



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
FACULTAD DE INGENIERIA  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

HERRAMIENTA EDUCATIVA PARA EL DISEÑO DE FILTROS

ACTIVOS Y PASIVOS.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

Br. Moraima Josefina Azuaje Montilla.

Mérida, Octubre de 2022.

Reconocimiento-No comercial- Compartir igual



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
FACULTAD DE INGENIERIA  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DEPARTAMENTO DE CIRCUITOS Y MEDIDAS

HERRAMIENTA EDUCATIVA PARA EL DISEÑO DE FILTROS  
ACTIVOS Y PASIVOS.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar al título de Ingeniero  
Electricista.

Br. Moraima Josefina Azuaje Montilla.

Tutor: M Sc. Francisco J. Vilorio M.

Mérida, octubre de 2022.

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES  
FACULTAD DE INGENIERIA  
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
DEPARTAMENTO DE CIRCUITOS Y MEDIDAS

HERRAMIENTA EDUCATIVA PARA EL DISEÑO DE FILTROS  
ACTIVOS Y PASIVOS.

Br. Moraima Josefina Azuaje Montilla.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

Trabajo de Grado, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al título de Ingeniero Electricista, aprobado en nombre de la Universidad de Los Andes por el siguiente jurado.

---

Prof. Francisco J. Araujo R.

---

Prof. Marcos A. Molina

---

Prof. Francisco J. Vilorio M.

## **DEDICATORIA**

### **A mis Padres;**

Victoria Montilla, Gabino Azuaje

Por enseñarme lo bueno y lo malo, por amarme como a nadie y enseñarme a amar, por los consejos, por guiarme por el camino del bien, los abrazos y bendiciones, por luchar por mí y enseñarme a luchar por lo que quiero, por la confianza que me brindan Gracias.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

**Los amo.**

## AGRADECIMIENTOS

**A Dios y a la Virgen**, porque día a día me dan la guía y la fuerza para seguir adelante, y mostrarme el camino

**A mis padres**, por el amor incondicional y consejos que me han dado, por ayudarme a superar todos los obstáculos, y hacer de mi un ser de bien, son las mejores personas del mundo.

**A la Universidad de Los Andes**, otra casa más, que me brindó la ayuda y la experiencia de ser profesional, me da orgullo de ser miembro de una de las mejores casas de estudio del país y del mundo.

**A mis profesores**, símbolo de profesionalismo, experiencia, paciencia y comprensión, y que cada día aportaron con un granito de sabiduría en el camino recorrido.

**A mi tutor**, Francisco Vilorio, maestro, por su amistad y enseñanzas, por ser un libro abierto, con el que se puede contar en cada momento, por su profesionalismo dentro de la universidad y su amistad fuera de ella, un gran ser humano.

**A mis hermanos**, por siempre estar conmigo a pesar de la distancia, los amo, a Rodrigo porque aunque no está físicamente en mi mente siempre esta.

**A mi familia**, por ayudarme a superarme cada día, por estar para mí en todo momento, por enseñarme a ver en la oscuridad y a no cegarme en la claridad. A todos, gracias.

**A mis amigos**, por su compañía, ocurrencias, por estar para mí en las buenas y en las malas, por compartir grandes experiencias y motivarme cuando más lo necesitaba.

*Este triunfo es de ustedes.*

**Moraima J. Azuaje M.** HERRAMIENTA EDUCATIVA PARA EL DISEÑO DE FILTROS  
ACTIVOS Y PASIVOS Universidad de Los Andes. Tutor: Francisco J. Vilorio. M. octubre  
2022.

## RESUMEN

www.bdigital.ula.ve

En el presente proyecto se presenta una herramienta educativa que facilita el trabajo del profesor tanto como la del estudiante, actualmente filtros eléctricos es un área sumamente amplia y surge la necesidad de desarrollar en lenguaje C desarrollado en el entorno de desarrollo CodeBlocks-EP , el programa tiene la capacidad de graficar el circuito con sus respectivos valores y elementos de cada filtro eléctrico, con el fin de modernizar la enseñanza en las materias de esta área. Este programa se diseñó considerando cada una de las características de filtros pasivos y activos, de igual manera las estructuras a implementar, calculado por la aproximación de Butterworth y Chebyshev, el programa tiene una interfaz gráfica intuitiva con manejo de menú y puede usarse con ratón o con atajos de teclado, y se obtendrán Los esquemas del filtro diseñado.

Descriptores: Diseños de filtros pasivos y activos, Filtros de Butterworth, Filtros de Chebyshe

# INDICE GENERAL

## Contenido

DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTOS.....	iv
RESUMEN.....	v
INDICE GENERAL.....	vi
INDICE DE FIGURAS.....	x
INTRODUCCIÓN.....	15
CAPITULO 1. EXPOSICION DE MOTIVOS.....	16
1.1. JUSTIFICACIÓN.....	16
1.2. OBJETIVOS.....	16
1.2.1. Objetivo General.....	16
1.2.2. Objetivos Específicos.....	16
1.3. METODOLOGIA.....	17
1.4. ALCANCE.....	17
1.5. LIMITACIONES.....	17
CAPITULO 2. Introducción a los filtros eléctricos.....	18
2.1. ANTECEDENTES.....	18
2.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	20
CAPITULO 3. FILTROS ELECTRICOS PASIVOS Y ACTIVOS.....	21
3.1. Clasificación de los filtros.....	21
3.1.1. De acuerdo a la ubicación de la banda de paso se muestra a continuación.....	21
3.1.2. De acuerdo al método de aproximación.....	21

3.1.3. De acuerdo a los elementos y dispositivos .....	22
3.2. Aproximación de amplitud .....	22
3.2.1. Aproximación en ambas bandas .....	25
3.2.2. Aproximación con rizo uniforme en la banda paso y plana en la BA .....	26
CAPITULO 4. Aproximación de Butterworth .....	28
4.1. Polinomio de Butterworth .....	31
4.2. Orden de los filtros de Butterworth .....	35
CAPITULO 5. Aproximación de Chebyshev .....	38
5.1. Polinomios de Chebyshev .....	38
5.1.1.1 Propiedades de los polinomios de Chebyshev .....	40
5.2. Obtención de la función de transmisión .....	43
5.3. Calculo para los filtro de Chebyshev .....	47
CAPITULO 6. Diseño de filtros pasivos .....	49
6.1. Función de transformación para filtros pasivos .....	49
6.2. Estructura de los filtros paso bajo (FPB) con los ceros de transmisión en el infinito ....	50
6.2.1. Saal-Ulbrich para Butterworth y Chebyshev .....	55
6.3. Transformación de frecuencias .....	61
6.4. Transformación a paso bajo .....	61
6.5. Transformación a paso alto .....	61
6.6. Transformación a banda de paso .....	62
6.7. Transformación a banda eliminada .....	64
<b>CAPITULO 7. FILTROS ACTIVOS</b> .....	69
7.1. Desventajas .....	69
7.2. Uso de los amplificadores operacionales .....	69

7.3. Funciones de transferencia para filtros activos.....	70
7.3.1. Paso bajo.....	70
7.3.2. Paso alto.....	71
7.3.3. Paso banda .....	73
7.3.4. Banda eliminada .....	73
7.4. Algoritmo de Geffe.....	74
7.4.1. Como usar el algoritmo de Geffe en filtros banda eliminada.....	75
7.5. Estructuras más comunes en filtros activo .....	76
7.5.1.1 Paso bajo .....	76
7.5.1.2 Paso alto .....	77
7.5.1.3 Paso banda.....	78
7.5.1.4 Banda eliminada.....	79
CAPITULO 8. Interfaz.....	81
8.1. Como usar el programa.....	82
CAPITULO 9. ANALISIS DE RESULTADOS.....	91
9.1. Filtro pasivo paso bajo.....	91
9.2. Filtro pasivo paso alto.....	93
9.3. Filtro pasivo paso banda .....	95
9.4. Filtro pasivo banda eliminada.....	98
9.5. Filtro activo paso bajo .....	100
9.6. Filtro activo paso alto .....	104
9.7. Filtro activo paso banda.....	105
9.8. Filtro activo banda eliminada .....	108

CONCLUSIONES.....	111
RECOMENDACIONES .....	112
REFERENCIAS .....	113

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## INDICE DE FIGURAS

Figura 3-1 Aproximación de amplitud. Extraída de [16] .....	22
Figura 3-2 Banda de paso. Extraído de [17].....	25
Figura 3-3. Respuesta plana en ambas bandas Extraído de [18] .....	26
Figura 3-4. Estructura en escalera .....	26
Figura 3-5. rizo uniforme. Extraído de [16] .....	27
Figura 5-1. Curvas que representan a Cn. Extraído de [23] .....	42
Figura 5-2F.Coeficiente del grado. Extraído de [24].....	43
Figura 5-3. Lugar geométrico de la raíz. Extraído de [25].....	45
Figura 6-1-Estructura I .....	59
Figura 6-2. Estructura II .....	60
Figura 6-3. Estructura III .....	60
Figura 6-4. Estructura IV .....	60
Figura 7-1. paso bajo primer orden. Extraído de [26] .....	70
Figura 7-2Paso bajo segundo orden. Extraído de [27] .....	71
Figura 7-3. Paso alto primer orden. Extraído de [28].....	72
Figura 7-4. Paso alto segundo orden. [29].....	72
Figura 7-5. paso banda. Extraído de [30] .....	73
Figura 7-6. Filtro banda eliminada. Extraído de [31] .....	74
Figura 8-1 .....	82
Figura 8-2. Interfaz .....	83
Figura 8-3. Función .....	84
Figura 8-4Aproximación .....	85
Figura 8-5. Filtro.....	86
Figura 8-6. Circuitos.....	87
Figura 8-7. Circuito .....	87

Figura 8-8. Datos .....	88
Figura 8-9. Error .....	89
Figura 8-10. Ayuda.....	89
Figura 8-11. Despliegue de ayuda. ....	90
Figura 8-12. Ayuda.....	90
Figura 8-13. salir.....	90
Figura 9-1. Paso bajo .....	92
Figura 9-2. Estructuras del ejemplo 9.1.....	92
Figura 9-3. paso bajo .....	93
Figura 9-4. paso alto .....	93
Figura 9-5. Estructura del ejemplo 9.2 .....	94
Figura 9-6. Estructura del ejemplo 9.2.....	95
Figura 9-7. Paso alto.....	95
Figura 9-8. Paso banda .....	96
Figura 9-9. Estructura del ejemplo 9.3 .....	97
Figura 9-10. Paso banda. ....	97
Figura 9-11. Banda eliminada .....	98
Figura 9-12. Estructura del ejemplo 9.4 .....	99
Figura 9-13. Estructura del ejemplo 9.4 .....	100
Figura 9-14. Banda eliminada .....	100
Figura 9-16. Paso bajo .....	101
Figura 9-17. Estructura del ejemplo 9.5 .....	101
Figura 9-18. Estructura del ejemplo 9.5 .....	102
Figura 9-19. Estructura del ejemplo 9.5 .....	102
Figura 9-20. Estructura 0.....	103
Figura 9-21. Estructura 1 .....	103
Figura 9-22. Estructura 2.....	103
Figura 9-23. Paso alto.....	104

Figura 9-24. Estructura del ejemplo 9.6 .....	105
Figura 9-25. Estructura 0 .....	105
Figura 9-26. Paso banda .....	106
Figura 9-27. Estructura del ejemplo 9.7 .....	106
Figura 9-28. Estructura del ejemplo 9.7 .....	107
Figura 9-29. Estructura del ejemplo 9.7 .....	107
Figura 9-30. Estructura 1 .....	107
Figura 9-31. Estructura 2 .....	108
Figura 9-32. Estructura 3 .....	108
Figura 9-33. Banda eliminada .....	109
Figura 9-34. Estructura del ejemplo 9.9 .....	110
Figura 9-35. Estructura del ejemplo 9.9 .....	110
Figura 9-36. Estructura del ejemplo 9.9 .....	110
Figura 9-37. Estructura 1 .....	110

## INDICE DE TABLAS:

Tabla 1. Programas de filtros eléctricos. ....	18
Tabla 2. Programa de filtros eléctricos comerciales.....	19
Tabla 4.1 Polinomio de Butterworth $Dn(r)$ . Extraído de [19].....	32
Tabla 4.2 Coeficiente de los polinomios $Dn(r)$ . Extraído de [20].....	35
Tabla 4.3 Raíces de los polinomios $Dn(p)$ . Extraído de [21] .....	36
Tabla 5.1. Polinomio de Chebyshev $cnu$ . Extraído de [22] .....	40
Tabla 6.1 Transformación de frecuencia. Extraído de [3].....	49
Tabla 6.2 Estructura prototipo paso bajo. Extraído de [3] .....	52
Tabla 6.3 Terminación simple. Extraído de [3].....	53
Tabla 6.4 Estructura de Saal-Ulbrich. Extraído de [1] .....	58
Tabla 6.5 sintonización. Extraído de [3].....	58
Tabla 6.6 Transformación de elementos de PBN a PB; PA; PBD y BE. Extraído de [1].....	66
Tabla 6.7 Fórmulas de Saal-Ulbrich. Extraído de [1].....	66
Tabla 7.1 Algoritmo de Geffe. extraído de [3].....	74
Tabla 7.2 filtro activo paso bajo .....	76
Tabla 7.3 filtros activos paso alto.....	77
Tabla 7.4 filtro activo paso banda. ....	78
Tabla 7.4 filtro activo paso banda, cont.....	79
Tabla 7.5 filtro activo banda eliminada .....	79
Tabla 7.5 filtro activo banda eliminada, cont .....	80
Tabla 9.1 Datos del ejercicio 9.1 .....	91
Tabla 9.2 Datos del ejercicio 9.2 .....	93
Tabla 9.3 Datos del ejercicio 9.3 .....	96
Tabla 9.3 Datos del ejercicio 9.3, cont .....	96
Tabla 9.4 Datos del ejercicio 9.4.....	98

Tabla 9.4 Datos del ejercicio 9.4 , cont .....	98
Tabla 9.5 Datos del ejemplo 9.5 .....	100
Tabla 9.6 Datos del ejemplo 9.6 .....	104
Tabla 9.7 Datos del ejemplo 9.7 .....	105
Tabla 9.7 Datos del ejemplo 9.7, cont .....	106
Tabla 9.8 Datos del ejemplo 9.8 .....	108
Tabla 9.8 Datos del ejemplo 9.8, cont .....	109

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

# INTRODUCCIÓN

Los procesos de enseñanza-aprendizaje en la carrera de Ingeniería Eléctrica en la Universidad de Los Andes, Mérida Venezuela, actualmente se están orientando a las tecnologías de los software, por esto es fundamental crear métodos de enseñanza para facilitar la asimilación de temas de algunas materias, como lo es el caso de los filtros pasivos y activos.

Para lograr este objetivo se hace necesario contar con un programa para el diseño de filtros pasivos y activos donde el estudiante pueda verificar sus diseños. El programa debe tener entre sus características una interfaz amigable de fácil uso, sea capaz de indicar errores en la introducción de los datos y dar sus resultados por medio de esquemas circuitales. Los circuitos deben adaptarse a los usados en las clases.

Para los profesores, será muy útil al momento de diseñar los exámenes de filtros eléctricos pasivos y activos, ya que con este obtendrán las soluciones. Es una tendencia en las evaluaciones semipresenciales asignar exámenes individuales a cada alumno, por lo que este programa simplificaría mucho dicho trabajo.

# **CAPITULO 1.**

## **EXPOSICION DE MOTIVOS.**

Una de las funciones de la educación debe ser promover el trabajo dentro y fuera de las aulas de clase, la capacidad de los estudiantes para el aprendizajes por medio de nuevos programas.

### **1.1. JUSTIFICACIÓN**

La teoría de los filtros es una de las áreas más importantes y más usada en electrónica desde sus orígenes. Es necesario el desarrollo de nuevos recursos que, por un lado, estén en condiciones de dar respuesta a esas demandas y, por otro, permitan a los docentes universitarios, crear situaciones de enseñanza que faciliten a los estudiantes el desarrollo de procesos y experiencias de aprendizaje, como parte del programa de capacitación de los futuros profesionales. Este recurso didáctico está pensado para el desarrollo de procesos formativos que, sin lugar a dudas, va a ayudar al futuro profesional a familiarizarse con el diseño de diferentes tipos de filtros.

### **1.2. OBJETIVOS**

#### **1.2.1. Objetivo General**

- Implementar un programa que permita diseñar filtros pasivos y activos

#### **1.2.2. Objetivos Específicos**

- Implementar el algoritmo para el diseño de filtros pasivos
- Implementar el algoritmo para el diseño de filtros activos con opción a seleccionar diferentes tipos de estructura

- Implementar un algoritmo para dibujar las soluciones que se obtienen en el diseño de filtros
- Implementar un algoritmo para la introducción amigable e intuitiva de los datos del filtro

### **1.3. METODOLOGIA**

La metodología para la realización de este trabajo dada la característica de la presente investigación se desarrolló bajo la modalidad de un proyecto factible ya que se elabora un programa con base en los resultados de un proceso investigativo previo.

### **1.4. ALCANCE**

Desarrollar un programa p filtros pasivos y activos, en donde facilite al estudiante tanto como al profesor la comprobación de los diseños de filtros, que sea de fácil uso, mostrar una alerta si al momento de introducir los datos se coloca un error, y no permita avanzar hasta que se corrija.

### **1.5. LIMITACIONES**

El programa desarrollado se limita al diseño de filtros eléctricos, en donde los elementos y dispositivos empleados son pasivos y activos, usando solamente las aproximaciones de Butterworth y Chebyshev.

## CAPITULO 2.

### Introducción a los filtros eléctricos

Es un dispositivo, también referido como un cuadripolo, cuya función principal es la de permitir el paso de señales eléctricas en uno o más espacios de frecuencia correspondientes a la banda de paso y atenuar o impedir el acceso de estas en el resto del espectro de frecuencia, correspondiente a la banda de atenuación. Según el profesor Edmundo Vitale. [1].

Como todo dispositivo físico dentro de un sistema real, es posible que produzca efectos de distorsión de amplitud y fase.

El área de filtros eléctricos es muy amplia, por lo tanto se deben implementar programas en donde se facilite el trabajo, para los usuarios.

#### 2.1. ANTECEDENTES

**Tabla 1. Programas de filtros eléctricos.**

<b>Diseñador</b>	<b>Lenguaje</b>	<b>Filtro Pasivo</b>	<b>Filtro Activo</b>	<b>Filtro Digital</b>	<b>Ventajas</b>	<b>Desventajas</b>
Edmundo Vitale Dori	Basic	si	si	si	-Grafica la respuesta de los filtros.	-no muestra circuito
Ramírez	Basic	si	si	no	-Grafica la respuesta de los filtros.	-no muestra circuito
Viloria	C	si	no	no	-Muestra circuitos. -Tiene un menú .	

**Tabla 2. Programa de filtros eléctricos comerciales.**

<b>Programa</b>	<b>Filtro Pasivo</b>	<b>Filtro Activo</b>	<b>Ventajas</b>	<b>Desventajas</b>
FilterLab. [2]	no	si	-Usan las funciones de aproximación de Butterworth , Chebyshev y Bessel. -Se puede seleccionar la respuesta de los filtros.	-Solo permite seleccionar entre dos estructuras Sallen Key y retroalimentación múltiple. -No trabaja los filtros de banda eliminada.
Aktiv Filter, [3]	no	si	-Usando las aproximaciones de Butterworth, Chebyshev y Bessel.	- tipos de circuitos a escoger retroalimentación múltiple, Sallen-Key, doble -t.
Filter Design V4.5. [4]	no	si	- Los datos requeridos son similares a los usados en la asignatura que se imparten en clases como en la Unidad Curricular Circuitos Eléctricos III: -Muestra los parámetros como lo son: frecuencia de corte inferior y frecuencia de corte superior, atenuación de banda inferior y atenuación de banda superior.	-Se encuentra restringidos algunos circuitos, en paso bajo permite seleccionar el circuito Sallen Key y retroalimentación múltiple, mientras para paso alto y paso banda, solo permite seleccionar el circuito de Sallen-Key. está muy restringido
Analog Filter Wizard, [5]	si	no	-datos usados iguales al que manejamos en la asignatura de circuitos eléctricos III.	-No trabaja con filtros banda eliminada.
Filter Design Tool. [6]	si	no	-Simula el filtro halla las ganancias. -Paso bajo, paso alto y paso banda. - Coloca la atenuación máxima y atenuación mínima, frecuencia de corte superior y frecuencia de corte inferior.	- No trabaja con filtros banda eliminada.

## **2.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

Implementar un programa factible tanto para el profesor como al estudiante, que diseñe filtros pasivos y activos, ya que será el resultado de un proceso investigativo previo, con algunas mejoras como lo son el diseño de filtros, estructuras y que sea fácil de y accesible para cualquiera.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

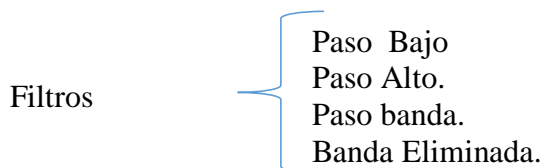
## CAPITULO 3.

# FILTROS ELECTRICOS PASIVOS Y ACTIVOS.

Los filtros eléctricos son cuadripolos que dejan pasar un rango de frecuencia deseada, mientras elimina las frecuencias no deseadas, los filtros pueden clasificarse según donde se encuentre la banda de paso, el método de aproximación, los elementos, según la topología y el espectro de frecuencia usada.

### 3.1. Clasificación de los filtros

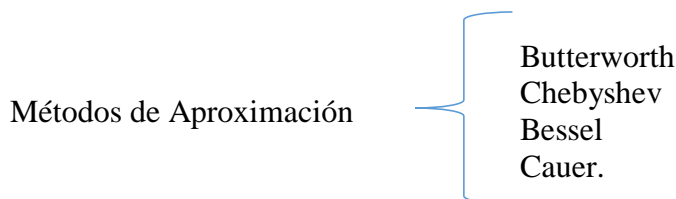
#### 3.1.1. De acuerdo a la ubicación de la banda de paso se muestra a continuación



Para este trabajo de grado se trabajara con los cuatro filtros paso bajo, paso alto, paso banda y banda eliminada.

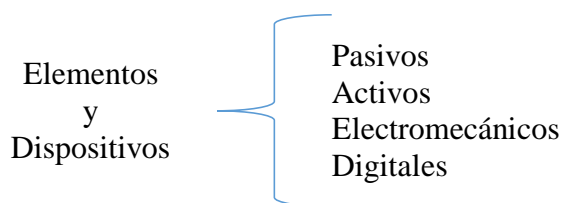
#### 3.1.2. De acuerdo al método de aproximación

Clasificación de acuerdo a los métodos de aproximación:



Para este trabajo de grado se trabajara con las aproximaciones de Butterworth y Chebyshev.

### 3.1.3. De acuerdo a los elementos y dispositivos



Para este trabajo de grado se trabajara con los elementos y dispositivos pasivos y activos.

## 3.2. Aproximación de amplitud

Por medio de la Ecu. 3.1, garantizando que se mantenga constante en la banda de paso y aproximaciones de fase, con objeto de que en la banda de paso se obtenga una fase  $\beta \cong \tau \cdot w$  para evitar distorsión de amplitud, por esto se elige una de las dos aproximaciones, la más importante es la aproximación de amplitud. Se muestra en la Figura 3-1.

$$|G(jw)| \cong K_0$$

Ecu. 3.1

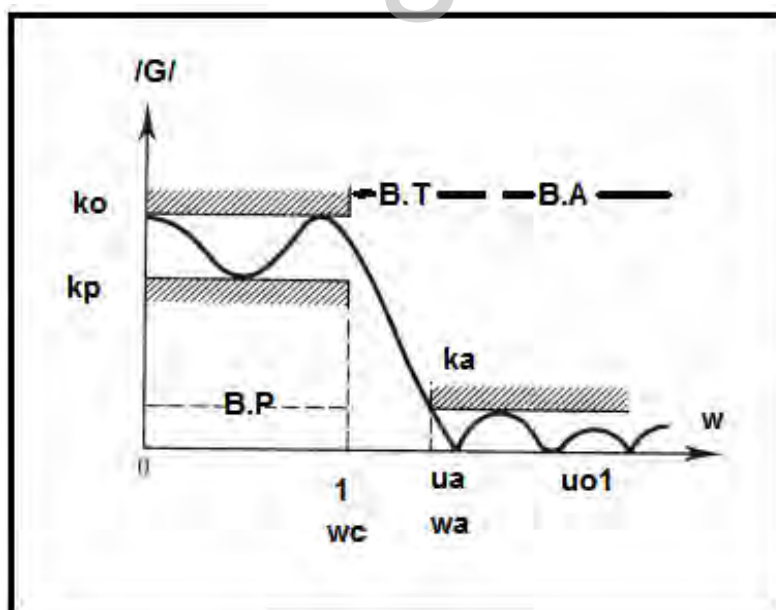


Figura 3-1 Aproximación de amplitud. Extraída de [7]

En la aproximación de amplitud la curva de  $|G(jw)|$ , puede ser análogo a la dada en la Figura 3-1, donde se indica la banda de paso así como la banda de atenuación, solo que esta no

comienza inmediatamente si no después de la banda de paso, partir de la frecuencia de corte, y si no de la frecuencia de atenuación que existiendo una pequeña banda entre ambas denominadas, bandas de transición (BT), en la práctica se generaliza normalizando con respecto a la frecuencia de corte por lo que se usa la Ecu. 3.2.

$$p = ju \quad \text{Ecu. 3.2}$$

De donde  $j = jw$  se anula

$$j\mu = \frac{jw}{wc} \quad \text{Ecu. 3.3}$$

Al anular  $j$  queda la ecuación

$$\mu = \frac{w}{wc} \quad \text{Ecu. 3.4}$$

Si  $w$  es la frecuencia de corte, la frecuencia normalizada,  $\mu$  es igual a uno, y al comienzo de la banda de atenuación corresponde a la Ecu. 3.5

$$\mu = \frac{wa}{wc} > 1 \quad \text{Ecu. 3.5}$$

y la función de transmisión es  $G(p)$  como modelo  $|G(jw)|$ , así lo indica la Figura 3.9, en donde debe ser:

$k_p \leq |G(ju)| \leq k_o$  para  $0 \leq u \leq 1$  que es la banda de paso.

$k_o \leq |G(ju)| \leq 0$  para  $1 \leq u \leq u_a$  que es la banda de transmisión.

$0 \leq |G(ju)| \leq k_a$  para  $u_a \leq u \leq \infty$  que es la banda de atenuación.

Para la Ecu. 3.6

$$t_p = \frac{k_a}{k_o} \quad \text{Ecu. 3.6}$$

se denomina la tolerancia de paso, mientras que en la Ecu. 3.7, es la tolerancia de atenuación.

$$t_a = \frac{k_a}{k_o} \quad \text{Ecu. 3.7}$$

Ambas son menores que uno, pero para que exista una buena aproximación es necesario que se cumpla las condiciones siguientes: Ecu. 3.8, Ecu. 3.9, y la Ecu. 3.10.

$$t_p \cong 1 \quad \text{Ecu. 3.8}$$

$$t_a \ll 1 \quad \text{Ecu. 3.9}$$

$$u_a > 1 \quad \text{Ecu. 3.10}$$

En los filtros pasivos lo normal es que el coeficiente  $k_o$  que indica el valor máximo de  $|G(ju)|$  admisible cumpla la condición de la Ecu. 3.11, generalmente parte de la Ecu. 3.12 para obtener la Ecu. 3.13.

$$k_o \leq 1 \quad \text{Ecu. 3.11}$$

$$|G(ju)|^2 = \frac{p(u^2)}{Q(u^2)} \quad \text{Ecu. 3.12}$$

$$G(p) = \frac{N(p)}{D(p)} \quad \text{Ecu. 3.13}$$

$Q(u^2)$  no puede tener raíces reales ya que ella haría a  $|G(ju)|$  igual a infinito. En cambio  $p(u^2)$  si puede tener raíces reales, como se presenta en la Ecu. 3.14, los factores de la forma que hace que los valores de Ecu. 3.15 sea como el de la Ecu. 3.16 lo cual indica que dichas raíces  $u_{ok}$  tiene que estar en la banda de paso, que es donde únicamente puede anularse, creando ceros de transición finitos, con todas sus raíces reales pudiendo escribirse en la Ecu. 3.17

$$(u^2 - u_{ok})^2 \quad \text{Ecu. 3.14}$$

$$u = u_{ok} \quad \text{Ecu. 3.15}$$

$$|G(ju_{ok})| = 0 \quad \text{Ecu. 3.16}$$

$$p(u)^2 = k^2 \cdot \prod_1^{nf} (u^2 + u_{ok}^2)^2 \quad \text{Ecu. 3.17}$$

En donde  $nf$  son los ceros de transmisión del filtro, para obtener  $G(p)$  su numerador es el de la Ecu. 3.18 y su denominador es  $D(p)$  un polinomio formado por las raíces de  $Q(p)^2$  en el semiplano izquierdo.

$$F(p) = k \cdot \prod_1^{nf} (p^2 + u_{ok}^2) \quad \text{Ecu. 3.18}$$

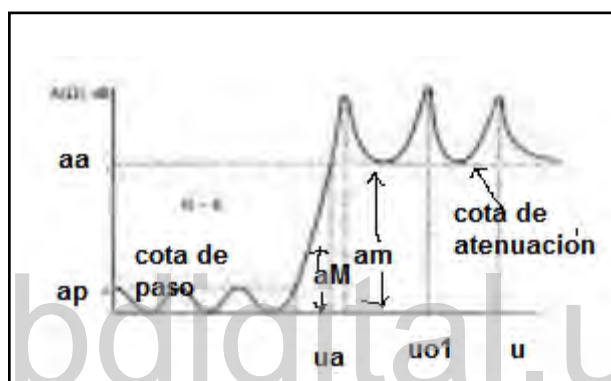


Figura 3-2 Banda de paso. Extraído de [8]

En esta Figura 3-2, se representa la atenuación, en dB equivalente a una función de transmisión  $G(p)$  con el valor modular.

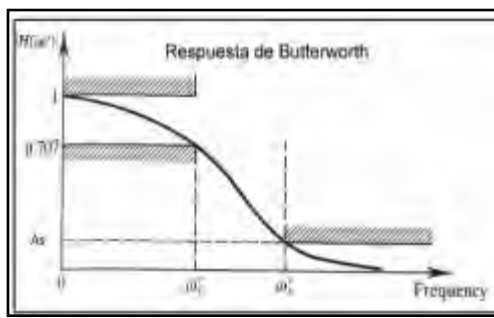
### 3.2.1. Aproximación en ambas bandas

Son las funciones capaces de crear para  $|G(ju)|$  tan solo un máximo en paso banda y el origen en la banda de atenuación, tiene máxima y mínima lo que significa que todos los ceros de transmisión están en el infinito, su curva de atenuación tiene forma parabólica por no haber ceros de transmisión finitos el numerador de  $|G(ju)|^2$  debe ser como se muestra Figura 3-3 y en la Ecu. 3.19.

$$|G(ju)|^2 = \frac{K^2}{Q(u^2)} \quad \text{con} \quad \frac{dQ(u^2)}{du} \neq 0 \quad \text{para} \quad 0 < u < \infty \quad \text{Ecu. 3.19}$$

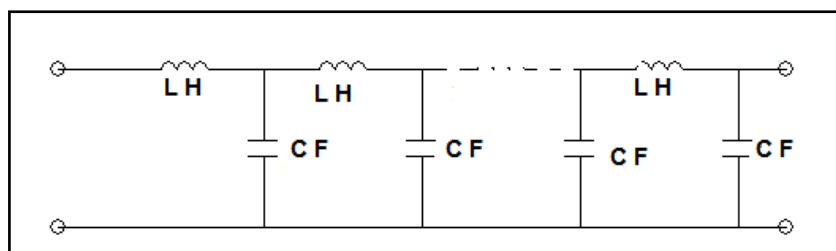
El caso más destacado se le atribuye a la aproximación de Butterworth, en la Ecu. 3.20.

$$|G(j\omega)|^2 = \frac{K_0^2}{1 + \varepsilon^2 \cdot \omega^{2n}} \quad \text{Ecu. 3.20}$$



**Figura 3-3. Respuesta plana en ambas bandas Extraído de [3]**

Por tener todos los ceros de transmisión en el infinito la Figura 3-4, en escalera correspondiente a los filtros que dan lugar a estas funciones de transmisión,  $u = u_{ok}$ , concordando el número de elementos con el grado  $n$  de  $G_p(p)$  solo que tanto a la entrada como a la salida el primer elemento puede ser L o C.



**Figura 3-4. Estructura en escalera**

### 3.2.2. Aproximación con rizo uniforme en la banda paso y plana en la BA

Existen varios rangos en las que se puede conseguir que  $|G(j\omega)|$  oscile entre  $K_0$  y  $K_p$  varias veces, de la Figura 3-5, en este caso solo sucede en la banda de paso, se dice uniforme porque todos los máximos al igual que los mínimos están a un mismo nivel. En cambio, en la banda de

atenuación se comparta como en el caso anterior, lo que implica que también todos los ceros de transmisión estén en el infinito, por lo que la Ecu. 3.20, es análoga a la anterior, con la particularidad de que ahora la Ecu. 3.21 debe anularse  $n$  veces en el intervalo  $0 \leq u \leq 1$  y si  $U_k$  es una frecuencia donde se verifica tal anulación.

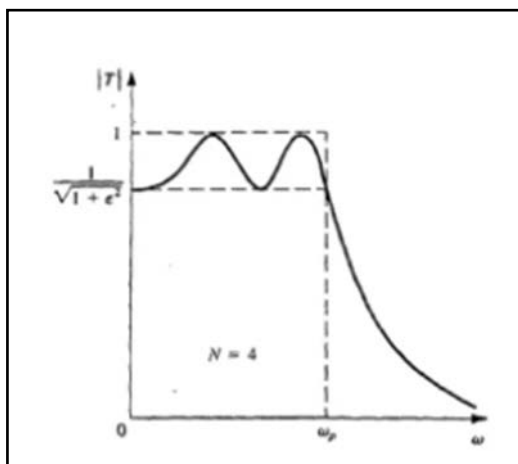


Figura 3-5. rizo uniforme. Extraído de [7]

$$\frac{dQ(u^2)}{du}$$

Ecu. 3.21

La estructura correspondiente a este tipo de aproximación son también análogas a la Ecu. 3.15, por seguir siendo todos los ceros de transmisión en el infinito, la aproximación más importante correspondiente a este tipo de aproximación es la de Chebyshev, que se representa mediante la Ecu. 3.22. En donde  $C_n(u)$  es el polinomio de Chebyshev.

$$|G(ju)|^2 = \frac{K_0^2}{1 + \varepsilon^2 \cdot C_n^2(u)}$$

Ecu. 3.22

## CAPITULO 4.

### Aproximación de Butterworth

Los polinomios de Butterworth son de tipo plano en ambas bandas, se desarrolla la función de transferencia según la Ecu. 4.1, siendo la Ecu. 4.2 una condición para que posea una respuesta plana desde uno hasta  $n-1$  se dice también que es máximamente plana en la banda de paso.

$$|G(ju)|^2 = \frac{k\omega^2}{1 + \varepsilon^2 \cdot u^{2 \cdot n}} \quad \text{Ecu. 4.1}$$

$$\frac{d^k}{du^k} |G(ju)|^2 = 0 \quad \text{Ecu. 4.2}$$

De esta manera se obtiene la función de transmisión que será la mostrada en la Ecu. 4.3, para ello se escribe la Ecu. 4.4, y denominando  $u$  como se muestra en la Ecu. 4.5

$$G(p) = \frac{k\omega^2}{Dr(p)} \quad \text{Ecu. 4.3}$$

$$|G(ju)|^2 = \frac{k\omega^2}{1 + (\sqrt[n]{\varepsilon}u)^{2n}} \quad \text{Ecu. 4.4}$$

$$v = \sqrt[n]{\varepsilon} \cdot u \quad \text{Ecu. 4.5}$$

una nueva variable que sirve para unificar todos los casos, haciendo desaparecer el parámetro  $\varepsilon$  por lo tanto de esta forma queda la Ecu. 4.6, también al igual a la Ecu. 4.7, existirá una variable

compleja que denomina  $r$ , siendo  $r$  la Ecu. 4.8, por lo que elevando al cuadrado ambos miembros de la Ecu. 4.8 se obtiene la Ecu. 4.9, por lo que también es  $r$  y quedara la Ecu. 4.10.

$$G(ju)^2 = \frac{ko^2}{1 + v^{2n}} \quad \text{Ecu. 4.6}$$

$$p = ju \quad \text{Ecu. 4.7}$$

$$r = jv \quad \text{Ecu. 4.8}$$

$$v^2 = -r^2 \quad \text{Ecu. 4.9}$$

$$r = \sqrt[n]{\varepsilon} \cdot p \quad \text{Ecu. 4.10}$$

Por lo que la última expresión de  $G$  en función de  $v$ , se puede obtener  $Dn(r)$  que es un polinomio constituido por la raíz mostrada en la Ecu. 4.11, para el cálculo de la raíz de  $r$ , que corresponde al denominador  $|G(jv)|^2$  donde se ha dado el periodo cambio de la Ecu. 4.9 en donde se elevaron al cuadrado ambos miembros, y para la Ecu. 4.12 en donde se muestra en forma polar el menos uno.

$$1 + (-r^2)^n = 0 \quad \text{Ecu. 4.11}$$

Expresando menos uno en forma polar.

$$-1 = e^{j(2k-1)\pi} \quad \text{Ecu. 4.12}$$

reemplazando se obtiene la Ecu. 4.13

$$-r^2 = e^{j\left(\frac{2k-1}{n}\right)\pi} \quad \text{Ecu. 4.13}$$

al despeja  $r$ , y se sustituye  $-1$  por su equivalente en forma polar.

$$r^2 = e^{j\left(\frac{2k+n-1}{n}\right)\pi} \quad \text{Ecu. 4.14}$$

$$r_k = r = e^{j\left(\frac{2k+n-1}{n}\right)\pi} \quad \text{Ecu. 4.15}$$

es la raíz  $n$  del polinomio de la Ecu. 4.11 que tiene  $2n$  raíces por lo que en la expresión anterior se hace  $k=1, 2, 3, \dots, 2n$  para obtener las  $2n$  raíces. Por ser la Ecu. 4.16 el módulo de esta expresión es la unidad.

$$|r_k| = 1 \quad \text{Ecu. 4.16}$$

las raíces están sobre una circunferencia de radio unidad separada entre ellas un ángulo  $\theta$  como se muestra en la Ecu. 4.17 si se descompone las raíces en forma binomial según la Ecu. 4.18 que es el polinomio constituido por las  $n$  raíces, cuando  $n$  es impar  $D_n(r)$  tiene la raíz de la Ecu. 4.19,

$$\theta = \frac{\pi}{n} \quad \text{Ecu. 4.17}$$

$$r_k = -\sin\left(\frac{2k-1}{2n}\right)\pi + j \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\right)\pi \quad \text{Ecu. 4.18}$$

$$\frac{r_{n-1}}{2} = -1 \quad \text{Ecu. 4.19}$$

como las raíces son complejas conjugadas se tiene la Ecu. 4.20, Por esto se muestra la Ecu. 4.21

$$r_k = r_{n-k+1} \quad \text{Ecu. 4.20}$$

$$(r - r_k) \cdot (r - r_{n-k+1}) = r^2 + 2 \cdot \sin\left(\frac{2k-1}{2 \cdot n} \pi\right) \cdot r + 1 \quad \text{Ecu. 4.21}$$

#### 4.1. Polinomio de Butterworth

Este permite escribir en forma factorizada el polinomio  $D_n(r)$  por la Ecu. 4.22, donde sí:

$\gamma = 1$   $n$  es impar

$\gamma = 0$   $n$  es par

Por medio de esta Ecu. 4.22 se obtiene la función de transmisión unificada en la Ecu. 4.23,

$$D_n(r) = (r + 1)^\gamma \cdot \prod_1^{\frac{n-\gamma}{2}} \left( r^2 + 2 \sin\left(\frac{2k-1}{2n} \cdot \pi\right) \times r + 1 \right) \quad \text{Ecu. 4.22}$$

$$G(r) = \frac{ko}{Dn(r)} \quad \text{Ecu. 4.23}$$

Se regresa a la variable  $p$  para ello se hace la Ecu. 4.10 donde el coeficiente de unidad, hay que dividir numerador y denominador por  $\varepsilon$ , quedando como se muestra en la Ecu. 4.23 en donde  $ko'$  es la Ecu. 4.24 y Ecu. 4.25

$$ko' = \frac{ko}{\varepsilon} \quad \text{Ecu. 4.24}$$

$$G(p) = \frac{ko'}{Dn(p)} \quad \text{Ecu. 4.25}$$

y los coeficientes de  $Dn(p)$  se obtiene de los de  $Dn(r)$  por la Ecu. 4.26 donde  $a_i$  es un coeficiente de  $Dn(r)$  y  $a'_i$  es correspondiente de  $Dn(p)$ .

$$a'_i = \frac{a_i}{\sqrt[n]{\varepsilon^{n-i}}} \quad \text{Ecu. 4.26}$$

**Tabla 4.1 Polinomio de Butterworth  $D_n(r)$ . Extraído de [9]**

<b>n</b>	<b><math>D_n(r)</math></b>
1	$r + 1$
2	$r^2 + 1.4142r + 1$
3	$(r + 1) \cdot (r^2 + r + 1)$
4	$(r^2 + 0.76536r + 1) \cdot (r^2 + 1.84776r + 1)$
5	$(r + 1) \cdot (r^2 + 0.6180r + 1) \cdot (r^2 + 1.6180r + 1)$
6	$(r^2 + 0.5176r + 1) \cdot (r^2 + 1.41421r + 1) \cdot (r^2 + 1.9318r + 1)$
7	$(r + 1) \cdot (r^2 + 0.4450r + 1) \cdot (r^2 + 1.2465r + 1) \cdot (r^2 + 1.8022r + 1)$
8	$(r^2 + 0.3896r + 1) \cdot (r^2 + 1.1110r + 1) \cdot (r^2 + 1.6630r + 1) \cdot (r^2 + 1.9622r + 1)$
9	$(r + 1) \cdot (r^2 + 0.3474r + 1) \cdot (r^2 + r + 1) \cdot (r^2 + 1.5320r + 1) \cdot (r^2 + 1.8794r + 1)$
10	$(r^2 + 0.3128r + 1) \cdot (r^2 + 0.9080r + 1) \cdot (r^2 + 1.4142r + 1) \cdot (r^2 + 1.7820r + 1) \cdot (r^2 + 1.9754r + 1)$

En la Tabla 4.1, se encuentran los polinomios  $D_n(r)$  para  $n=1,2,\dots,10$ , en forma factorizada su uso principal es para diseñar filtros activos de Butterworth,

$$D_n(r) = r^n + a_{n-1}r^{n-1} + a_{n-2}r^{n-2} + \dots + a_2r^2 + 1 \quad \text{Ecu. 4.27}$$

También se observa que en la Ecu. 4.27 en forma desarrollada.

Si  $D_n(p)$  y  $D_n(r)$  se muestran para que se aparezca ambas expresiones, después del cambio de la Ecu. 4.28, el factor de primer grado, se encuentra dividirse por la Ecu. 4.29, y los de segundo orden por la Ecu. 4.30.

$$r = \sqrt[n]{\varepsilon} \cdot p \quad \text{Ecu. 4.28}$$

$$\sqrt[n]{\varepsilon^2} \quad \text{Ecu. 4.29}$$

$$Dn(p) = \left(p + \sqrt[n]{\varepsilon^{-1}}\right)^{\gamma} \cdot \prod_{n=1}^{\frac{(n-\gamma)}{2}} \left(p^2 + p \cdot 2\sqrt[n]{\varepsilon^{-1}} \cdot \sin\left(\frac{2K-1}{2n}\pi\right) + \sqrt[n]{\varepsilon^{-2}}\right) \quad \text{Ecu. 4.30}$$

de esta forma se obtiene la Ecu. 4.30, donde sus raíces están ahora sobre la semicircunferencia de la izquierda de radio  $r$ , como se muestra en la Ecu. 4.31, obteniendo para esta aproximación las siguientes tres Ecu. 4.32, Ecu. 4.33 y Ecu. 4.34, en donde la Ecu. 4.33 y la Ecu. 4.34, se está evaluando para  $u$  igual a 1 y para  $u$  igual a  $ua$ .

$$r = \sqrt[n]{\varepsilon^{-1}} \quad \text{Ecu. 4.31}$$

$$|G(j0)| = ko \quad \text{Ecu. 4.32}$$

$$|G(j)| = \frac{ko}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \quad \text{Ecu. 4.33}$$

$$|G(jua)| = \frac{ko}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot ua^{2n}}} \quad \text{Ecu. 4.34}$$

La Ecu. 4.45, puede servir para obtener  $\varepsilon$ . De la Ecu. 4.34  $|G(jua)| = ka$  sustituyendo se obtiene la Ecu. 4.47.

$$kp = \frac{ko}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \quad \text{Ecu. 4.35}$$

$$tp = \frac{ko}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \quad \text{Ecu. 4.36}$$

$$ka \geq \frac{k_o}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot ua^{2n}}} \quad \text{Ecu. 4.37}$$

lo que dice que mientras menor es la tolerancia en la banda de paso  $ka$ , y más cerca de la unidad este  $ua > 1$ , mayor tendrá que ser el grado  $n$  del polinomio  $Dn$ , la Ecu. 4.38, puede servir para obtener  $n$ , En la Tabla 4.2,  $Dn(r)$  para  $n=1,2...10$ , mientras que la

Tabla 4.3, da la raíces de dichos polinomios así se llega a obtener la función de transmisión unificada por la Ecu. 4.38, pero se debe regresar a la variable  $p$ , para ello se puede hacer la Ecu. 4.39

$$G(r) = \frac{K_o}{D_n(r)} \quad \text{Ecu. 4.38}$$

$$r = \sqrt[n]{\varepsilon} \cdot p \quad \text{Ecu. 4.39}$$

para ello el polinomio  $p^n$  igual a  $\varepsilon$  por lo que se mantiene dicho denominador, donde la Ecu. 4.41 y los coeficientes de  $Dn(p)$  se obtienen de los  $Dn(r)$  por la Ecu. 4.42

$$G(p) = \frac{K_o'}{Dn(p)} \quad \text{Ecu. 4.40}$$

$$K_o' = \frac{K_o}{\varepsilon} \quad \text{Ecu. 4.41}$$

$$a_i' = \frac{a_i}{\sqrt[n]{\varepsilon^{n-i}}} \quad \text{Ecu. 4.42}$$

Para  $i=0,1,2,...n$ .  $a_i$  es un coeficiente de  $Dn(r)$  y  $a_i'$  el correspondiente, de  $Dn(p)$

Coefficientes de los polinomios

**Tabla 4.2 Coeficiente de los polinomios  $Dn(r)$ . Extraído de [10]**

$n$	$r^n + a_{n-1}r^{n-1} + \dots + a_1r + a_0$							
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
1	1.000							
2	1.000	1.414						
3	1.000	2.000	2.000					
4	1.000	2.613	3.414	2.613				
5	1.000	3.236	5.236	5.236	3.236			
6	1.000	3.863	7.464	9.142	7.464	3.864		
7	1.000	4.494	10.098	14.592	14.592	10.098	4.494	
8	1.000	5.126	13.137	21.846	25.688	21.846	13.137	5.126

## 4.2. Orden de los filtros de Butterworth

Se parte de los datos más clásicos que son: atenuación máxima y atenuación mínima.

$$a_M = -20 \log t_p$$

$$a_m = -20 \log t_a$$

Siendo:

$t_p$ : tolerancias en banda de paso

$t_a$ : tolerancia de banda de atenuación.

Para normalizar se toma  $w_a = w_c$  y se obtiene  $u_a = 1$ , se está en la banda de paso como se muestra en la Ecu. 4.43 y es referente a la banda de atenuación, en la Ecu. 4.44, al sustituir  $u_a$ , se obtiene las Ecu. 4.45, según Edmundo Vitale Dori [1]

$$u_a = \frac{w_a}{w_c} \quad \text{Ecu. 4.43}$$

Tabla 4.3 Raíces de los polinomios  $Dn(p)$ . Extraído de [11]

Order $n$	Real Part $-\alpha$	Imaginary Part $\pm j\beta$
2	0.7071	0.7071
3	0.5000 1.0000	0.8660
4	0.9239 0.3827	0.3827 0.9239
5	0.8090 0.3090 1.0000	0.5878 0.9511
6	0.9659 0.7071 0.2588	0.2588 0.7071 0.9659
7	0.9010 0.6235 0.2225 1.0000	0.4339 0.7818 0.9749
8	0.9808 0.8315 0.5556 0.1951	0.1951 0.5556 0.8315 0.9808
9	0.9397 0.7660 0.5000 0.1737 1.0000	0.3420 0.6428 0.8660 0.9848
10	0.9877 0.8910 0.7071 0.4540 0.1564	0.1564 0.4540 0.7071 0.8910 0.9877

$$|G(ju)|^2 = \frac{ko^2}{1 + \varepsilon^2 \cdot u_a^2} \quad \text{Ecu. 4.44}$$

$$|G(ju)|^2 = \frac{ko^2}{1 + \varepsilon^2} \geq k_p^2 \quad \text{Ecu. 4.45}$$

De la Ecu. 4.46 se obtiene a  $tp$ , aplicando logaritmos para pasar a  $a_M$  y se obtiene de la Ecu. 4.47, donde se obtiene el log de la Ecu. 4.48, que da  $a_M$ .

$$tp \leq \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2}} \quad \text{Ecu. 4.46}$$

$$\log tp \leq -\frac{1}{2} \cdot \log(1 + \varepsilon^2) \quad \text{Ecu. 4.47}$$

$$a_M \geq 10 \log(1 + \varepsilon^2) \quad \text{Ecu. 4.48}$$

Al despejar  $\varepsilon$  de la Ecu. 4.48, se obtiene la Ecu. 4.49, implica que la curva de atenuación pasara por encima de la cota de atenuación en la banda de paso, luego procediendo de una manera análoga a la frecuencia  $ua$  que muestra que para obtener la Ecu. 4.52 se parte de las siguientes tres Ecu. 4.50, Ecu. 4.48 y Ecu. 4.51, considerado la igualdad anterior.

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0,1 \cdot a_M} - 1} \quad \text{Ecu. 4.49}$$

$$|G(ju_a)|^2 = \frac{ko^2}{1 + \varepsilon^2 \cdot ua^{2n}} \geq ka^2 \quad \text{Ecu. 4.50}$$

$$\varepsilon^2 \cdot ua^{2n} \geq 10^{0,1 \cdot a_m} - 1 \quad \text{Ecu. 4.51}$$

$$ua^{2n} \geq \frac{10^{0,1 \cdot a_m} - 1}{10^{0,1 \cdot a_M} - 1} \quad \text{Ecu. 4.52}$$

y formando los siguientes logaritmos, mostrados en la Ecu. 4.53 como el segundo miembro de esta expresión será siempre un número real con decimales y donde  $n$  debe ser un número entero.

$$n \geq \frac{\log\left(\frac{10^{0,1 \cdot a_m} - 1}{10^{0,1 \cdot a_M} - 1}\right)}{2 \cdot \log ua} \quad \text{Ecu. 4.53}$$

## CAPITULO 5.

### Aproximación de Chebyshev

Por lo general la aproximación de Chebyshev se consigue mediante la Ecu. 5.1 en donde  $cn(u)$  es el polinomio, esta forma se consigue una aproximación que se denomina rizo uniforme en la banda de paso y plana en la banda de atenuación, sin embargo se necesita conocer el polinomio de Chebyshev y sus propiedades.

$$|G(ju)|^2 = \frac{k_0^2}{1 + \varepsilon^2 \cdot cn^2(u)} \quad \text{Ecu. 5.1}$$

#### 5.1. Polinomios de Chebyshev

Se considera de la forma siguiente.

$$\varphi = \cos^{-1} u \text{ para } |u| \leq 1 \text{ y } \varphi = \cosh^{-1} u > 1. \quad \text{Ecu. 5.2}$$

Se define el polinomio de Chebyshev de orden n, mediante las siguientes expresiones.

$$cn(u) = \begin{cases} \cos n \cdot \varphi = \cos(n \cdot \cos^{-1} u) & \text{para } |u| \leq 1 \\ \cosh n \cdot \varphi = \cosh(n \cdot \cosh^{-1} u) & \text{para } u > 1 \end{cases} \quad \text{Ecu. 5.3}$$

También se escribe como se muestra en la Ecu. 5.5

$$c_n(u) = \operatorname{Re}[e^{jn\phi}] = \operatorname{Re}[(e^{j\phi})^n] = \operatorname{Re}[(\cos \phi + j \sin \phi)^n] \quad \text{Ecu. 5.4}$$

$$\cos \phi = u \quad \text{Ecu. 5.5}$$

$$\sin \phi = \sqrt{1 - u^2} \quad \text{Ecu. 5.6}$$

A partir de la Ecu. 5.8, se obtiene el resultado  $c_n(u)$ , aunque ha sido definido a través de la función trigonométrica, es un polinomio de grado  $n$  en donde muestra un método de recurrencia que permite obtener con facilidad los polinomios de  $c_u(u)$ , para ello se considera la Ecu. 5.9.

$$c_n(u) = \operatorname{Re} \left[ \left( u + j \cdot \sqrt{1 - u^2} \right)^n \right] = u^n - \frac{n(n-1)}{2!} u^{n-2} (1 - u^2) + \dots \quad \text{Ecu. 5.7}$$

$$\frac{n!}{4!(n-4)!} \cdot u^{n-1} (1 - u^2)^2 - \frac{n!}{6!(n-6)!} \cdot u^{n-6} (1 - u^2)^3 + \dots$$

Según, González Delgado; aplicando identidades trigonométricas el coseno de la suma de dos ángulos puede expresarse como se muestra en la Ecu. 5.9.

$$\cos(n+1)\phi = 2 \cdot \cos \phi \cdot \cos(n\phi) - \cos(n-1)\phi \quad \text{Ecu. 5.8}$$

Usando la Ecu. 5.9, se obtiene la relación que se muestra en la Ecu. 5.10.

$$c_{n+1}(u) = 2c_1(u) \cdot c_n(u) - c_{n-1}(u) \quad \text{Ecu. 5.9}$$

Evaluando la Ecu. 5.11, para  $n$  igual a uno, queda la Ecu. 5.12,

$$c_1(u) = u \quad \text{Ecu. 5.10}$$

Remplazando la Ecu. 5.11 en la Ecu. 5.10, se obtiene la Ecu. 5.12.

$$c_{n+1}(u) = 2u \cdot cn(u) - c_{n-1}(u) \quad \text{Ecu. 5.11}$$

por lo que tan solo se debe añadir la Ecu. 5.13.

$$co(u) = \cos(0 \cdot \emptyset) = 1 \quad \text{Ecu. 5.12}$$

En la Tabla 5.1 se muestra el polinomio de Chebyshev.

**Tabla 5.1. Polinomio de Chebyshev  $cn(u)$ . Extraído de [12]**

<b>n</b>	<b>Polinomio de Chebyshev</b>
0	1
1	u
2	$2u^2$
3	$4u^3 - 3u$
4	$8u^4 - 8u^2 + 1$
5	$16u^5 - 20u^3 + 5u$
6	$32u^6 - 48u^4 + 18u^2 - 1$
7	$64u^7 - 112u^5 + 56u^3 - 7u$
8	$128u^8 - 256u^6 + 160u^4 - 32u^2 + 1$
9	$256u^9 - 576u^7 + 432u^5 - 120u^3 + 9u$
10	$512u^{10} - 1280u^8 + 1120u^6 - 400u^4 + 50u^2 - 1$

#### 5.1.1.1 Propiedades de los polinomios de Chebyshev

Algunas propiedades de los polinomios de Chebyshev

- Estos polinomios son pares o impares según la paridad de su grado n.
- El polinomio de la Ecu. 5.3, tiene sus raíces y en el intervalo (-1,+1) para su obtención se muestra en la Ecu. 5.14,

$$c_n(u) = \cos(n\emptyset) = 0 \quad \text{Ecu. 5.13}$$

- Siendo la Ecu. 5.15 para obtener a  $n\emptyset$  de donde la Ecu. 5.16 y la Ecu. 5.17 serán para  $k=1,2,\dots,n$

$$n\phi = \frac{2k-1}{2n} \cdot \pi \quad \text{Ecu. 5.14}$$

$$\phi_k = \frac{2k-1}{2n} \cdot \pi \quad \text{Ecu. 5.15}$$

$$u_k = \cos \phi_k = \frac{2k-1}{2n} \cdot \pi \quad \text{Ecu. 5.16}$$

- Debido a la Ecu. 5.14, se define las Ecu. 5.18 y la Ecu. 5.19.

$$|c_n(u)| \leq 1 \text{ para } |u| \leq 1 \quad \text{Ecu. 5.17}$$

$$|c_n(u)| > 1 \text{ para } |u| > 1 \quad \text{Ecu. 5.18}$$

En donde el origen como se muestra en la Ecu. 6.20

$$|c_n(0)| \begin{cases} 0 & \text{si } n \text{ es impar} \\ 1 & \text{si } n \text{ es par} \end{cases} \quad \text{Ecu. 5.19}$$

- El coeficiente del termino de mayor grado de  $c_n(u)$  se muestra en la Ecu. 5.21,

$$c_n(u) = 2^{n-1} \quad \text{Ecu. 5.20}$$

teniendo en cuenta todas estas propiedades las curvas que representan  $c_n(u)$  en donde la Figura 5-1, se representan  $c_5(u)$  y  $c_6(u)$ . de acuerdo a la De esta manera es fácil comprender que la Ecu. 5.22,

$$|G(jua)| = \frac{ko}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cdot c_n^2(u)}} \quad \text{Ecu. 5.21}$$

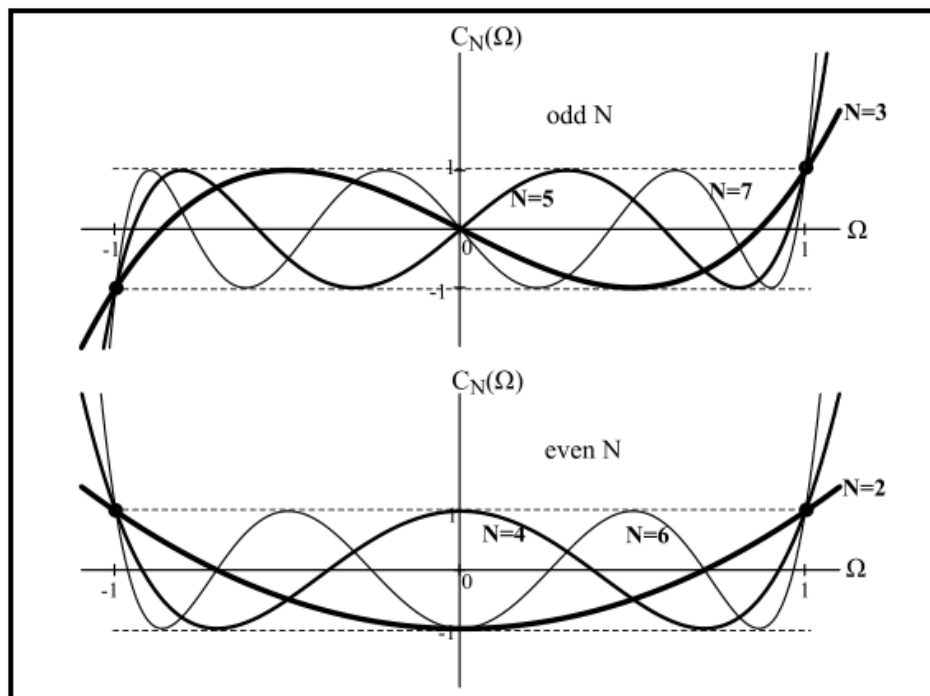


Figura 5-1. Curvas que representan a  $C_n$ . Extraído de [13]

En donde la Figura 5-2, representa la forma dada con rizo uniforme en la banda de paso y banda plana, la banda de atenuación, siendo ahora como en la aproximación de Butterworth en la Ecu. 5.23,

$$Kp = \frac{k_0}{1 + \varepsilon^2} \quad \text{Ecu. 5.22}$$

con la particularidad de que según la Ecu. 5.24, se tomara si n es impar y la Ecu. 5.25 si n es par.

$$|G(j\omega)| = k_0 \quad \text{Ecu. 5.23}$$

$$|G(j\omega)| = kp \quad \text{Ecu. 5.24}$$

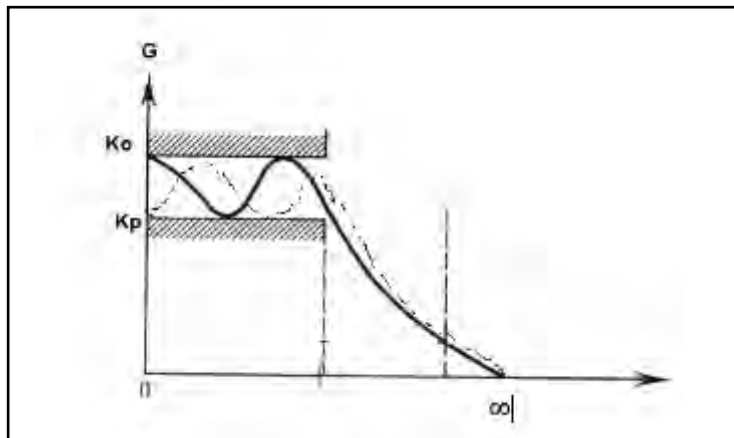


Figura 5-2F. Coeficiente del grado. Extraído de [14]

## 5.2. Obtención de la función de transmisión

Para la obtención de la función de transmisión se muestra en la Ecu. 5.26, donde se obtendrá a  $G(p)$

$$G(p) = \frac{K_0'}{D_n(p)} \quad \text{Ecu. 5.25}$$

en donde lo principal es la obtención del denominador  $D_n(p)$ , que para esto se hallan las raíces como se muestra en la Ecu. 5.27, donde las Ecu. 5.28 y Ecu. 5.29, serán un número complejo

$$1 + \varepsilon^2 \cdot c_n^2 \cdot (-jp) = 0 \quad \text{Ecu. 5.26}$$

$$\varepsilon \cdot c_n(-jp) = e^{j\frac{2k-1}{2}\pi} \quad \text{Ecu. 5.27}$$

$$c_n(-jp) = \cos(n\emptyset) \quad \text{Ecu. 5.28}$$

y como en esta Ecu. 5.29  $\emptyset$  será un número complejo que se escribirá según la Ecu. 5.30 para obtener a  $\emptyset$

$$\emptyset = \gamma + j\eta \quad \text{Ecu. 5.29}$$

resultando de esta forma la Ecu. 5.31 en donde más de la primera deducción debe ser como la mostrada en la Ecu. 5.32

$$\begin{aligned} \cos(n\emptyset) &= \cos(n\gamma) \cdot \cosh(n\eta) + j \cdot \sin(n\gamma) \cdot \sinh(n \cdot \eta) \\ &= \frac{d}{\varepsilon - 1} \cdot \sec\left(\frac{2k-1}{2}\pi\right) \end{aligned} \quad \text{Ecu. 5.30}$$

$$n\gamma = \frac{2k-1}{2}\pi \quad \text{Ecu. 5.31}$$

y la Ecu. 5.33 para la obtención de  $\gamma$  lo que implica que vendrá quedando así la segunda igualdad que será la Ecu. 5.34 y la Ecu. 5.35 ,

$$\gamma = \frac{2k-1}{2n}\pi \quad \text{Ecu. 5.32}$$

$$\sin(n\gamma) = \sin\left(\frac{2k-1}{2}\pi\right) \quad \text{Ecu. 5.33}$$

$$\sinh(n \cdot \eta) = \frac{1}{\varepsilon} \quad \text{Ecu. 5.34}$$

y ahora la Ecu. 5.36 de donde se obtienen las raíces mostradas en la Ecu. 5.37, en  $p_k$ .

$$-jp = \cos \emptyset = \cos(\gamma) \cdot \cosh(\eta) + j \sin(\gamma) \cdot \sinh(\eta) \quad \text{Ecu. 5.35}$$

$$p_k = \sec\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \cdot \sinh(\eta) + j \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \cdot \cosh(\eta) \quad \text{Ecu. 5.36}$$

y como  $Dn(p)$  es un polinomio estrictamente Hurwitz sus raíces estarán todas en el semiplano izquierdo las cuales se consiguen en la Ecu. 5.34 haciendo  $k=1,2,3,\dots,n$ , precisamente se puso  $\emptyset$  con parte imaginaria negativa para que las primeras raíces que aparecieran fuera las de  $Dn(p)$ , las partes reales e imaginarias de estas raíces son las de las siguientes ecuaciones la Ecu. 5.38, y la Ecu. 5.39,

$$\sigma_R = -\sin\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \cdot \sinh \eta \quad \text{Ecu. 5.37}$$

$$u_R = \cos\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \cdot \cosh \eta \quad \text{Ecu. 5.38}$$

y eliminando seno y coseno, por lo tanto queda la Ecu. 5.40,

$$\frac{\sigma_R^2}{\sinh^2 \eta} + \frac{u_R^2}{\cosh^2 \eta} = 1 \quad \text{Ecu. 5.39}$$

lo que dice que el lugar geométrico de estas raíces es una semielipse como el de la Figura 5-3, cuyo eje mayor que esta sobre el eje real, mientras que el menor se encuentra sobre el eje real.

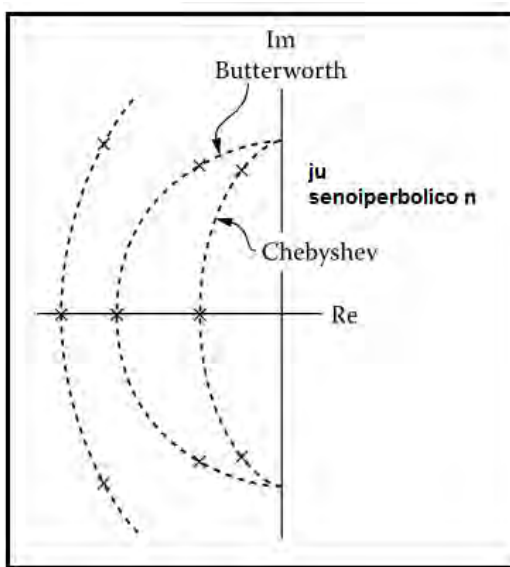


Figura 5-3. Lugar geométrico de la raíz. Extraído de [15]

También se muestra que si se traza la circunferencia de radio en la Ecu. 5.41, y se hace girar alrededor del eje imaginario un ángulo  $\varphi$  de tal manera que sea la Ecu. 5.42

$$R_m = \cosh \eta \quad \text{Ecu. 5.40}$$

$$\cos \varphi = \tanh \eta \quad \text{Ecu. 5.41}$$

vista de frente dicha semicircunferencia en el polo  $p$ , sobre la semielipse, por lo que las raíces de Butterworth se proyectan horizontalmente sobre las de Chebyshev tal como los valores de la Figura 5-3, igualmente al girar la semielipse, sobre el eje real el mismo ángulo  $\varphi$ , donde se transforma la proyección sobre el plano  $p$ , en una semicircunferencia de radio  $R_m$  en la Ecu. 5.43,

$$R_m = \sinh \eta \quad \text{Ecu. 5.42}$$

y de esta forma las raíces de Chebyshev se proyectan verticalmente sobre las de Butterworth contenidas sobre la circunferencia de radio  $R_m$ . De esta manera puede servir para la obtención gráfica de las raíces de Chebyshev, al ser  $n$  impar  $Dn(p)$  tiene una raíz real como se muestra en la Ecu. 5.44

$$k = \frac{n+1}{2} \quad \text{Ecu. 5.43}$$

donde su valor será  $-\sinh n$  también como aproximación de Butterworth en la Ecu. 5.45,

$$p_k = \bar{p}_n - k - 1 \quad \text{Ecu. 5.44}$$

lo cual permite escribir la siguiente Ecu. 5.46

$$(p - pk) \cdot (p - p_{n-k-1}) = p^2 \quad \text{Ecu. 5.45}$$

$$+2 \sin\left(\frac{2k-1}{2n}\right) \cdot \sinh \eta \cdot p + \cos^2\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) + sh^2(\eta)$$

y la Ecu. 5.47 en las que  $\lambda$  será de la siguiente manera:

si  $\lambda$  es uno  $n$  es impar

si  $\lambda$  es cero  $n$  es par

$$Dn(p) = (p + \sinh \eta)^\lambda \cdot$$

$$\prod_{k=1}^{\frac{n-\lambda}{2}} \left( p^2 + 2 \sin\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) \cdot \sinh(\eta) \cdot p + \cos^2\left(\frac{2k-1}{2n}\pi\right) + sh^2(\eta) \right) \quad \text{Ecu. 5.46}$$

De esta manera ahora no se puede dar una expresión unificada para el denominador como en el caso de Butterworth, donde para el grado  $n$  existía un solo polinomio unificado  $Dn(r)$ , en este caso  $Dn(p)$  depende del grado  $n$  y del parámetro  $\varepsilon$  ya que el parámetro intermedio  $n$ , que se introduce en la expresión factorizada de  $Dn(P)$  se debe recordar que vale de  $n$  se obtiene en Ecu. 5.48,

$$\eta = \frac{1}{n} \coth^{-1} \frac{1}{\varepsilon} \quad \text{Ecu. 5.47}$$

por la aparición de  $\sinh n$  en la fórmula de  $Dn(p)$  para Chebyshev su cálculo es un poco más laborioso que para Butterworth, en realidad para la sintonización de filtros Chebyshev los parámetros de cota de atenuación  $a_m$  y  $a_M$  en dB. De  $a_M$  se obtiene  $\varepsilon$  y de  $a_m$  el grado  $n$ .

### 5.3. Calculo para los filtro de Chebyshev

Para los cálculos de los filtros de Chebyshev se tienen una frecuencia de corte  $w_c$ , usando la Ecu.5.49, para la fórmula de aproximación.

$$|G(ju)|^2 = \frac{ko^2}{1 + \varepsilon^2 \cdot cn^2(u)} \quad \text{Ecu.5.48}$$

se evaluara  $u$  en la Ecu. 4.49 a la frecuencia de atenuación  $ua$  se obtiene la Ecu.5.50,

$$C_n(ua) \geq \sqrt{\frac{10^{0,1 \cdot a_m} - 1}{10^{0,1 \cdot a_M} - 1}} \quad \text{Ecu.5.49}$$

pero como es según la Ecu.5.51, en donde debe ser mayor a uno, por lo tanto queda la Ecu.5.52,

$$u_a > 1 \quad \text{Ecu.5.50}$$

$$C_n(ua) = \cosh(n \cdot \cosh^{-1} ua) \quad \text{Ecu.5.51}$$

Y de la Ecu.5.52 resultando la Ecu.5.53,

$$n \geq \frac{\cosh^{-1} \left( \sqrt{\frac{10^{0,1 \cdot a_m} - 1}{10^{0,1 \cdot a_M} - 1}} \right)}{\cosh^{-1}(ua)} \quad \text{Ecu.5.52}$$

www.bdigital.ula.ve

## CAPITULO 6.

### Diseño de filtros pasivos

A continuación se describe el diseño de los diferentes tipos de filtros a partir del prototipo paso bajo

#### 6.1. Función de transformación para filtros pasivos

La tabla 6.1 muestra las funciones de transformación para los diferentes tipos de filtros

Tabla 6.1 Transformación de frecuencia. Extraído de [16]

Paso bajo	Paso alto	Paso banda	Banda eliminada
$p = \frac{S}{w_o}$ $\mu = \frac{w}{w_o}$	$p = \frac{w_o}{S}$ $\mu = -\frac{w_o}{w}$	$p = \frac{S^2 + w_o^2}{B * S}$ $\mu = \frac{w^2 + w_o^2}{B * w}$	$p = \frac{B * S}{S^2 + w_o^2}$ $\mu = \frac{B * w}{w_o^2 - w^2}$
Donde $w_o$ =Frecuencia de corte para filtros paso bajo y paso alto. $w_o^2 = w_{c2} \cdot w_{c1}$ $B = w_{c2} - w_{c1}$		Para filtros paso banda y banda eliminada, $w_{c1}$ y $w_{c2}$ , son las frecuencias de estos filtros.	

## 6.2. Estructura de los filtros paso bajo (FPB) con los ceros de transmisión en el infinito

La función de transmisión mostrada en la Ecu. 6.3

$$|G(ju)|^2 = \frac{k_0^2}{Q(u^2)} \quad \text{Ecu. 6.1}$$

La Ecu. 6.4, de  $Q(u^2)$  surge al estudiar el método de aproximación de Butterworth, mientras que la Ecu. 6.5, para los casos de Chebyshev

$$Q(u^2) = 1 + \epsilon^2 \cdot u^{2n} \quad \text{Ecu. 6.2}$$

$$Q(u^2) = 1 + \epsilon^2 \cdot c_n^2(u) \quad \text{Ecu. 6.3}$$

trabajando con terminación simple se obtiene la Ecu. 6.6 y por la clásica descomposición de la Ecu. 6.7 en donde  $N(p)$  es la parte par de  $D(p)$  y en donde  $M(p)$  es la parte impar o viceversa

$$T_p = G_{(p)} = \frac{K_o}{D_{(p)}} \quad \text{Ecu. 6.4}$$

$$D_{(p)} = M_{(p)} + N_{(p)} \quad \text{Ecu. 6.5}$$

y como también lo es la Ecu. 6.8

$$T_{(p)} = \frac{m_{21n(p)}}{1 + m_{kkn(p)}} \quad \text{Ecu. 6.6}$$

donde la Ecu. 6.9

$$m_{kkn(p)} = \frac{N_{(p)}}{M_{(p)}} \quad \text{Ecu. 6.7}$$

Desarrollado por la primera forma de Cauer, se obtiene la Ecu. 6.10 en donde se obtiene la Ecu. 6.11 cuando el grado  $n$  de  $D(p)$  es par, pues  $N(p)$  es de mayor grado que  $M(p)$ . pero en cambio si  $D(p)$  es de grado impar tiene que ser la Ecu. 6.12

$$M_{o(p)} = M_{1p} + \frac{1}{M_{2p} + \frac{1}{M_{3p} + \dots + \frac{1}{M_{np}}}} \quad \text{Ecu. 6.8}$$

$$M_{op} = m_{kkn(p)} \quad \text{Ecu. 6.9}$$

$$M_{op} = \frac{1}{m_{kkn(p)}} = \frac{M_p}{N_p} \quad \text{Ecu. 6.10}$$

pues en este caso  $M(p)$  es de mayor grado que  $N(p)$ , por esta razón  $M1, M2, \dots, Mn$  son alternativamente las inductancias y capacitancias que constituyen el filtro, pudiendo comenzar por una inductancia o una capacitancia. La Tabla 6.2 indica las cuatro distintas estructuras que pueden presentarse en el desarrollo, ahora puede verse que si el termino independiente de  $D(p)$  es  $a_o$  tiene que ver el coeficiente de la Ecu. 6.13 pues debe ser como en la Ecu. 6.14 igual a uno.

$$k_o = \mp a_o \quad \text{Ecu. 6.11}$$

$$|T(0)| = 1 \quad \text{Ecu. 6.12}$$

ya que observando cualquiera de las estructuras se muestra que para Ecu. 6.15 hay conexión directa entre la entrada y la salida por esto se muestra en la Tabla 6.2 en donde la entrada  $V_g$ , y la salida se encuentra la Ecu. 6.16 y la Ecu. 6.17

$$s = 0 \quad \text{Ecu. 6.13}$$

$$V_2 = V_G \quad \text{Ecu. 6.14}$$

$$I_2 = -\frac{V_2}{R_{Cn}} = -V_2 = -V_g$$

Ecu. 6.15

Tabla 6.2 Estructura prototipo paso bajo. Extraído de [16]

N°	$m_{kkn}$	$n$	ESTRUCTURA
1	$Z_{kkn}$	P	
2	$y_{kkn}$	P	
3	$y_{kkn}$	I	
4	$Z_{kkn}$	I	

Trabajando con la Tabla 6.3, indica cual es la imitación  $m_{kkn}$  de sintetizarían cuyos sobre índices  $kk'$  revelan los terminales por donde comienza la estructura dada en la Tabla 6.2

**Tabla 6.3 Terminacion simple. Extraido de [16]**

	$Y_{21N}^{RcT_v^{Rc}}$	$Z_{21N}^{RcT_v^{RG}}$	$Z_{21N}^{RG T_v^{RG}}$	$Y_{21N}^{RG T_I^{RG}}$
$m_{kkn}$	$Y_{22n}$	$Z_{22n}$	$Z_{11n}$	$Y_{11n}$
$r_k$	0	$\infty$	$\infty$	0

en el caso particular del filtro de Butterworth se ve que es siempre la Ecu. 6.18

$$a_0 = 1 \quad \text{Ecu. 6.16}$$

luego será la Ecu. 6.19 en los de Chebyshev si es  $n$  impar se verifica la Ecu. 6.19

$$K_0 = \pm 1 \quad \text{Ecu. 6.17}$$

pero cuando  $n$  es par, se obtiene la Ecu. 6.20

$$C_n(0) = 0 \quad \text{Ecu. 6.18}$$

por esta razón la Ecu. 6.21 será igual a uno.

$$C_n^2(0) = 1 \quad \text{Ecu. 6.19}$$

y la Ecu. 6.22, si el filtro debe tener doble terminación es la función de transmisión

$$|Q(0)|^2 = 1 + \epsilon^2 = a_0^2 \quad \text{Ecu. 6.20}$$

La Ecu. 6.23 para obtener  $k_0$  y la Ecu. 6.24 y para la obtención de  $T_{(p)}$  en donde el numerador de  $K_0$  resultando  $E(p)$  análogo a la  $D(p)$

$$k_0 = \pm \sqrt{1 + \epsilon^2} \quad \text{Ecu. 6.21}$$

$$T_{(p)} = \frac{K_0}{D(p)} \quad \text{Ecu. 6.22}$$

solo que es la Ecu. 6.25 para obtener a  $\varepsilon'$ , en vez de  $\varepsilon$ .

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - K_0^2}} \quad \text{Ecu. 6.23}$$

Por esto en principio se encuentra el valor que corresponde a  $K_0$ , para ello se continua en ( $s=0$ ) el filtro presenta conexiones directas entre generador y carga. Por lo que es elemental encontrar la Ecu. 6.26 por medio de la Ecu. 6.27

$$|t(0)|^2 = \frac{pc}{p_{DG}} = \frac{4R_g \cdot R_c}{(R_g + R_c)^2} \quad \text{Ecu. 6.24}$$

$$K_k^2 = \frac{4R_g \cdot R_c}{(R_g + R_c)^2} = 1 - \left( \frac{R_c - R_g}{R_g + R_c} \right)^2 = 1 - |p(0)|^2 \quad \text{Ecu. 6.25}$$

el nombre de factor de reflexión en el origen, teniendo en cuenta que en el origen es la Ecu. 6.28

$$|t(0)|^2 = \frac{K_0^2}{a_0^2} \quad \text{Ecu. 6.26}$$

debe ser la Ecu. 6.29 para  $K_0$ .

$$K_0 = a_0 \cdot K_k \quad \text{Ecu. 6.27}$$

para los filtros de Butterworth, por ser Ecu. 6.18 en donde  $a_0$  es igual a uno, por esto se obtendrá ahora la Ecu. 6.30 y lo mismo es para la de Chebyshev impares,

$$K_0 = K_R = \frac{2 \cdot \sqrt{R_g \cdot R_c}}{R_g + R_c} \quad \text{Ecu. 6.28}$$

los pares en la Ecu. 6.31 tendrá que ser la Ecu. 6.32  $K_0$  ya que es par.

$$a_0 = \sqrt{1 + \varepsilon^2} \quad \text{Ecu. 6.29}$$

$$K_0 = \frac{2 \cdot \sqrt{R_g \cdot R_c}}{R_g + R_c} \cdot \sqrt{1 + \varepsilon^2} \leq 1 \quad \text{Ecu. 6.30}$$

puesto que resulta  $k_0 > 1$  para la frecuencia  $\omega$  que hacen  $Cn(u) = 0$  resulta la Ecu. 6.33 cosa que es inadmisibles en estos casos se separa del grado  $n$  par al grado  $n+1$  impar donde no surge tal problema, cuando hay doble terminación la sintetizarían puede realizarse partiendo bien de los términos  $1-1'$  o de  $2-2'$  a voluntad del diseñador, usando las tablas que se expusieron en el estudio de sintonización de cuádruplo con doble terminación se pasa ahora a el uso de las fórmulas de Saal-Ulbrich

$$|t(j\omega)|^2 = K_0 > 1 \quad \text{Ecu. 6.31}$$

### 6.2.1. Saal-Ulbrich para Butterworth y Chebyshev

Para solución de filtros de Butterworth y Chebyshev, se deben tener los siguientes datos

Primer dato:

Atenuación máxima en la banda de atenuación, en neper  $\alpha_m$  y  $a_M$  en dB,

$$|G(j\omega)|^2 \quad \text{Ecu. 6.32}$$

Segundo dato:

Atenuación mínima en banda de atenuación en neper  $\alpha_M$  o  $a_M$  en dB se debe dar en alguna de las dos formas.

Tercer dato:

Frecuencia de atenuación normalizada, a la que se produce la atenuación mínima Ecu. 6.35

$$u_a = \frac{\omega_a}{\omega_c} = \frac{f_a}{f_c} \quad \text{Ecu. 6.33}$$

Con estos tres datos se obtiene el orden del filtro.

Cuarto y quinto dato:

Resistencia interna del generador  $R_g$  y la resistencia de carga  $R_c$ , donde si hay doble terminación es  $0 < R_g$  o  $R_c < \infty$  y con ellos se obtiene el parámetro  $K^2$ .

Sexto dato para la ubicación de los ceros:

$\beta = +1$  si se desea E(p) con ceros a la izquierda.

$\beta = -1$  si se desea E(p) con ceros a la derecha.

Hay otros dos parámetros que interesan en la fórmula, pero son interpretados como datos automáticos, puesto que sus valores están contenidos en el mismo formulario y no se introducen a voluntad del diseñador, dichos parámetros son.

$\gamma = 0$  para Butterworth

$\gamma = 1$  para Chebyshev

$\alpha = 0$  para Butterworth y Chebyshev impar y

$\alpha = 1$  para Chebyshev par.

El último parámetro corresponde a  $M_k$  corresponde al elemento  $L_k$  o  $C_k$  que como se dijo al principio surge en el desarrollo de la primera fórmula de Cauer, tan solo falta saber ahora cuál de las cuatro estructuras, dadas en la Tabla 6.2 le corresponde al desarrollo realizado por las fórmulas de Saal-Ulbrich la Tabla 6.8, y esto lo consigue haciendo uso de la Tabla 6.4, en donde será:

$N$ =grado de filtro.

$\beta$ = valor de parámetro

En la Ecu. 6.40 se desarrolla como se trabaja  $r_k$ .

$$r_k = \frac{R_f}{R_o} \quad \text{Ecu. 6.34}$$

es el parámetro que indica la relación entre la resistencia colocada al final de la sintonización, ambas representan  $R_f$  y  $R_o$ , el subíndice  $k$  indica los terminales donde comienza la sintonización y si comienza desde los terminales 1-1', será  $r_1$ , por lo que es Ecu. 6.41,

$$R_f = R_c \quad \text{Ecu. 6.35}$$

en cambio al comenzar desde 2-2' es  $r_2$ , como se muestra en las ecuaciones la Ecu. 6.42, y la Ecu. 6.43

$$R_o = R_G \quad \text{Ecu. 6.36}$$

$$R_f = R_G \quad \text{Ecu. 6.37}$$

esto se encuentra en la Tabla 6.6, cuando el filtro tiene doble terminación se sabe que el origen de la sintonización puede ser 1-1' ó 2-2' a voluntad del diseñador pudiendo obtener dos soluciones distintas, pero duales.

**Tabla 6.4 Estructura de Saal-Ulbrich. Extraído de [1]**

<b>n</b>	<b><math>\beta</math></b>	<b><math>r_k</math></b>	<b>Posición L</b>	<b>Posición C</b>	<b>Estructura</b>
P	×	$\geq 1$	I	P	1
		$\leq 1$	P	I	2
I	+1	$\geq 1$	I	P	3
		$\leq 1$	P	I	4
	-1	$\geq 1$	P	I	4
		$\leq 1$	I	P	3

**Tabla 6.5 sintonización. Extraído de [16]**

<b><math>R_K</math></b>	
<b>K=1</b>	<b>K=2</b>
$R_1 = \frac{R_C}{R_G}$	$R_2 = \frac{R_G}{R_C}$

Si existe terminación simple los terminales en donde se origina la sintetización indica el subíndice k de la Tabla 6.3 y en ella misma se anotó el valor de  $r_k$  y como se observa es cero o infinito, teniendo en cuenta que  $R_G$  y  $R_C$ , uno de los dos tan solo vale cero o infinito, siendo por lo tanto en un caso la Ecu. 6.44 y en otros la Ecu. 6.45,

$$r_k < 1 \quad \text{Ecu. 6.38}$$

$$r_k > 1 \quad \text{Ecu. 6.39}$$

De esta manera al leer la columna L el parámetro P significa que el desarrollo son inductancias todos los parámetros  $M_k$  con subíndice k par, mientras que en ese caso son capacitancias los  $M_k$  de subíndice impar o puede ocurrir todo lo contrario a L corresponde I y a C los P. La Tabla 6.4 dice que cuando el grado n del filtro es par la estructura del mismo no depende del parámetro  $\beta$ , además se debe ver si el filtro tiene doble terminación y con resistencias a la Ecu. 6.46 y la Ecu. 6.47, pero la Tabla 6.4 indica que entonces es indiferente formar los P para L y para C que la inversa pero añadiendo que en este caso, la igualdad de la Ecu. 6.46 y la Ecu. 6.47,

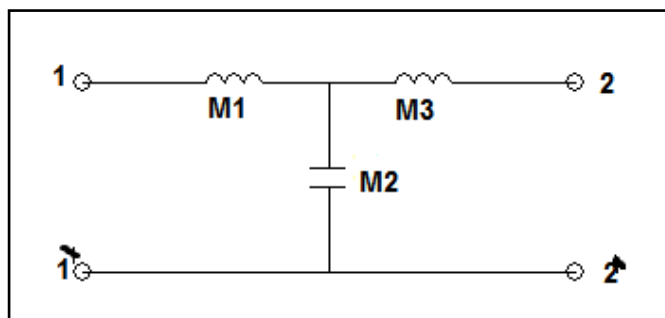
$$R_G = R_c \quad \text{Ecu. 6.40}$$

$$r_1 = r_2 = 1 \quad \text{Ecu. 6.41}$$

De la cual surge la Ecu. 6.48

$$M_k = M_{n-k} \quad \text{Ecu. 6.42}$$

lo que significa simetría en el desarrollo cuando es n impar, donde dos filtros duales. Por ejemplo, los de las siguientes dos figuras, son de grado tres, Donde la Figura 6-1, ha sido sintetizado según la estructura tres, mientras que en la Figura 6-2, corresponde a la estructura cuatro.



**Figura 6-1-Estructura I**

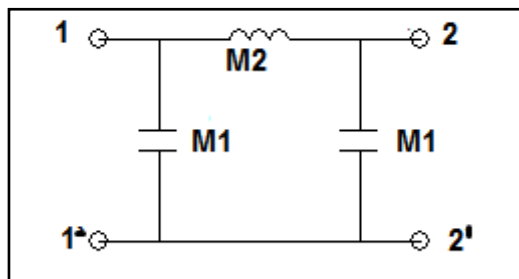


Figura 6-2. Estructura II

Sin embargo, cuando  $n$  es par como en las siguientes dos figuras como lo son la Figura 6-3, que corresponde a un filtro de cuarto orden, los dos filtros posibles, aunque duales se puede ver que corresponden a un único pues el de la Figura 6-4, solo que intercambiando los terminales de entrada y salida, aunque en las fórmulas de Saal-Ulbrich Tabla 6.8, se pueden dar como datos  $R_G$  y  $R_c$  sin normalizar, también pueden introducirse estos dos normalizados con respecto a uno de ellos distintos de cero o infinito y a este se le introducirá con el valor 1, Sin embargo siempre los resultados  $M_k$  aparecen normalizados, si el filtro con terminación simple, con respecto a la resistencia de dicha terminación y si son de terminación doble con respecto a la resistencia de la terminación donde se ha originado.

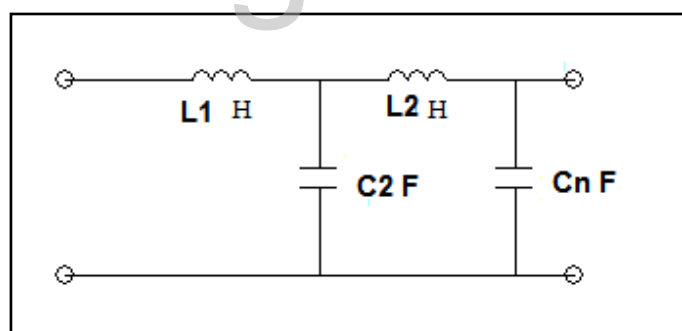


Figura 6-3. Estructura III

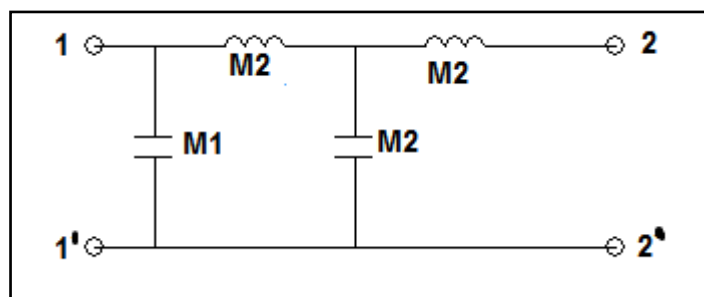


Figura 6-4. Estructura IV

### 6.3. Transformación de frecuencias

La transformación de frecuencia es el proceso mediante el cual se convierte, cualquier filtro paso bajo normalizado (PBN) en PB, PA, PBD y BE desnormalizado.

### 6.4. Transformación a paso bajo

La función de transferencia es la Ecu. 6.61, en donde  $w_c$  es la frecuencia de corte.

$$p = \frac{s}{w_c} \quad \text{Ecu. 6.43}$$

$$u = \frac{w}{w_c} \quad \text{Ecu. 6.44}$$

### 6.5. Transformación a paso alto

La función de transformación es la Ecu. 6.61 o la Ecu. 6.62 en donde  $w_c$  es la frecuencia de corte.

$$p = \frac{w_c}{s} \quad \text{Ecu. 6.45}$$

$$u = -\frac{w_c}{w} \quad \text{Ecu. 6.46}$$

pues es fácil ver que para la Ecu. 6.63 se encuentra entre un rango de frecuencia entre menos uno y cero, y por esto corresponde a la Ecu. 6.64.

$$-1 \leq u \leq 0 \quad \text{Ecu. 6.47}$$

$$w_c \leq w \leq \infty \quad \text{Ecu. 6.48}$$

la reactancia de una inductancia normalizada es la Ecu. 6.65 para  $L_p$

$$L_p = L \frac{w_c}{s} = \frac{1}{s \cdot \left( \frac{1}{L \cdot w_c} \right)} = \frac{1}{s \cdot C_L} \quad \text{Ecu. 6.49}$$

lo que muestra que se transforma en una capacitancia de valor de la Ecu. 6.66  $C_L$

$$C_L = \frac{1}{L \cdot w_c} \quad \text{Ecu. 6.50}$$

Para la susceptancia de una capacitancia normalizada es la Ecu. 6.67 en donde es  $C_p$ , en donde la capacitancia se transforma en una inductancia de valor de la Ecu. 6.68  $L_C$

$$C_p = C \cdot \frac{w_c}{s} = \frac{1}{s \cdot \left( \frac{1}{C \cdot w_c} \right)} = \frac{1}{s \cdot L_C} \quad \text{Ecu. 6.51}$$

$$L_C = \frac{1}{C \cdot w_c} \quad \text{Ecu. 6.52}$$

## 6.6. Transformación a banda de paso

En este caso la función de transformación es la Ecu. 6.69 para  $u$ , o la Ecu. 6.70 para  $B$ .

$$u = \frac{w_o}{B} \cdot \left( \frac{w}{w_o} - \frac{w_o}{w} \right) = \frac{w^2 - w_o^2}{Bw} \quad \text{Ecu. 6.53}$$

$$B = w_2 - w_1 \quad \text{Ecu. 6.54}$$

para transformar en una banda de paso con frecuencia de corte baja  $w_1$  y alta  $w_2$  y siendo la Ecu. 6.71, el ancho de banda  $W_o$ .

$$w_o = \sqrt{w_1 \cdot w_2} \quad \text{Ecu. 6.55}$$

En donde el polinomio geométrico de la frecuencia de corte, comprueba dicha transformación tanto gráficamente como analíticamente, observando que existen las siguientes tres ecuaciones correspondencias a las (Ecu. 6.72, Ecu. 6.73 y la Ecu. 6.74)

$$w = w \rightarrow u = -1 \quad \text{Ecu. 6.56}$$

$$w = w_o \rightarrow u = 0 \quad \text{Ecu. 6.57}$$

$$w = w \rightarrow u = +1 \quad \text{Ecu. 6.58}$$

lo que muestra que el intervalo de la Ecu. 6.75, será la Ecu. 6.76, en donde muestra que es entre menos uno y uno.

$$w \leq w \leq w \quad \text{Ecu. 6.59}$$

$$-1 \leq u \leq +1 \quad \text{Ecu. 6.60}$$

se muestra ahora la transformación de los elementos reactivos para L es su reactancia en la Ecu. 6.77 para  $L_{np}$

$$L_{np} = L_n \frac{w_o}{B} \cdot \left( \frac{s}{w_o} + \frac{w_o}{s} \right) = s \cdot \frac{L_n}{B} + \frac{1}{s \cdot \frac{B}{w_o^2 \cdot L_n}} = sL_l + \frac{1}{s \cdot C_l} \quad \text{Ecu. 6.61}$$

siendo la Ecu. 6.78 para  $L_l$ , y la Ecu. 6.79 para  $C_L$

$$L_l = \frac{L_n}{B} \quad \text{Ecu. 6.62}$$

$$C_L = \frac{B}{\omega_o^2 \cdot L_n} \quad \text{Ecu. 6.63}$$

lo que indica que la inductancia  $L_n$  se transforma en una inductancia  $L_L$  y una capacitancia  $C_L$  en serie, de esta forma se comprueba que una capacitancia  $C_n$  se transforma en una capacitancia  $C_c$  y una inductancia  $L_c$  en paralelo, cuyos valores son la Ecu. 6.80 para  $C_c$ , y la Ecu. 6.81 para  $L_c$ .

$$C_c = \frac{C_n}{B} \quad \text{Ecu. 6.64}$$

$$L_c = \frac{B}{\omega_o^2 \cdot C_n} \quad \text{Ecu. 6.65}$$

### 6.7. Transformación a banda eliminada

En este caso la función de transformación es precisamente la inversa del anterior, como se muestra en las dos ecuaciones siguientes, la Ecu. 6.82 para  $\rho$ , o la Ecu. 6.83 para  $u$ .

$$p = \frac{B}{\omega_o \cdot \left( \frac{s}{\omega_o} + \frac{\omega_o}{s} \right)} \quad \text{Ecu. 6.66}$$

$$u = \frac{-B}{\omega_o \cdot \left( \frac{s}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{s} \right)} = \frac{B_w}{\omega_o^2 - w^2} \quad \text{Ecu. 6.67}$$

y ahora puede también comprobarse que para la Ecu. 6.84 que se encuentra entre el rango de cero y  $w_1$  es la Ecu. 6.85, para el rango de menos uno y cero.

$$0 \leq w \leq w_1 \quad \text{Ecu. 6.68}$$

$$-1 \leq u \leq 0 \quad \text{Ecu. 6.69}$$

y para la Ecu. 6.86 ya para esta ecuación cambio los rangos entre cero y uno.

$$0 \leq u \leq +1 \quad \text{Ecu. 6.70}$$

Como se muestra en la Ecu. 6.87

$$\frac{1}{L_n \cdot p} = \frac{1}{L_n} \cdot \frac{w_o}{B} \cdot \left( \frac{s}{w_o} - \frac{w_o}{s} \right) = \left( \frac{1}{B \cdot L_n} \right) \cdot s + \frac{1}{s \cdot \frac{B \cdot L_n}{w_o^2}} = C_l \cdot s + \frac{1}{L_L \cdot s} \quad \text{Ecu. 6.71}$$

esto con respecto a la transformación de los elementos, se escribe primero la susceptancia de  $L_n$  pudiendo así ver que una inductancia se transforma en una capacitancia y una inductancia en paralelo, con valores como se muestran en la Ecu. 6.88 para  $C_L$  y la Ecu. 6.89 para  $L_L$ .

www.bdigital.ula.ve

$$C_L = \frac{1}{B \cdot L_n} \quad \text{Ecu. 6.72}$$

$$L_L = \frac{B \cdot L_n}{w_o^2} \quad \text{Ecu. 6.73}$$

del mismo modo se ve que una capacitancia  $C_n$  se transforma en una inductancia  $L_c$  y una capacitancia  $C_c$  en serie, cuyos valores serán mostrados en las dos ecuaciones siguientes la Ecu. 6.90, y la Ecu. 6.91.

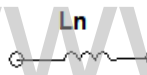
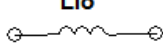
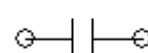

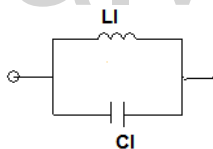
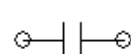
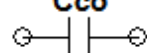
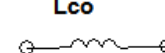

$$L_C = \frac{1}{B \cdot C_n} \quad \text{Ecu. 6.74}$$

$$C_c = \frac{B \cdot C_n}{w_o^2}$$

Ecu. 6.75

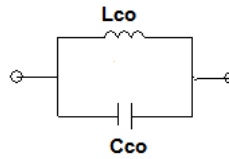
El subíndice que se coloca a todos los elementos transformados, indica si procede de una L o C, obsérvese que en las transformaciones a paso bajo y banda eliminada, los elementos transformados tienen siempre  $w_o$  como frecuencia de resonancia, además de la transformación de frecuencia, debe hacerse la desnormalización de magnitud, por eso se muestra la Tabla 6.7

**Tabla 6.6 Transformación de elementos de PBN a PB; PA; PBD y BE. Extraído de [1]**

Prototipo	PASO BAJO	PASO ALTO	PASO BANDA	BANDA ELIMINADA
	$L_L = \frac{R_o}{w_o} \cdot Ln$ 	$C_L = \frac{1}{w_o \cdot R_o \cdot ln}$ 	$L_L = \frac{R_o \cdot Ln}{B}$ $C_L = \frac{B}{w_o \cdot R_o \cdot ln}$ 	$L_L = \frac{B \cdot R_o}{w_o^2} \cdot Ln$ $C_L = \frac{1}{B \cdot R_o \cdot ln}$ 
Prototipo	PASO BAJO	PASO ALTO	PASO BANDA	BANDA ELIMINADA
	$C_c = \frac{C_N}{W_o \cdot R_o}$ 	$L_c = \frac{L_c}{W_o \cdot C_n}$ 	$L_c = \frac{B \cdot R_o}{w_o^2 \cdot C_n}$ $C_c = \frac{C_n}{B \cdot R_o}$	$L_c = \frac{R_o}{B \cdot C_n}$ $C_c = \frac{B \cdot C_n}{W_o^2 \cdot R_o}$ 

**Tabla 6.7 Fórmulas de Saal-Ulbrich. Extraído de [1]**

<b>Butterworth</b>	<b>Chebyshev</b>
--------------------	------------------

				
	$R = R_n \cdot R_o$			
$\epsilon = \sqrt{10^{0.1 \cdot aM1} - 1}$				
$n \geq \frac{\log\left(\frac{1}{E} \cdot \sqrt{10^{0.1 \cdot aM1} - 1}\right)}{\log ua_k }$		$n \geq \frac{\cos h^{-1} \cdot \left(\frac{1}{E} \cdot \sqrt{10^{0.1 \cdot aM1} - 1}\right)}{\cos h^{-1}  ua_k }$		
$\alpha$	$0$	$1 \rightarrow n$ par $0 \rightarrow n$ impar		
$K^2 = \frac{4 \cdot R_g \cdot R_c}{(R_g + R_c)^2} (1 + \epsilon^2)^\alpha$				
SI $K^2 > 1$ $n \rightarrow n+1$ Y calcule $k^2$ nuevamente.				
$B_D = \sqrt[n]{\frac{1}{\epsilon}}$		$B_D = \sin h \cdot \left(\frac{1}{n} \cdot \sin^{-1} h \cdot \frac{1}{\epsilon}\right)$		
$B_e = B_D \cdot \sqrt[2 \cdot n]{1 - k^2}$		$B_e = \sin h \cdot \left(\left(\frac{1}{n}\right) \cdot \sec^{-1} \frac{\sqrt{1 - k^2}}{E}\right)$		
BETA				
+ 1 Si E (p) tiene ceros en semi plano izquierdo.				
- 1 Si E (p) tiene ceros en el semi plano derecho:				
- 1 Si la terminación es simple.				
$BY_0 = B_D - BETA \cdot B_e$				
$B^2 = -4 \cdot BETA \cdot B_D \cdot B_e$				
$AY_k = (\text{inicia } k = 1)$				
$AY_k = 2 \cdot \sin \frac{2 \cdot k - 1}{2 \cdot n} \pi$				
$\gamma = 0$		$1$		

$CY_k^2 = 4\gamma \cdot \cos \frac{k-1}{2 \cdot n} \cdot \pi$
$BY_k = \left( \frac{1}{BY_{k-1}} \right) \cdot [BY_0^2 - [(B^2 - CY_k^2)]] \cdot \left( \sin \left( \frac{k-1}{2 \cdot n} \cdot \pi \right) \right)$
$M(K) = \frac{AY_k}{BY_k}$

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## CAPITULO 7.

# FILTROS ACTIVOS

En esta parte del trabajo se presenta el diseño de filtros activos de Butterworth y Chebyshev es decir, se sintetizarán las funciones de transferencia ya analizadas anteriormente mediante amplificadores operacionales y redes RC, con ellos, se elimina el uso de los inductores lo cual puede considerarse como una ventaja, especialmente, en el rango de frecuencia de sub audio.

### 7.1. Desventajas

La principal desventaja podría ser su alta sensibilidad. Posibles inestabilidades.

### 7.2. Uso de los amplificadores operacionales

- Ganancia infinita en el lazo abierto.

La ganancia infinita a lazo abierto proporciona que los términos  $V^+$  y  $V^-$  es decir, las tensiones en los terminales inversor y no inversor son aproximadamente iguales.

- Impedancia de entrada infinita.

La impedancia de entrada infinita facilita asumir que las corrientes de entrada a los terminales inversos y no inversos son despreciables.

- Impedancia de salida cero.

La impedancia de salida cero en el amplificador operacional como una fuente ideal de tensión, en los terminales de salida si esto se cumple la función de transferencia realizada con amplificadores operacionales serán independientes de cargas que colocan a la salida de respectivo filtro.

### 7.3. Funciones de transferencia para filtros activos

Haciendo uso de las características del amplificador operacional, se descomponen las funciones de transferencia de filtros de Butterworth o de Chebyshev, en un producto de funciones de transferencia simples, esto se muestra en la Ecu. 7.1,

$$T(s) = T_1(s) \cdot T_2(s) \cdot \dots \cdot T_n(s) \quad \text{Ecu. 7.1}$$

En donde la función de transferencia siempre tiene la forma de la Ecu. 7.2

$$T_i(s) = \frac{P_i(s)}{Q_i(s)} \quad \text{Ecu. 7.2}$$

En donde  $P_i(s)$  y  $Q_i(s)$  son polinomios, máximo de segundo grado, se estudiarán a continuación algunas funciones de transferencia usadas en el diseño de filtros paso bajo, paso alto, paso banda y banda eliminada.

#### 7.3.1. Paso bajo

Estas funciones de transferencia de filtros paso bajo de primer orden Figura 7-1, o segundo orden Figura 7-2, tienen uno o dos ceros de transmisión en  $s=\infty$

- Primer Orden:

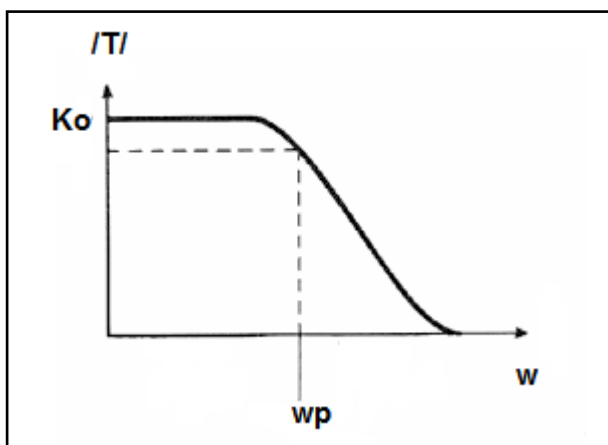


Figura 7-1. paso bajo primer orden. Extraído de [17]

$$|T(jw)|^2 = \frac{K_0^2 \cdot w_p^2}{w_p^2 + w^2} \quad \text{Ecu. 7.3}$$

$$\theta_{\beta} = -\tan^{-1}\left(\frac{w}{w_p}\right) \quad \text{Ecu. 7.4}$$

- segundo orden:

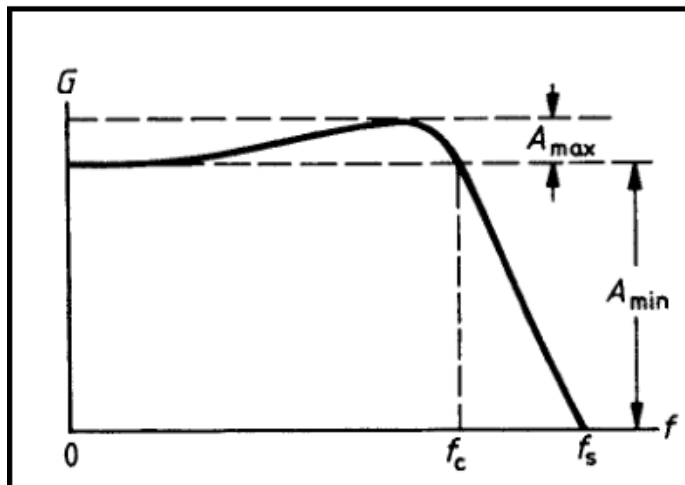


Figura 7-2 Paso bajo segundo orden. Extraído de [18]

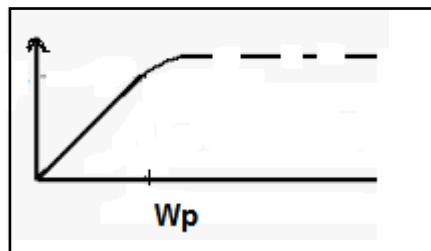
$$|Ti(jw)|^2 = \frac{K_0^2 \cdot w_p^2}{(w_p^2 - w^2)^2 + \frac{w_p^2 \cdot w^2}{Q_p^2}} \quad \text{Ecu. 7.5}$$

$$\theta_{\beta} = -\tan^{-1}\left(\frac{w_p \cdot w}{Q_p \cdot (w_p^2 - w^2)}\right) \quad \text{Ecu. 7.6}$$

### 7.3.2. Paso alto

las funciones de primer Figura 7-3, y segundo orden Figura 7-4, paso alto tienen el mismo denominador, que las respectivas funciones paso bajo, solo difieren en el numerador puesto que los ceros de transmisión de los filtros paso alto, están en  $s=0$ .

- primer orden Figura 7-3.

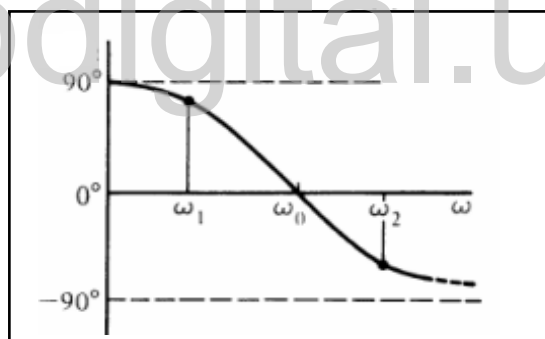


**Figura 7-3. Paso alto primer orden. Extraído de [19]**

$$|Ti(jw)|^2 = \frac{K_0^2 \cdot W^2}{(w_p)^2 + (w)^2} \quad \text{Ecu. 7.7}$$

$$\theta_\beta = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{w}{w_p}\right) \quad \text{Ecu. 7.8}$$

- Segundo orden Figura 7-4.



**Figura 7-4. Paso alto segundo orden. [20]**

$$|Ti(jw)|^2 = \frac{K_0^2 \cdot W^2}{(w_p^2 - w^2)^2 + \frac{w_p^2 \cdot w^2}{Q_p^2}} \quad \text{Ecu. 7.9}$$

$$\theta_\beta = \pi - \tan^{-1}\left(\frac{w_p \cdot w}{Q_p \cdot (w_p^2 - w^2)}\right) \quad \text{Ecu. 7.10}$$

### 7.3.3. Paso banda

En este caso el denominador no puede ser de primer orden, puesto que la función de transferencia debe ser ceros de transmisión uno en  $s=0$  y otro en  $s=\infty$  como se muestra en la Figura 7-5.

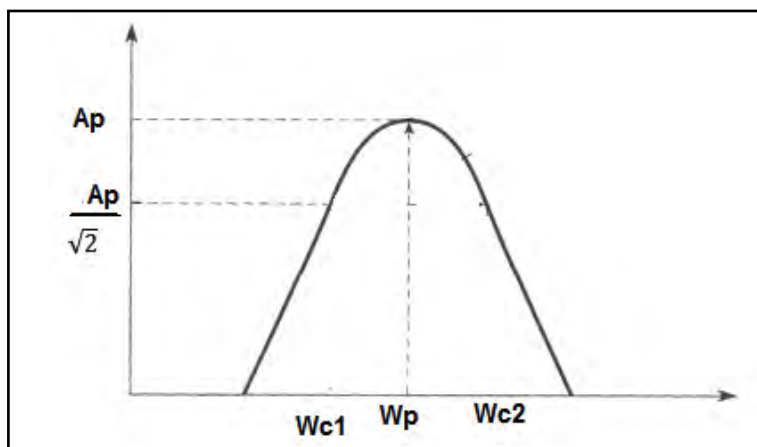


Figura 7-5. paso banda. Extraído de [21]

$$|Ti(jw)|^2 = \frac{K_o^2 \cdot w^2 \cdot w_p^2}{(w_p^2 - w^2)^2 + \left(\frac{w_p \cdot w}{Q_p}\right)^2} \quad \text{Ecu. 7.11}$$

$$\theta_\beta = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left( \frac{w_p \cdot w}{w_p \cdot (w_p^2 - w^2)} \right) \quad \text{Ecu. 7.12}$$

### 7.3.4. Banda eliminada

Para banda eliminada se muestra en la Figura 7-6, se tiene dos ceros de transmisión

$$S = \mp jWz \quad \text{Ecu. 7.13}$$

$$Ti(s) = K_o \cdot \frac{(s^2 + wz^2)}{s^2 + \frac{w_p}{Q_p} \cdot s + w_p^2} \quad \text{Ecu. 7.14}$$

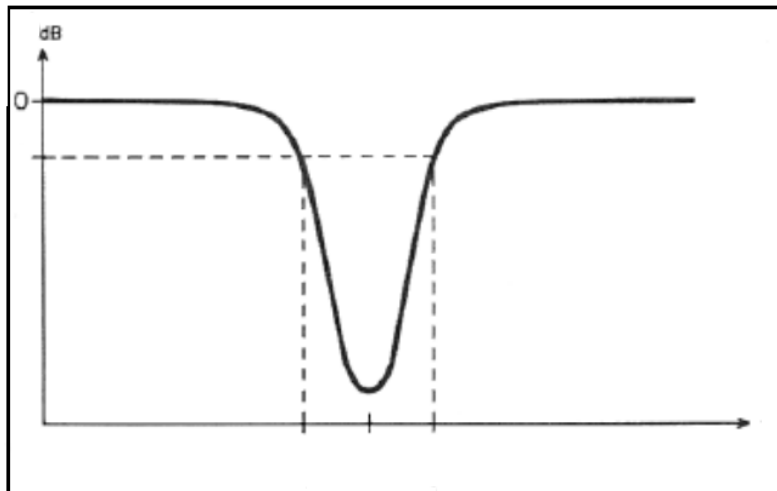


Figura 7-6. Filtro banda eliminada. Extraído de [22]

#### 7.4. Algoritmo de Geffe

El algoritmo de Geffe, permite resolver en forma sistemática las ecuaciones, Ecu. 7.15 para  $wp_1$ , para  $wp_2$  la Ecu. 7.17, y para  $Q_p$ , la Ecu. 7.18, de esta manera obteniendo los valores, por lo tanto las expresiones que se debe utilizar son las mostradas en la Tabla 7.1. se encuentra en la guía [16].

Tabla 7.1 Algoritmo de Geffe. extraído de [16]

$c = a_2^2 + b_2^2$
$D = \frac{2a_2}{qc}$
$E = 4 + \frac{c}{qc^2}$
$g = \sqrt{E^2 - 4D^2}$
$Q = \frac{1}{D} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right) \cdot (E + g)}$
$k = \frac{a_2 \cdot Q}{qc}$
$WP_1 = W \cdot W_0$
$WP_2 = \frac{1}{W} \cdot W_0$

Luego cada par de polos complejos conjugados  $-a_2 \mp jb_2$  (del prototipo paso bajo) producen un par de secciones paso banda con:

Sección 1

$$Wp = WP_1 \quad \text{Ecu. 7.15}$$

$$QP_1 = Q \quad \text{Ecu. 7.16}$$

Sección 2

$$Wp = WP_2 \quad \text{Ecu. 7.17}$$

$$QP_2 = Q \quad \text{Ecu. 7.18}$$

Ambas secciones tienen el mismo factor de calidad.

#### 7.4.1. Como usar el algoritmo de Geffe en filtros banda eliminada

Dado la función de transformación de filtros banda eliminada es la inversa del filtro paso banda, para usar esta transformación basta con invertir las raíces de los polos y aplicar el algoritmo.

$$p = \frac{B \cdot S}{S^2 \cdot w_o^2} \quad \text{Ecu. 7.19}$$

La cual es la transformación inversa de paso banda. Esto es si se obtiene:

$$P_{PB} \rightarrow \frac{1}{P_{PB}} \rightarrow \frac{S^2 + w_o^2}{B \cdot S} \quad \text{Ecu. 7.20}$$

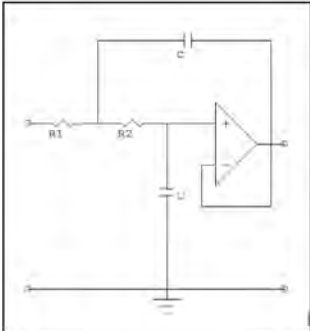
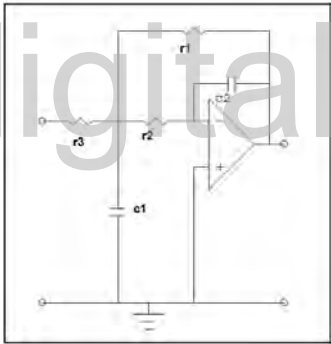
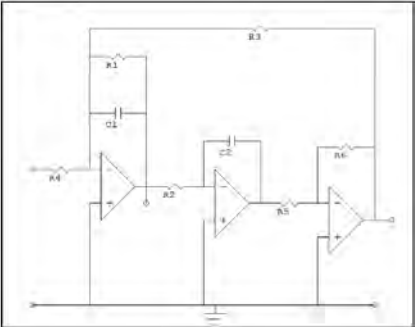
Al aplica esta transformación se obtiene n ceros en  $jw_o$  y n ceros en  $-jw_o$ .

## 7.5. Estructuras más comunes en filtros activo

### 7.5.1.1 Paso bajo

La Tabla 7.2, siguiente muestra las estructura usadas en los filtros paso bajo de orden uno y orden dos.

**Tabla 7.2 filtro activo paso bajo**

Nombre	Circuito	Valores
Orden uno		
Sallen Key		$R_1 = R_2 = R_O$ $R_A = 0$ $R_B = \infty$ $C_1 = \frac{2 \cdot Q_P}{\omega_P \cdot \tau_o}$ $C_2 = \frac{1}{2 \cdot \omega_P \cdot Q_P \cdot R_O}$
Retroalimentación múltiple		$R_1 = R_2 = R_3 = R_O$ $C_1 = \frac{3 \cdot Q_P}{\omega_P \cdot R_O}$ $C_2 = \frac{1}{3 \cdot \omega_P \cdot Q_P \cdot R_O}$
Biquad		$C_1 = C_2 = C_O$ $R_5 = R_6$ $R_1 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot C_O}$ $R_2 = \frac{1}{\omega_P \cdot C_O}$ $R_3 = \frac{1}{\omega_P \cdot C_O}$ $R_4 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot C_O \cdot A_P}$

## 7.5.1.2 Paso alto

La Tabla 7.3, siguiente muestra las estructura usadas en los filtros paso alto de orden uno y orden dos.

**Tabla 7.3 filtros activos paso alto.**

Nombre	Circuito	Valores
Sallen Key		$C_1 = C_2 = C_0$ $R_1 = \frac{1}{2 \cdot \omega_p \cdot Q_p \cdot C_0}$ $R_2 = \frac{2 \cdot Q_p}{\omega_p \cdot C_0}$
Retroalimentación múltiple		$C_1 = C_2 = C_3 = C_0$ $R_1 = \frac{1}{3 \cdot \omega_p \cdot Q_p \cdot C_0}$ $R_2 = \frac{3 \cdot Q_p}{\omega_p \cdot C_0}$
Biquad		$R_9 = R_8 = R_0$ $C_1 = C_2 = C_0$ $R_2 = R_3$ $R_5 = R_{10} = R_{11}$ $R_1 = \frac{Q_p}{\omega_p \cdot C_0}$ $R_4 = \frac{Q_p}{\omega_p \cdot C_0}$ $R_2 = \frac{1}{\omega_p \cdot C_0}$ $R_5 = \frac{R_0}{Q_p}$ $R_6 = K_0 \cdot R_0$ $R_7 = \frac{1}{\omega_p \cdot C_0}$

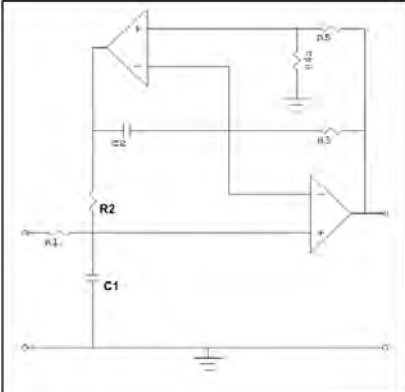
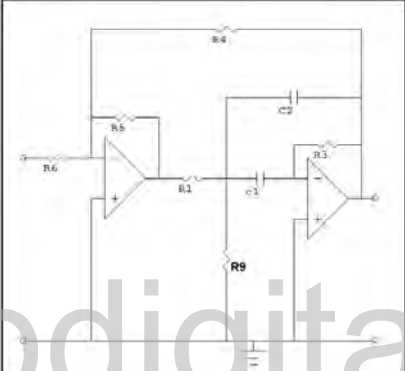
## 7.5.1.3 Paso banda

La Tabla 7.4, siguiente muestra las estructura usadas en los filtros paso alto de orden uno y orden dos.

**Tabla 7.4 filtro activo paso banda.**

Nombre	Circuitos	Valores
Sallen Key		$R_1 = R_2 = R_3 = R_0$ $C_1 = C_2 = C_0$
Retroalimentación múltiple		$C_1 = C_2 = C_0$ $R_1 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot A_P \cdot C_0}$ $R_3 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot (2Q_P^2 - A_P) \cdot C_0}$ $R_2 = \frac{2 \cdot Q_P}{\omega_P \cdot C_0}$
Biquad		$C_1 = C_2 = C_0$ $R_2 = R_3$ $R_5 = R_6 = R_0$ $R_1 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot C_0}$ $R_2 = \frac{1}{\omega_P \cdot C_0}$ $R_4 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot A_P \cdot C_0}$

Tabla 7.5 filtro activo paso banda, cont

Nombre	Circuitos	Valores
Sedra Espinoza		$C_1 = C_2 = C_O$ $R_2 = R_2$ $R_4 = R_5 = R_O$ $R_2 = \frac{1}{\omega_P \cdot C_O}$ $R_1 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot C_O}$
Multiplicador		$R_5 = R_O$ $C_1 = C_2 = C_O$ $R_6 = \frac{R_O}{(1 - B) \cdot A_P}$ $R_1 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot A_P \cdot C_O}$ $R_3 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot 2 \cdot (Q_P^2 - A_P) \cdot C_O}$ $R_3 = \frac{2 \cdot Q_P}{\omega_P \cdot C_O}$

## 7.5.1.4 Banda eliminada

La Tabla 7.5, siguiente muestra las estructura usadas en los filtros paso alto de orden uno y orden dos.

Tabla 7.6 filtro activo banda eliminada

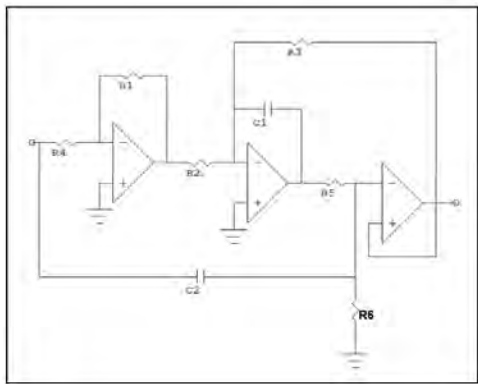
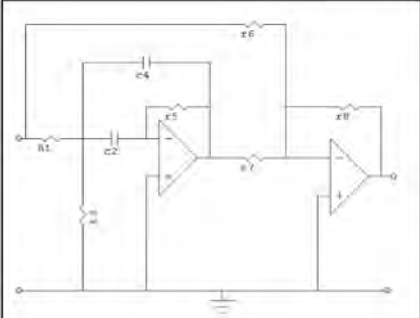
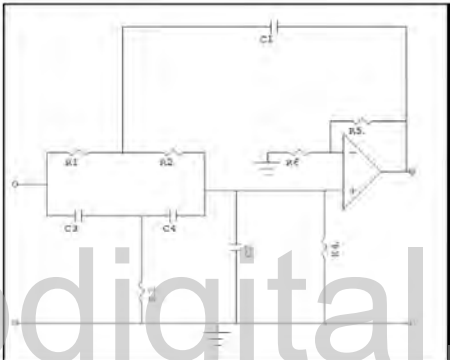
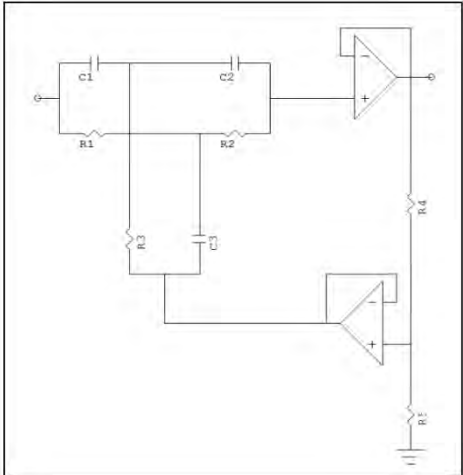
Nombre	Circuitos	Valores
Bainte		$C_1 = C_2 = C_O$ $R_1 = R_O$ $R_1 = \frac{1}{\omega_P \cdot C_O}$ $R_2 = K_O \cdot R_O$ $R_3 = \frac{K_O \cdot \omega_P}{2 \cdot \omega_Z^2 \cdot Q_P \cdot C_O}$ $R_4 = \frac{1}{2 \cdot \omega_P \cdot Q_P \cdot C_O}$

Tabla 7.7 filtro activo banda eliminada, cont

Nombre	Circuitos	Valores
Retroalimentación múltiple		$C_2 = C_4 = C_0$ $R_1 = \frac{Q_P}{\omega_P \cdot A_P \cdot C_0}$ $R_3 = \frac{Q_P}{(2 \cdot Q_P^2 - A_P) \cdot C_0}$ $R_5 = \frac{2 \cdot Q_P}{\omega_P \cdot C_0}$
Banda eliminada		$R_1 = \frac{F_P^2 + F_Z^2}{3 \cdot F_Z^2 \cdot R_P}$ $R_2 = 2 \cdot R_1$ $R_3 = \frac{F_P^2 + F_Z^2}{4,5 \cdot F_P^2 \cdot R_P}$ $C_1 = \frac{1,5}{\omega_P \cdot R_1}$ $C_2 = \frac{C_1}{4,5}$ $C_3 = \frac{F_P}{\omega_Z^2 \cdot R_1}$ $C_4 = \frac{C_3}{2}$ $R_4 = 4,5 \cdot R_3$
Doble_T		$R_1 = R_2 = R_0$ $C_1 = C_2 = C_0$ $R_3 = \frac{R_0}{2}$ $R_4 = (1 - K) \cdot R_0$ $R_5 = K \cdot R_0$ $C_3 = 2 \cdot C_0$

## CAPITULO 8.

### Interfaz

La interfaz se implementó el lenguaje C, usando el entorno de desarrollo CodeBlock-EP; Se procedió a programar las fórmulas Saal-Ulbrich, La transformación de frecuencia y las tablas para los filtros pasivos, tales fórmulas se comprobaron con diferentes ejemplos.

Dado que el programa desarrollado muestra los circuitos de los filtros diseñados, es necesario partir de los elementos básicos como resistencias, inductores y capacitores para los filtros pasivos tanto en posición horizontal como en vertical. El conjunto de inductores en serie con capacitores e inductores en paralelo con capacitores tanto en posición horizontal como en vertical que son usados tanto para filtros paso banda y banda eliminada.

Al tener el programa de filtros pasivos ya programados, se comprobó con algunos ejemplos.

Luego se pasó a diseñar los filtros activos. Para lo cual se aprovechó los elementos y los dibujos de los elementos ya programados en filtros pasivos y agregar amplificadores operacionales e implementar las diferentes estructuras.

Tanto en la programación de filtros activos como pasivos se estructuro de la siguiente manera, para paso bajo y paso alto: Se diseñó un circuito para Salen-Key, Retroalimentación múltiple y Biquad. Luego para paso banda se diseñó un circuito de Salen-Key, Retroalimentación múltiple, Sedra Espinoza, Multiplicador Q y Biquad. Mientras que para Banda Eliminada los circuitos programados son Baninter, Retroalimentación múltiple, 58 y Doble T.

Además, se programó el teclado para que con la letra (s ò S) mayúscula o minúscula fuera salir, (A ó a) para anterior y (p ó P) próximo, todas estas rutinas se manejan usando una interfaz gráfica como se aprecia en la Figura 8.2, cada opción de maneja por medio del ratón o del teclado. Las opciones en la interfaz son intuitivas, permitiendo su uso fácilmente.

Luego se procedió a comprobar con los ejemplos de la guía del profesor Jaime Ramírez Arbeláez, [16], se implementaron ejemplos de los libros de filtros del profesor Edmundo Vitales Dori, [1], cuando se comprobaron todos los circuitos, con sus respectivos símbolos, El siguiente paso fue empezar a graficar. Para el cual se implementó el mismo programa para el diseño de filtros.

### 8.1. Como usar el programa

Se despliega la ventana con la información básica del programa como se muestra en Figura 8-1

VALORES	
Clase:	Activo
Aproximación:	Chebyshev
Tipo:	Paso Banda

NOTA	

PARÁMETROS	
Paso Banda:	
Atenuación mínima superior	0.000000
Atenuación mínima inferior	0.000000
Atenuación máxima superior	0.000000
Atenuación máxima inferior	0.000000
Frecuencia atenuación superior	0.000000
Frecuencia atenuación inferior	0.000000
Frecuencia corte superior	0.000000
Frecuencia corte inferior	0.000000
Ro	0.000000
Co	0.00000e+000
Selección circuito	Sallen key

Figura 8-1

### 8.1.1. Interfaz

En donde cada opción se puede seleccionar para que este despliegue la barra de herramientas, bien sea con el ratón o con el teclado, Figura 8-2.

El ratón con solo hacer click con el botón derecho sobre la palabra se puede elegir la opción que se quiere, si se usa el teclado con marcar la letra que está marcada en la parte inferior con un guion se desplegaran las opciones.

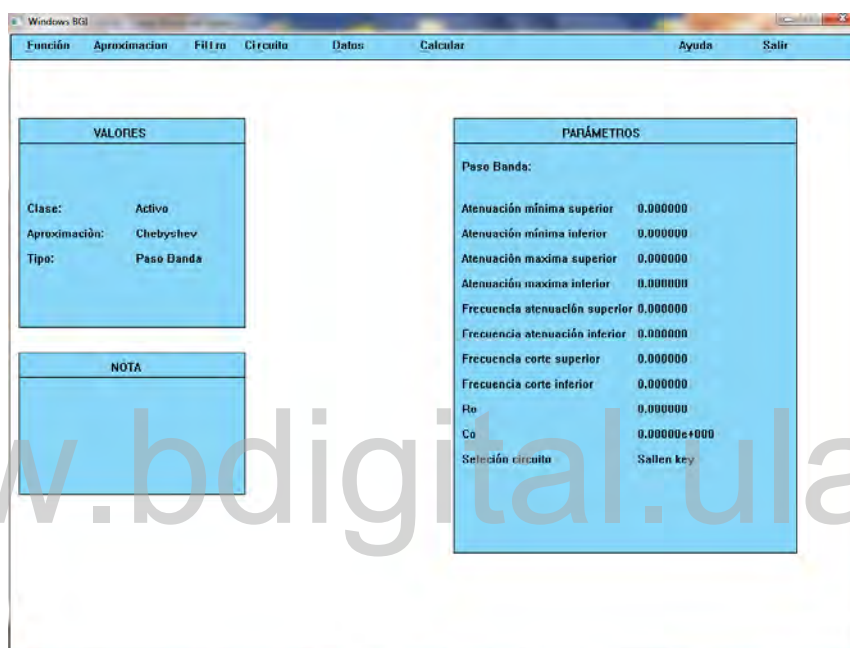


Figura 8-2. Interfaz

### 8.1.2. Opción Función:

Al dar click sobre la opción función se despliega Pasivo y Activo, como se muestra en la Figura 8-3, si es con el teclado aparece debajo de la letra “F” un guion que indica que es la letra que se debe marcar para que la pestaña se despliegue, se tiene un comando en el cual se elige que tipo de filtro se usara bien sea activo ó pasivo, esta se puede elegir bien sea con el ratón o con el teclado, es el mismo procedimiento, si quiero elegir pasivo se da solo un clic sobre la palabra, y si es con el teclado con solo marcar la letra que está marcada con el guion se desplegara la pestaña, y aparecerá reflejado en el campo de valores.

<u>F</u> unción	<u>A</u> proximacion	<u>F</u> iltro	<u>C</u> ircuito
<u>P</u> asivo			
<u>A</u> ctivo			
<b>VALORES</b>			
<b>Clase:</b>	<b>Activo</b>		
<b>Aproximaciòn:</b>	<b>Chebyshev</b>		
<b>Tipo:</b>	<b>Paso Banda</b>		

Figura 8-3. Función

### 8.1.3. Opción Aproximación:

Se tiene la opción aproximación, como se muestra en la Figura 8-4, con solo dar un click se desplegará la opción aproximación, si es con el teclado aparece debajo de la letra “A” un guion que indica que es la letra que se debe marcar para que la pestaña se desplegue, se tiene un comando en el cual se elige si se usara Butterworth ó Chebyshev, esta se puede elegir bien sea con un click o el teclado, es el mismo procedimiento, con solo un click sobre la palabra, y si es con el teclado con solo marcar la letra que está marcada con el guion se desplegara la pestaña, y aparecerá reflejado en el campo de valores, en este caso se eligió Chebyshev a manera de ejemplo.

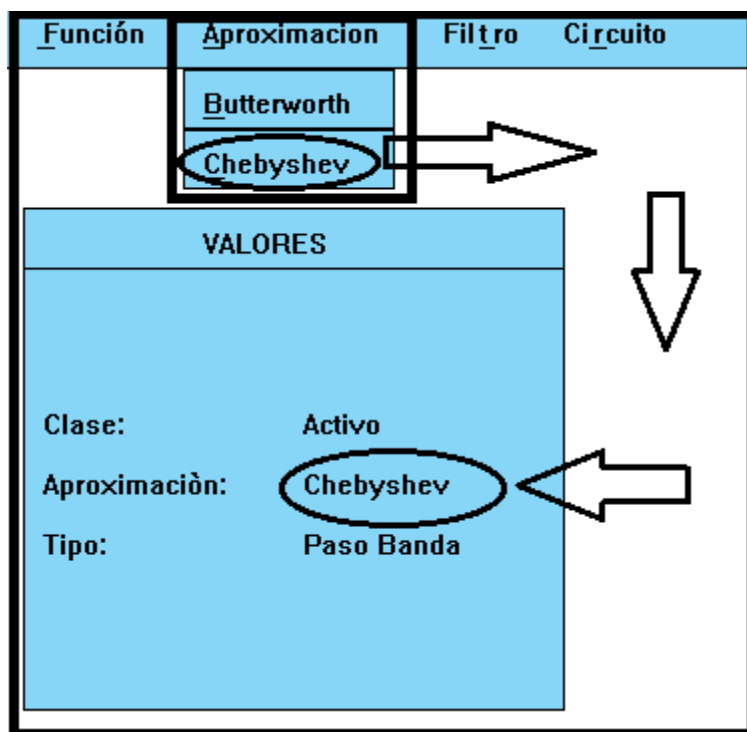


Figura 8-4 Aproximación

#### 8.1.4. Opción Filtro:

se despliega la opción filtro, es la tercera del lado derecho, como se muestra en la Figura 8-5, con dar un click sobre filtro aparecerán los valores, si es con el teclado aparece debajo de la letra “t” un guion que indica que es la letra que se debe marcar para que la pestaña se despliegue, se tiene un comando en el cual se elige si se trabajara con paso bajo, paso alto, paso banda ó banda eliminada, esta se puede elegir bien sea con el ratón o con el teclado, es el mismo procedimiento, con solo un clic sobre la palabra, y si es con el teclado con solo marcar la letra que está marcada con el guion se desplegará la pestaña, y aparecerá reflejado en la opción de valores, en este caso se eligió paso banda a manera de ejemplo.

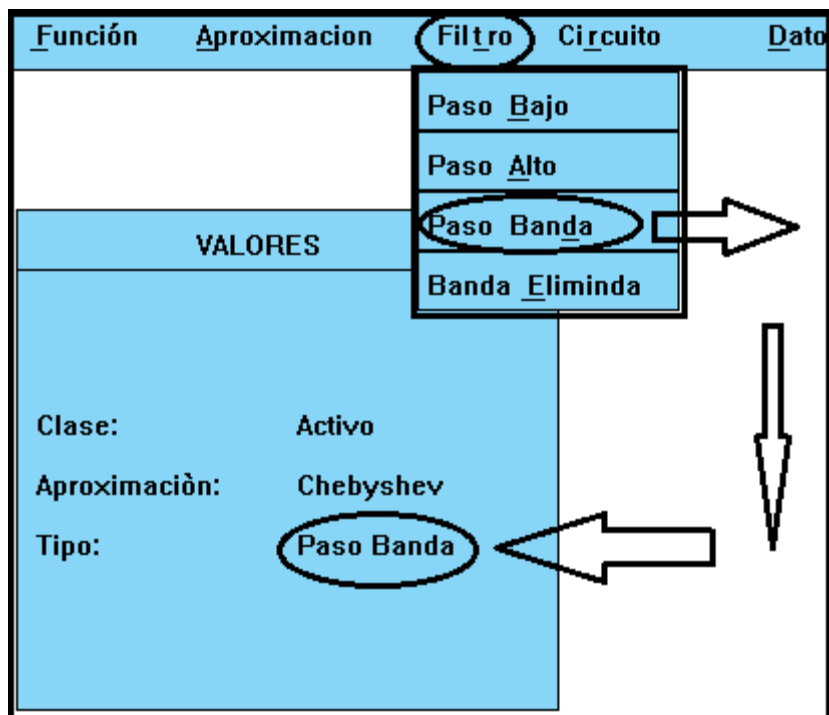


Figura 8-5. Filtro

### 8.1.5. Opción Circuito:

Se tiene la opción circuito, es la cuarta del lado derecho, como se muestra en la Figura 8-6, si se hace con el ratón con solo dar un clic sobre la palabra se desplegará, de lo contrario si es con el teclado aparece debajo de la letra “r” con un guion que indica que es la letra que se debe marcar para que la pestaña se desplegué.

La Figura 8-7, aparece en la opción circuitos, de esta manera se puede elegir sea con un click o con el teclado, si es con el teclado con solo marcar la letra con el guion se desplegara la pestaña, como se muestra en la Figura 8.7, y aparecerá reflejado los campo de los parámetros del lado derecho.

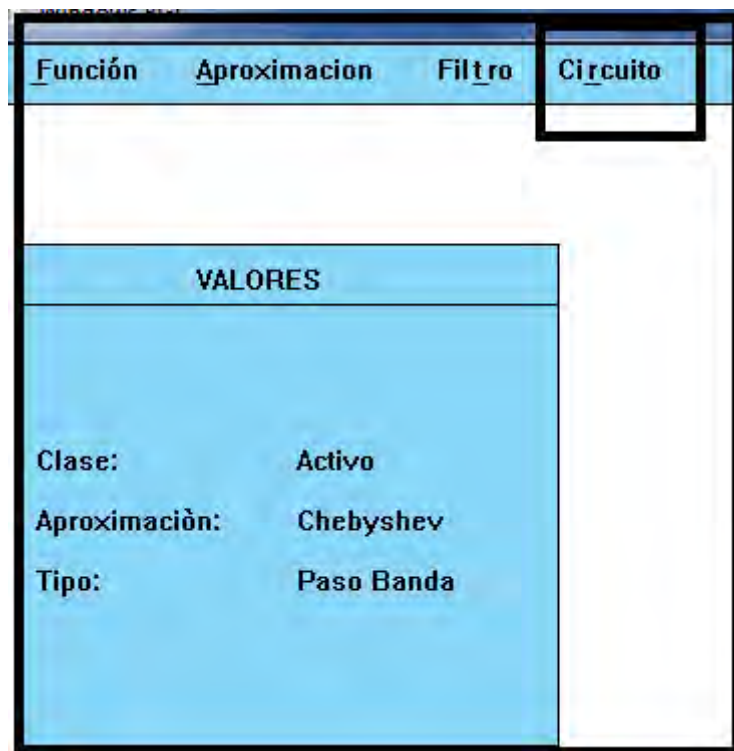


Figura 8-6. Circuitos

www.bdigital.ula.ve

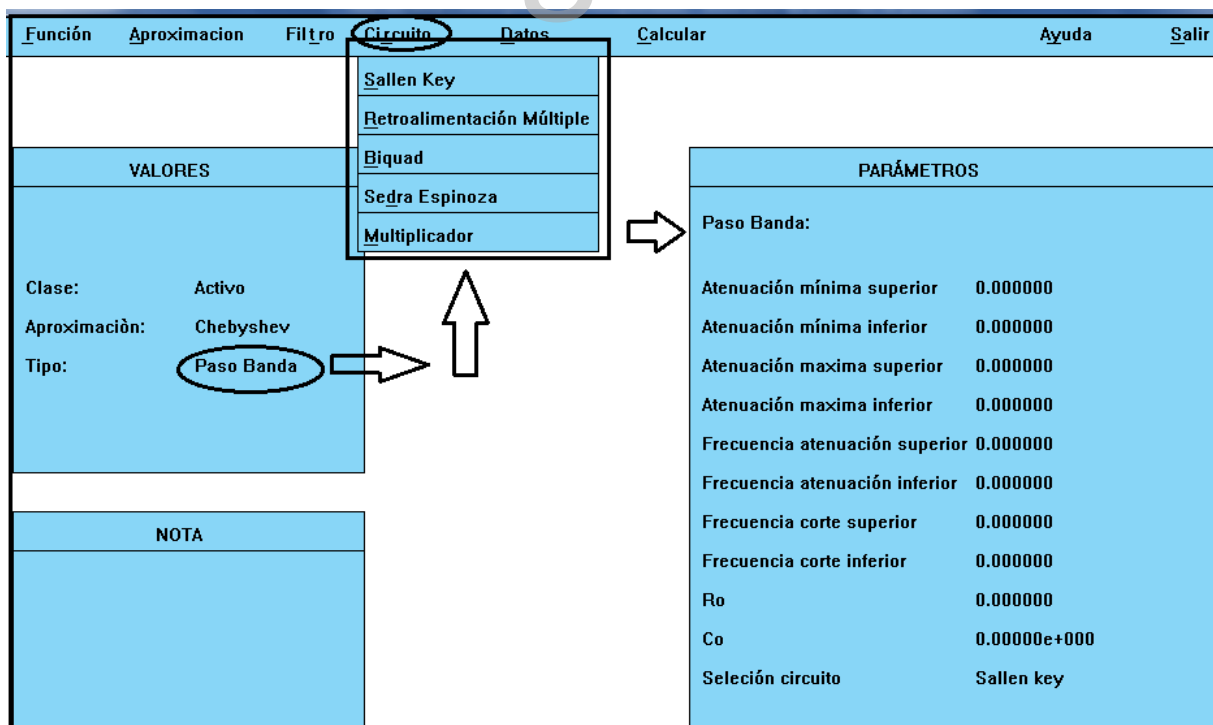


Figura 8-7. Circuito

### 8.1.6. Opción Datos:

Se tiene el campo datos, como se muestra en la Figura 8-8, indica un parámetros de color rosa, que es donde se deben colocar todos los valores.

The screenshot shows a software interface with a menu bar containing 'Datos', 'Calcular', 'Ayuda', and 'Salir'. The 'Datos' menu item is circled in black, with a downward arrow pointing to it. Below the menu bar is a dialog box titled 'PARÁMETROS'. The dialog box contains the following parameters and values:

PARÁMETROS	
Paso Banda:	
Atenuación mínima superior	0.000000
Atenuación mínima inferior	0.000000
Atenuación máxima superior	0.000000
Atenuación máxima inferior	0.000000
Frecuencia atenuación superior	0.000000
Frecuencia atenuación inferior	0.000000
Frecuencia corte superior	0.000000
Frecuencia corte inferior	0.000000
Ro	0.000000
Co	0.00000e+000
Selección circuito	Sallen key

The value '0.000000' for 'Atenuación mínima superior' is highlighted in pink. A downward arrow points to this pink value. Other downward arrows point to the empty input fields for 'Atenuación máxima superior', 'Frecuencia atenuación inferior', 'Frecuencia corte inferior', and 'Co'. A watermark 'www.bdigital.ula.ve' is visible across the center of the dialog box.

Figura 8-8. Datos

En este caso pide los datos del ejemplo a ejecutar, se llenan todos los parámetros pedidos, si al momento de llenar los parámetros se encuentra un error se mostrará del lado izquierdo donde dice nota, que indica que hay un error al momento de llenar lo pedido como lo indica la Figura 8-9, al permanecer un error el programa no avanzara.

Función	Aproximación	Filtro	Circuito	Datos	Calcular	Ayuda	Salir																																		
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">VALORES</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Clase:</td> <td>Activo</td> </tr> <tr> <td>Aproximación:</td> <td>Chebyshev</td> </tr> <tr> <td>Tipo:</td> <td>Paso Banda</td> </tr> </tbody> </table>				VALORES		Clase:	Activo	Aproximación:	Chebyshev	Tipo:	Paso Banda	<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">PARÁMETROS</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td colspan="2">Paso Banda:</td> </tr> <tr> <td>Atenuación mínima superior</td> <td>17000.000000</td> </tr> <tr> <td>Atenuación mínima inferior</td> <td>3000.000000</td> </tr> <tr> <td>Atenuación máxima superior</td> <td>5000.000000</td> </tr> <tr> <td>Atenuación máxima inferior</td> <td>4000.000000</td> </tr> <tr> <td>Frecuencia atenuación superior</td> <td>12.000000</td> </tr> <tr> <td>Frecuencia atenuación inferior</td> <td>120.000000</td> </tr> <tr> <td>Frecuencia corte superior</td> <td>30.000000</td> </tr> <tr> <td>Frecuencia corte inferior</td> <td>30.000000</td> </tr> <tr> <td>R<sub>o</sub></td> <td>300.000000</td> </tr> <tr> <td>C<sub>o</sub></td> <td>1.00000e+000</td> </tr> <tr> <td>Selección circuito</td> <td>Sallen key</td> </tr> </tbody> </table>				PARÁMETROS		Paso Banda:		Atenuación mínima superior	17000.000000	Atenuación mínima inferior	3000.000000	Atenuación máxima superior	5000.000000	Atenuación máxima inferior	4000.000000	Frecuencia atenuación superior	12.000000	Frecuencia atenuación inferior	120.000000	Frecuencia corte superior	30.000000	Frecuencia corte inferior	30.000000	R <sub>o</sub>	300.000000	C <sub>o</sub>	1.00000e+000	Selección circuito	Sallen key
VALORES																																									
Clase:	Activo																																								
Aproximación:	Chebyshev																																								
Tipo:	Paso Banda																																								
PARÁMETROS																																									
Paso Banda:																																									
Atenuación mínima superior	17000.000000																																								
Atenuación mínima inferior	3000.000000																																								
Atenuación máxima superior	5000.000000																																								
Atenuación máxima inferior	4000.000000																																								
Frecuencia atenuación superior	12.000000																																								
Frecuencia atenuación inferior	120.000000																																								
Frecuencia corte superior	30.000000																																								
Frecuencia corte inferior	30.000000																																								
R <sub>o</sub>	300.000000																																								
C <sub>o</sub>	1.00000e+000																																								
Selección circuito	Sallen key																																								
<table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="2">NOTA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td colspan="2">La frecuencia de atenuación inferior debe ser mayor a la frecuencia de corte</td> </tr> </tbody> </table>				NOTA		La frecuencia de atenuación inferior debe ser mayor a la frecuencia de corte																																			
NOTA																																									
La frecuencia de atenuación inferior debe ser mayor a la frecuencia de corte																																									

**Figura 8-9. Error**

Si los datos que se colocaron están bien en esta nota no aparecerá nada.

### 8.1.7. Opción calcular:

Si todos los parámetros mostrados están bien, mostrara las estructuras y valores.

### 8.1.8. Opción ayuda:

La ayuda en tal caso de necesitarse, se muestra en la Figura 8-10 y la Figura 8-11 para el despliegue de ayuda.



**Figura 8-10. Ayuda**



Figura 8-11. Despliegue de ayuda.

### 8.1.9. Opción salir:

Esta opción es para salir Figura 8-12, pregunta ¿quiere continuar en el programa? si ó no, si es si se marca la letra s de lo contrario n, ó simplemente se usa la tecla escape. Se muestra el despliegue en la Figura 8-13.



Figura 8-12. Ayuda

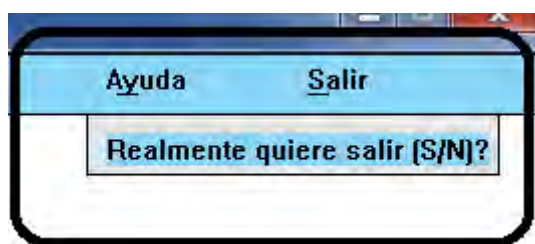


Figura 8-13. salir

## CAPITULO 9.

### ANALISIS DE RESULTADOS

A continuación se implementaron ejemplos de filtros activos y pasivos, en donde se muestra que tipo de filtro se usara, paso bajo, paso alto, paso banda, banda eliminada, tanto para Butterworth como para Chebyshev.

Entre los parámetros necesarios para el diseño de los filtros pasivos se tiene resistencias, capacitores, inductores, para los filtros activos tenemos, resistencias, capacitores y amplificadores operacionales; tanto en pasivos como es activos se encuentra; atenuaciones máxima, atenuación mínima, frecuencias de corte superior, frecuencia de corte inferior, las frecuencias de atenuación superior, atención inferior.

#### 9.1. Filtro pasivo paso bajo

El primer ejemplo es de filtro pasivo paso bajo: resistencia de carga  $1,000 \Omega$ , resistencia del generador  $200 \Omega$ , banda de atenuación máxima de 3 dB, banda de atenuación mínima 30 dB, frecuencia de corte  $5,000 \text{ r/s}$ , y la frecuencia de atenuación  $20,000 \text{ r/s}$ , aproximación de Chebyshev, puerto de síntesis 2. Los datos se muestran en la Tabla 9.1, y la Figura 9-1.

**Tabla 9.1 Datos del ejercicio 9.1**

<b>Datos</b>							
$R_c (\Omega)$	$R_g (\Omega)$	$R_o (\Omega)$	$aM (dB)$	$am (dB)$	$wc (\text{r/s})$	$wa (\text{r/s})$	aproximación
1,000	200	200	3	30	5,000	20,000	Chebyshev

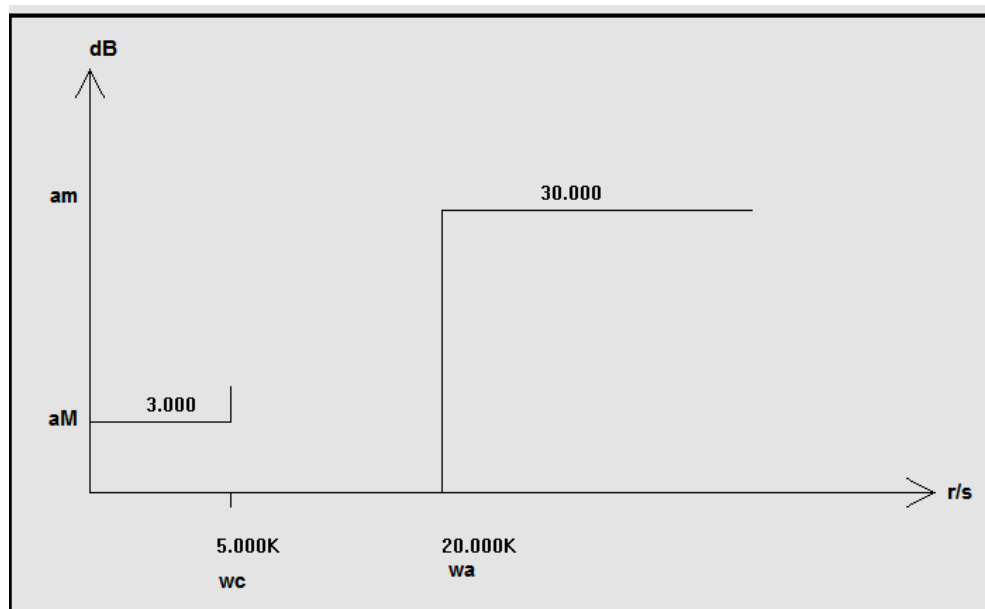


Figura 9-1. Paso bajo

Aplicando el algoritmo de Saal-Ulbrich la **Figura 9-2** muestra la estructura del ejemplo 9.1.

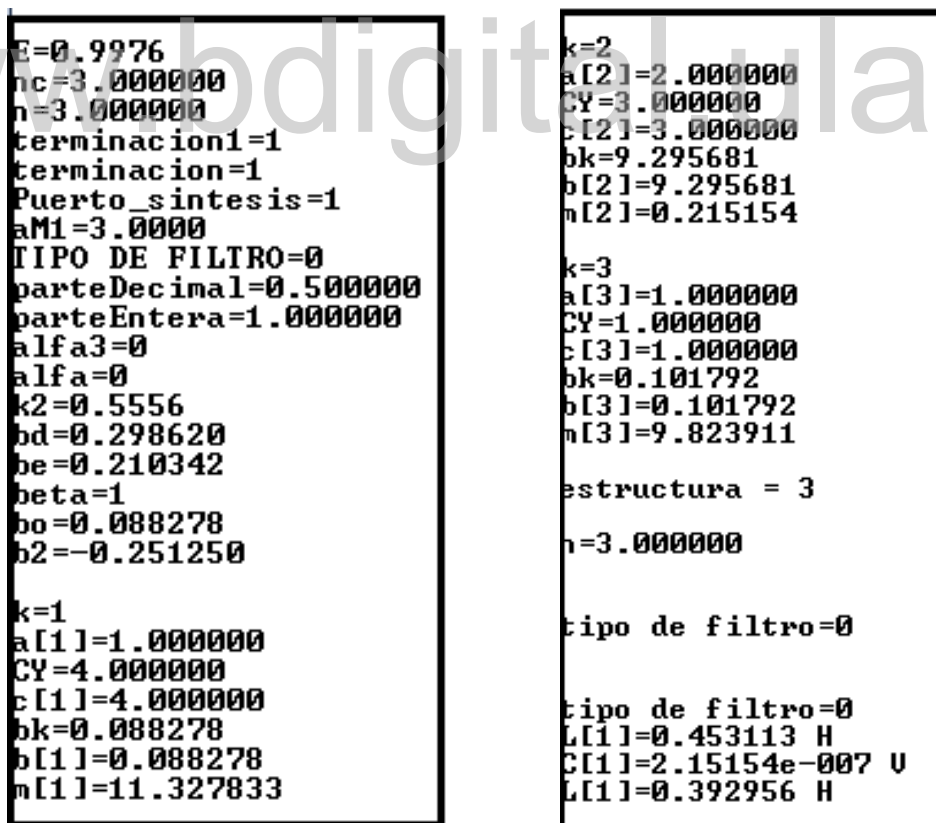
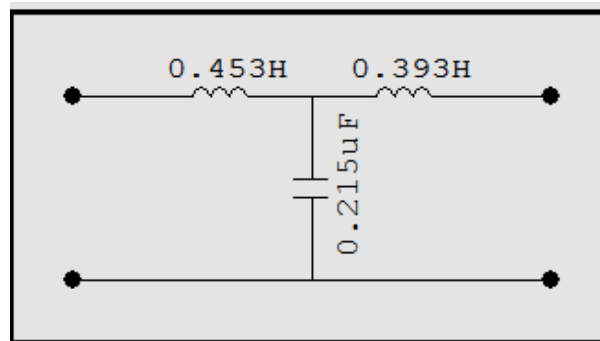


Figura 9-2. Estructuras del ejemplo 9.1

En la Figura 9-3, se muestra la estructura para paso bajo.



**Figura 9-3. paso bajo**

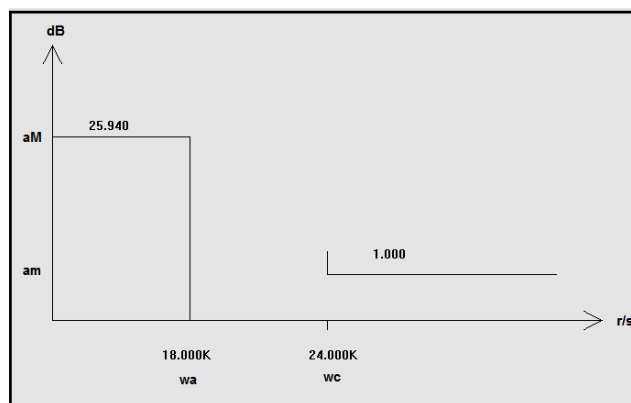
Como se explicó en la Figura 6.1, esto es sintetizado según la estructura tres.

## 9.2. Filtro pasivo paso alto

El segundo ejemplo es para filtro pasivo paso alto, de Chebyshev: resistencia de carga  $400 \Omega$ , resistencia del generador  $800 \Omega$ , banda de atenuación máxima de 25,94 dB, banda atenuación mínima 1 dB, frecuencia de corte  $24,000 \text{ r/s}$ , y la frecuencia de atenuación  $18,000 \text{ r/s}$ , puerto de síntesis 1. Adicional se muestran los datos en la Tabla 9.2, y la Figura 9-4 que es para filtro paso alto.

**Tabla 9.2 Datos del ejercicio 9.2**

Datos						
$R_c (\Omega)$	$R_g (\Omega)$	$R_o (\Omega)$	$aM (dB)$	$am (dB)$	$wc (\text{r/s})$	$wa (\text{r/s})$
400	800	800	25.94	1	24,000	18,000



**Figura 9-4. paso alto**

En la Figura 9-5, se muestran las estructuras del ejemplo 9.2.

```

E=0.5088
nc=6.000000
n=6.000000
terminacion1=1
terminacion=1
Puerto_sintesis=1
aM1=1.0000
TIPO DE FILTRO=1
parteDecimal=0.000000
parteEntera=3.000000
alfa2=1
alfa=1
parteDecimal=0.500000
parteEntera=3.000000
alfa3=0
k2=0.8889
bd=0.205414
be=0.088038
beta=1
bo=0.117376
b2=-0.072337

k=1
a[1]=0.445042
CY=4.000000
c[1]=4.000000
bk=0.117376
b[1]=0.117376
m[1]=3.791593

k=2
a[2]=1.246980
CY=3.801938
c[2]=3.801938
bk=1.751756
b[2]=1.751756
m[2]=0.711846

k=3
a[3]=1.801938
CY=3.246980
c[3]=3.246980
bk=0.364580
b[3]=0.364580
m[3]=4.942501

k=4
a[4]=2.000000
CY=2.445042
c[4]=2.445042
bk=2.721985
b[4]=2.721985
m[4]=0.734758

```

Figura 9-5. Estructura del ejemplo 9.2

En la Figura 9-6 se muestra las estructuras del ejemplo 9.2, al igual que en la Figura 9-7 para la estructura paso alto.

```

k=5
a[5]=1.801938
CY=1.554958
c[5]=1.554958
bk=0.370494
b[5]=0.370494
m[5]=4.863612

k=6
a[6]=1.246980
CY=0.753020
c[6]=0.753020
bk=1.845529
b[6]=1.845529
m[6]=0.675676

k=7
a[7]=0.445042
CY=0.198062
c[7]=0.198062
bk=0.146726
b[7]=0.146726
m[7]=3.033143

estructura = 4
n=7.000000

tipo de filtro=1

tipo de filtro=1
L[1]=0.00879138 U
C[1]=7.31666e-008 H
L[2]=0.00674422 U
C[2]=7.0885e-008 H
L[3]=0.00685362 U
C[3]=7.70833e-008 H
L[3]=0.0109897 U

```

Figura 9-6. Estructura del ejemplo 9.2

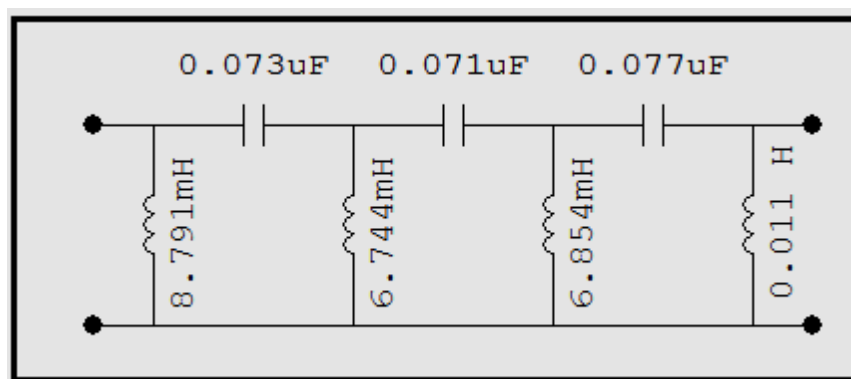


Figura 9-7. Paso alto

### 9.3. Filtro pasivo paso banda

El tercer ejemplo es para filtro pasivo paso banda de Chebyshev ,con las siguientes datos resistencia de carga 1,400  $\Omega$ , resistencia del generador 500  $\Omega$ , atenuación máxima inferior 1

dB, atenuación máxima superior 1 dB, atenuación mínima inferior 3 dB, atenuación mínima superior 3 dB, frecuencia de corte inferior  $6,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de corte superior  $11,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de atenuación inferior  $5,000 \text{ r/s}$ , la frecuencia de atenuación superior  $14,000 \text{ r/s}$ .

Tabla 6.8, hacer las transformaciones del filtro prototipo.

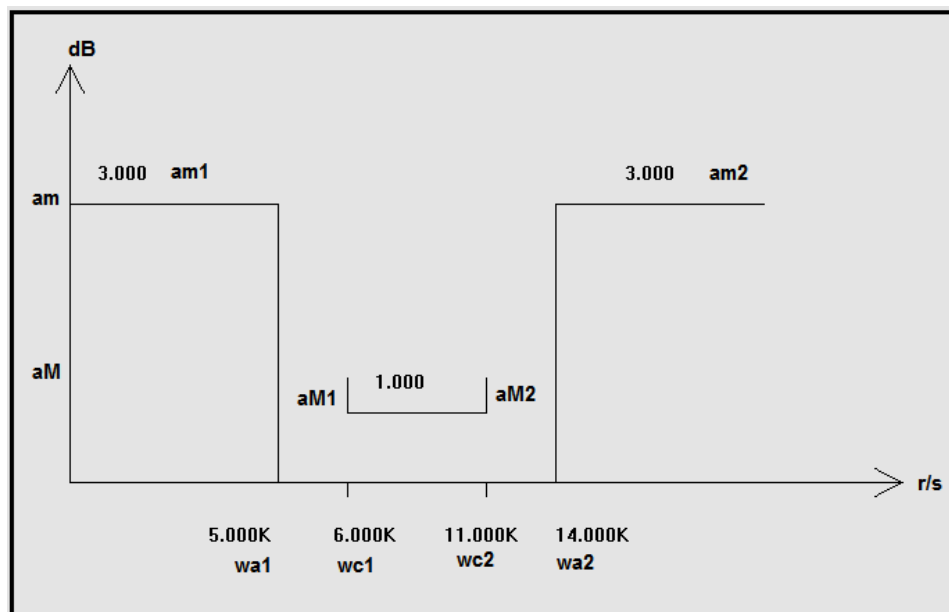
Los datos del ejemplo 9.3 se muestran en la Tabla 9.3 y en la Figura 9-8 muestra la gráfica de paso banda.

**Tabla 9.3 Datos del ejercicio 9.3**

Datos							
$R_c (\Omega)$	$R_g (\Omega)$	$aM1 (dB)$	$aM2 (dB)$	$am1 (dB)$	$am2 (dB)$	$wa1 (r/s)$	$wa2 (r/s)$
1,400	500	1	1	3	3	5,000	14,000

**Tabla 9.4 Datos del ejercicio 9.3, cont**

Datos			
$wc1 (r/s)$	$wc2 (r/s)$	Puerto de síntesis	Aproximación
6,000	11,000	1	Chebyshev



**Figura 9-8. Paso banda**

En la Figura 9-9 muestra las estructuras del ejemplo 9.3 y en Figura 9-10, para la estructura paso banda.

<pre> E=0.5088 nb=2.000000 n=2.000000 terminacion1=1 terminacion=1 Puerto_sintesis=1 aM1=1.0000 TIPO DE FILTRO=2 alfa1=0 alfa=0 k2=0.7756 bd=1.401865 be=0.964830 beta=1 bo=0.437035 b2=-5.410247  k=1 a[1]=1.414214 CY=0.000000 c[1]=0.000000 bk=0.437035 b[1]=0.437035 m[1]=3.235924 </pre>	<pre> k=2 a[2]=1.414214 CY=0.000000 c[2]=0.000000 bk=6.626747 b[2]=6.626747 n[2]=0.213410  estructura = 1 n=2.000000  tipo de filtro=2  tipo de filtro=2 L[1]=0.323592 H C[1]=4.68228e-008 H L[1]=0.177493 H C[1]=8.5364e-008 H </pre>
---	--

Figura 9-9. Estructura del ejemplo 9.3

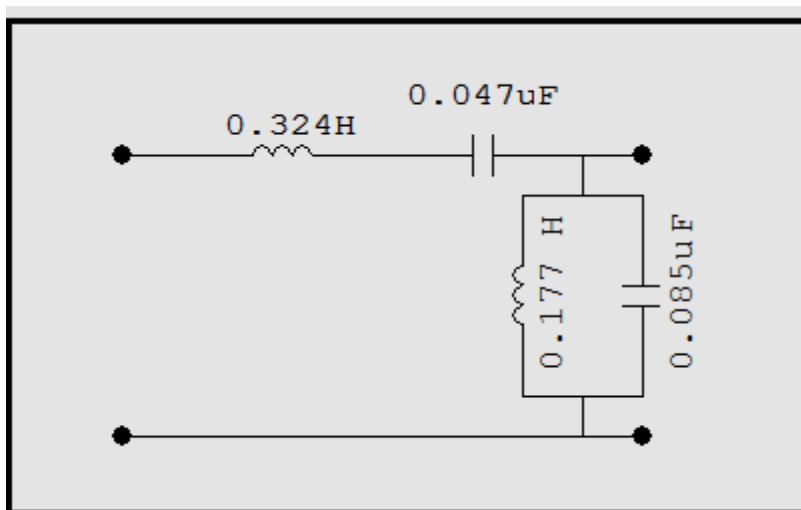


Figura 9-10. Paso banda.

## 9.4. Filtro pasivo banda eliminada

El cuarto ejemplo es para filtro pasivo banda eliminada, de Butterworth con las siguientes datos resistencia de carga infinita, resistencia del generador  $300 \Omega$ , atenuación máxima inferior  $4,5$  dB, atenuación máxima superior  $4,5$  dB, atenuación mínima inferior  $20$  dB, atenuación mínima superior  $20$  dB, frecuencia de corte inferior  $25,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de corte superior  $55,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de atenuación inferior  $30,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de atenuación superior  $45,000 \text{ r/s}$ , hacer las respectivas transformaciones del filtro prototipo.

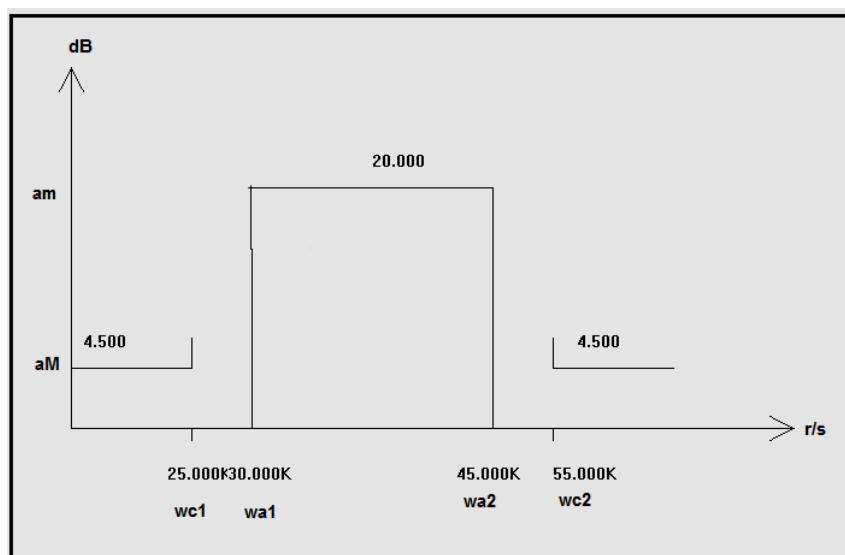
Los datos del ejemplo 9.4 se muestran en la Tabla 9.4, y en la Figura 9-11, muestra la gráfica de banda eliminada.

**Tabla 9.5 Datos del ejercicio 9.4**

Datos							
$R_c (\Omega)$	$R_g (\Omega)$	$aM1 (dB)$	$aM2 (dB)$	$am1 (dB)$	$am2 (dB)$	$wa1 (r/s)$	$wa2 (r/s)$
$\infty$	300	4,5	4,5	20	20	30,000	45,000

**Tabla 9.6 Datos del ejercicio 9.4 , cont**

Datos			
$wc1 (r/s)$	$wc2 (r/s)$	Puerto de síntesis	Aproximación
25,000	55,000	1	Butterworth



**Figura 9-11. Banda eliminada**

En la Figura 9-12 y Figura 9-13, muestra las estructuras del ejemplo 9.4, y en Figura 9-14, para la estructura banda eliminada.

<pre> E=1.3485 hb=4.000000 h=4.000000 terminacion2=0 terminacion=0 Puerto_sintesis=1 aM1=4.5000 TIPO DE FILTRO=3 alfa1=0 alfa=0 k2=0.0000 bd=0.927982 be=0.927982 beta=-1 bo=1.855963 b2=3.444599  k=1 a[1]=0.765367 CY=0.000000 c[1]=0.000000 bk=1.855963 b[1]=1.855963 n[1]=0.412383 </pre>	<pre> k=2 a[2]=1.847759 CY=0.000000 c[2]=0.000000 bk=1.584164 b[2]=1.584164 n[2]=1.166394  k=3 a[3]=1.847759 CY=0.000000 c[3]=0.000000 bk=1.087198 b[3]=1.087198 n[3]=1.699561  k=4 a[4]=0.765367 CY=0.000000 c[4]=0.000000 bk=0.463991 b[4]=0.463991 n[4]=1.649530 </pre>
---	--

Figura 9-12. Estructura del ejemplo 9.4

```

estructura = 1
n=4.000000

tipo de filtro=3

tipo de filtro=3
L[1]=0.00269923 H
C[1]=2.69437e-007 H
L[1]=0.00857343 H
C[1]=8.48287e-008 H
L[2]=0.0111244 H
C[2]=6.53764e-008 H
L[2]=0.00606233 H
C[2]=1.19966e-007 H

```

Figura 9-13. Estructura del ejemplo 9.4

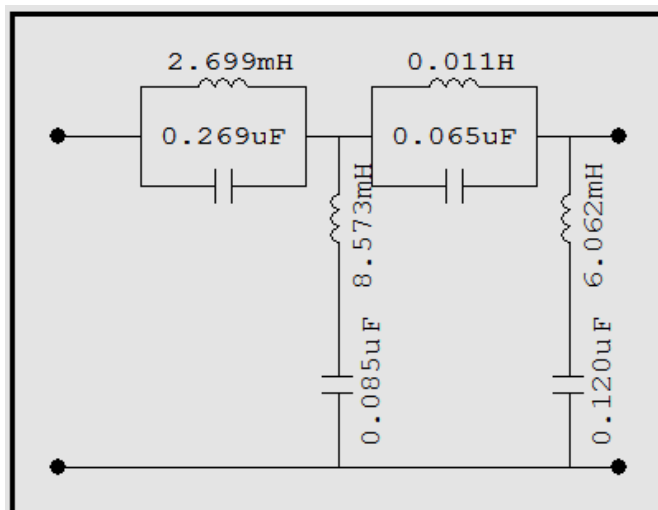


Figura 9-14. Banda eliminada

### 9.5. Filtro activo paso bajo

El quinto ejemplo es para filtro activo, paso bajo- retroalimentación de segundo orden con las siguientes datos, atenuación máxima 0,3 dB, atenuación mínima 24 dB, frecuencia de corte 15  $r/s$ , frecuencia de atenuación 26  $r/s$ , resistencia del generador 20 K  $\Omega$ , el capacitor 2 nF.

Los datos del ejemplo 9.5 se muestran en la Tabla 9.5, y en la Figura 9-16, muestra la gráfica para paso bajo.

Tabla 9.7 Datos del ejemplo 9.5

Datos							
$C_o$ (F)	$R_o$ ( $\Omega$ )	$aM$ (dB)	$am$ (dB)	$wc$ ( $r/s$ )	$wa$ ( $r/s$ )	Circuito	aproximación
$2\eta$	20,000	0,3	24	15,000	26,000	Retroalimentación múltiple	Chebyshev

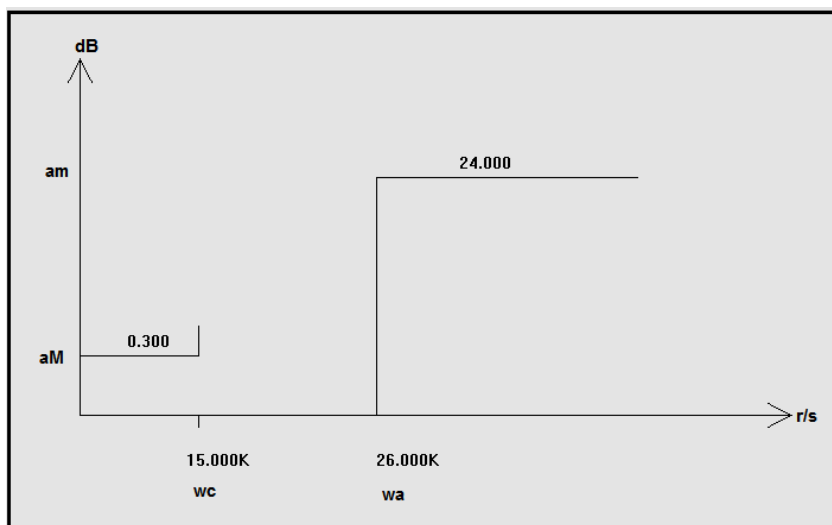


Figura 9-15. Paso bajo

En la Figura 9-17, Figura 9-18 y la Figura 9-19, muestra las estructuras del ejemplo 9.4, y en la Figura 9-20, muestra la estructura cero, la Figura 9-21 muestra la estructura uno y por último la Figura 9-22 muestra la estructura dos, para el ejemplo de filtro activo paso bajo.

```

E=0.2674
nc=5.000000
n=5.000000
orden_filtro=5.000000
lambda=1
p=2.000000

polinomio_chebyshe:
zz1.000000 0.417129
1.000000 0.257800 1.078505
1.000000 0.674929 0.519488

estructura no. 0
na[0][0]=0.417129
wp[0]=0.417129

wpd[0]=0.417129
Qpd[0]=0.000000
Ap[0]=1

estructura no. 1
wp[1]=1.038511
+Qp[1]=4.028360

wpd[1]=1.038511
Qpd[1]=4.028360
Ap[1]=1.000000

estructura no. 2
wp[2]=0.720755
+Qp[2]=1.067898

wpd[2]=0.720755
Qpd[2]=1.067898

```

Figura 9-16. Estructura del ejemplo 9.5

```

p[2]=1.000000
a=5.000000
b=2.000000
paso bajo num_estructuras=2
incremento paso bajo num_estructuras=3

ESTRUCTURA 0

Qpd[0] 0.000000
1 3
ESTRUCTURA 1

Qpd[1] 4.028360
2 3
ESTRUCTURA 2

Qpd[2] 1.067898
3 3

```

Figura 9-17. Estructura del ejemplo9.5

```

p[2]=1.000000
a=5.000000
b=2.000000
paso bajo num_estructuras=2
incremento paso bajo num_estructuras=3

ESTRUCTURA 0

Qpd[0] 0.000000
1 3
ESTRUCTURA 1

Qpd[1] 4.028360
2 3
ESTRUCTURA 2

Qpd[2] 1.067898
3 3

```

Figura 9-18. Estructura del ejemplo 9.5

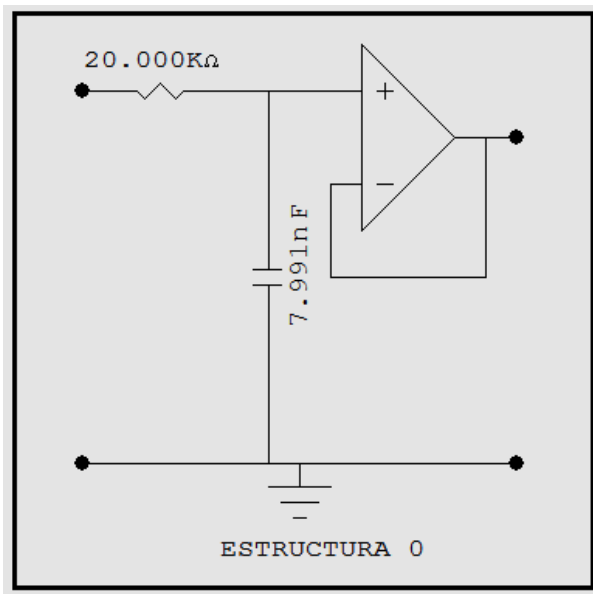


Figura 9-19. Estructura 0

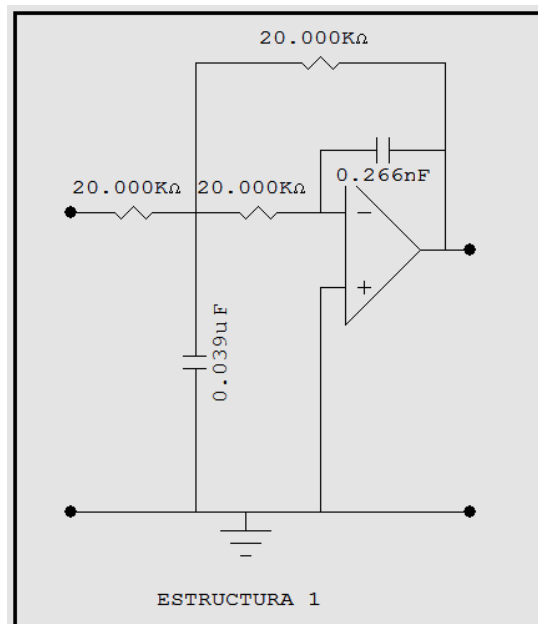


Figura 9-20. Estructura 1

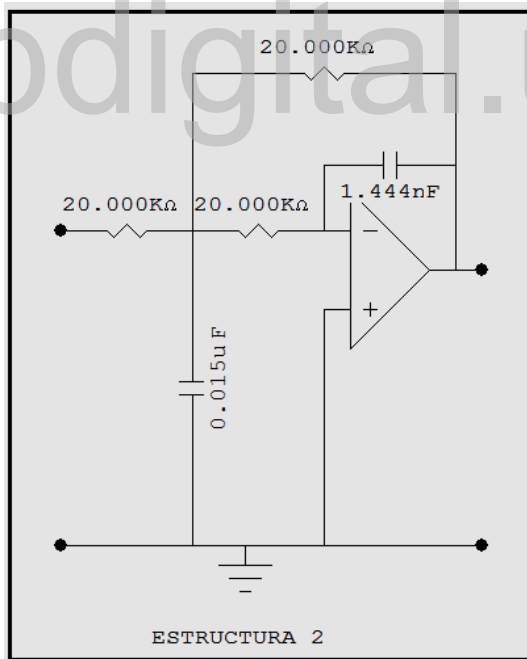


Figura 9-21. Estructura 2

www.bdigital.ula.ve

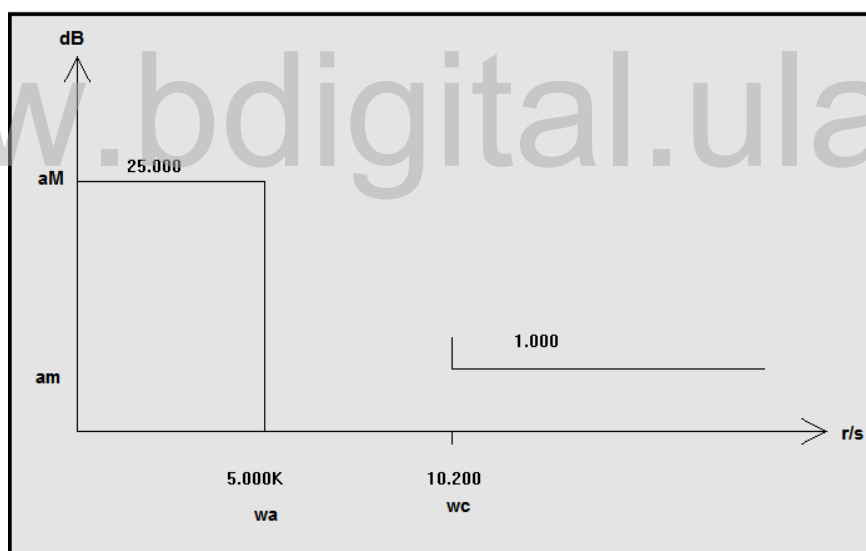
## 9.6. Filtro activo paso alto

El sexto ejemplo es para filtro activo paso alto, Butterworth de Sallen-Key con los siguientes datos: resistencia de carga  $10,000 \Omega$ , capacitor  $1\mu F$ , banda de atenuación máxima de 25 dB, atenuación mínima 1 dB, frecuencia de corte  $5,000 r/s$ , y la frecuencia de atenuación  $10,200 r/s$ ,

Los datos del ejemplo 9.6 se muestran en la Tabla 9.6, y en la Figura 9-23, muestra la gráfica para paso alto para filtros activos.

**Tabla 9.8 Datos del ejemplo 9.6**

Datos							
$C_o$ (F)	$R_o$ ( $\Omega$ )	$aM$ (dB)	$am$ (dB)	$wc$ ( $r/s$ )	$wa$ ( $r/s$ )	Circuito	aproximación
$1\eta$	10,000	25	1	10,200	5,000	Sallen-Key	Butterworth



**Figura 9-22. Paso alto**

En la Figura 9-24, se muestra las estructuras del ejemplo 9.5, y en Figura 9-25, para la estructura de paso alto para filtros activos.

```

E=17.7547
nb=1.000000
n=1.000000
orden_filtro=1.000000
lambda=1
p=0.000000

polinomio_butterworh:
z1.000000 0.056323

estructura no. 0
na[0][0]=0.056323
wp[0]=0.056323

wpd[0]=0.056323
Qpd[0]=0.000000
Ap[0]=1

n=1.000000
p=0.000000

```

Figura 9-23. Estructura del ejemplo 9.6

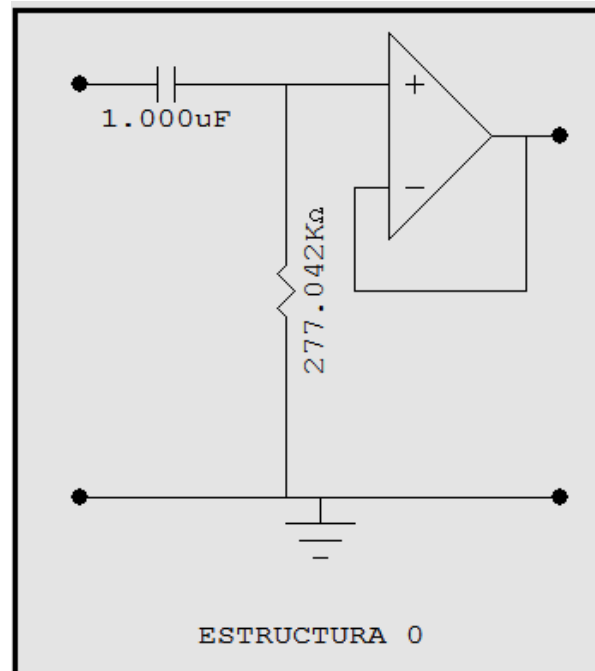


Figura 9-24. Estructura 0

## 9.7. Filtro activo paso banda

El séptimo ejemplo es para filtro activo paso banda, Multiplicador de Chebyshev con los siguientes datos: resistencia de normalización  $10,000 \Omega$ , capacitor  $0,1 \mu F$ , atenuación máxima inferior  $0,3 \text{ dB}$ , atenuación máxima superior  $3 \text{ dB}$ , atenuación mínima inferior  $15 \text{ dB}$ , atenuación mínima superior  $15 \text{ dB}$ , frecuencia de corte inferior  $6,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de corte superior  $11,000 \text{ r/s}$ , y la frecuencia de atenuación inferior  $3,000 \text{ r/s}$ , la frecuencia de atenuación superior  $14,000 \text{ r/s}$ .

Los datos del ejemplo 9.6 se muestran en la Tabla 9.7 y en la Figura 9-26, muestra la gráfica para paso banda para filtros activos.

Tabla 9.9 Datos del ejemplo 9.7

Datos							
$C_o$ (F)	$R_o$ ( $\Omega$ )	$aM1$ (dB)	$aM2$ (dB)	$am1$ (dB)	$am2$ (dB)	$wa1$ ( $r/s$ )	$wa2$ ( $r/s$ )
$0,1\mu$	10,000	0,3	0,3	15	15	3,000	14,000

Tabla 9.10 Datos del ejemplo 9.7, cont

Datos				
$wc1$ (r/s)	$wc2$ (r/s)	Puerto de síntesis	Aproximación	Circuito
6,000	11,000	1	Chebyshev	Multiplicador

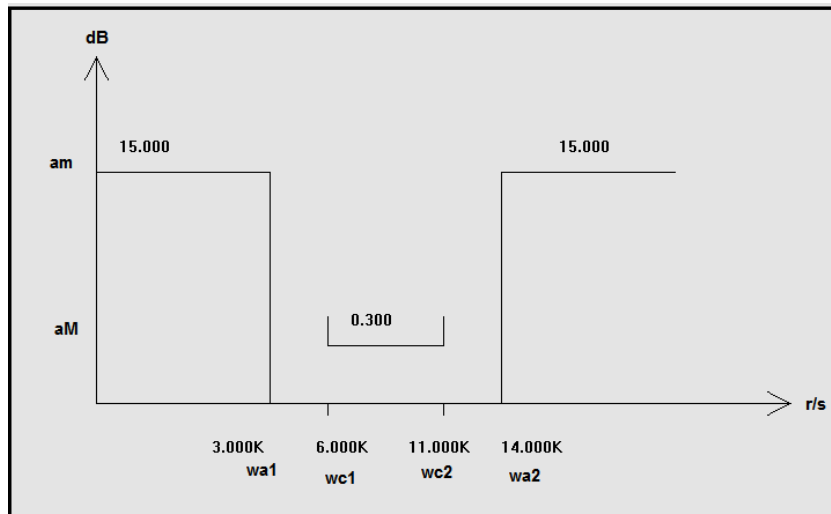


Figura 9-25. Paso banda

En la Figura 9-27, Figura 9-28 y Figura 9-29, se muestra las estructuras del ejemplo 9.7.

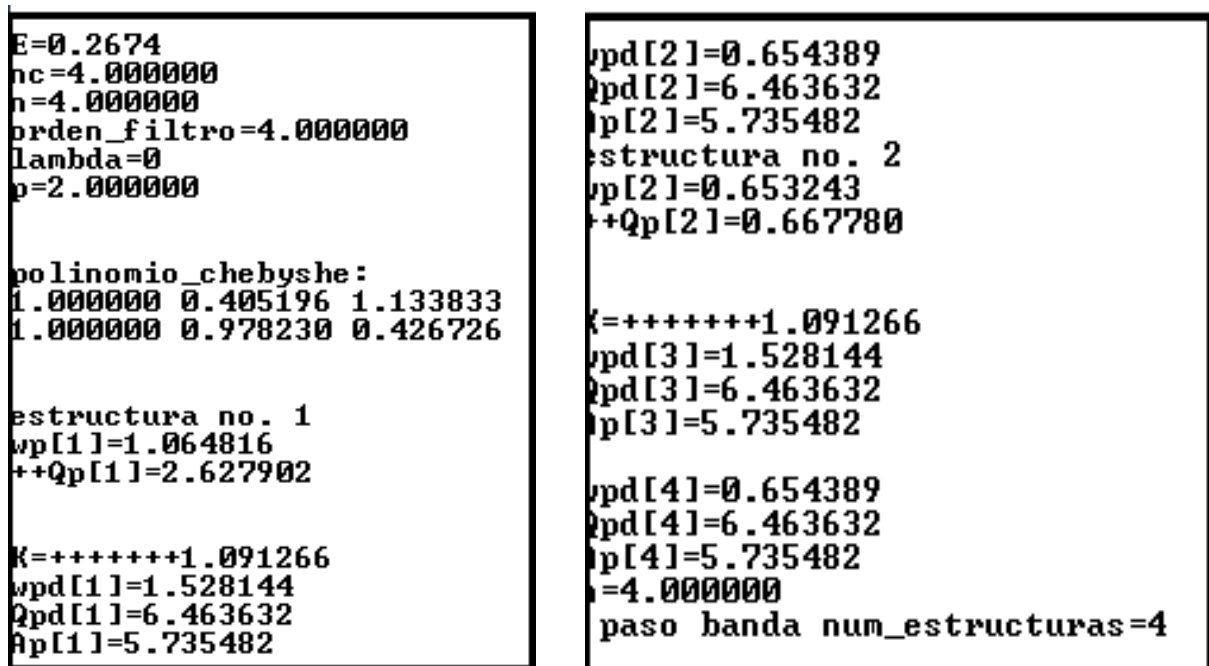


Figura 9-26. Estructura del ejemplo 9.7



En la Figura 9-30 se muestra la estructura uno, la Figura 9-31 se muestra la estructura dos mientras que en la Figura 9-32 la estructura tres.

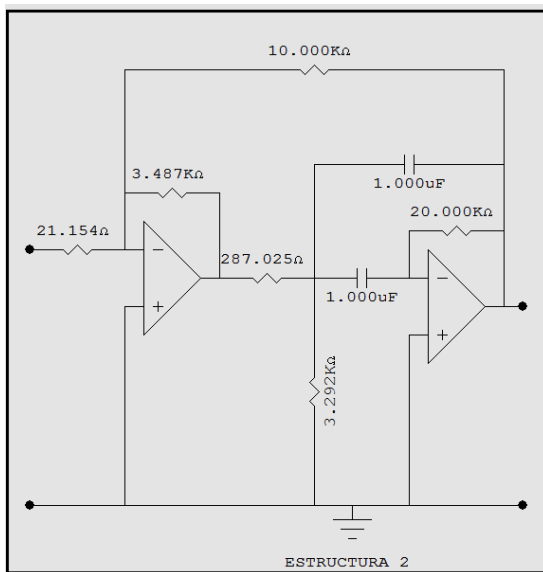


Figura 9-30. Estructura 2

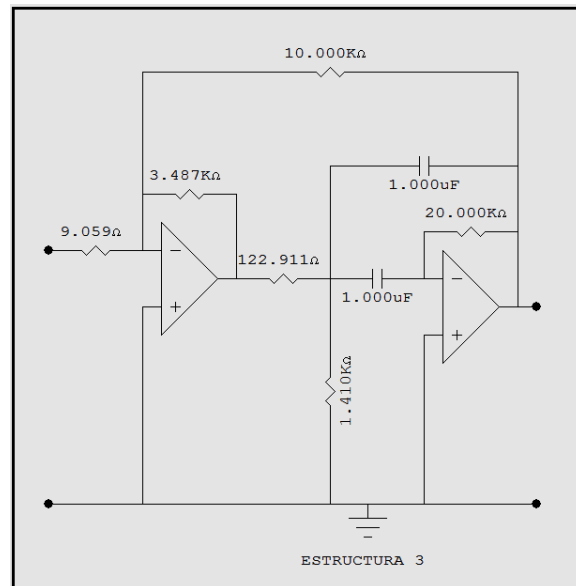


Figura 9-31. Estructura 3

## 9.8. Filtro activo banda eliminada

El octavo ejemplo filtro activo banda eliminada, doble-T, de Butterworth con los siguientes datos: resistencia de normalización  $10,000 \Omega$ , atenuación máxima inferior  $5 \text{ dB}$ , atenuación máxima superior  $5 \text{ dB}$ , atenuación mínima inferior  $20 \text{ dB}$ , atenuación mínima superior  $20 \text{ dB}$ , frecuencia de corte inferior  $10,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de corte superior  $30,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de atenuación inferior  $15,000 \text{ r/s}$ , frecuencia de atenuación superior  $20,000 \text{ r/s}$ .

Los datos del ejemplo 9.8 se muestran en la Tabla 9.8 y en la Figura 9-33, muestra la gráfica para banda eliminada filtros activos.

Tabla 9.11 Datos del ejemplo 9.8

Datos							
$C_o$ (F)	$R_o$ ( $\Omega$ )	$aM1$ (dB)	$aM2$ (dB)	$am1$ (dB)	$am2$ (dB)	$wa1$ ( $r/s$ )	$wa2$ ( $r/s$ )
$0,1\mu$	10,000	5	5	20	20	15,000	20,000

Tabla 9.12 Datos del ejemplo 9.8, cont

Datos			
$wc1$ (r/s)	$wc2$ (r/s)	Aproximación	Circuito
10,000	30,000	Butterworht	Doble_T

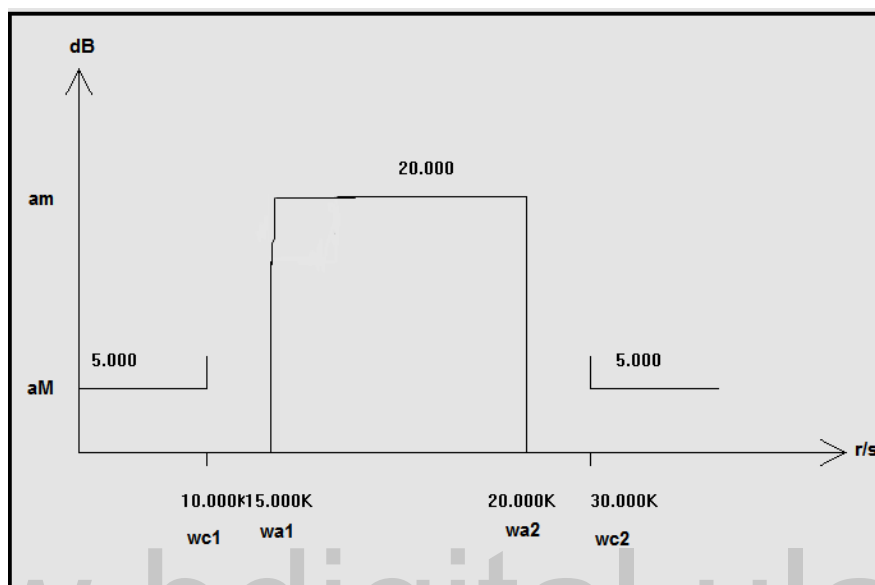


Figura 9-32. Banda eliminada

En la Figura 9-34, Figura 9-35 y Figura 9-36, se muestran las estructuras del ejemplo 9.8 y la Figura 9-37 muestra la estructura uno.

```

E=1.4705
nb=2.000000
n=2.000000
orden_filtro=2.000000
lambda=0
p=1.000000

polinomio_butterworh:
1.000000 1.166238 0.680055

estructura no. 1
wp[1]=0.824655
++Qp[1]=0.707107

K=1.457523
wpd[1]=2.517888
Qpd[1]=0.849909
Ap[1]=2.061249

```

Figura 9-33. Estructura del ejemplo 9.9

```

vpd[2]=0.397158
Qpd[2]=0.849909
p[2]=2.061249
s=2.000000
paso banda eliminada num_estructuras=2

ESTRUCTURA 1

  Qpd[1] 0.849909
  2 2
ESTRUCTURA 1

  Qpd[1] 0.849909
  2 2
ESTRUCTURA 1

  Qpd[1] 0.849909
  2 2
ESTRUCTURA 1

  Qpd[1] 0.849909
  2 2
ESTRUCTURA 1

```

Figura 9-34. Estructura del ejemplo 9.9

www.bdigital.ula.ve

```

  Qpd[1] 0.849909
  2 2
ESTRUCTURA 1

  Qpd[1] 0.849909
  0 2
ESTRUCTURA 1

  Qpd[1] 0.849909
  0 2
ESTRUCTURA 1

  Qpd[1] 0.849909

```

Figura 9-35. Estructura del ejemplo 9.9

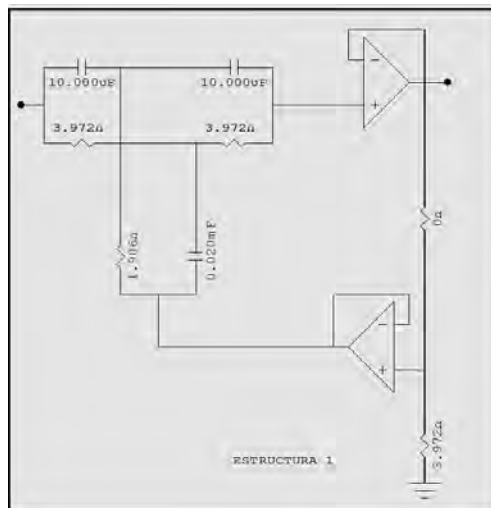


Figura 9-36. Estructura 1

## CONCLUSIONES

Se desarrolló un programa en lenguaje C , usando el entorno de desarrollo CodeBlocks-EP, como herramienta educativa para el diseño de filtros activos y pasivos se obtuvo un buen resultado.

El programa se implementa filtros pasivos entre los cuales tenemos: paso bajo, paso alto, paso banda y banda eliminada, mientras que para filtros activos se encuentran: para paso bajo y paso alto :Salle-Key, Biquad, retroalimentación múltiple, para paso banda: Sallen- Key, Sedra Espinoza, Multiplicador, Biquad, retroalimentación múltiple, y banda eliminada: Bainter, retroalimentación múltiple, banda eliminada, doble T.

El programa es una herramienta educativa, practica y muy útil, diseñada para satisfacer las necesidad de cálculo y diseño de filtros tanto activos como pasivos siendo un soporte practico en el tema, ya que este tema se da en materias como lo son: circuitos eléctricos, comunicaciones, control, instrumentación, análisis de frecuencia entre otras.

Se implementó un algoritmo para el diseño de filtros pasivos al igual que para filtros activos, de esta manera al momento del usuario implementar el programa este se encontrara con la opción de seleccionar diferentes tipos de estructuras, introducir diferentes valores.

Se implementó un algoritmo para dibujar los esquemas de los filtros diseñados.

Este programa cuenta con información didáctica, al momento de usarlo , para que el usuario este cómodo y le sea más fácil al usarlo.

Al momento de implementar el programa los cálculos y diseños de cada filtro, es muy sencillo y agradable de manipular para cualquier usuario, por lo tanto se cumplió los objetivos planteados.

## RECOMENDACIONES

Para un futuro se recomienda ampliar el área de filtros eléctricos, tanto en los métodos clásicos y de aproximación, en la parte de Bessel, Cauer, En donde se pueda implementar elementos y dispositivos, como lo son los electromecánicos y los digitales, aplicando los algoritmos en esta área y desarrollarlos al igual que los filtros activos y pasivos en forma dinámica. En donde se muestren las estructuras, y que sea didáctico.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## REFERENCIAS

- [1] E. V. Dori, Diseño de filtros pasivos, activos y digitales. Tomo I. Filtros pasivos., Mèrida : Talleres Graficos de la ULA, 1991.
- [2] MICROCHIP, «<https://www.microchip.com/en-us/development-tool/filterlabdesignsoftware#>,» [En línea]. [Último acceso: 22 09 2022].
- [3] «DISEÑO DE FILTROS DE BUTTERWORTH.,» [En línea]. Available: [https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro\\_de\\_Butterworth](https://es.wikipedia.org/wiki/Filtro_de_Butterworth). [Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [4] T. INSTRUMENTS, «<https://www.ti.com/design-resources/design-tools-simulation/filter-designer.html>,» [En línea]. [Último acceso: 22 09 2022].
- [5] A. F. Wizard, «<https://tools.analog.com/en/filterwizard/>,» [En línea]. [Último acceso: 22 09 2022].
- [6] O. E. Design, «<http://sim.okawa-denshi.jp/en/Fkeisan.htm>,» [En línea]. [Último acceso: 22 09 2022].
- [7] «Análisis de filtros con simulink,» Tecnura vol.14 no.27, 27 July/Dec. 2010. [En línea]. Available: [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0123-921X2010000200012](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0123-921X2010000200012). [Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [8] «Microsoft Word - 3b-Acondicionamiento FILT,» [En línea]. Available: <http://www.unet.edu.ve/~ielectro/6-Filtrado.pdf>. [Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [9] S. Winder, ANALOG AND DIGITAL, New York : Newnes, 2002.

[1 S. Pactitis, *Actives Filtres theory and Design*, New Yourk: CRC Press, 2007.

0]

[1 A. B. W. F. J. Taylor, *ELECTRONIC*, New York, 2006.

1]

[1 S. A. PACTITIS, *ACTIVE FILTERS*, New York: International Standard Book Number-  
2] 13: 978-1-4200-5477-4 (eBook - PDF), 2007.

[1 H. G. Dimopoulos, *Analog Electronic*, Canada: Springer, 2015 .

3]

[1 K.-s. H. L. S. M.-k. M. S. L. S.-L. Kiyoo Itoh, «Springer Series in Advanced  
4] Microelectronics,» *Analog Filters*, vol. Volume 45, p. 9, 2014.

[1 T. a. Design, *ACTIVE FILTERERS*, New York: CRC Press, 2007.

5]

[1 J. R. Arbelaez, *filtros pasivos y activos*, Merida-Venezuela.

6]

[1 A. Waters, *Active Filter Design*, Reino Unido: MACMILLAN, 1991.

7]

[1 T. a. Design, *ACTIVE FILTERS*, New York: CRC Press, 2007 .

8]

[1 «<https://sites.google.com/site/megafoniaysonorizacionlydia/6-filtros-de-cruce?tmpl=%2Fsystem%2Fapp%2Fte>,» [En línea].

[2 A. Waters, *Active Filter*, MACMILLAN, s 1991.

0]

- [2] «Filtro pasa banda Butterworth,» [En línea]. Available:  
 1] [https://gc.scalahed.com/recursos/files/r145r/w870w/U3\\_liga5.html](https://gc.scalahed.com/recursos/files/r145r/w870w/U3_liga5.html).
- [2] «<https://sites.google.com/site/megafoniaysonorizacionbarrios/t04-equipos-y-transductores-electroacusticos-amplificadores-y-altavoces/4-6-filtros-de-cr>,» Memografía y Sonorización Barrios.. [En línea]. [Último acceso: 28 09 2022].
- [2] E. V. Dori, Diseño de filtros pasivos, activos y digitales. Tomo II. Filtros activos, Mérida  
 3] Venezuela.: Talleres Graficos de la ULA., 1991.
- [2] M. V. Valkenburg, Analog filter design., Canada.: This International Edition is not for sale  
 4] in the United., 1982.
- [2] [En línea]. Available: [https://lc.fie.umich.mx/~jfelix/InstruII/PA/Instru\\_2.htm](https://lc.fie.umich.mx/~jfelix/InstruII/PA/Instru_2.htm). [Último  
 5] acceso: 01].
- [2] W. electronica, « Wilaeba electronica,» 25 09 2018. [En línea]. Available:  
 6] <https://wilaebaelectronica.blogspot.com/2017/01/filtro-pasa-bajos-activo-de-2do-orden-mfb.html>. [Último acceso: 12 06 2022].
- [2] «Aprender sobre la electronica,» [En línea]. Available:  
 7] <http://www.learningaboutelectronics.com/Articulos/Calculadora-de-filtro-paso-bajo.php>.
- [2] «Manual de uso Mainstage,» [En línea]. Available: <https://support.apple.com/es-lamr/guide/mainstage/lgsife41973e/mac>. [Último acceso: 15 08 2022].
- [2] «El espectro audible Megafonia y sonorizacion Ronald.,» [En línea]. Available: sites  
 9] google.com. [Último acceso: 14 08 2022].

- [3 «ESPECTROMETRIA .COM,» [En línea]. Available:  
0] [https://www.espectrometria.com/espectro\\_electromagnetico](https://www.espectrometria.com/espectro_electromagnetico). [Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [3 «Microondas filtros,» [En línea]. Available:  
1] <https://www.google.com/search?q=respuesta+de+retardo+de+grupo&tbm=isch&ved=2ahUKEwi1gPeZktb5AhUwX>. [Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [3 «Filtros Activos con Respuesta Chebyshev Inverso,» 1 octubre 2019. [En línea]. Available:  
2] <https://repositorio.usfq.edu.ec/bitstream/23000/8574/1/144222.pdf>. [Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [3 «Introducción al diseño de Filtros Activos,» [En línea]. Available:  
3] <http://dea.unsj.edu.ar/sredes/filtrosactivos.pdf>. [Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [3 «Análisis de Fourier para mejorar un MDE destinado a simulaciones hidrológicas e  
4] hidráulicas,» riha vol.38 no.3, set.-dic 2017. [En línea]. Available:  
[http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1680-03382017000300006](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1680-03382017000300006).  
[Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [3 «Filtros eléctricos pasivos,» [En línea]. Available:  
5] [https://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/12582/mod\\_resource/content/1/Teoria%20de%20Filtros%20pasivo](https://ocw.bib.upct.es/pluginfile.php/12582/mod_resource/content/1/Teoria%20de%20Filtros%20pasivo). [Último acceso: 14 Agosto 2022].
- [3 «Figura 6 - uploaded by,» [En línea]. Available:  
6] [https://www.researchgate.net/figure/Figura-67-Respuesta-en-frecuencia-de-un-filtro-Eliptico\\_fig27\\_313823162](https://www.researchgate.net/figure/Figura-67-Respuesta-en-frecuencia-de-un-filtro-Eliptico_fig27_313823162). [Último acceso: 15 Agosto 2022].
- [3 L. Wanhammar, Analog Filters Using MATLAB, New York: Springer, 2009.  
7]

[3 N. C. Braga, *INSTITUTE NCB*, 1967 .

8]

[3 H. G. Dimopoulos, *Analog Electronic*, New York: Springer, 2015.

9]

[4 «<https://sites.google.com/site/megafoniaysonorizacionlydia/6-filtros-de-cruce?tmpl=%2Fsystem%2Fapp%2Fte>,» [En línea].

[4 MICROCHIP, «<https://www.microchip.com/en-us/development-1/tool/filterlabdesignsoftware#>,» [En línea]. [Último acceso: 22 09 2022].

[4 F. D. a. Analysis, «<http://sim.okawa-denshi.jp/en/Fkeisan.htm>,» [En línea]. [Último acceso: 22 09 2022].

[4 T. INSTRUMENTS, «<https://webench.ti.com/filter-design-tool/filter-type>,» [En línea]. [Último acceso: 23 09 2022].

[4 E. Vitale, «Programa para filtros pasivos, activos y digitales.,» Universidad de Los Andes, Meridad, 1990.

[4 F. Viloría, «Filtros electricos,» Merida Venezuela, 1990.

5]