

Universidad de Los Andes
Facultad de Ciencias
Departamento de Química

Grupo de Química Teórica
Químico Física de Fluidos y Fenómenos Interfaciales (QUIFFIS)

Aplicación de Técnicas de Mecánica Estadística en el estudio de un sistema cultural complejo usando el modelo de Axelrod-Bourdieu.

Trabajo especial de Grado

(Requisito parcial para obtener la licenciatura en Química)

Autor: Betzaida M. Vera R.

Tutor: Juan C. Villegas F.

Co-tutor: Roberto Rouse R.

Índice general

Resumen	7
1. Marco Conceptual	8
1.1. Planteamiento del problema	8
1.2. Sistemas Complejos	8
1.3. Modelo de Axelrod	10
1.4. Teoría de Bourdieu	14
1.5. Potencial de Lyapunov	16
1.6. Entropía de Boltzmann-Gibbs-Shannon	16
1.7. Algoritmo de Hoshen-Kopelman	18
1.8. Hipótesis	19
1.9. Objetivos	19
2. Marco Metodológico	21
2.1. Equipo y herramientas computacionales	21

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	3
2.2. Variables y Parámetros	23
3. Resultados	28
4. Conclusiones y Recomendaciones	38
4.1. Conclusiones	38
4.2. Recomendaciones	39

www.bdigital.ula.ve

Dedicado a

Mi hermano Alexander, el mejor de los Vera. Mi ejemplo a seguir siempre. Deseo con todo mi corazón que muy pronto te encuentres escribiendo tu propia dedicatoria. Te Amo

www.bdigital.ula.ve

Agradecimientos

A Dios primeramente, el Dios de Spinoza. Por haberme llenado de fortaleza y vida para culminar este sueño. Por no dejarme caer ni en los momentos más difíciles. Por traer a mi vida personas maravillosas. Por darme sabiduría para tomar decisiones, por todo y más.

A Mairelys, mi madre, LA MEJOR, la que sin pensarlo dos veces dio hasta lo que no tenía por sus hijos, la de los largos viajes para traer comida, la que me cuidó cada gripe, la que nunca se enferma, la que nunca se queja, la que está 24/7 y días feriados, gracias por enseñarme a no dejar las cosas a medias, por inculcarme que las cosas se hacen bien o no se hacen, gracias por toda mi vida a tu lado. Esto es por ti, Soro.

A Disney, mi padre, el de mi amor. Gracias por cada consejo, por hacerme la persona que soy, por enseñarme el valor de las prioridades. Gracias por dejarme hacer mis elecciones y no juzgarme, por ser mi mayor guía, por darnos siempre todo lo que estuvo a tu alcance y más. Gracias a ti soy fuerte, racional, independiente. Espero poder enorgullecerte siempre, Ney.

A mi hermano Alexander, el más grande de mis amores. Gracias por ser mi mayor apoyo en estos años, por ser para mi un ejemplo de nobleza y honestidad, por estar siempre que te he necesitado, por enseñarme humildad, por ponerme en mi lugar, por ser el mejor hermano mayor. Espero tenerte toda mi vida, bro.

A mis tíos, los únicos, Yulisbeth y Roque Julio, porque a pesar de tener tan poco, me han dado siempre tanto, con todo mi amor, gracias.

A mis primos, por hacerme sentir que tengo una familia inmensa. Con Pito supe lo que es tener

un hermano menor... Ojalá pueda ser algún día un ejemplo para ti. Marilesy y Marilyn, gracias por enseñarme cosas de la vida, han sido mis cómplices y hermanas y no saben cuánto les agradezco por estar en mi vida.

A mis tutores, Juan Carlos Villegas y Roberto Rouse, por tantas enseñanzas que estarán conmigo el resto de mi vida. Por la paciencia y el tiempo que me dedicaron, gracias por ser parte de este sueño.

A mi profesor, Pedro Rodríguez, por ser el primero en inculcarme el valor de hacer ciencia con propósito, para generar un impacto positivo en la sociedad.

A Luis, el mejor de los amigos, el más incondicional. Gracias por cada una de las mil millones de cosas que has hecho por mi, y sobre todo por cada aprendizaje, porque los mejores amigos son los que te hacen ser mejor persona. Nunca podré terminar de agradecerte.

A la familia Peñuela: Javier, Mary Fernanda, María Cristina y Enrique. Gracias por acogerme en su casa y tratarme como un miembro más de su familia. No pude haber tenido una mejor manera de terminar mi carrera universitaria que junto a ustedes. Ahora entiendo por que Javier es el increíble ser humano que es. Mil gracias!

A mis amigas Yeina, Wen y Andre, por ser mi apoyo en cada momento, por ser para mí un ejemplo de responsabilidad, trabajo, respeto y ética, son las mejores.

A mis amigos Alex, María José, Keyni, Dianela y Frank. Nunca podría contar la historia de mi paso por esta facultad sin contar la suya. Gracias por ser parte de esta aventura.

Resumen

Se introdujo el concepto de *desigualdad económica* en la dinámica del modelo de difusión cultural de Axelrod. Esta modificación, siguiendo el enfoque de Pierre Bourdieu, pretende simular el comportamiento de los individuos en una sociedad, cuando su interacción depende no sólo de su similitud cultural sino también de su cercanía socioeconómica; esto se realizó modelando dicho sistema en el entorno multiagentes NetLogo. Los resultados obtenidos reflejan cambios en la estabilidad de las fases *monocultural/multicultural*, evidenciando una recesión de la convergencia social y un notable incremento en la diversidad cultural del sistema, producto de la inclusión de estratos sociales.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 1

Marco Conceptual

1.1. Planteamiento del problema

Desde hace varios años se han realizado grandes esfuerzos por entender mejor la dinámica que tiene lugar entre los individuos que forman parte de una sociedad, y los fenómenos que surgen a partir de esa dinámica. En este sentido, Robert Axelrod hizo una de las más importantes contribuciones, a través de su modelo de difusión cultural basado en agentes. Sin embargo, es evidente que hay otros aspectos determinantes en la interacción de los individuos, además de sus características culturales. A fin de complementar este modelo, recurrimos al enfoque de Pierre Bourdieu; el cual considera que estas relaciones ocurren no sólo en función del capital cultural, sino que son también efecto del capital económico de los individuos. Estos dos enfoques por separado, resultan muy útiles para explicar algunos aspectos del comportamiento de una sociedad modelo; pero en conjunto, representan una visión más cercana de la dinámica observada en una sociedad real. Este es nuestro trabajo.

1.2. Sistemas Complejos

En primer lugar, un sistema complejo es un **conjunto de elementos, con una estructura jerárquica, que interactúan entre sí.**^[1] A partir de estas interacciones surgen propiedades conocidas como

propiedades emergentes, que no se pueden predecir dividiendo el sistema y analizando sus partes por separado, sino que sólo a través de su funcionamiento como un todo, es posible saber cuáles son.^[2,3] En este sentido, Parris y Edelstein afirman: “La teoría de la complejidad indica que grandes poblaciones de unidades pueden autoorganizarse en agregaciones que generan patrones, almacenan información y participan en la toma de decisiones colectivas.”

Es importante destacar que esta ‘**autoorganización**’ a la que hacen referencia, no es más que una forma global de coordinación que surge a partir de la interacción local entre los componentes del sistema.^[3]

Por otro lado, de acuerdo a Whitesides e Ismagilov^[4] “Un sistema complejo es uno cuya evolución es muy sensible a las condiciones iniciales o a pequeñas perturbaciones... Descripciones analíticas de tales sistemas típicamente requieren ecuaciones diferenciales no lineales”.

En este orden de ideas, tenemos que los modelos lineales dinámicos se caracterizan principalmente por estar la causa y el efecto relacionados en forma proporcional. Si una de las variables cambia, el sistema se verá afectado proporcionalmente en el futuro y su comportamiento puede ser descrito por medio de modelos matemáticos. En un sistema no lineal, por el contrario, esta clara correspondencia no se observa, ya que un cambio en la entrada del sistema no produce un cambio igual en la salida.^[5,1]

De aquí, podemos suponer quizás que en muchos casos, no linealidad es al menos una parte necesaria de algún conjunto de condiciones que son simultáneamente suficientes para la complejidad.^[2]

La retroalimentación, por otra parte, sí es una característica necesaria para sistemas dinámicos complejos y se produce cuando la manera en que una parte del sistema interactúa con sus vecinos, depende de cómo sus vecinos interactuaron previamente con ésta. Cada parte, por pequeña que sea, puede influir en el comportamiento del conjunto, donde todas las partes son dependientes entre sí y mantienen una interacción recíproca.^[2,3] Distinto a lo que ocurre, por ejemplo, en sistemas complicados, que ciertamente están formados por varias partes, pero ellas no añaden información adicional. Sabiendo cómo funciona una de ellas, se puede comprender el funcionamiento del sistema.

Al respecto, Cilliers^[5] expresa que un copo de nieve, por ejemplo, pese a poseer una hermosa forma, con un importante número de elementos interactuando dentro de su estructura, no hay impulsos

externos en relación a la posición de sus moléculas, **no hay retroalimentación ni evolución**, no es un sistema abierto que se pueda adaptar a su entorno. Un copo de nieve pese a tener una apariencia ilusoriamente compleja, es solo complicado.

Ahora, un sistema que consiste en muchos elementos que interactúan de forma desordenada, tiene el potencial de formar patrones o estructuras y en una escala de tiempo apropiada, el orden se torna robusto. Esto significa que, aunque los elementos continúan interactuando de una manera desordenada, se conservan los patrones y las estructuras generales. Este tipo de **orden** es otra condición necesaria para que un sistema sea complejo.^[2]

El resultado final de las características anteriores, es una entidad que está organizada en niveles de estructura que interactúan y exhiben propiedades emergentes, regularidades legales (observadas aplicando estructuras lógicas del pensamiento) y causales (sujetas a la relación causa-efecto), varios tipos de simetría, orden y comportamiento periódico.^[2,6]

Lo anteriormente expuesto nos conduce al objeto de estudio de este trabajo: la sociedad, vista como un 'tipo' de sistema complejo de especial interés, cuyas propiedades y dinámica se pueden explicar a través de la termodinámica y la física estadística, utilizando por ejemplo, modelos de adaptación social como el modelo Axelrod.^[7,8]

1.3. Modelo de Axelrod

El modelo de **difusión cultural** de Axelrod^[9], es un modelo social adaptativo basado en agentes que otorga a la cultura un número de diferentes atributos o características. **Cada agente artificial i , está asociado a un vector de características culturales F , donde cada característica cultural tiene asignado un conjunto de rasgos q .** Si, por ejemplo, 'idioma' es la primera característica cultural, entonces el idioma hablado - árabe, francés o alemán... - sería el rasgo cultural particular asignado a esta característica. El enfoque no es, sin embargo, sobre el contenido de estas características culturales, sino el papel que desempeñan en la interacción que tiene lugar entre los individuos.

Los agentes están organizados en sitios en una red cuadrada. La probabilidad de interacción entre

un agente i , y el vecino j son proporcionales a la similitud cultural entre los dos agentes. Si, por ejemplo, ambos agentes hablan francés, es más probable que interactúen, e imiten otras características culturales. La similitud cultural (entre los agentes i y j) está definida por el número de características que estos dos agentes tienen en común

$$l_{ij} = \sum_{f=1}^F (\delta_{q_{if}, q_{jf}}) \quad (1.1)$$

Donde $\delta_{a,b} = 1$ si $a = b$ y $\delta_{a,b} = 0$ si $a \neq b$, mientras que q_{if} y q_{jf} son los atributos que definen los vectores F_i , que a su vez describen culturalmente a los agentes i y j .

La difusión cultural se lleva a cabo a través de la población de agentes en un proceso dinámico estructurado por dos pasos:

Paso 1 Un agente i se elige al azar, junto con un vecino j (Sólo entre sus primeros vecinos: izquierda, derecha, arriba o abajo).

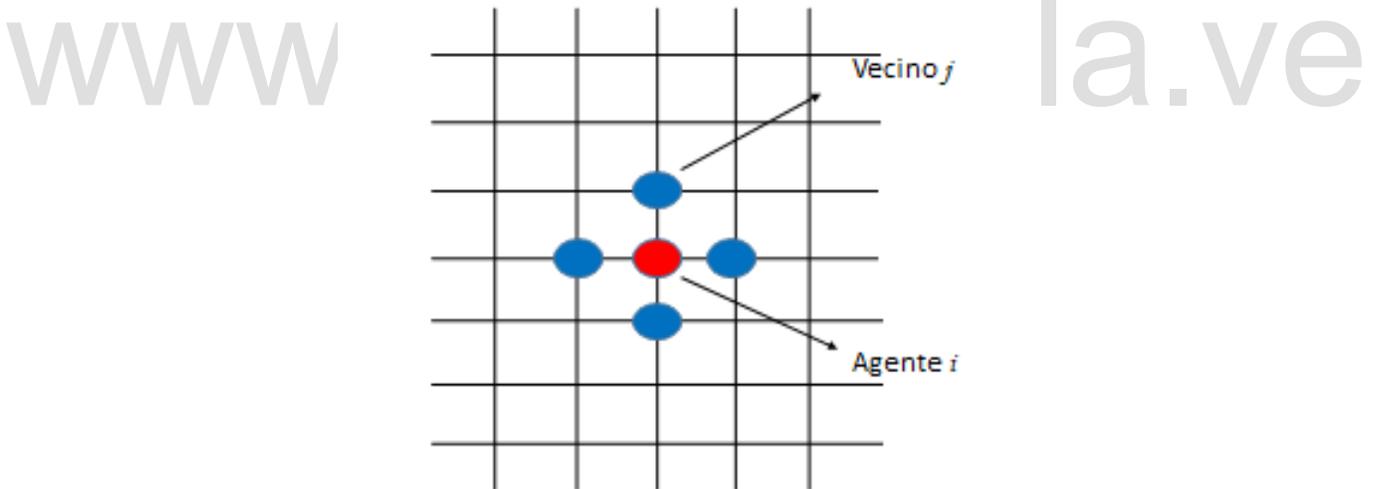


Figura 1.1: Representación gráfica de los agentes en el modelo de Axelrod.

Paso 2 El vínculo entre dos agentes en sitios vecinos (i,j) está activo si $l_{ij} > 0$. La interacción consiste en que una característica f que no es común entre i y j se cambia aleatoriamente, y el agente i adopta un rasgo de su vecino j , con probabilidad $\left(\frac{l_{ij}}{F}\right)$.

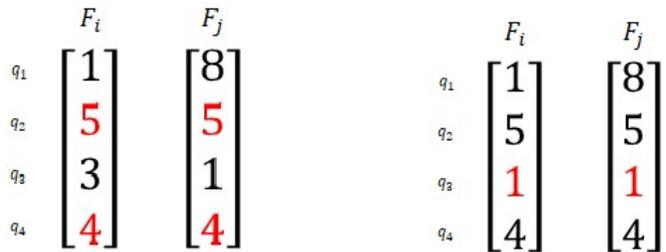


Figura 1.2: Asimilación de un rasgo cultural producto de la interacción entre el agente i y su vecino j

La simulación de este modelo de Axelrod produce resultados algo sorprendentes, ya que ejecutar repetidamente este proceso de interacción permite alcanzar un equilibrio que no es monocultural. Se forman grupos culturales separados, en los cuales un grupo de agentes contiguos tienen las mismas características culturales que otros miembros de su grupo¹, pero en equilibrio son completamente diferentes de los miembros de grupos culturales vecinos², como se muestra en la figura 1.3.

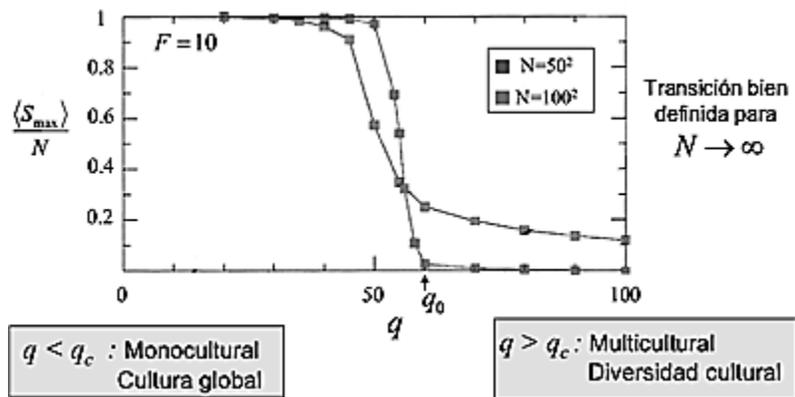


Figura 1.3: Transición monocultural/multicultural de un sistema social, siguiendo el modelo de Axelrod. Se utilizó como parámetro de orden el dominio máximo relativo S_{max}/N vs. número de rasgos (q).^[10]

En este sentido, Castillo E.^[11] encontró que, la diversidad del sistema posee un máximo en el

¹Convergencia local

²Polarización global

punto crítico que coincide con el máximo en la entropía de cluster³. A bajos y altos valores de q , la diversidad tiende a su valor mínimo, por tanto, la transición monoculturalidad - multiculturalidad no es sinónimo de una transición de menor a mayor diversidad, como subjetivamente podría parecer.

Por otro lado, Paredes D.^[12] obtuvo que, la introducción de agentes con asimetría en el vector cultural F en el modelo bidimensional de Axelrod, genera multiculturalidad, mientras se incrementa la fracción de estos agentes en el sistema. Además, que la introducción de agentes con asimetría en q , conduce a la monoculturalidad, mientras mayor sea la fracción de agentes con valores restringidos de q . Y finalmente, obtuvo que la entropía de cluster \bar{S}_c mostró un máximo en la transición de fase monocultural/multicultural. De acuerdo a este trabajo, “la maximización de la riqueza cultural puede ser alcanzada de dos maneras: Haciendo a los ricos más pobres y a los pobres más ricos o haciendo a los ricos más ricos y a los pobres más pobres.”

Un ejemplo de este comportamiento se observa a través del **modelo de Ising**^[13]. El ferromagnetismo, que aparece en muchos metales ordinarios como el hierro y el níquel, es la presencia de magnetización espontánea incluso cuando no hay campo magnético externo. Esto se debe a que una fracción importante de los momentos magnéticos (o espines) de los átomos se alinean en la misma dirección debido a la interacción entre los mismos. Este alineamiento se produce únicamente a temperaturas bajas, por debajo de una temperatura característica llamada temperatura de Curie, T_c . Por encima de dicha temperatura los espines están orientados al azar, de forma que no hay un campo magnético neto. En la temperatura de Curie, T_c , como en toda transición, aparece una fenomenología diferente: por ejemplo, el calor específico es divergente y la energía y la magnetización tienen derivada discontinua. El modelo de Ising resulta interesante no sólo por su papel en el desarrollo histórico de la comprensión del ferromagnetismo y de las transiciones de fase, sino por su utilidad para explicar una variedad de fenómenos, no solo físicos sino también de diversas áreas de la biología.

³Parámetro de orden determinado por la probabilidad de que un agente se encuentre en un cluster de determinado tamaño. (consultar pág. 17,18)

1.4. Teoría de Bourdieu

La teoría social de Bourdieu^[14] explora cómo se separan los grupos culturales, específicamente cómo se forman y reproducen las clases sociales. Bourdieu plantea la existencia de ‘especies de capital’ que definen el perfil de los individuos dentro de una sociedad y más aún, la manera en que estos interactúan entre ellos. Por un lado, tenemos el **capital económico**, que representa las tenencias individuales de **ingresos monetarios y riqueza**; y por otro lado, el **capital cultural**, que puede estar representado en forma concreta por una multitud de variables, como los tipos de educación o medidas cuantitativas del conocimiento cultural en diferentes campos tales como **arte y música**.

De acuerdo a la teoría de Bourdieu, tanto el capital económico como el capital cultural tienen un papel constituyente en la estructuración de clases sociales, y su reproducción en el tiempo. Juntos proporcionan dos dimensiones de un espacio social: “De aquí se deduce que todos los agentes se encuentran en este espacio de tal manera que cuanto más cerca están unos a otros en esas dos dimensiones, más tienen en común; y más aún si son distantes entre sí, menos tienen en común. . . La proximidad en el espacio predispone a relaciones más cercanas: personas que están inscritas en un sector restringido del espacio estarán más cerca y más dispuestos a estar más cerca . . .”.

Este espacio social tiene un parecido sorprendente con el modelo multidimensional de Axelrod, según el cual la interacción se basa en cuán estrechamente se relacionan los agentes en sus características culturales. Para Bourdieu, la interacción se basa en qué tanto se relacionan los agentes en sus tenencias de capital. Bourdieu también ve la interacción de una manera probabilística, lo que lo hace particularmente adecuado para el modelado basado en agentes.

Al respecto, Trigg A., Bertie A. y Himmelweit S.^[15], descomponen la teoría de Bourdieu en dos dimensiones: efectos del capital e innovación. Además, encontraron que el efecto del capital tiene un impacto poderoso, estableciendo firmemente un equilibrio multicultural en el que se reproduce la desigualdad económica.

De acuerdo a esto, se requiere una extensión clave para modelar la noción de capital de Bourdieu, ya que el modelo de Axelrod no atribuye ninguna jerarquía a sus características culturales. Sin embargo, si

deseamos reinterpretar características culturales particulares como formas de capital, entonces los valores de rasgo de esas características deben tener una estructura jerárquica. Si la característica cultural f se define como una forma de capital, por ejemplo, entonces un valor de rasgo de 9 denota un valor más alto de esa forma de capital que un valor de rasgo de 5.

En esta forma jerárquica de pensar, la probabilidad de interacción de dos individuos depende de la diferencia en su nivel socioeconómico. Para que esta idea sea operativa, introducimos una restricción sobre la interacción entre individuos en función de su posición en dicho nivel. Siguiendo el enfoque de Bourdieu, la probabilidad de que el agente i adopte una característica del agente j estará restringido por la distancia entre sus estratos sociales.

Modelamos esto introduciendo la función $P = P(q_{i1}, q_{j1})$, donde la primera característica representa el estrato social y P , con $0 < P < 1$, da la probabilidad de que el agente i adopte una de las características del agente j , condicional a una interacción que tiene lugar entre los dos agentes de acuerdo con las reglas normales de interacción de Axelrod. Se usa una función decreciente de la distancia económica $P = \exp^{-x}$, donde $x = |q_{i1} - q_{j1}|$ es decir, la diferencia entre los niveles de estrato. Por lo tanto, mientras mayor sea esta diferencia, es menos probable que una interacción tome lugar.

La función P será usada para modificar el paso 2 del modelo de Axelrod. Ahora la probabilidad de interacción será $P \left(\frac{b_{ij}}{F} \right)$, donde $P = P(q_{i1}, q_{j1})$.

La simplicidad del mecanismo de Axelrod permanece intacta, sin otros medios de interacción entre individuos más que la adopción de las características del vecino, y la probabilidad de interacción que refleja el número de características culturales similares. Sin embargo, como una forma de modelar el enfoque de Bourdieu, esta probabilidad de interacción se modifica para dar un peso particular a la diferencia en los niveles de estrato social.

Una vez se ha establecido la estructura y características del sistema, es importante definir los parámetros a través de los cuales se interpretarán los resultados. Estos son conocidos como parámetros de orden: Lyapunov, 'Energía', Entropía, etc.

1.5. Potencial de Lyapunov

El potencial de Lyapunov es una medida de la estabilidad del sistema y se define como -1 por la sumatoria de todos los solapamientos existentes en el sistema, entendiéndose por solapamientos a los aspectos en común que poseen los agentes contiguos.

$$L = - \sum_{i < j}^N l_{ij} \quad (1.2)$$

Rescalando el potencial de Lyapunov, tenemos que los solapamientos en el sistema se miden como:

$$\bar{E} = 2L + NF \quad (1.3)$$

Cumpléndose que,

1. Cuando $E = E_0 = 0$, $L = -\frac{NF}{2}$, el sistema es totalmente monocultural (máximo solapamiento).

2. Cuando $E = E_{max} = NF$, $L = 0$; el sistema es totalmente multicultural (no hay solapamiento).

Donde N es el tamaño del sistema.

L podría constituir una medida de la energía de interacción del sistema, y tiende a un mínimo ($L = -NF/2$) cuando es totalmente homogéneo.^[16,17]

1.6. Entropía de Boltzmann-Gibbs-Shannon

En 1824 Sadi Carnot^[18] publica sus “*Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego y sobre las máquinas susceptibles a desarrollar esta potencia*” que pueden considerarse el origen del segundo principio de la termodinámica, en que la entropía es vista como la **irreversible tendencia al desorden de un sistema aislado**.

Ahora, si el calor era la energía total del movimiento de innumerables átomos que vibran caóticamente, si la temperatura se reconocía como la medida de la energía media de las moléculas, si la

presión del gas daba cuenta del empuje de las moléculas hacia los lados del contenedor, y la masa era la suma de las masas de todas las moléculas, ¿por qué en la entropía no se tenía en cuenta las moléculas? Reflexionando sobre esto, Ludwig Boltzmann descubrió que la entropía se relacionaba con la disposición de las moléculas, y concluyó que era más probable que la disposición final fuera producida por un proceso casual que por la disposición inicial.^[19]

“Revolucionario”, dice Hans Christian Von Baeyer^[20]. “En vez de intentar dar cuenta de propiedades ciertas y definidas de las partículas, como posición, velocidad, peso y dimensión, tal como los físicos operaban desde los tiempos de Newton, Boltzmann empezó a hablar de procesos casuales, verosimilitud y probabilidad. La Física ya no sería la misma.”

Así, Boltzmann comenzó a sugerir que la entropía no es una propiedad absoluta de un cuerpo, como el peso o la composición, sino que debía ser asociada a la información que podemos obtener acerca de él y la definió en 1894 como

$$S = k_b \ln \Omega \quad (1.4)$$

Donde entropía (S) es proporcional al logaritmo de la probabilidad Ω , y Ω es el número de arreglos posibles que adoptan las partículas de un sistema aislado, multiplicado por una constante k_b , descubierta por él mismo y que es igual a $1,38 \times 10^{-23} \text{ K J}^{-1}$.

De igual manera, más tarde Gibbs definió entropía termodinámica como

$$S = -k_b \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i \quad (1.5)$$

Donde k_b es la constante de Boltzmann y p_i es la fracción de sistemas del estado con energía E_i .

Por otro lado, Shannon en 1948, llegó a la expresión

$$I = - \sum_{i=1}^W p_i \lg_2 p_i \quad (1.6)$$

Solo que en lugar de entropía (S), se refería a la **cantidad de información** (I) que lleva una señal, donde W es la cantidad de mensajes posibles y p_i la probabilidad de que un mensaje i sea enviado. Shannon utilizó logaritmo en base dos debido a que los mensajes se codifican en sistema binario, por lo que cada símbolo puede tomar sólo dos valores.

De esta forma, la entropía SBG, llamada así por la equivalencia entre las tres ecuaciones propuestas por Boltzmann, Gibbs y Shannon^[12], es una propiedad termodinámica que mide el grado de desorden del sistema, y en palabras de Boltzmann: “. . . mide las informaciones que faltan en un sistema, las informaciones que se podrían tener pero que no se tienen.”

En lo concerniente a este trabajo, se empleará como parámetro de orden la *entropía de cluster reducida por agente* en el sistema (\bar{S}_c), calculada mediante la ecuación

$$\bar{S}_c = - \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i \quad (1.7)$$

Donde p_i es la probabilidad de que un determinado agente se encuentre dentro de un cluster de tamaño i . Es decir, que todos los valores de rasgos de los atributos que componen el vector F_i son idénticos para todos los agentes, esto es

$$p_i = \frac{in_i}{\sum_i in_i} \quad (1.8)$$

Siendo n_i el número de regiones del sistema cuyos componentes se encuentran en un determinado microestado.^[20,21]

También se emplearán otros parámetros de orden para comparar y discutir con mayor propiedad los resultados obtenidos:

- $\frac{\langle Mmax \rangle}{N}$ que define el *dominio relativo homogéneo más grande* en el sistema, es decir, el mayor grupo de agentes contiguos que comparten la misma cultura. Cuando este parámetro tiende a 1 se dice que el sistema se encuentra en un estado monocultural, por el contrario, cuando tiende a cero, entonces el estado es multicultural.
- $\frac{\langle N_D \rangle}{N}$ que define el *número relativo de clusters totales* en el sistema. Cuando esta relación tiende a 1 se dice que el sistema es multicultural. Cuando tiende a cero, entonces este es monocultural.

1.7. Algoritmo de Hoshen-Kopelman

El Algoritmo de Hoshen-Kopelman^[22] es un algoritmo simple para etiquetar clusters en una red regular de celdas. El algoritmo estudia todos los agentes de la red, uno por uno. Toma el primer agente

y le coloca una marca, lo enumera valiéndose de un contador. Posteriormente, verifica el solapamiento entre éste y su primer vecino ubicado a la izquierda de la tabla. Si este agente es idéntico a su vecino del lado izquierdo, el segundo toma la misma marca del primero, mientras que si son diferentes, toma una marca distinta. A su vez, se cuenta el número de agentes vecinos que tienen la misma marca para determinar el tamaño del cluster formado.

De la misma manera, se verifica si el agente solapa con su vecino de arriba y se marcan según el caso lo amerite. Si los vectores culturales son iguales, tendrán la misma marca, mientras que si son distintos, tendrán marcas diferentes.

Luego, se verifican las marcas y se contabilizan cuántos clusters fueron formados en el proceso de la corrida y el tamaño de cada uno.

Esto se hace repetidamente durante toda la dinámica, para verificar cómo se comportan las funciones a medida que se llevan a cabo las interacciones, y en el estado final donde ya no hay posibilidad de interacción.^[12]

www.bdigital.ula.ve

1.8. Hipótesis

La introducción de estratos sociales, determina el modo de interacción de los individuos y la propagación de sus rasgos culturales. A partir de esta “desigualdad económica” surgen sociedades más fragmentadas y con grupos culturales más diversos.

1.9. Objetivos

Objetivo General

Demostrar que la introducción de ‘desigualdad económica’ en el modelo de adaptación social de Axelrod, modifica la estabilidad de las fases monocultural/multicultural, generando un descenso en la

convergencia cultural del sistema.

Objetivos Específicos

1. Estudiar el modelo de adaptación social de Axelrod utilizando como herramienta computacional el entorno multiagentes NetLogo.
2. Modificar el modelo original de Axelrod con la introducción de desigualdad económica, según el enfoque de Bourdieu.
3. Estudiar la dinámica de interacción de agentes sociales en términos de entropía de cluster.
4. Demostrar que la dinámica de un sistema social real puede explicarse en función de la similitud cultural y económica de sus individuos.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 2

Marco Metodológico

2.1. Equipo y herramientas computacionales

El modelo fue escrito en el entorno multiagentes **Netlogo versión 6.0.4**^[23]. Esto se llevó a cabo utilizando cuatro tipos de agentes:

- **Agentes móviles** denominados tortugas, que representan a los agentes independientes del sistema.
- **Agentes fijos** denominados patches, que son las rejillas en las que está subdividido el espacio de simulación.
- **links** o enlaces que se establecen entre pares de agentes móviles.
- **Agente observador**, es la interfaz entre el modelo y el usuario, a quien permite controlar todos los aspectos de la simulación.

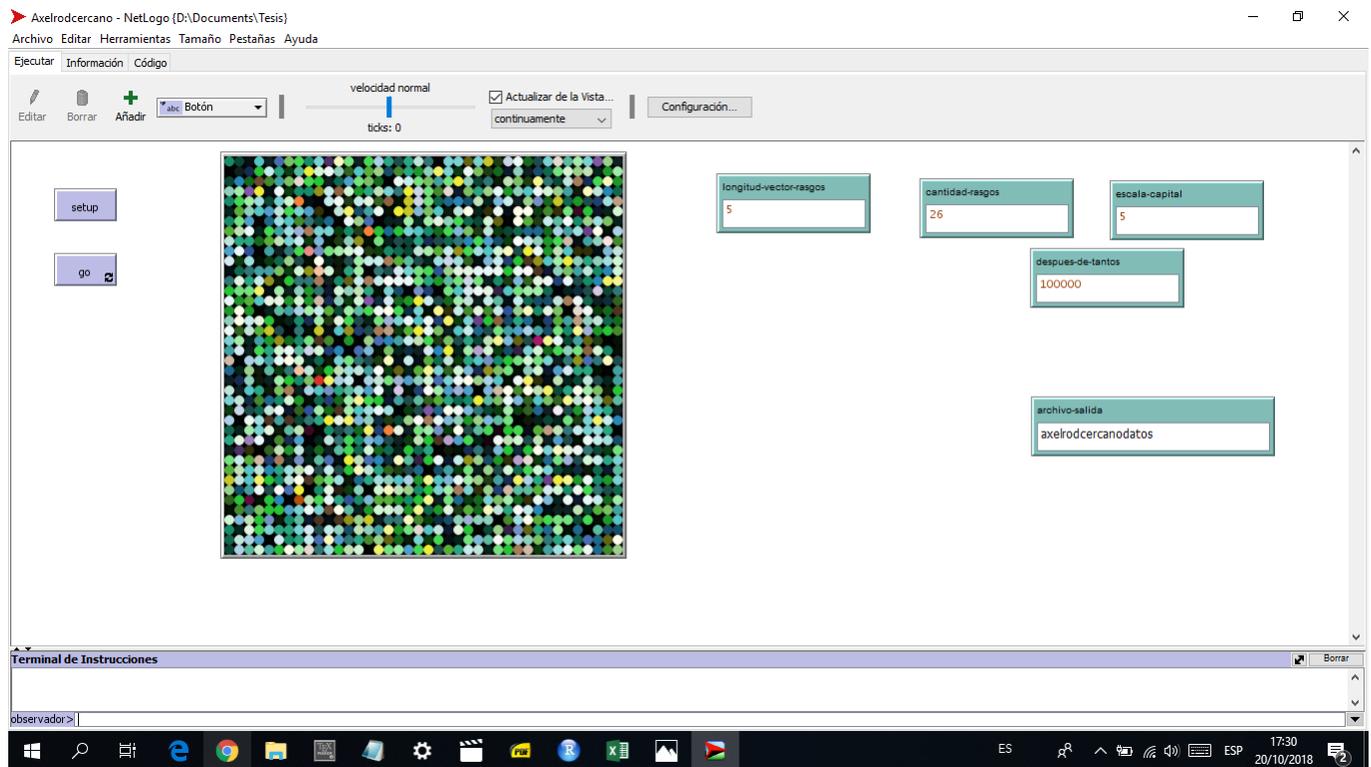


Figura 2.1: Interface de netlogo. Cada círculo coloreado es una tortuga ubicada sobre un patch. En la parte inferior de la interface se encuentra el observador.

En la figura 2.1 destacan tres de las principales características de Netlogo, que además lo hacen ideal para este tipo de modelos basado en agentes:^[23]

1. Opera sobre la máquina virtual Java, por lo tanto todos los modelos funcionan de manera independiente del sistema operativo.
2. La visualización de la evolución del sistema está incluida por omisión.
3. Posee herramientas que permiten la fácil construcción de interfaces gráficas de control.

Por otro lado, en lo que respecta a la ejecución del programa, se utilizó un equipo remoto con las siguientes características:

- **CPU:** Procesador XEON de 8 núcleos.

- RAM: 32 GB
- Disco duro: 50 GB SSD

2.2. Variables y Parámetros

La configuración del sistema se estableció de la siguiente manera:

- Número de agentes $N = 1600$ en un arreglo 40×40 correspondiente al número de filas y columnas que forman la red cuadrada.
- Longitud del vector cultural $F = 5$
- Máximo número de iteraciones posibles = 10^5
- Número de estratos o escala capital = 5
- Cantidad de rasgos = $5 - 50$

Luego de configurar los parámetros del programa, se llevó a cabo el procedimiento a través de una secuencia de pasos descrita a continuación:

1. Se implementó la instrucción *setup* para limpiar y reiniciar todas las variables del sistema y llamar a las subrutinas de inicialización y caracterización de los agentes.

```

1  to setup
2    clear-all
3    reset-ticks
4    set no-hubo-interaccion? false
5    ask patches [ sprout 1 [ set shape "circle" ] ]
6    ask turtles [ inicializa-rasgos
7                  inicializa-capital
8                  create-links-with turtles-on neighbors4

```

```

9           set color color-segun-rasgos
10          set cluster nobody
11 ]
12 encuentra-clusters
13 end

```

Con estas subrutinas de inicialización, se da una configuración inicial aleatoria a los vectores F de los N agentes i en la red cuadrada.

```

1 to inicializa-rasgos
2   set rasgos n-values longitud-vector-rasgos [ (random cantidad-rasgos)
3     + 1 ]
4 end
5 to inicializa-capital
6   set capital (random escala-capital + 1)
7 end

```

Adicional a esta distribución de estratos sociales, se configuró una más, que no es uniforme

```

1 to inicializa-capital
2   let ubicacion (random 100) + 1
3   if ubicacion <= 4 [ set capital 1]
4   if (ubicacion > 4 and ubicacion <= 17) [ set capital 2 ]
5   if (ubicacion > 17 and ubicacion <= 53) [ set capital 3 ]
6   if (ubicacion > 53 and ubicacion <= 90) [ set capital 4 ]
7   if (ubicacion > 90 and ubicacion <= 100) [ set capital 5 ]
8 end

```

2. La dinámica se da inicio con la instrucción de actualización temporal *go*. Con esta instrucción no solo comienza la dinámica de interacción, sino que también se establecen dos condiciones de parada: Cuando se cumple el número máximo de iteraciones posibles o antes si ya no ocurren interacciones entre los agentes del sistema.

```

1  to go
2    if no-hubo-interaccion? [ finaliza stop ]
3    set no-hubo-interaccion? true
4    ask turtles [ interaccion
5      set color color-segun-rasgos
6    ]
7    tick
8    if ticks mod despues-de-tantos = 0 [ finaliza stop ]
9  end

```

Respecto a las reglas de interacción, son las mismas descritas para la dinámica de Axelrod. Sin embargo, en el modelo modificado, la probabilidad de interacción tiene dos componentes: el cultural y el económico. Así pues, la interacción se define de la siguiente forma

```

1  to interaccion
2    let vecino one-of turtles-on neighbors4
3    let similaridad (superposicion vecino self)
4    let desigualdad (diferencia-economica vecino self)
5    if random-float 1 < desigualdad and random-float 1 < similaridad and
6      similaridad != 1 [ (igualar-rasgo vecino)
7    set no-hubo-interaccion? false]

```

En este sentido, la probabilidad de interacción ya no depende solamente de la similitud cultural entre los agentes:

```

1  to-report superposicion [ ag1 ag2 ]
2    let rasgos1 [rasgos] of ag1
3    let rasgos2 [rasgos] of ag2
4    let iguales 0
5    ( foreach rasgos1 rasgos2
6      [ [?1 ?2] -> if ?1 = ?2 [set iguales iguales + 1 ] ] )
7    report iguales / longitud-vector-rasgos
8  end

```

sino también de sus diferencias económicas:

```

1 to-report diferencia-economica [ ag1 ag2 ]
2   let cap1 [capital] of ag1
3   let cap2 [capital] of ag2
4   report exp (-1 * abs(cap1 - cap2))
5 end

```

3. Esta dinámica se repite hasta cumplirse alguna de las condiciones de parada. Luego, se calcula el número de clusters formados, en base al algoritmo de Hoshen-Kopelman.

```

1 to encuentra-clusters
2   ask turtles [ set etiqueta "" set cluster nobody]
3   loop [
4     let semilla one-of turtles with [ cluster = nobody ]
5     if semilla = nobody
6       [ muestra-clusters stop ]
7     ask semilla [ set cluster self crece-cluster ]
8   ]
9 end
10
11 to crece-cluster
12   ask link-neighbors with [ (cluster = nobody) and (rasgos = [rasgos]
13     of myself) ]
14   [ set cluster [cluster] of myself crece-cluster ]
15 end

```

y los parámetros de orden.

```

1 to-report lista-clusters
2   report n-values num-clusters [ i -> count turtles with [etiqueta = i]
3     ]
4 end

```

```

5  to-report liapunov
6    report -1 * (sum [solapamiento] of links)
7  end
8
9  to-report entropia-shannon
10   let fracciones map [x -> x / (count turtles) ] lista-clusters
11   let entrolista map [x -> x * (log x e)] fracciones
12   report -1 * (sum entrolista)
13 end
14
15 to-report entropia-cluster
16   let distintos-clusters remove-duplicates lista-clusters
17   let poblacion-distintos map [x -> x * (ocurrencias x lista-clusters)]
18     distintos-clusters
19   let fracciones map [x -> x / (count turtles) ] poblacion-distintos
20   let entrolista map [x -> x * (log x e)] fracciones
21   report -1 * (sum entrolista)
22 end

```

Finalmente, los resultados de estos cálculos son enviados a un archivo de salida

```

1  to finaliza
2    encuentra-clusters
3    ask links [set solapamiento superposicion end1 end2 ]
4    ifelse file-exists? archivo-salida [ escribe-data ] [ escribe-rotulos
5      escribe-data ]
6  end

```

Esta dinámica se repitió 50 veces para cada punto, lo que nos da un aproximado de 700 mediciones en total por cada modelo.

Capítulo 3

Resultados

En el trabajo de Axelrod^[9] se cuestiona cómo a pesar de que los individuos de una sociedad condicionan sus interacciones a la similitud de sus rasgos culturales, no se observa en el mundo una única sociedad con individuos que comparten todas las mismas características; por el contrario, se observa la formación de varios grupos con similitudes culturales entre ellos.

Siguiendo esa línea de investigación, Villegas J. y Olivares W.^[17] propusieron estudiar la dinámica de este modelo a través de un programa de simulación escrito en el lenguaje de programación **Fortran**. Los resultados reportados (ver figura 3.1) concuerdan con lo obtenido en este trabajo con la simulación del modelo original de Axelrod en el entorno multiagentes Netlogo. Esto es, la transición de una fase monocultural a una fase multicultural en un punto crítico $q_c \simeq 28$. Como se muestra en la figura 3.1, hay una discrepancia mínima entre ambos modelos. Sin embargo, es importante recordar que NetLogo es un entorno diseñado para tratar con agentes o individuos móviles con un comportamiento dominado por las interacciones locales, por tanto cuenta con herramientas específicas que hacen posible explorar la relación entre el comportamiento de los individuos y los patrones macroscópicos que surgen a partir de estas interacciones, de una manera más eficiente. Un ejemplo de esto es el conteo de clusters: Mientras que en fortran se emplea el algoritmo HK utilizando una ‘tabla de vecinos’, en NetLogo esta función se encuentra más automatizada con el comando *link-neighbors*. Por tanto, a pesar de esta mínima discrepancia entre ambos modelos, podemos decir que el comportamiento es esencialmente el mismo, lo que le da veracidad a los resultados obtenidos en este trabajo.

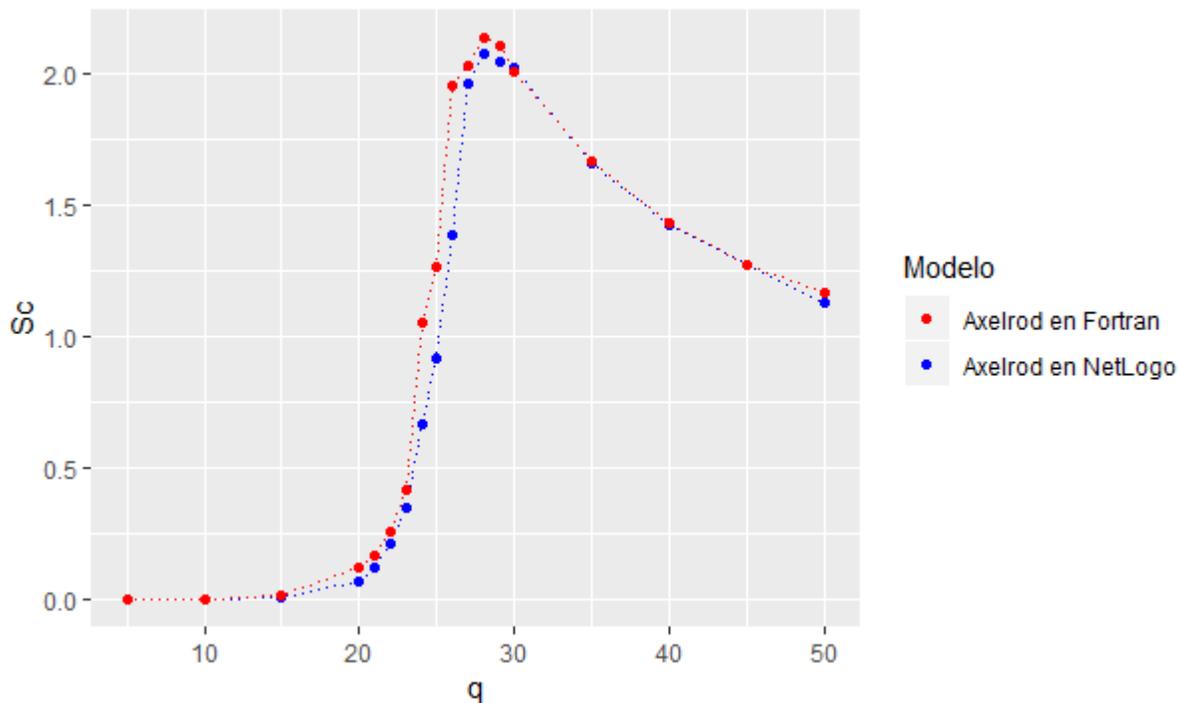


Figura 3.1: Superposición Entropía de cluster vs. Cantidad de rasgos q para el modelo Axelrod utilizando Fortran (rojo) y el modelo Axelrod utilizando NetLogo (azul), con un arreglo de 40x40 agentes.

Aunque un modelo social descrito en términos de rasgos culturales es un paso gigante en el estudio de sistemas sociales, resulta notorio que una dinámica de interacción que depende sólo de las características culturales de los individuos, no logra describir completamente el comportamiento de un sistema social real, por lo que se realizó este trabajo como una extensión a la teoría de difusión cultural de Axelrod. Así pues, los resultados expuestos a continuación corresponden a tres modelos: un Axelrod normal, un Axelrod Bourdieu con una distribución uniforme de los agentes en cada estrato social, y un Axelrod Bourdieu con una distribución no uniforme de los agentes en cada estrato social. Esta última se realizó de acuerdo a los datos recopilados en el 2007 por el Instituto Nacional de Estadística^[24,25], que divide la población venezolana en 5 grupos sociales.

- I A = 4 %
- II B = 13 %
- III C = 36 %

- IV D = 37 %
- V E = 10 %

Con este nuevo enfoque se limita la interacción de los agentes a una probabilidad de la forma $P = \exp^{-x}$, con $x = |q_{i1} - q_{j1}|$. De aquí que cuanto más alejados se encuentren los agentes en términos de nivel socioeconómico, menor será la probabilidad de que una interacción entre ellos ocurra; y aun cuando esta probabilidad sea favorable, se estudiará también la similitud de sus rasgos culturales para decidir si dicha interacción tendrá lugar o no.

De acuerdo a los resultados presentados en las figuras 3.2 - 3.7, el punto crítico se desplazó de $q_c \simeq 28$ a $q_c \simeq 22$ para la distribución uniforme y a $q_c \simeq 24$ para la distribución no uniforme. Este resultado evidencia una disminución en la estabilidad de la fase monocultural, favoreciendo la fase multicultural del sistema cuando se introducen estratos sociales, lo que concuerda con la dinámica desarrollada en sistemas reales, donde la interacción entre los individuos se ve influenciada por la existencia de niveles socioeconómicos de forma tal, que cada vez se observa mayor segmentación de los grupos que conforman estas sociedades, donde incluso en sectores de un mismo nivel se forman jerarquías, en las que algunos son más o menos “distinguidos” que otros. Sin embargo, al dividir la población en estratos sociales de una manera no uniforme, concentrando una mayor cantidad de individuos en un estrato u otro, entonces la estabilidad del sistema aumenta.

En la figura 3.2, se puede observar que los modelos Axelrod-Bourdieu inician con dominios máximos más pequeños respecto al modelo original para $q < q_c$, pero igualmente tendiendo a 1, consistente con una fase monocultural que se mantiene hasta el punto crítico, luego del cual, ambos se comportan de forma similar, tendiendo a cero.

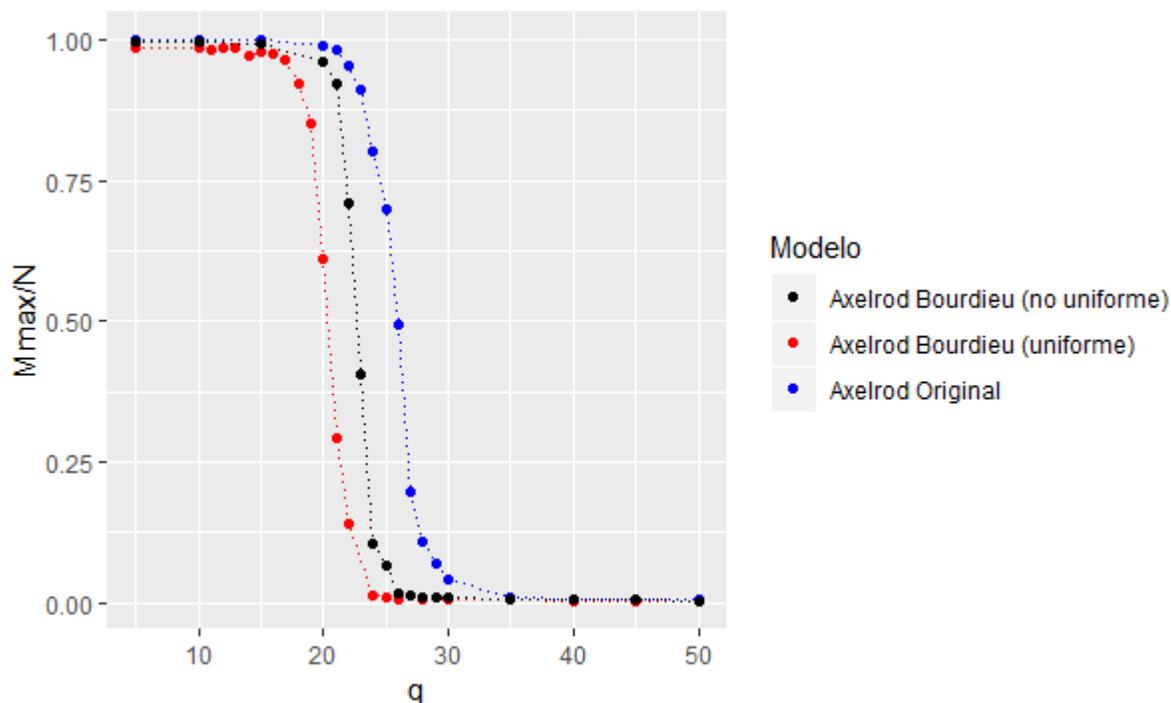


Figura 3.2: Máximo dominio vs. Cantidad de rasgos q para el modelo Axelrod (azul), el Axelrod-Bourdieu uniforme (rojo), y el Axelrod-Bourdieu no uniforme (negro), con un arreglo de 40×40 agentes.

Sin embargo, en cuanto al número de clusters (figura 3.3), es evidente que los valores en el modelo Axelrod-Bourdieu superan considerablemente los del modelo original, luego del punto crítico. El hecho de que el modelo modificado incremente su número de clusters, significa que la introducción de estratos sociales afecta de forma significativa la dinámica de interacción de estos dominios, ocasionando su división en más clusters de menor tamaño. Esto sugiere que en una sociedad real, con estratos sociales establecidos, los individuos tienden a limitar sus relaciones a más aspectos que sólo sus características culturales, de forma tal que el umbral de “similitud” se reduce, lo que conlleva a una mayor “exclusividad” de los miembros que forman un determinado grupo, y por ende, a un aumento en la cantidad de los mismos. Cuando no hay uniformidad en la distribución de individuos en los estratos sociales, esta fragmentación disminuye, lo que sugiere que si el grueso de la población se ubica en unos pocos grupos que comparten el mismo nivel socioeconómico, entonces estos individuos tenderán a interactuar más fácilmente entre ellos, generando un incremento en los solapamientos del sistema y por ende, una disminución en el número de clusters totales respecto al modelo con distribución uniforme de estratos sociales.

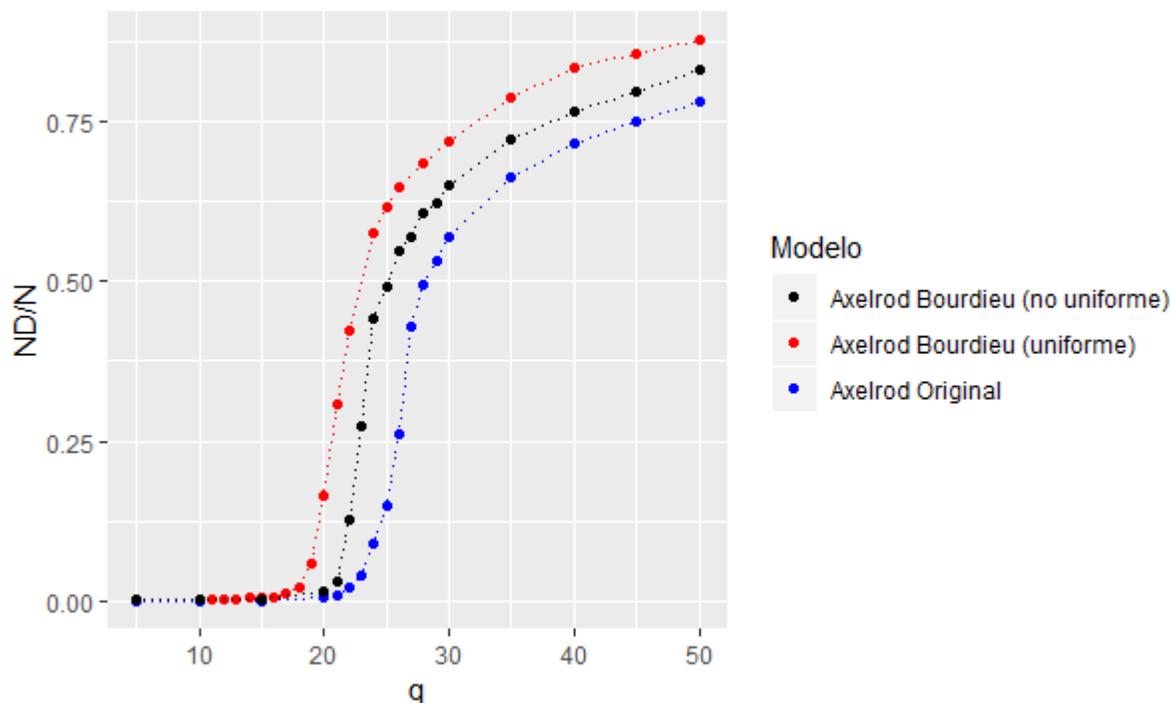


Figura 3.3: Número de clusters vs. Cantidad de rasgos q para el modelo Axelrod (azul), el Axelrod-Bourdieu uniforme (rojo), y el Axelrod-Bourdieu no uniforme (negro), con un arreglo de 40×40 agentes.

Por otro lado, las figuras 3.4 y 3.5, representan los parámetros energéticos vs. número de rasgos. En ambos casos se observa un incremento en los valores energéticos respecto al modelo original para $q > q_c$, lo que implica una disminución de la estabilidad del proceso debido a la introducción de estratos. Como se mencionó anteriormente, hay mayor solapamiento cuando los individuos se encuentran desigualmente distribuidos en clases sociales; esto concuerda con los resultados obtenidos.

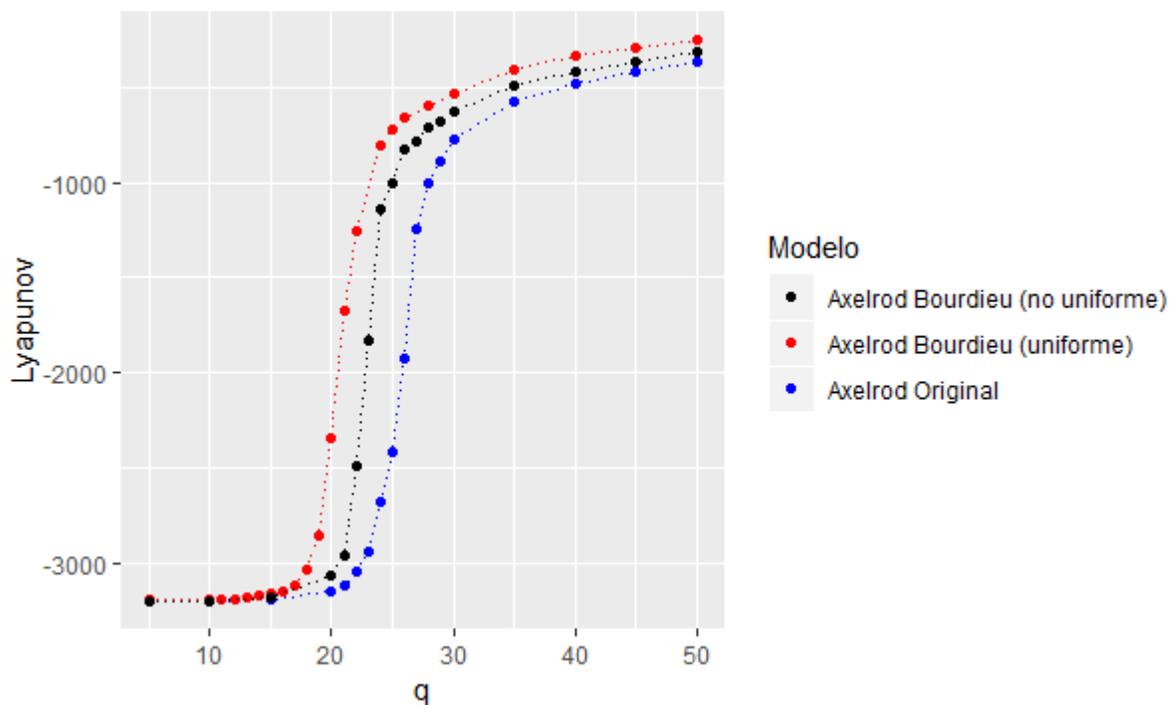


Figura 3.4: Lyapunov vs. Cantidad de rasgos q para el modelo Axelrod (azul), el Axelrod-Bourdieu uniforme (rojo), y el Axelrod-Bourdieu no uniforme (negro), con un arreglo de 40x40 agentes.

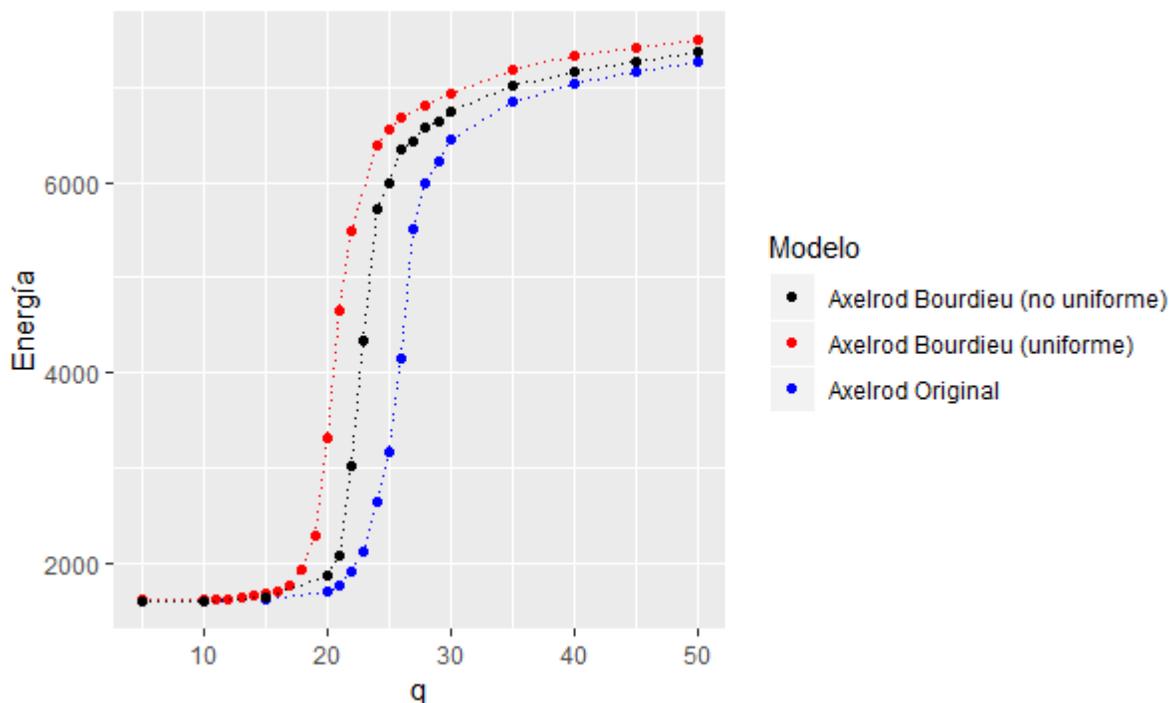


Figura 3.5: Energía vs. Cantidad de rasgos q para el modelo Axelrod (azul), el Axelrod-Bourdieu uniforme (rojo), y el Axelrod-Bourdieu no uniforme (negro), con un arreglo de 40x40 agentes.

Respecto a la entropía de cluster, en la figura 3.6 se observa cómo la entropía aumenta monótonicamente con q hasta $q_c \cong 22$ por un lado y $q_c = 24$, punto donde el valor de la entropía se hace máximo. Esta es una de las ventajas de utilizar entropía de cluster como parámetro de orden, puesto que el punto de transición se observa mejor en un máximo^[26] que en un cambio de concavidad, como es el caso de otros parámetros de orden como M_{max} y N_D .

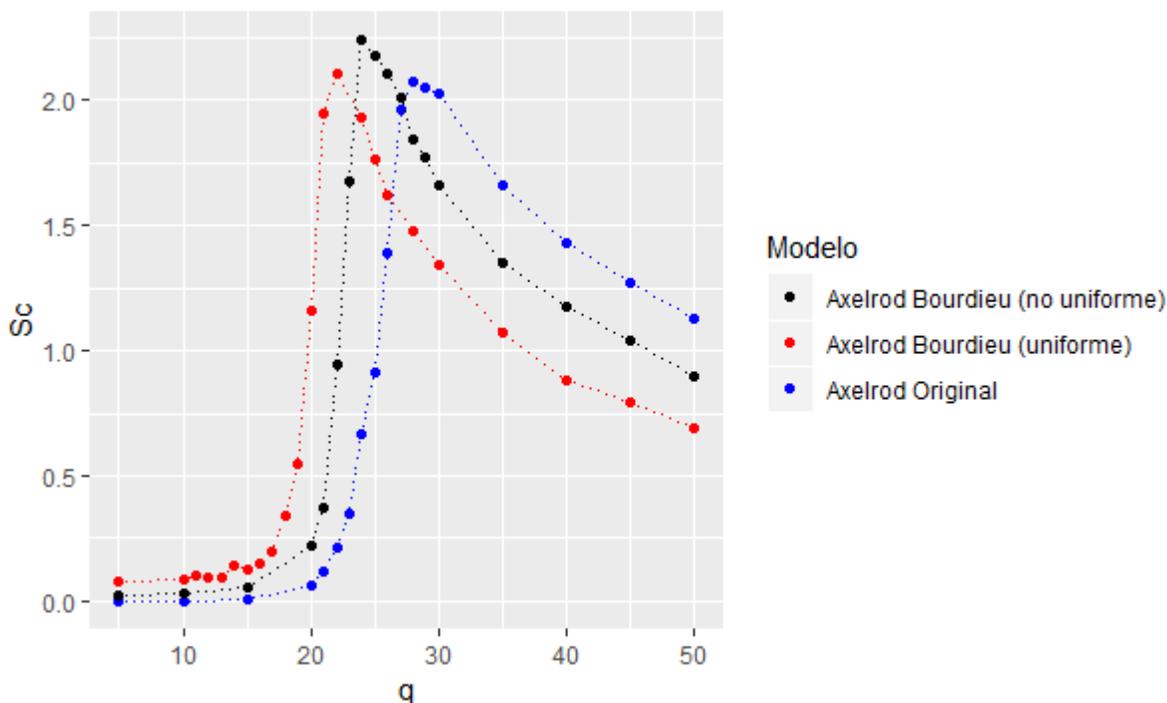


Figura 3.6: Entropía de cluster vs. Cantidad de rasgos q para el modelo Axelrod (azul) y el Axelrod-Bourdieu (rojo), con un arreglo de 40×40 agentes.

Además de esto, se observa también cómo la entropía de cluster alcanza valores mucho menores en la fase multicultural respecto al modelo original, lo que tiene sentido si se piensa en el tipo de transición orden-orden que se está dando, pues basta con aumentar el número de clusters, para disminuir las posibles formas de distribución de los agentes en ellos, aumentando así el orden del sistema. Además, es importante destacar que al comparar las curvas, se puede notar que las correspondientes al modelo Axelrod Bourdieu tienen menor volumen (son más delgadas) respecto al modelo original, lo que significa que no sólo la transición de fases ocurre antes, sino también que ocurre de forma más rápida. Por último, resulta interesante ver cómo el comportamiento de la curva se acerca más al modelo original de Axelrod cuando la distribución de sus agentes por estrato es desigual.

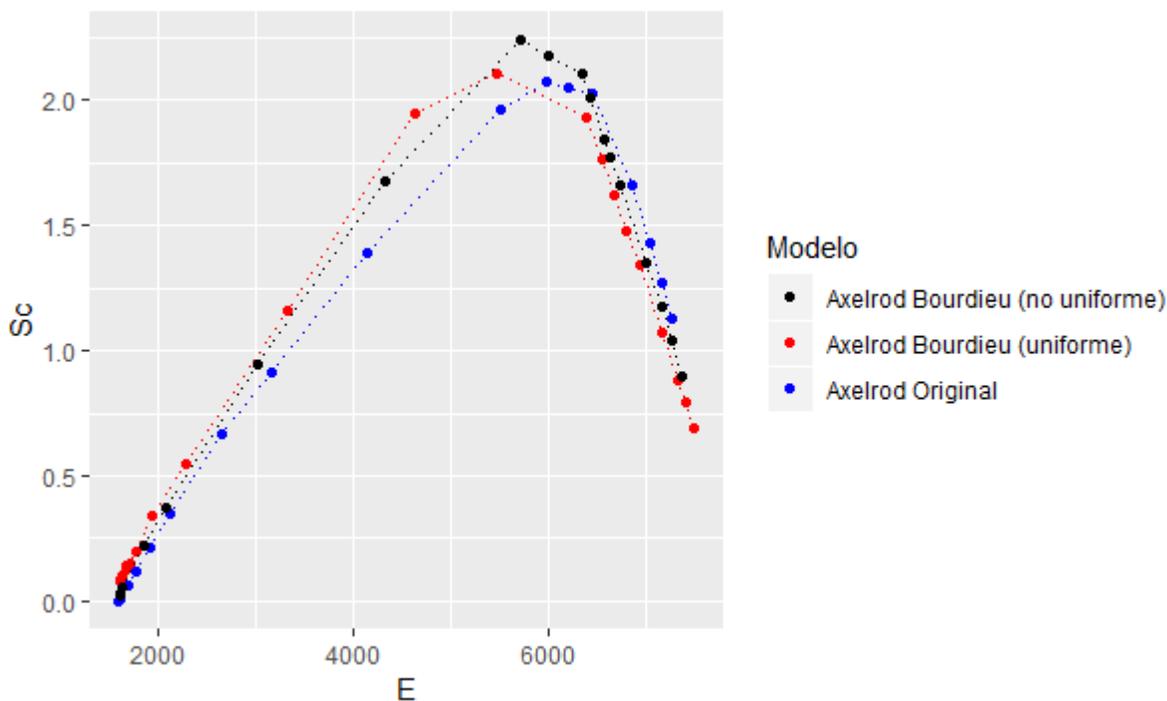


Figura 3.7: Entropía de cluster vs. Energía para el modelo Axelrod (azul), el Axelrod-Bourdieu uniforme (rojo), y el Axelrod-Bourdieu no uniforme (negro), con un arreglo de 40x40 agentes.

En la figura 3.7 se observa cómo la entropía muestra una dependencia asimétrica con la energía y un máximo en el punto crítico. Este comportamiento de la entropía y la energía no es común, sin embargo, se ha observado en sistemas reales de N dipolos magnéticos, distinguibles e independientes, a una temperatura T , bajo el efecto de un campo magnético.^[17]

Finalmente, en la figura 3.8 se expone el error asociado al experimento, utilizando como ejemplo la gráfica del modelo original de Axelrod. En esta figura se puede observar que la mayor desviación corresponde a los valores previos al punto crítico, mientras que para valores lejanos, el error experimental es muy pequeño.

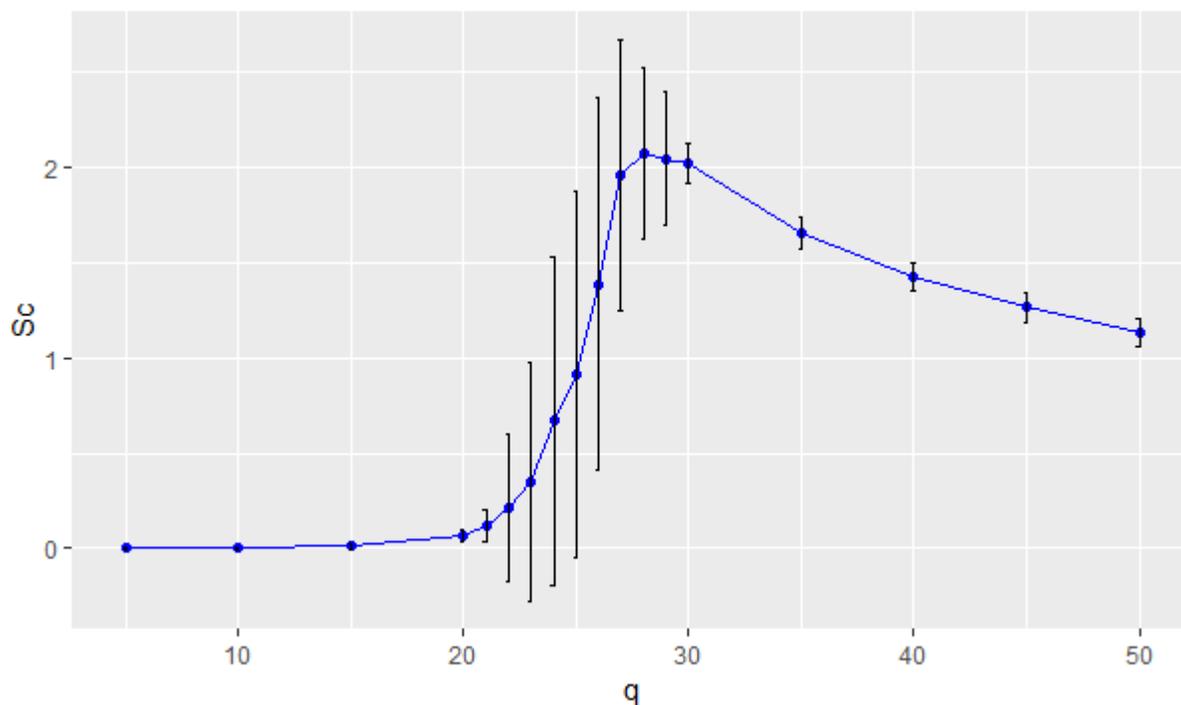


Figura 3.8: Entropía de cluster vs. Cantidad de rasgos q para el modelo Axelrod con un arreglo de 40x40 agentes. Error experimental.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 4

Conclusiones y Recomendaciones

4.1. Conclusiones

- El entorno multiagentes NetLogo constituye una plataforma idónea para modelar un sistema de adaptación social basado en agentes y estudiar más de cerca su comportamiento e interacciones.
- Los resultados obtenidos en NetLogo son comparables con los reportados en la literatura para el modelo original de Axelrod escrito en el lenguaje de programación Fortran.
- La introducción de estratos sociales en el modelo de difusión social de Axelrod, disminuye la estabilidad de la fase homogénea evidenciando una recesión de la convergencia cultural del sistema.
- La organización de sistemas sociales en grupos de acuerdo a sus estratos económicos, genera sociedades más fragmentadas y con grupos culturales más diversos.
- La distribución de individuos en estratos sociales de forma no uniforme, produce mayor estabilidad en el sistema, que una distribución no uniforme.
- Entre una sociedad modelada con distribución uniforme de estratos, y una sociedad modelada con distribución no uniforme de estratos, esta última es la que más se asemeja al comportamiento de una sociedad sin desigualdad económica (Axelrod original).

4.2. Recomendaciones

Respecto a la manipulación del programa, se recomienda correrlo en equipos con procesador de cuatro núcleos o más; esto para optimizar el tiempo de ejecución. Además se recomienda calcular el error involucrado en los cálculos, especialmente si se comparan dos métodos, para conocer cuál genera mejores resultados.

Por último, hay una infinidad de evidencia sociológica que se puede estudiar a partir del modelo Axelrod Bourdieu. Sería interesante introducir aspectos como movilidad social, permitiendo a los agentes modificar no sólo sus rasgos culturales sino también su estrato social. Se podría también hacer variaciones en la cantidad de estratos sociales, introducir jerarquía en los rasgos culturales, etc.

www.bdigital.ula.ve

Bibliografía

[1] Caparrini S. (2016). Investigación: Sistemas Complejos.

Extraído de <http://www.cs.us.es/fsancho/?p=sistemas-complejos-2>

Fecha de consulta: 24/04/2018

[2] Ladyman, J., Lambert, J., Wiesner, K. (2013). What is a complex system?. Euro Jnl Phil Sci.

[3] Ritter, W., Perez, T. (2011). ¿Qué son los sistemas complejos y sus procesos de emergencia?

Extraído de <http://rcci.net/globalizacion/2011/fg1126.htm>

Fecha de consulta: 24/04/2018

[4] Whitesides, G. (1999). Complexity in Chemistry. et al. Science 284, 89.

[5] Ponce, P. (2009). Análisis de la teoría de sistemas complejos y su aplicación a sistemas organizacionales. REVISMAR 1

[6] Dibar, M. (1994) Nociones alternativas, legalidad y causalidad: una discusión.

Extraído de <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/viewFile/16213/16054>

Fecha de consulta: 28/04/2018

[7] Gómez, L. (2016). La sociedad es un sistema dinámico y complejo.

Extraído de <http://www.desdeexilio.com/2016/10/20/la-sociedad-es-un-sistema-dinamico-y-complejo/>

Fecha de consulta: 24/04/2018

[8] Castillo, N. (2009). La sociedad como un sistema complejo.

Extraído de <http://nopanocayoru.blogspot.com/2009/02/la-sociedad-como-sistema-complejo.html>

Fecha de consulta: 26/04/2018

[9] Amorim, C. (2014). Bourdieu Dynamics of Fields from a Modified Axelrod Model. Department of Applied Physics 464-8603, Japan.

[10] Tucci, K. (2007). Sociophysical model of mass media influence on a social system.

Extraído de <https://www.researchgate.net/figure/Figura-5-Parametro-de-orden-en-funcion-de-q-muestra-una-transicion-de-fase-en-el-modelo>

[11] Felisola, E. (2008). Aplicación de técnicas de mecánica estadística, en el estudio de un sistema cultural complejo, usando el modelo de Axelrod. III. Cálculo de la diversidad, Trabajo Especial de Grado, Universidad de Los Andes. Venezuela.

[12] Paredes, D. (2008). Aplicación de técnicas de mecánica estadística, en el estudio de un sistema cultural complejo, usando el modelo de Axelrod asimétrico, Trabajo Especial de Grado, Universidad de Los Andes. Venezuela.

[13] Maldonado, C. (2016). ¿Qué dice el modelo de Ising?

Extraído de <https://www.desdeabajo.info/ciencia-y-tecnologia/item/28227-que-dice-el-modelo-de-ising.html>

Fecha de consulta: 3/11/2018

[14] Routledge. (2016). Pierre Bourdieu.

Extraído de <http://routledgesoc.com/profile/pierre-bourdieu>

Fecha de consulta: 28/04/2018

[15] Trigg, A., Bertie, A., Himmelweit, S. (2008). Modelling Bourdieu: An extension of the Axelrod cultural diffusion model. Open Discussion Papers in Economics, The Open University, No. 68.

[16] Klemm, K. Eguiluz, V., Toral, R., San Miguel, M. (2003). Phys. Rev. E 67, 045101 (R).

[17] Villegas, J., Olivares, W. (2008). *physica A*, 387, 3701-3707.

[18] Carnot, S.(1998). Reflexiones sobre la potencia motriz del fuego. Instituto Politécnico Nacional.

[19] Marchettini, N. (2009). Thermodynamics and life: An evolutionary point of view. et al., *Int. J. of Design and Nature and Ecodynamics*. Vol. 3, 249–258.

[20] Fajardo, L.(2008). Aplicación de técnicas de mecánica estadística, en el estudio de un sistema cultural complejo, II. Efecto de los rasgos negativos, Trabajo Especial de Grado, Universidad de Los Andes.

Venezuela.

[21] Von Baeyer, H. (2005). Information. The New language of Science. Harvard.

[22] Hoshen, J. y Kopelman R. (1976). Percolation and cluster distribution. I. Técnica de etiquetado múltiple de clúster y algoritmo de concentración crítica. Phys. Rev. B. 1 (14): 3438-3443.

Fecha de consulta: 18/10/2018.

[23] Rouse, R. (2012). Modelo de autómatas celulares para hidrogeles polielectrolíticos. Efectos del apantallamiento y del equilibrio de disociación. Postgrado interdisciplinario en Química aplicada, Universidad de Los Andes, Venezuela.

[24] Instituto Nacional de Estadísticas. Venezuela: Hogares según estrato social.

Extraído de <http://www.ine.gov.ve/documentos/Social/ConsumodeAlimentos/xls/segundocadro8.xls>

Fecha de consulta: 20/09/2018

[25] España, P. (2010). Más Allá de la Renta Petrolera y su Distribución. Una política social alternativa para Venezuela. Instituto Latinoamericano de Investigaciones Sociales (ILDIS), Oficina en Venezuela de la Fundación Friedrich Ebert.

Extraído de <http://www.ildis.org.ve/website/>

Fecha de consulta: 10/09/2018

[26] Tsang, I., Tsang, R., Van Dyck D. (2000). Cluster diversity and entropy on the percolation model: The lattice animal identification algorithm. Physical Review E, 62, 6004-6014.