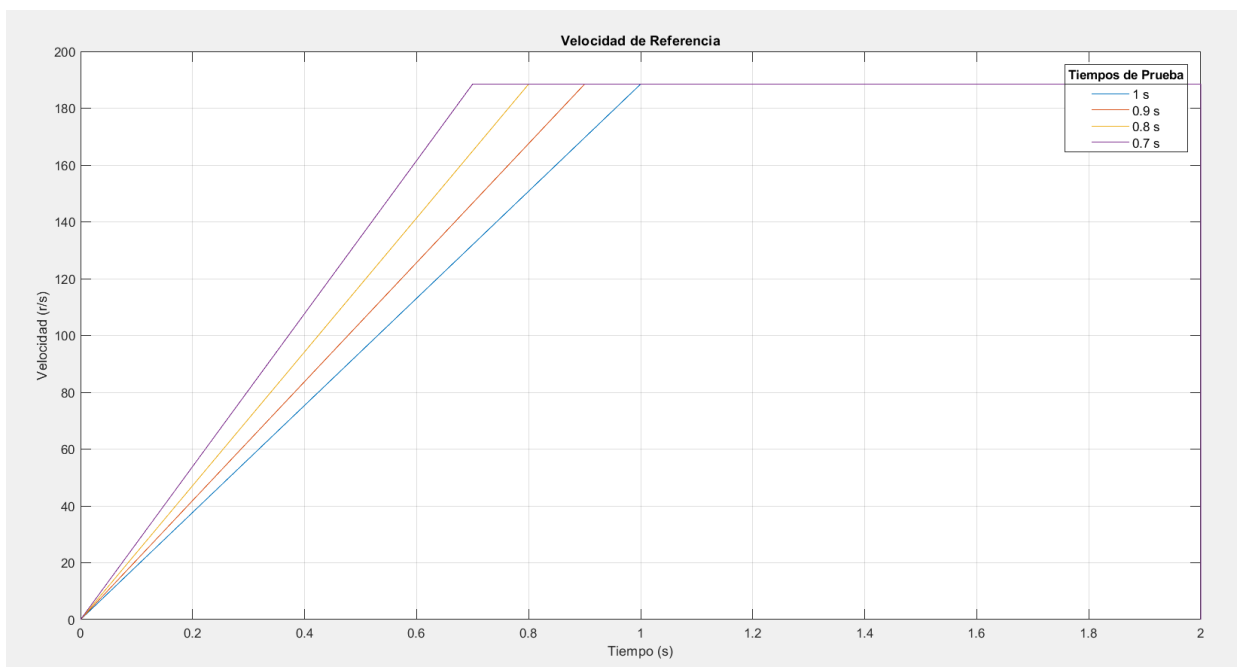
En la Tabla 5.5 se aprecia el error máximo que se encuentra en cada método de sintonización. El método Tan, presenta el error mayor, debido a que los valores de los parámetros son aproximados a los óptimos, ya que el autor de las ecuaciones de sintonización las encontró de forma empírica. A pesar de que en la sintonización manual el error es menor con respecto a los otros dos, es relevante recordar que para encontrar los parámetros se hace por medio de un proceso tedioso que lleva tiempo (aproximadamente 24 horas) y cuidado. Con el uso del algoritmo PSO el error es de 1,06%, lo que representa una mejora con respecto a los métodos

anteriores ya que, el tiempo de búsqueda es menor (aproximadamente 20 min) y se evita la variación de parámetros de forma iterativa como ocurre en el método manual donde al encontrarse un mejor valor en algún parámetro hay que verificar que no exista otra combinación de parámetros mejores a las ya existentes. El algoritmo de PSO consta de una población de partículas que recorre un espacio en el cual se encuentra esa solución óptima, del mismo modo necesita de una función de costo, que en este caso es IAET, cada partícula posee una memoria individual donde se almacena la mejor posición de dicha partícula, y el algoritmo una memoria global, la cual guarda la mejor posición entre todas las encontradas por cada partícula. Todo esto se maneja por medio de vectores donde se actualizan las posiciones y las velocidades que llevan las partículas.

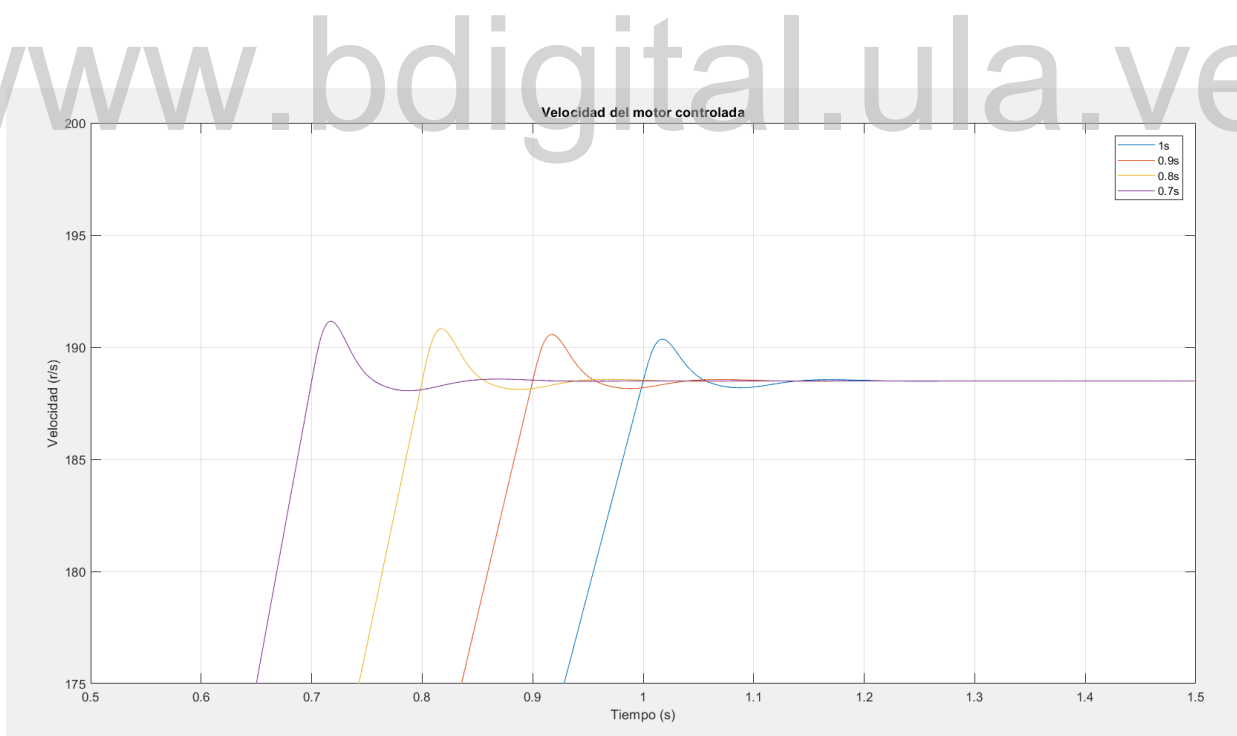
### **5.4.3. Pruebas del controlador optimizado por algoritmo de enjambre de partículas**

#### *5.4.3.1 Prueba del controlador variando la velocidad de referencia con los parámetros encontrados por medio del PSO*

En la Figura 5.26 se encuentra la variación de la velocidad de referencia del motor que debe seguir el controlador, donde a partir de esta, se aplica el control teniendo como resultado la Figura 5.27, de donde se concluye, que existen un sobreimpulso en la velocidad durante el estado estacionario que se muestran en la Tabla 5.6, se puede considerar un error despreciable ya que en promedio representa el 1,24% de la velocidad. A su vez, el valor eficaz de corriente de la fase *a* representada en la Figura 5.28, presenta en el estado de arranque una corriente aceptable ya que, la corriente de arranque del motor es de 15 A y no sobrepasa la protección de 20 A, del mismo modo, en el estado estacionario se observan dos sobreimpulsos que se reducen rápidamente.



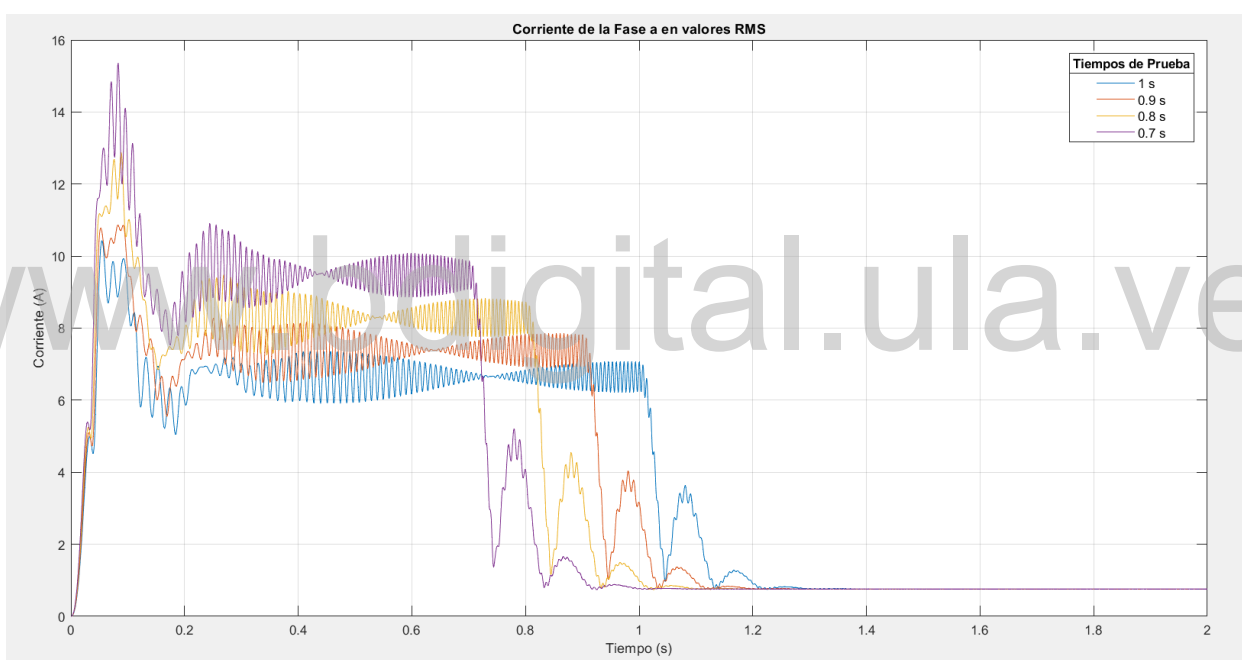
**Figura 5.26 Variación de velocidad de referencia por encima y por debajo de la velocidad nominal**



**Figura 5.27 Velocidad del motor controlada teniendo como referencia velocidades por encima y por debajo de la nominal**

**Tabla 5.6 Máximo error del controlador variando la velocidad de referencia**

Datos de la prueba de variación de velocidad			
Tiempo de referencia (s)	Tiempo de máximo pico (s)	Velocidad pico (r/s)	Error máximo (r/s)
1,0	1,017	190,4	2,0
0,9	0,917	190,6	2,2
0,8	0,817	190,8	2,4
0,7	0,717	191,2	2,8



**Figura 5.28 Corriente de la fase a en valores RMS**

#### 5.4.3.2 Prueba del controlador variando el par mecánico con los parámetros encontrados por medio del PSO

Para la realización de la prueba del controlador variando el par mecánico, una vez que el motor ha alcanzado su velocidad nominal, se hacen variaciones de carga, donde dicho valor no sobrepasara el par nominal que es de  $8,27 \text{ N.m}$ . Por medio de la Figura 5.29 se determina que existen máximos sobreimpulsos de velocidad cuyos errores se encuentran expresados en la Tabla 5.7, y que de manera porcentual representan en promedio  $1,27 \%$  de error, lo cual indica

que el controlador ejerce su función de manera eficaz, ya que el error mencionado es tomado como despreciable. La corriente presenta incrementos en dichos cambios, pero de igual manera que en la prueba anterior, no sobrepasa la corriente nominal y por tanto tampoco activa la protección de la máquina de inducción.

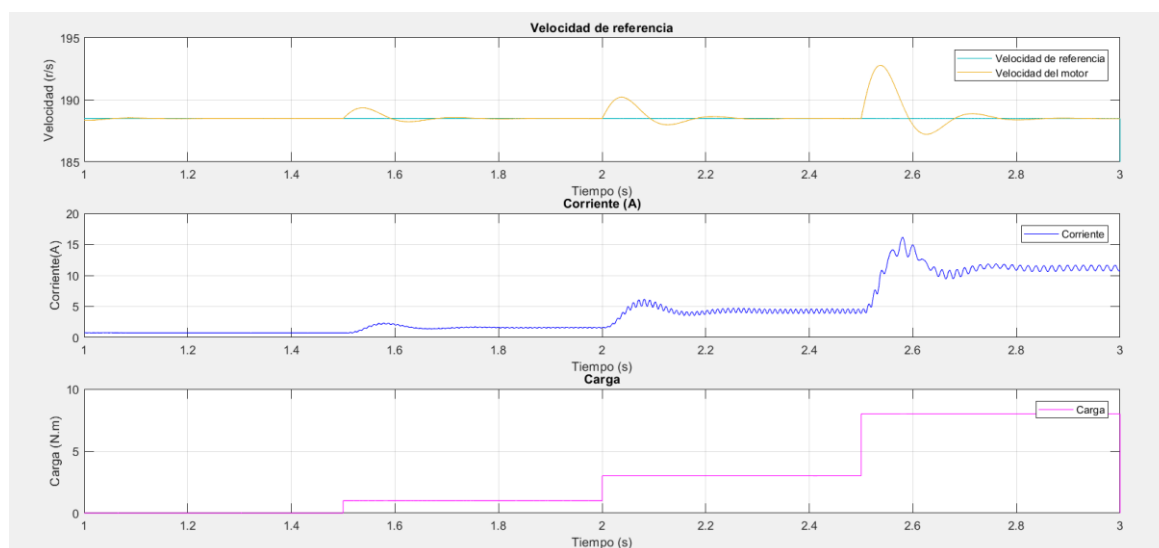


Figura 5.29 Prueba del controlador variando el par mecánico

Tabla 5.7 Máximo error del controlador variando el par mecánico

Datos de la prueba de variación de par mecánico				
Tiempo de cambio (s)	Par mecánico (N.m)	Tiempo de máximo pico (s)	Velocidad pico (r/s)	Error máximo (r/s)
1,5	2	1,536	189,4	1,0
2,0	3	2,039	190,2	1,8
2,5	8	2,536	192,8	4,4

#### 5.4.3.3 Prueba del controlador a baja velocidad con los parámetros encontrados por medio del PSO

En la Figura 5.30, se desarrolla el comportamiento de la velocidad controlada de la máquina de inducción, donde teniendo como referencia lo expuesto en la Tabla 5.8, resulta un error de máximo sobre impulsos de 0,5%, que no es significativo. La corriente del motor alcanza en

estado estacionario el valor de 10 A, lo que representa un aumento de la misma, sin embargo, no activa la protección, de forma contraria, la corriente de arranque disminuye.

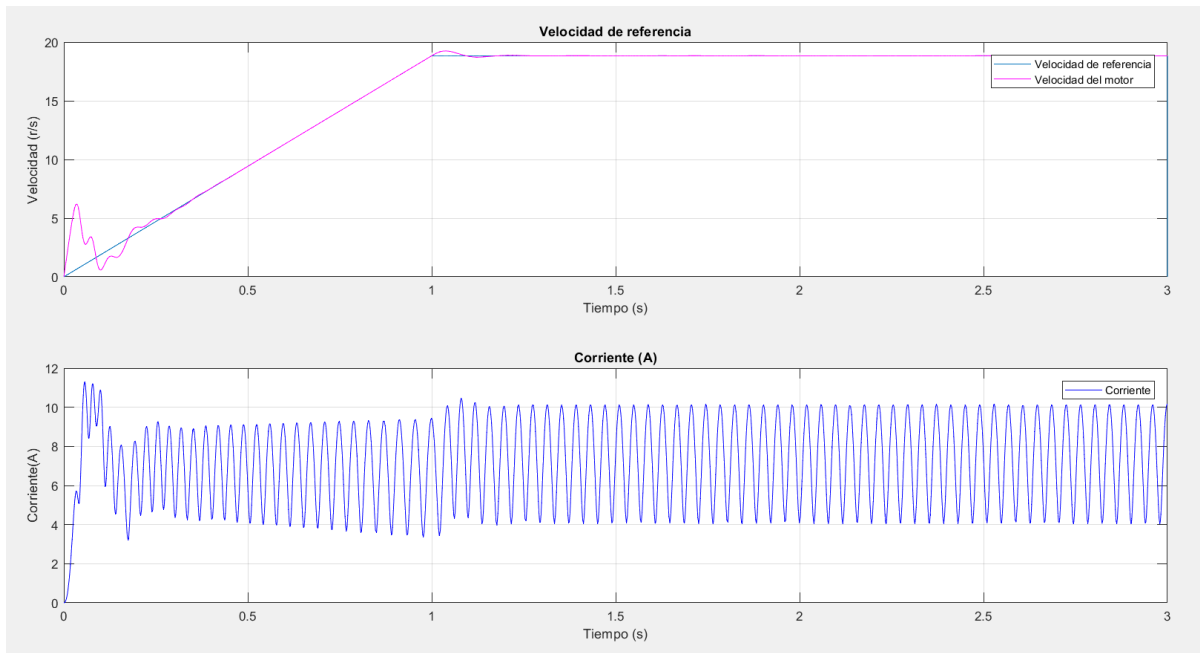


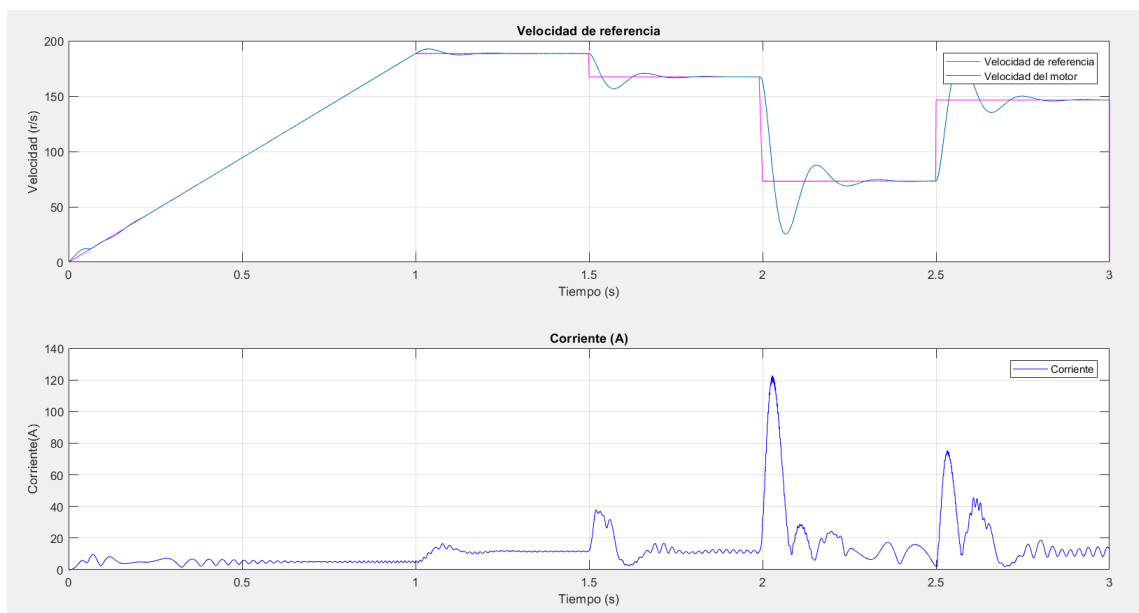
Figura 5.30 Prueba del controlador a baja velocidad

Tabla 5.8 Máximo error del controlador a baja velocidad

Datos de prueba de baja velocidad			
Velocidad de referencia (r/s)	Tiempo de máximo pico (s)	Velocidad de máximo sobrepico (r/s)	Error máximo (r/s)
18,84	1,036	19,85	1,01

#### 5.4.3.4 Prueba del controlador realizando cambios bruscos de velocidad de referencia con los parámetros encontrados por medio del PSO

Cuando se hacen cambios bruscos de velocidad, existen picos en la corriente que pueden superar el valor de la protección que es de 20 A, pero se producen en tiempos cortos. Por lo tanto, la protección no se activa. Ver Figura 5.31, y el controlador presenta sobreimpulsos en cada uno de esos cambios, pero logra estabilizar la velocidad de manera rápida.



**Figura 5.31 Prueba del controlador haciendo cambios bruscos de velocidad**

**Tabla 5.9 Datos prueba del controlador cambios bruscos de velocidad**

Datos de cambios bruscos de velocidad				
Tiempo de cambio (s)	Velocidad de cambio (r/s)	Tiempo de máximo pico (s)	Velocidad pico (r/s)	Error máximo (r/s)
1,0	188,4	1,034	192,50	4,10
1,5	167,5	1,661	170,70	3,20
2,0	73,6	2,155	87,75	14,15
2,5	146,6	2,571	184,10	37,50

## CONCLUSIONES

La implementación del modelo del motor trifásico jaula de ardilla, se realizó por medio del estudio, desarrollo y deducción de las ecuaciones del modelo matemático, a partir de los parámetros del motor. Todo esto, considerando el uso de la transformada de Park, donde se va de un sistema coordinado de fases  $abc$  a uno estacionario  $qd0$ , en el cual se puede escoger como referencia el estator o el rotor del motor, que permitió de manera más simple desarrollar cada uno de los elementos que lo componen. Con el fin, de comprobar el buen funcionamiento del motor, se obtuvieron por medio del modelo matemático las curvas características del mismo, las cuales son curva par vs. velocidad, corriente de la fase  $a$  y velocidad del motor. En Simulink, se observó el comportamiento de la corriente en el tiempo de arranque y en el estado estacionario para tenerla en cuenta durante la aplicación del control vectorial, así mismo la velocidad. Este es un modelo completo, que cumple con las expectativas de simulación y análisis.

Para la realización del control de la velocidad del motor, se desarrolló la implementación del modelo matemático del control vectorial indirecto, que a su vez incluye un controlador PID, el cual tiene presente los elementos del modelo matemático del motor tales como el par electromagnético, ángulo del rotor, corrientes de las fases  $abc$ , entre otros. El control vectorial, tiene en consideración el núcleo del motor, ya que cuenta con un debilitamiento del flujo, con el fin de que este no se sature.

Con respecto a los parámetros del controlador PID, la optimización por enjambre de partículas generó el ajuste a los parámetros del controlador, que se desarrolló en base a una función de costo, tomando en cuenta el error y realizando las iteraciones necesarias. La comprobación de esto fueron las pruebas realizadas al controlador de variación de par mecánico, variación de velocidad por encima y por debajo de la nominal, prueba a baja velocidad y haciendo cambios bruscos de la misma, teniendo como consecuencia errores muy bajos que se pueden considerar despreciables, sin tener gran efecto en la corriente de arranque ni la corriente en estado

estacionario del motor. Por lo tanto, la optimización por enjambre de partículas es un algoritmo eficiente, que permite la sintonización de los parámetros del controlador PID, con errores mínimos. Al comparar la sintonización hecha por Tan (1998), con respecto a la sintonización por optimización por enjambre de partículas, este último es considerablemente mejor, debido a que el algoritmo no se queda con la primera solución que encuentra, sino que a su alrededor hay más partículas en busca de ese punto óptimo que se va almacenando en un óptimo global hasta lograr encontrar el mejor entre todos. Con él, los parámetros del controlador PID son mejores ya que a pesar que presenta un sobreimpulso, este es mínimo y la velocidad se establece rápidamente, a diferencia que Tan que se comprobó que controla, pero es un control muy lento.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## RECOMENDACIONES

Probar otro tipo de motores diferentes a *1 HP*, aplicándole el control vectorial ya establecido y sus valores optimizados por enjambre de partículas y observar su comportamiento.

Una de las mejoras, con respecto al algoritmo de optimización de enjambre de partículas es que se puede tomar en cuenta la corriente de arranque del motor, ya que, en este trabajo de grado solo se consideró el índice de desempeño de la integral de la multiplicación del tiempo por el valor absoluto del error (ITAE).

Implementar algoritmos alternos como la búsqueda Tabú (Glover, 1986), búsqueda del vecindario variable (Hansen y Mladenović, 2001) y reconocido simulado (Kirkpatrick et al., 1983), cuya principal característica es que parten de un punto y mediante la exploración del vecindario varían la solución actual, formando una trayectoria. Con el fin, de acelerar el encuentro de los parámetros [28] [29] [30] .

## REFERENCIAS

- [1] C. Duarte y J. Quiroga, «Algoritmo PSO para identificación de parámetros en un motor DC,» *Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, n° 55, pp. 116 - 124, Septiembre 2010.
- [2] J. Kennedy y E. Russell, «Particle Swarm Optimization,» *Purdue School of Engineering and Technology*, pp. 1942 - 1948, Noviembre 1995.
- [3] M. E. Mazzei, «Propuesta de solución del problema de colocación de máquinas empleando la Técnica de Optimización por Enjambre de Partículas (PSO),» *Tekhné*, n° 16, 2013.
- [4] S. G. Constante Flores, «Ubicación y dimensionamiento óptimos de compensación reactiva utilizando optimización por enjambre de partículas PSO,» *Escuela Politécnica Nacional, Quito*, 2016.
- [5] G. A. Ramos Cortés, «Diseño e implementación de un dispositivo que permita calcular la eficiencia de un motor trifásico de inducción mediante computación evolutiva,» *Universidad Autónoma de Occidente, Santiago de Cali*, 2018.
- [6] W. J. Castillo P., «Ubicación y direccionamiento óptimo de capacitores en sistemas de potencia considerando fuentes intermitentes de energía y usando optimización por enjambre de partículas,» *Universidad de Los Andes, Mérida*, 2016.
- [7] W. Castillo, J. Muñoz y J. y. O. Hernández, «Ubicación y Dimensionamiento óptimo de SVCs usando Optimización por Enjambre de Partículas y considerando Fuentes de Energía Intermitentes,» *Ciencia e Ingeniería*, vol. 39, n° 1, diciembre-marzo 2018.
- [8] E. Boderó Poveda y E. y. O. Villacrés Cevallos, «Ajuste paramétrico C1 y C2 en el desempeño del algoritmo de optimización de partículas - PSO,» *Ciencia y Tecnología*, vol. 19, n° 22, pp. 94-110, 2019.

- [9] E. J. González Rivas, «Despacho Económico en Sistemas de Potencia usando Optimización por Enjambre de Partículas,» Mérida, 2010.
- [10] A. Duque M., J. A. López y A. F. Navas, «Sintonización de un controlador PID implementado en un PLC haciendo uso de inteligencia de enjambres,» *Prospectiva*, vol. 15, n° 1, pp. 35-41, 2017.
- [11] «Academic,» [En línea]. Available: <https://es-academic.com/dic.nsf/eswiki/508554>. [Último acceso: Mayo 2022].
- [12] s. i. m. Industrial Technical Engineer, «DE MOTOR,» [En línea]. Available: <https://en.demotor.net/electric-motors/ac-motors/synchronous-motor>. [Último acceso: abril 2022].
- [13] A. L. Farina, «Motores eléctricos trifásicos: usos, componentes y funcionamiento,» *Suplemento Instaladores*, pp. 68-72, 2018.
- [14] A. Farina, «Editores,» Agosto 2018. [En línea]. Available: [https://www.editores-srl.com.ar/revistas/ie/334/farina\\_motores](https://www.editores-srl.com.ar/revistas/ie/334/farina_motores). [Último acceso: abril 2022].
- [15] J. Salas, «Control de Velocidad de Motores de Inducción usando Control por modo Deslizante,» Universidad de Los Andes, Mérida, 2011.
- [16] «Comando y Protecciones de Motores Eléctricos,» Uruguay.
- [17] F. Reyes, «Diseño de un Controlador Difuso en Modo Deslizante para un Motor de Inducción Trifásico tipo Jaula de Ardilla,» Universidad de Los Andes, Mérida, 2016.
- [18] A. Genovese G., «Control de la velocidad de motores de inducción con controladores pi-pid,» Universidad de Los Andes, Mérida, 2017.
- [19] D. Barba y R. Andrés, «Control e implementación del Sistema de Control Vectorial de Orientación de Campo Directo (DFOC) para un Motor Trifásico de Inducción,» Quito, 2012.

- [20] M. Barboza, «Control de Velocidad de Motores de Inducción: Optimización de los Parámetros del Controlador PI por medio de Algoritmos Genéticos,» Universidad de Los Andes, Mérida, 2018.
- [21] C. Ong, *Dynamic Simulation of Electric Machinery*, Chap VI y IX, New Jersey U.S.A.: Prentice-Hall PTR, 1998.
- [22] D. J. C. & R. C. R. Jeffrey E. Arbogast, «Graphical Technique for Modeling Integrating,» *Chemical Engineering Communications*, pp. 1567-1572, 2007.
- [23] A. O'Dwyer, *HANDBOOK OF PI AND PID CONTROLLER TUNING RULES*, 3rd ed., Imperial College Press, 2009.
- [24] A. O'Dwyer, *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*, vol. 2dn Edition, Dublin, Irlanda, 2006, pp. 286-288.
- [25] S. A. Castaño G., «Índices de desempeño - Sistemas de control [Integral del error],» 2021. [En línea]. Available: <https://www.youtube.com/watch?v=mYylbSwete4>. [Último acceso: 07 2022].
- [26] C. A. Smith C., *Control automático de procesos. Teoría y práctica*, México: Noriega Limusa, 1991.
- [27] Q. C. M. J., «Cálculo de los parámetros del controlador PID, por sintonización, para el posicionamiento lineal de un cilindro hidráulico,» Universidad católica Santa María, Arequipa - Perú, 2019.
- [28] R. Bodas López, «La metaheurística de búsqueda Tabú aplicada al problema de enrutamiento de vehículos,» Universidad de Valladolid , Valladolid, 2017.
- [29] P. M. N. Hansen y J. A. Moreno P., «Variable Neighbourhood Search,» *Revista Iberoamericana de inteligencia artificial*, pp. 77-92, 2003.

- [30] M. Vazquez Espi, «Recocido simulado: un nuevo algoritmo para la optimacion de estructuras,» Escuela Tecnica Superior de Arquitectura de Madrid , Madrid - España, 1993.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)