



UNIVERSIDAD DE LOS ANDES

FACULTAD DE CIENCIAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

Estudio de las transiciones de fase observadas en una monocapa granular vibrada verticalmente

Trabajo especial de grado presentado ante la ilustre
Universidad de los Andes
Para optar al título de :
Licenciado en Física

Presentado por:
Br. Ruddy Urbina

Tutor Externo:
Dr. Iván Sánchez

Tutor Interno:
Dr. Mario Cosenza

Junio, 2013
Mérida, Venezuela

www.bdigital.ula.ve

Índice general

Resumen	XI
Agradecimientos	XIII
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	3
2. Marco teórico	5
2.1. Medios Granulares	5
2.1.1. Coeficiente de restitución	6
2.1.2. Fracción de llenado	8
2.2. Medios granulares bajo vibración	10
2.3. Estados y fases en un medio	11
2.4. Antecedentes	12
2.4.1. Detección de distintas fases al disminuir la amplitud de vibración del sistema	14
2.4.2. Transiciones de fase tipo “sólido-gas”	20
2.4.3. Capa granular delgada bajo vibración: un sistema fuera del equilibrio	28
2.4.4. Factores adicionales que afectan las transiciones de fase	30
2.5. Comentarios finales	34
3. Metodología Experimental	37
3.1. Equipos utilizados	37

3.1.1. Sistema de vibración	37
3.1.2. Elementos de medición	39
3.2. Montaje experimental	42
3.3. Experimentos	44
3.3.1. Programas base usados en los experimentos	45
3.3.2. Características de los experimentos	48
4. Resultados y Discusiones	51
4.1. Fases observadas	51
4.2. Detección del punto de transición	52
4.2.1. Método de inspección de imágenes	53
4.2.2. Método de análisis de Γ en función del voltaje.	55
4.2.3. Método de análisis de Γ en función del tiempo.	57
4.3. Diagrama de fases de Γ vs. ν	58
4.4. Uniformidad de la vibración	61
4.5. Comportamiento de Γ_c con ϕ y efecto de cambiar ϵ y el tamaño del contenedor, para una frecuencia fija	65
4.6. Información adicional al punto de transición	67
5. Conclusiones	71
A. Especificaciones de las esferas	75
B. Obtención del coeficiente de restitución.	79

Índice de figuras

2.1. Esquema de la altura, z , alcanzada por una partícula rebotando sobre una plataforma plana como función del tiempo t . t_b es el tiempo en el que la partícula pierde toda su energía cinética. v_k y v'_k son las velocidades de la partícula antes y después del k -ésimo rebote. Reimpreso de [32].	7
2.2. Esquema del arreglo de capas de esferas de un mismo tamaño para lograr un ordenamiento con máxima fracción de empaquetamiento. Cada capa está constituida por arreglos similares de esferas, las etiquetas A, B y C diferencian la ubicación de cada capa en los arreglos hcp y fcc. Extraído de [9].	10
2.3. Fotografías instantáneas (arriba) y promedio (abajo). (a) y (b) Distribución típica uniforme de partículas en fase gaseosa ($\Gamma = 1,01$). (c) ($\Gamma = 0,8$). Los agrupamientos se ven como puntos de alta intensidad en (d), representando paquetes de partículas más lentas. (e) Porción de colapso ($\Gamma = 0,76$). (f) Muestra que las esferas en colapso están estacionarias y en contacto entre sí, mientras que las partículas en el gas se hallan en movimiento. (g) y (h) Ordenamiento hexagonal para un sistema de alta densidad en el que todas las partículas permanecen en movimiento. Reimpreso de [40].	15

2.4. Diagrama de fases obtenido para (a) $N = 8000$ partículas y (b) $N = 14500$ partículas. Los círculos negros denotan la aceleración donde el colapso se genera. Los círculos blancos en (a) indican el punto donde el colapso desaparece al aumentar la aceleración. Los diamantes en (b) muestran la transición al estado ordenado (ver figuras 2.3(g) y 2.3(h)) a medida que la aceleración es reducida. Reimpreso de [40].	16
2.5. A la izquierda: Distribuciones de velocidades de las partículas a escalas logarítmicas, la línea continua corresponde a una distribución gaussiana, los puntos muestran los datos obtenidos experimentalmente para ($\circ$) $\Gamma = 1,01$, ($\square$) $\Gamma = 0,80$, ($\diamond$) $\Gamma = 0,76$ para $N = 8000$ y $\nu = 70\text{Hz}$; ($\triangle$) $\Gamma = 1,00$ para $N = 14500$ y $\nu = 90\text{Hz}$. A la derecha: Funciones de correlación partícula-partícula medidas comparadas con el resultado del cálculo de Monte Carlo para un gas de esferas duras 2D obtenido en ref [16]. Reimpreso de [40].	17
2.6. Posiciones instantáneas de las partículas (izquierda) y promedio de posiciones sobre 100 ciclos de oscilación consecutivos (derecha) para $\Gamma = 1,0$ (arriba) y $\Gamma = 0,6$ (abajo). Reimpreso de [38].	18
2.7. Izquierda: Temperatura vertical y horizontal vs. aceleración máxima. Derecha: Cerca del comportamiento crítico de la temperatura horizontal. La aceleración crítica fue determinada como $\Gamma_c = 0,763$	20
2.8. Aceleración pico normalizada por g (equivalente a la aceleración adimensional Γ de la ecuación 2.2.1) para transiciones espontáneas y perturbadas (símbolos negros). Los puntos de “congelación” y “evaporación” también son mostrados (símbolos blancos). Para bajas frecuencias, donde el punto de congelación está entre los valores a_l y a_c , la transición finaliza en una fase gaseosa por encima del punto de congelación y en una fase de coexistencia (cristal-gas) por debajo del mismo. Reimpreso de [30].	22

2.9. Frente de propagación durante la transición amorfo-gas a 80 Hz con $a = 0,93g$. Diferencia absoluta de imágenes capturadas con una diferencia temporal de 0.5 s. (a) Estado amorfo inicial, (b) y (c) frente de propagación inestable. Reimpreso de [30].	23
2.10. Fotografías de la evaporación del cristal a tiempo igual a 0 (a), 113 ms (b), 221 ms (c) y 479 ms (d). Imágenes capturadas para $\Gamma = 1,7$ y $\nu = 60$ Hz. (e) Función de correlación $G(r)$ antes y después de la “sublimación”. Las características del gas y el cristal se aprecian en las curvas roja y negra respectivamente, un zoom de la fase gaseosa se inserta en la esquina superior derecha. La distancia r entre partículas es normalizada por el diámetro de las esferas σ	25
2.11. (a) ζ como función de Γ a $\nu = 60$ Hz, obtenida para un sólo experimento. El promedio fue realizado sobre el tiempo y sobre varias esferas, produciendo las barras de error presentadas. La línea punteada representa el parámetro de Lindemann (~ 0.12). Arriba a la izquierda se muestra la energía cinética promedio de las fases cristalina y gasificada al enfriar el sistema. (b) Tiempo medio de vida τ de la fase metaestable versus Γ . La línea sólida representa el mejor ajuste obtenidos. (c) Número promedio de colisiones entre una partícula y su entorno (imagen a la derecha).	25
2.12. (a) Cristal hexagonal hecho con esferas de acero en el centro y esferas de teflón en la periferia, (b) el caso inverso. Debido a que la disipación es menor en las esferas metálicas, éstas se “evaporan” primero. (c) Arreglo con un hoyo en el centro, debido a la presencia de ésta “superficie libre” el sobrecalentamiento no es observado.	27
2.13. Promedio temporal (sobre 1 s) de las posiciones de las esferas. Se observa la capa superior del cristal y los espacios vacíos ($X_{max} = 0,085\sigma$, $\rho = 0,9$, $\nu = 80\text{Hz}$). Reimpreso de [45].	28

- 2.14. (a) Gradiente de temperatura en la interfase, medida experimentalmente promediada en 40 s. El cristal está en la esquina superior izquierda. ($\rho = 0,85$, $\nu = 60\text{Hz}$, $X_{max} = 0,154\sigma$) (b) Gradiente de temperatura y (c) presión obtenido de simulaciones. El cristal está en el centro de la imagen. Reimpreso de [45]. 29
- 2.15. (a) Amplitud crítica A_c vs. frecuencia, en la formación ($\circ$) y evaporación ($\bullet$) del cristal, con $\rho = 0,85$ (b) Valor del plateau de A_c en función de ρ 30
- 2.16. Número de esferas en el cristal, N_c como función de ρ , vibrado a $\nu = 45\text{Hz}$ y $X_{max} = 0,145\sigma$, donde σ es el diámetro de las partículas. Cada punto representa el promedio de 10 experimentos. La línea sólida es el ajuste lineal obtenido. Reimpreso de [45]. 31
- 2.17. Cuatro de las fases encontradas como función de la altura de la tapa H en las simulaciones. Las partículas azules se hallan en la mitad inferior de la celda y las rojas en la mitad superior. A) $H = 1,3\sigma$ Monocapa con ordenamiento hexagonal. B) $H = 1,5\sigma$ coexistencia de fase ordenada hexagonalmente y fase fluidizada. C) $H = 1,7\sigma$ Coexistencia de fase fluidizada y bi-capa con ordenamiento cuadrado. D) $H = 1,88\sigma$ Coexistencia de fase fluidizada y bi-capa con ordenamiento hexagonal. Donde σ es el diámetro de las partículas. Reimpreso de [34]. 31
- 2.18. Diagrama de fases experimental para esferas de acero (izquierda) y de latón (derecha). Aceleración máxima adimensional Γ para la cual se forma cada fase vs. la densidad de partículas. Fases observadas: Colapso hexagonal ($\blacktriangle$), líquido hexagonal ($\triangle$), bi-capa hexagonal-líquido (*), líquido ($\bigcirc$), ordenamiento cuadrado-líquido hexagonal ($\blacksquare$), cuadrado-líquido($\square$). En el panel inferior se presenta la región expandida para $\Gamma \approx 1 - 2$. Reimpreso de [57]. 32

2.19. Area ocupada por la fase cuadrada, A_c , dividida por el área del plato, A_p en experimentos para densidades $\rho = 0,82$ (triángulos) y $\rho = 0,86$ (cuadrados) para esferas de latón (símbolos blancos) y esferas de acero (símbolos negros). Resultados de simulaciones para $\rho = 0,90$, $N = 2000$ y $\gamma_n = 200 \text{ s}^{-1}$ (x) y $\gamma_n = 262,5 \text{ s}^{-1}$ (+). Reimpreso de [57].	33
2.20. Valores de aceleración reducida para la formación de la fase cuadrada (símbolos negros) y su desaparición (símbolos blancos) variando γ_n en simulaciones con $N = 2000$ (triángulos) y $N = 6000$ (cuadros). $\rho = 0,895$, $H = 1,75\sigma$, $\nu = 60\text{Hz}$. Reimpreso de [57].	34
2.21. Máximo valor de γ_n para la existencia de la fase cuadrada en simulaciones de dinámica molecular con diferentes valores de N . ($\rho = 0,895$, $H = 1,75\sigma$, $\nu = 60 \text{ Hz}$.) Reimpreso de [57].	34
3.1. Subwoofer Kicker modelo CompVR de 10". Imagen extraída de [7]	38
3.2. Vista frontal del generador de funciones Agilent 33220A.	39
3.3. Vista frontal del amplificador Crown Modelo XLS 602.	39
3.4. Acelerómetro PCB modelo 353B34.	40
3.5. Panel frontal del acondicionador de señales PCB Piezotronics modelo 482A16.	40
3.6. Tarjeta de adquisición USB-6009 de National Instruments.	41
3.7. Cámara Pixelink PL-B741F.	41
3.8. Fotografía del soporte del subwoofer, sobre el subwoofer se observa el contenedor con una capa de esferas de acero inoxidable.	43
3.9. Vista del contenedor de 12 cm de diámetro, con esferas de acero (izquierda) y vidrio (derecha).	43
3.10. Esferas de vidrio y acero junto una regla con apreciación de 1 mm.	44
3.11. Panel frontal del programa de adquisición de datos del acelerómetro donde se muestra la forma de la señal en un breve intervalo de tiempo así como los valores de Γ , amplitud y frecuencia de vibración extraídos de la señal.	47

3.12. Fotografía de una monocapa de esferas de acero inoxidable, cada punto blanco es producto del reflejo de luz sobre la superficie de cada esfera.	48
3.13. La imagen final es obtenida de la comparación de dos imágenes; los círculos verdes y rojos resaltan las posiciones de las esferas (puntos blancos) en las imágenes 1 y 2, respectivamente. Los puntos de máxima exposición (donde el negro es un mínimo y el blanco un máximo de exposición) extraídos de ambas imágenes se muestran en la imagen final. Este ejemplo fue realizado para dos imágenes por simplicidad, sin embargo si comparamos un mayor número de imágenes en donde las esferas muestren distintas posiciones la imagen final obtenida sería mas blanca.	49
3.14. Esquema del montaje experimental con todos los elementos de medición. . .	50
4.1. Imágenes obtenidas de la composición de 20 fotografías tomadas en 1 s. Se muestran las distintas fases observadas: tipo sólido (a), coexistencia sólido-gas (b) y tipo gas (c). De izquierda a derecha los valores de Γ son: 0,95, 1,05 y 1,30. Para $\nu = 100$ Hz.	52
4.2. Coexistencia “sólido-gas” para $\nu = 80$ Hz y $\Gamma = 1,0$. A la izquierda un acercamiento de la zona sólida (desordenada) y a la derecha se muestra un acercamiento en la interfase donde se aprecia el empaquetamiento ordenado (“cristalizado”) de las esferas.	53
4.3. Montaje de imágenes para cinco experimentos con $\nu = 50$ Hz, en donde cada fila corresponde a un experimento. De izquierda a derecha se tienen los valores de Γ desde 0,80 hasta 1,20 con una diferencia de 0,05 entre cada uno de ellos.	54
4.4. Γ en función del voltaje de alimentación para una frecuencia de 50 Hz. El cambio en la pendiente de la curva está asociado con el momento donde ocurre la transición a un estado gasificado. Las fotos muestran el estado del sistema para cada Γ , mostrando que por encima de Γ_c^V se halla en fase gaseosa y por debajo del mismo se encuentra en fase sólida.	56

- 4.5. A la derecha: Γ promedio vs. Voltaje de entrada (salida del generador). Los primeros puntos en la curva muestran una tendencia lineal, pero una vez que se inicia la agitación de las esferas existe un cambio de pendiente que evidencia el cambio de fase. Ya que la evolución hasta una fase totalmente gasificada es muy lenta, entre la coexistencia y el gas, en lugar de un cambio abrupto que demuestre transición, se observa un “suave” cambio de pendientes. A la izquierda: Montaje de imágenes asociadas a los valores de Γ presentados en la gráfica. Para $\nu = 90$ Hz, aumentando el voltaje a un paso de $0,05 V_{pp}$ y con un tiempo de espera de dos minutos. 57
- 4.6. Variación de la aceleración máxima en función del tiempo durante la transición a un estado gasificado. Antes del aumento abrupto de la Γ la monocapa se encontraba en un estado sólido y espontáneamente evolucionó hasta una fase gasificada. 58
- 4.7. Diagrama de fases para esferas de acero inoxidable de $3/32''$ de diámetro obtenido aumentando la amplitud de vibración del sistema. Los rombos rosados representan los valores de Γ para los que se inicia la transición a una fase gaseosa mientras que los círculos verdes son los valores para los cuales todas las partículas han alcanzado dicha fase. 59
- 4.8. Montaje de imágenes para $\Gamma = 1,05$ a distintas frecuencias de vibración con la misma nivelación. En todos los casos se tiene la misma nivelación de la plataforma y a pesar de ello se observa que para distintos valores de frecuencia las esferas se acumulan hacia uno u otro lado del plato. Para 30 Hz se observa, en la parte inferior izquierda, una gran cantidad de puntos blancos muy cercanos unos de otros que muestran que algunas esferas están sobre la capa ordenada, así que ya no es considerada monocapa. 62

4.9. Evolución de la coexistencia de fases a medida que se aumenta la amplitud de vibración para 80 Hz. Desde $\Gamma = 0,8$ hasta $\Gamma = 1,8$ con pasos en Γ de 0,2. Cada imagen es el promedio de una serie de fotografías capturadas cada 0,5s durante 120s. Con esta serie de fotografías se confirma que la coexistencia de fases no es producto de un desnivel del sistema ya que de ser así las esferas no se acumularían en una región central.	63
4.10. Aceleración máxima adimensional sobre la superficie para frecuencias entre 30 y 80 Hz. Los extremos de variación son los casos para 30 y 80 Hz, siendo los de menor y mayor variación, respectivamente. El mapa obtenido para 40 Hz se ve diferente debido a que posee una menor cantidad de puntos que los demás.	64
4.11. Aceleración máxima adimensional justo antes de que ocurra la gasificación del medio granular, como función de la fracción de llenado. Para monocapas de esferas de acero ($\epsilon_1 = 0,846$) o vidrio ($\epsilon_2 = 0,927$) en contenedores de radios $R_1 = 4$ cm y $R_2 = 6$ cm.	66
4.12. Izquierda: Curva de Γ_{promedio} vs. masa, que muestra la respuesta de la corneta al variar la masa del medio (cantidad de granos), para dos voltajes de alimentación diferentes. Derecha: Tablas que muestran los parámetros de los ajustes obtenidos. Se observa que al aumentar el valor del voltaje, el ajuste de la recta obtenida presenta una pendiente más negativa. El promedio de Γ es obtenido en un intervalo de medición de 30 s para cada masa.	68
4.13. Variación de $\Delta\Gamma$ observado durante la transición tipo “sólido-gas” en función de la fracción de llenado del sistema.	69
4.14. $\Delta\Gamma$ pesado con el número de esferas en la monocapa en función de la fracción de llenado.	70
B.1. Secuencia de imágenes para la trayectoria de una esfera de vidrio. La separación temporal de estas imágenes es de 31 ms.	80
B.2. Secuencia de imágenes para la trayectoria de una esfera de acero. La separación temporal de estas imágenes es de 25 ms.	80

Resumen

Una monocapa granular monodispersa, conformada por esferas de diámetros del orden de 1 mm, es sometida a vibraciones verticales al ser colocada dentro de un contenedor rígido adherido a la membrana de una corneta. Dependiendo de los parámetros de vibración administrados, la monocapa puede exhibir una fase tipo sólido, tipo gas o una coexistencia sólido-gas. Este trabajo se centra en el estudio de la transición desde una fase sólida hasta una fase tipo gas generada por el aumento progresivo de la amplitud de vibración, manteniendo fija la frecuencia de vibración a 50 Hz y empleando bajas amplitudes de vibración para mantener la condición de monocapa. Realizando la comparación de dos sistemas de distinto tamaño (cambiando el tamaño del contenedor) y dos monocapas conformadas por esferas con diferentes densidades y coeficientes de restitución, se estudia cómo la aceleración para la que se observa la transición de fase (denotada por Γ_c) se ve afectada por modificaciones en la fracción de llenado del sistema. Los resultados de dicho estudio demuestran que Γ_c es aproximadamente independiente de la fracción de llenado aunque para las esferas de menor densidad tiende a aumentar a altos valores de la fracción de llenado. El tamaño del sistema y el coeficientes de restitución son aspectos que sí ocasionan una variación notable de Γ_c relacionado con la energía requerida para que las partículas se despeguen de la superficie y comiencen a rebotar. Adicionalmente se muestra un estudio de $\Delta\Gamma$ (cambio de la aceleración del sistema observado durante la transición) con los mismos parámetros y se observa que ésta cantidad está íntimamente relacionada con la tasa de colisiones (mostrando dependencia directa con la fracción de llenado) y la masa de las partículas. Los resultados obtenidos demuestran la alta sensibilidad que posee este tipo de sistemas ante modificaciones de la propiedades del medio y de los parámetros de vibración, estableciendo toda una línea de investigación para el estudio de su comportamiento.

www.bdigital.ula.ve

Agradecimientos

A mi madre, por estar conmigo en todo momento, por ser mi apoyo, mi guía, y mi amiga. Todo lo que soy te lo debo a ti!

A mi padre, por mostrarme lo poderoso que es el respeto y la honestidad, mi carácter es producto de tus enseñanzas.

A mis hermanas, Rosmary y Rosbely, por ser mis modelos a seguir, por cuidarme y alentarme en los momentos en que más lo necesitaba.

A mi novio, Bruno, por ser un gran compañero tanto dentro como fuera de lo académico, por brindarme su amistad y cariño desde el primer momento. Gracias por apoyarme, quererme y cuidarme tanto.

Al Dr. Iván Sánchez, por todas sus enseñanzas, su paciencia y su confianza. Más que mi tutor lo considero mi amigo y un gran ejemplo.

A mis buenos profesores. Y muy especialmente al **Dr. Mario Cosenza**, excelente profesor y gran persona, gracias por toda su ayuda.

A La Universidad de Los Andes, mi alma máter, por mi formación académica.

Al Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas, por abrirme las puertas al mundo profesional y por todo el soporte que me ofreció durante mi estadía en sus instalaciones.

A los jurados.

A mis amigos, y a todas aquellas personas que alguna manera me ayudaron a alcanzar esta meta.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 1

Introducción

Durante las últimas décadas se ha venido incrementando el interés en el estudio de los medios granulares, esto se debe a la gran variedad de fenómenos que tienen lugar en tales sistemas, a la diversidad de sus aplicaciones y a su presencia en una amplia gama de procesos industriales (transporte, manipulación y almacenamiento de granos son procesos de rutina en industrias farmacéuticas, alimenticias, de construcción, entre otras). Uno de los aspectos más atractivos que posee un medio granular es la capacidad de comportarse como un fluido o un sólido dependiendo de las tensiones a las que sea sometido [26]. Bajo compresión, un medio granular fino (arena, sal, harina, etc.) que se halle confinado a un recipiente, tenderá a compactarse llenando la mayor cantidad posible de espacios vacíos, hasta alcanzar un estado de compactación máxima; en contraste, si el medio es sostenido ligeramente podrá fluir entre los dedos tal como lo haría un líquido.

Un medio granular en forma de pila sobre una plataforma inclinada podrá mantenerse en reposo hasta que el ángulo de inclinación de la columna sobrepase un valor crítico, en donde los granos que se hallan en la superficie comienzan a deslizarse hasta la base, originando un efecto de avalancha producto de la gravedad [22]. Este es un fenómeno de alta relevancia, ya que dicho comportamiento es observado a escalas que involucran desde pequeñas cantidades de polvo hasta grandes deslizamientos de tierra, así que cualquier observación que contribuya

al entendimiento del mismo podría tener un impacto significativo en aspectos económicos, tecnológicos y sociales. Otro fenómeno ampliamente estudiado y atractivo debido a su gran vistosidad es el conocido como “jet granular” que ocurre al dejar caer una masa compacta en un medio granular fino en reposo [52], luego de que la masa penetra en el medio se expide un chorro de granos cuya magnitud dependerá de la forma y densidad de la masa y la altura desde la cual fue arrojada. Desde su ingreso en el medio, la masa crea un canal a su paso haciendo que el medio se agrupe en las paredes de la abertura generando una diferencia de presiones que irá llenando el espacio vacío a medida que la masa se desplace, presionando el medio cercano a la superficie y haciéndolo subir abruptamente.

El comportamiento de éstos sistemas depende entonces de la cantidad de fuerza ejercida sobre ellos, de la manera en cómo sea aplicada dicha fuerza y si es o no continua; además de la porosidad y uniformidad del material y las restricciones espaciales a las que se encuentre sometido. Si la agitación del medio se realiza a través de vibraciones, que es una de las maneras más comunes de excitar un material granular, pueden ocurrir cosas como: segregación [17], convección [20], disposición de patrones [35, 12], formación de oscilones [54], entre otros.

Este trabajo está enfocado en el estudio de un sistema que puede parecer sencillo, pero aún así mantiene las riquezas y complejidades presentes al trabajar con un medio granular. Se trata de una delgada capa de esferas, del orden de 1 mm de diámetro, sometida a vibraciones verticales. Dependiendo de la frecuencia y amplitud de vibración se observa una fase “tipo gas”, donde las partículas presentan posiciones y velocidades aleatorias desplazándose por todo el espacio disponible en el contenedor; también se puede observar otra configuración en la que las esferas se hallan en reposo respecto de la plataforma vibratoria (fase tipo “sólido”) y por lo tanto sus posiciones y velocidades estarán regidas directamente por el movimiento del contenedor.

En el capítulo 2 se describen los fundamentos básicos de relevancia para el estudio que se ha llevado a cabo, así como también se presenta una breve reseña de los estudios realizados anteriormente que muestran una relación directa con el sistema aquí descrito. Los detalles del montaje experimental utilizado para proporcionar una vibración de manera controlada a la plataforma y los distintos elementos que permiten registrar la evolución del sistema ante tales perturbaciones son descritos en el capítulo 3.

Finalmente, en el capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos de los experimentos realizados utilizando el protocolo previamente explicado. Se comienza con una breve descripción de las fases observadas y de los métodos utilizados en su detección, luego de ello se muestra un diagrama de fases de Γ vs. ν , donde Γ es el parámetro usado para cuantificar la aceleración del sistema y ν es la frecuencia de vibración, a partir de este diagrama se eligió un valor de frecuencia para realizar la evaluación de algunos de los factores que afectan el punto de transición. Se muestra que la aceleración necesaria para producir un cambio de estado en el sistema, además de depender de la frecuencia de vibración, se ve afectada por el tamaño de sistema empleado y por propiedades del medio como el coeficiente de restitución y la densidad de partículas de la monocapa. Las conclusiones obtenidas luego de la realización de este proyecto y las recomendaciones para futuras investigaciones se presentan en el capítulo 5.

1.1. Objetivos

El objetivo general de esta investigación consiste en estudiar si modificaciones en la fracción de llenado, el tipo de grano y/o el tamaño del contenedor de la monocapa granular (sometida a vibraciones verticales) causa algún efecto sobre las condiciones bajo las que se observa la transición de fase tipo sólido-gas en la monocapa granular. Para ello, nos planteamos una serie de objetivos de específicos:

- Detectar el valor de la aceleración máxima adimensional (Γ) para el cual ocurre la

transición a la fase gasificada de la monocapa granular (denotado como Γ_c).

- Determinar si Γ_c es sensible a la frecuencia de vibración, a partir de un diagrama de fases de Γ vs. frecuencia construido para un tipo de grano, tamaño del contenedor y cantidad de partículas fijos.
- Elegir una frecuencia adecuada para evaluar si Γ_c (manteniendo el valor de frecuencia fijo) se ve afectado por:
 - La fracción de llenado y el coeficiente de restitución, usando para ello dos tipos de granos con distinto coeficiente.
 - La fracción de llenado y el tamaño del contenedor, realizando un barrido de la fracción de llenado para dos contenedores de tamaños diferentes.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 2

Marco teórico

2.1. Medios Granulares

Un material granular es un medio constituido por muchas partículas macroscópicas cuyos tamaños pueden encontrarse a diversas escalas, desde polvos finos hasta asteroides. Lejos de ser simples materiales con simples propiedades, son sistemas que muestran un rango impresionante de comportamientos complejos que dificultan su caracterización como sólidos, líquidos o gases. En general son altamente cohesivos así que tienen la capacidad de mantenerse empaquetados como un sólido, siendo capaces de soportar ciertos niveles de estrés, pero bajo algunas circunstancias pueden fluir como un líquido o incluso comportarse como un gas de partículas [27].

Entre las propiedades de los medios granulares se encuentra el hecho de que pueden adquirir la forma del recipiente que los contiene, sin embargo la presión ejercida sobre la base del recipiente no es directamente proporcional a la altura del material como ocurriría con un fluido [18]; esto se debe a que el contacto entre los granos genera cadenas de esfuerzo¹ que se extienden en diversas direcciones a lo largo del mismo. Además pueden adoptar diferentes

¹Las cadenas de esfuerzo son producidas por el desplazamiento de los granos bajo los efectos del campo gravitacional y/o cualquier otro agente externo que cause su compresión.

formas aún sin estar confinados a un recipiente y mantenerlas como un estado estacionario ya que, a diferencia de otros sistemas conocidos, el estado en el que se halla un material granular no dependerá de la temperatura de su entorno sino de las fuerzas que le sean aplicadas; esto quiere decir que poseen naturaleza atermal, careciendo de capacidad para “relajarse” en la ausencia de perturbaciones externas [33]. Son capaces de presentar coexistencia de fases, como en el caso de una avalancha en donde los granos en la superficie (con ángulo de inclinación mayor que el ángulo de reposo del medio) fluyen mientras que el resto permanece en reposo [25].

En general, estos sistemas están caracterizados porque las partículas que los componen interactúan mediante fuerzas repulsivas a través de contactos entre las mismas. En nuestro caso, el sistema consiste en un material granular monodisperso (partículas del mismo tamaño y propiedades) que sometido a perturbaciones verticales puede llegar a comportarse como un gas granular en el que las partículas que lo componen poseen posiciones y velocidades aleatorias, interactuando entre ellas y su entorno principalmente mediante colisiones parcialmente inelásticas constituyendo así un sistema altamente disipativo.

2.1.1. Coeficiente de restitución

Para describir la respuesta del sistema es necesario caracterizar el tipo de colisión que tiene lugar en el medio, y por lo tanto la cantidad de energía que se pierde durante la misma. Dicha colisión depende de los materiales de los objetos involucrados, normalmente mientras más duros (o menos deformables) son los objetos menos energía se pierde ya que el tiempo de interacción es más corto [36] y el área de contacto es menor por lo que la fricción actúa brevemente. En objetos de este tipo (como es nuestro caso) la colisión se considera “instantánea” y está bien definida sólo con el coeficiente de restitución ϵ que puede ser calculado a partir de la razón del cambio de velocidades de las partículas.

$$\epsilon = -\frac{v'_k}{v_k}, \quad (2.1.1)$$

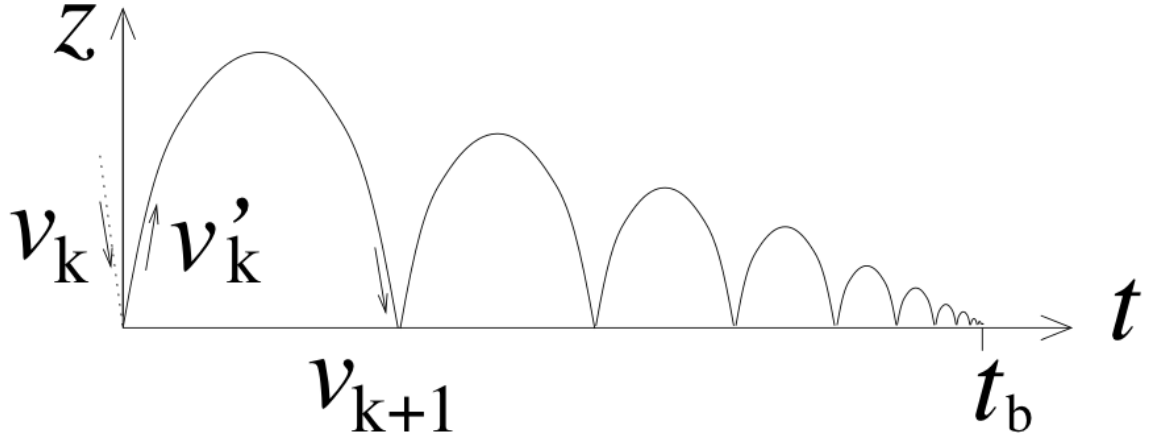


Figura 2.1: Esquema de la altura, z , alcanzada por una partícula rebotando sobre una plataforma plana como función del tiempo t . t_b es el tiempo en el que la partícula pierde toda su energía cinética. v_k y v'_k son las velocidades de la partícula antes y después del k -ésimo rebote. Reimpreso de [32].

donde la partícula $k = 1, 2$ de masa m_k posee una velocidad de magnitud v_k y v'_k justo antes y después de la colisión. La relación 2.1.1 se obtiene al considerar el hecho de que a falta de fuerzas externas el momento lineal total del sistema se conserva y es igual a cero (visto desde el marco de referencia del centro de masa), es decir $|m_1 v_1 + m_2 v_2| = |m_1 v'_1 + m_2 v'_2| = 0$, entonces puede obtenerse que $v_1 = -(m_2/m_1)v_2$ y $v'_1 = -(m_2/m_1)v'_2$ [32]. Así:

$$\epsilon = -\frac{m_1 v'_1 - m_2 v'_2}{m_1 v_1 - m_2 v_2} = -\frac{-m_2 v'_2 - m_2 v'_2}{-m_2 v_2 - m_2 v_2} = -\frac{v'_2}{v_2} = -\frac{v'_k}{v_k}.$$

La ecuación 2.1.1 es válida también para una partícula que colisiona con una superficie plana de masa “infinita”. Si estudiamos el movimiento de una esfera rebotando sobre una superficie rígida, sumergida en un campo gravitatorio g (en la figura 2.1 se muestra el esquema del movimiento). Al dejarla caer desde una altura h_i y, si para el siguiente rebote la esfera alcanza una altura h_f , las velocidades de la partícula justo antes y después del contacto con la superficie serán $v = \sqrt{2gh_i}$ y $v' = -\sqrt{2gh_f}$, respectivamente. Al sustituir esto en la ecuación

(2.1.1) se obtiene:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{h_f}{h_i}}. \quad (2.1.2)$$

El coeficiente de restitución se halla comúnmente comprendido entre 0 y 1, siendo 1 el valor asociado a colisiones totalmente elásticas y 0 a colisiones totalmente inelásticas; valores mayores que 1 implicarían que la velocidad final es mayor a la velocidad inicial por lo tanto la partícula ganó energía durante la colisión, un ejemplo de esto es el caso de un objeto duro que colisione de forma oblicua² con una superficie muy elástica y que durante la colisión la superficie se deforme momentáneamente regresando luego a su posición original, donándole una cierta cantidad de energía a la partícula ([36], [28]). El caso de un coeficiente de restitución negativo indica que la partícula atravesó la superficie ya que no hubo cambio de dirección en su desplazamiento [23].

2.1.2. Fracción de llenado

En un medio granular cualquiera, el número de colisiones que tendrán las partículas en un intervalo de tiempo dado va a depender, entre otras cosas, de la cantidad de partículas que se hallen a su alrededor y del espacio disponible que tengan para moverse; para cuantificar esto se define la fracción de llenado ϕ , que determina la porción del espacio total que se encuentra ocupado por los granos. En este trabajo nos enfocamos en espacio superficial y no volumétrico por lo que la fracción de llenado se define como:

$$\phi = \frac{\sum_{i=0}^N A_i}{A_T},$$

donde N es el número total de partículas, cada una de área A_i , dispuestas en un contenedor de área A_T . En nuestro caso el medio está conformado por N esferas de radio σ dispuestas

²Existe un valor del ángulo de impacto (que depende de las superficies) a partir del cual ya no se observa dicho fenómeno.

dentro de un contenedor cilíndrico de radio R , así que la fracción de llenado utilizada viene dada por:

$$\phi = \frac{N\pi\sigma^2}{\pi R^2}. \quad (2.1.3)$$

En muchos casos en la literatura se emplea, en lugar de ϕ , una fracción de llenado ordenada ρ ; esta cantidad también proporciona una medida del espacio disponible, pero considerando el ordenamiento de las esferas en el recipiente y se obtiene del cociente del número de esferas presentes, N , entre el máximo número de esferas, N_{max} , que caben en el contenedor al ser ordenadas hexagonalmente de forma compacta

$$\rho = \frac{N}{N_{max}}. \quad (2.1.4)$$

Con el fin de realizar una comparación entre ambas fracciones de llenado, ϕ y ρ , se presentan en el cuadro 2.1 los máximos valores que pueden alcanzar cada una de estas cantidades en los casos de 1, 2 y 3 dimensiones. Como puede observarse la fracción de llenado ϕ sólo puede lograr el valor 1 en el caso unidimensional, esto se debe a que la forma de las partículas promueve la aparición de espacios vacíos entre ellas, disminuyendo el área que pueden ocupar (ver espacios entre esferas en los arreglos de la figura 2.2). El máximo valor de ϕ en 3-dimensiones (0.74) es obtenido a partir de un arreglo fcc (face centered cubic) o hcp (hexagonal closed packed) siendo ambos equivalentes en densidad pero distintos en cuanto a la orientación de las capas de partículas que los componen[39], ver figura 2.2.

Cuadro 2.1: Valores máximos de la fracciones de llenado ϕ y la fracción de llenado ordenada ρ extraídos de [31].

Caso	ϕ	ρ
Unidimensional	1	1
Bidimensional	0.91	1
Tridimensional	0.74	1

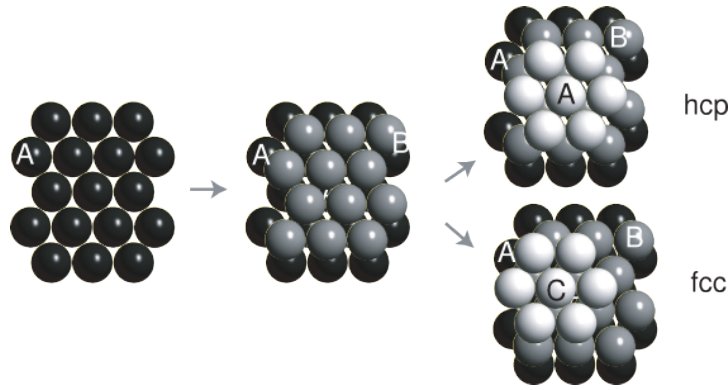


Figura 2.2: Esquema del arreglo de capas de esferas de un mismo tamaño para lograr un ordenamiento con máxima fracción de empaquetamiento. Cada capa está constituida por arreglos similares de esferas, las etiquetas A, B y C diferencian la ubicación de cada capa en los arreglos hcp y fcc. Extraído de [9].

Los valores expuestos en el cuadro 2.1 corresponden a un medio constituido por partículas idénticas. Se ha mostrado que para un medio formado por esferas de dos tamaños distintos se pueden obtener fracciones de llenado (ϕ) superiores a 0.74 [37]. Otro aspecto interesante de la fracción de llenado es que se considera una variable intensiva debido a que representa una proporción del espacio ocupado así que no aumentan al incrementar el tamaño del sistema (muy en la tradición cristalográfica), sin embargo se ha observado que varía debido a efectos de borde[51, 50].

2.2. Medios granulares bajo vibración

Los materiales granulares presentan una irreversible disipación de energía a través de las colisiones entre partículas así que para mantener un comportamiento activo tienen que ganar energía de fuentes externas como la gravedad o la agitación; también se pueden emplear campos eléctricos y magnéticos y flujos de fluidos intersticiales para excitar las partículas [24]. En este trabajo el sistema bajo estudio es sometido a vibraciones verticales, lo que permite obtener estados “estables” en los que la energía disipada mediante colisiones sea compensada con la energía suministrada al sistema a través de la vibración.

Debido a que, en este caso, las oscilaciones verticales son de forma senoidal, se utiliza como parámetro de control la aceleración máxima adimensional Γ , que proporciona una medida de la cantidad de energía introducida al sistema y corresponde a la aceleración máxima que puede tener la plataforma mientras se halla bajo la influencia de la fuerza gravitatoria y la fuerza de vibración externa. Es decir, es la razón de la amplitud de aceleración generada por la vibración y la amplitud de la aceleración debida a la gravedad

$$\Gamma = \frac{X_{max}(2\pi\nu)^2}{g}, \quad (2.2.1)$$

donde X_{max} y ν son la amplitud y frecuencia de vibración y g el valor de la gravedad.

De la ecuación (2.2.1) puede verse que si $\Gamma < 1$ la aceleración producida por la gravedad es mayor que la generada por la vibración de forma tal que un objeto colocado sobre una plataforma cuya aceleración máxima adimensional se encuentre en ese rango no debería separarse de la superficie. Sin embargo este comportamiento depende de las propiedades de ambos objetos, como ejemplo de ello se tiene que una esfera rígida que se halla vibrando sobre una membrana elástica puede comenzar a rebotar con valores de Γ incluso un poco mayores a 0.5 [19].

2.3. Estados y fases en un medio

La configuración de los átomos, moléculas o partículas que componen un medio, ya sea sólido o líquido, determina su estado. Ahora bien, si la formación de distintas configuraciones de las partículas producen variaciones notables en las propiedades del medio se dice que constituyen diferentes fases. En general pueden ser observados distintos arreglos de átomos, moléculas o partículas en las mismas sustancias dotándolas de diferentes propiedades; a cada una de éstas configuraciones se les atribuye una fase distinta. Usualmente una transición de fase se manifiesta a través de una serie de eventos físicos asociados, en la mayoría de los casos, la transición está acompañada de “calor latente” y discontinuidad de alguna de las

variables que caracterizan cada fase (por ejemplo, la densidad en la transición líquido-sólido). Sin embargo se han observado transiciones sin estas características [43].

Una transición de fase es inducida por cambios en el entorno que modifiquen una variable termodinámica intensiva que caracterice al sistema ya sea, cambiando la temperatura, la presión, el campo magnético o eléctrico; en nuestro caso varía la “temperatura granular” a través de la agitación externa (ver cuadro 2.2 para una breve definición de temperatura granular). Cuando una transición de fase ocurre, la dinámica puede tener un efecto importante sobre la sustancia y las propiedades de la nueva fase. Por ejemplo, con una fase inicial líquida se puede obtener un sólido cristalino al ir enfriando el medio pero, si el enfriamiento es muy rápido se formará un sólido desordenado.

Uno de los fenómenos más fascinantes observados en materia granular es su transición entre un estado fluidizado y uno solidificado. Un gran número de investigadores han publicado sus observaciones tanto de análisis experimentales como de simulaciones de dinámica molecular con la finalidad de ayudar a la comprensión de dicha fenomenología, realizando para ello descripciones de las fases encontradas [35, 47] y las condiciones que determinan su formación; enfocándose en la determinación de algunos parámetros de orden tales como funciones de correlación de pares de partículas [58], distribución de velocidades [14], correlación de velocidades [44] y otros parámetros [48, 15] que permitan caracterizar los estados obtenidos.

2.4. Antecedentes

Los sistemas de los trabajos experimentales que se mencionan a continuación se basan en una delgada capa de esferas idénticas duras colocada sobre una plataforma plana rígida que es sometida a vibraciones verticales en forma senoidal utilizando un vibrador electromagnético. Generalmente emplean lazos de control que les permite mantener las condiciones de vibración constantes y reproducibles, y con una cámara fotográfica inspeccionan las posi-

Cuadro 2.2: Definición de temperatura granular

Temperatura Granular

En la teoría cinética de los gases se establece que la distribución de velocidades de las partículas viene bien definida por la distribución de Maxwell-Boltzmann $e^{-v^2/2\kappa T}$ donde κ es la constante de Boltzmann, esta distribución puede ser considerada como la distribución de velocidades que puede tener una sola partícula en largos períodos de tiempo o como la distribución de velocidades que muestran todas las partículas del gas en un instante dado.

A partir de dicha distribución se extrae la definición de temperatura $T = \frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle / \kappa$ donde v es la velocidad de una partícula respecto al centro de masa del conjunto de partículas o respecto de la velocidad promedio del sistema (para el caso de un sistema formado por partículas idénticas) y el promedio es tomado sobre todas las partículas. Como puede observarse, esta definición relaciona la temperatura del gas con el promedio de su energía cinética. En analogía, debido a que en un estado agitado los medios granulares se comportan de manera similar a los gases, puede ser definida una “temperatura granular” que es generalmente tomada como el promedio de la energía cinética del sistema

$$T_g = \frac{1}{2}m \langle v^2 \rangle$$

con una constante de Boltzmann ajustada a 1 (extraído de [14]). Dicha energía cinética promedio es proporcional a las fluctuaciones de las velocidades de las partículas respecto de la velocidad promedio del sistema. Esta definición de temperatura granular es un planteamiento “dinámico”, pero existe otro concepto en medios granulares que define una temperatura para medios granulares estáticos, utilizando un ensamble de partículas propuesto por Edwards *et al.*. Para una breve descripción de estos conceptos puede verse [13] y [21]

ciones y velocidades de las partículas manteniendo un registro de todas las condiciones.

Si la capa de granos posee una altura que no excede el diámetro de una partícula se denomina monocapa granular y es una configuración ampliamente estudiada debido a que permite el estudio del movimiento de todas las partículas que componen el medio, sin embargo las amplitudes de vibración deben mantenerse bajas de manera que las partículas no comiencen a pasar unas sobre otras.

2.4.1. Detección de distintas fases al disminuir la amplitud de vibración del sistema

En 1998 Olafsen y Urbach [40] emplearon esferas de 1 mm de diámetro de acero inoxidable tipo 302 (material no magnético) dispuestas sobre un plato de aluminio circular de 20 cm de diámetro, definiendo un coeficiente de restitución de $\epsilon = 0,9$. Olafsen y Urbach observaron que se podía introducir mediante vibración la energía necesaria para que la monocapa se comportara como una especie de “gas” y, que al ir *disminuyendo* progresivamente la amplitud de vibración se forman pequeños agrupamientos de esferas con velocidades menores a las de las partículas en estado gaseoso que fluctúan a su alrededor. Si se continua disminuyendo la amplitud de vibración dichos agrupamientos van aumentando de tamaño (el número de partículas en el grupo se hace cada vez mayor) hasta que, debido a las múltiples colisiones, alguno de los grupos alcanza un estado “colapsado” en el que todas las esferas que lo componen se encuentran en contacto y en reposo con respecto al plato. Dicho colapso se halla típicamente en coexistencia con un gas de partículas, ver figura 2.3.

Olafsen y Urbach construyeron dos diagramas de fases de Γ en función de la frecuencia de vibración en el que se muestran los valores de aceleración para los que se obtiene una fase colapsada a medida que se va disminuyendo la amplitud de vibración. Dichos diagramas (mostrados en la figura 2.4) fueron realizados para dos valores diferentes de la fracción de llenado ordenada³, $\rho = 0,463$ y $\rho = 0,839$, y observaron que al aumentar la fracción de llenado aparece, para frecuencias mayores a 70 Hz, un nuevo estado de fase en el que las esferas

³Obtenida con la ecuación 2.1.4, donde $N_{max} = 17275$.

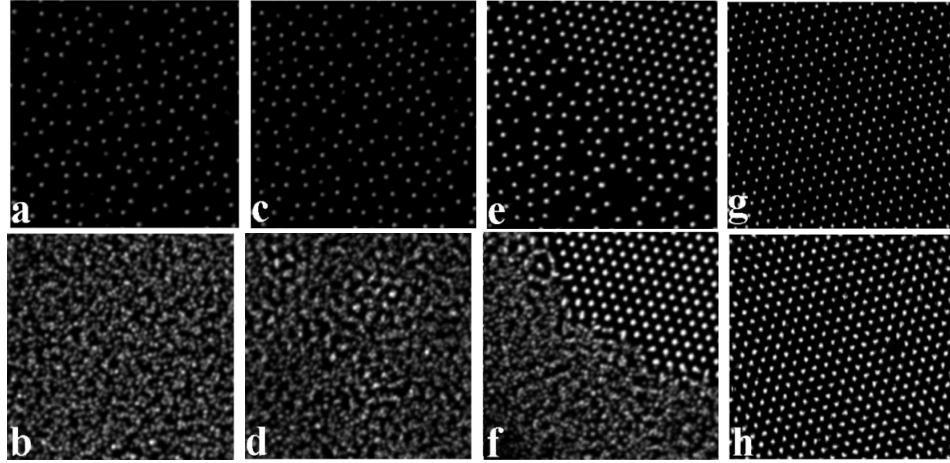


Figura 2.3: Fotografías instantáneas (arriba) y promedio (abajo). (a) y (b) Distribución típica uniforme de partículas en fase gaseosa ($\Gamma = 1,01$). (c) ($\Gamma = 0,8$). Los agrupamientos se ven como puntos de alta intensidad en (d), representando paquetes de partículas más lentas. (e) Porción de colapso ($\Gamma = 0,76$). (f) Muestra que las esferas en colapso están estacionarias y en contacto entre sí, mientras que las partículas en el gas se hallan en movimiento. (g) y (h) Ordenamiento hexagonal para un sistema de alta densidad en el que todas las partículas permanecen en movimiento. Reimpreso de [40].

forman un arreglo hexagonal pero permanecen en movimiento (reflejado por el hecho de que los puntos se ven más gruesos en la imagen promedio), figuras 2.3(g) y 2.3(h). Una descripción detallada se presenta en las versiones extendidas del trabajo de Urbach y Olafsen [56, 55].

Para cuantificar el comportamiento del sistema calculan funciones de correlación de pares y distribuciones de velocidades para las partículas en distintos estados, observando que el sistema gasificado exhibe una distribución de velocidades no gaussiana (ver figura 2.5 izquierda); atribuyen este comportamiento a inestabilidades de densidad producidas por la alta disipación de energía mediante colisiones entre partículas. Inferen que la formación de los agrupamientos en el espacio real crea regiones de alta densidad de partículas (por lo que la disipación será mayor) generando en el espacio de fases, regiones de baja velocidad mucho más pronunciadas. En el artículo [55] obtienen las distribuciones de velocidades para un sistema restringido verticalmente, mostrando que a medida que se aumenta el valor de Γ la

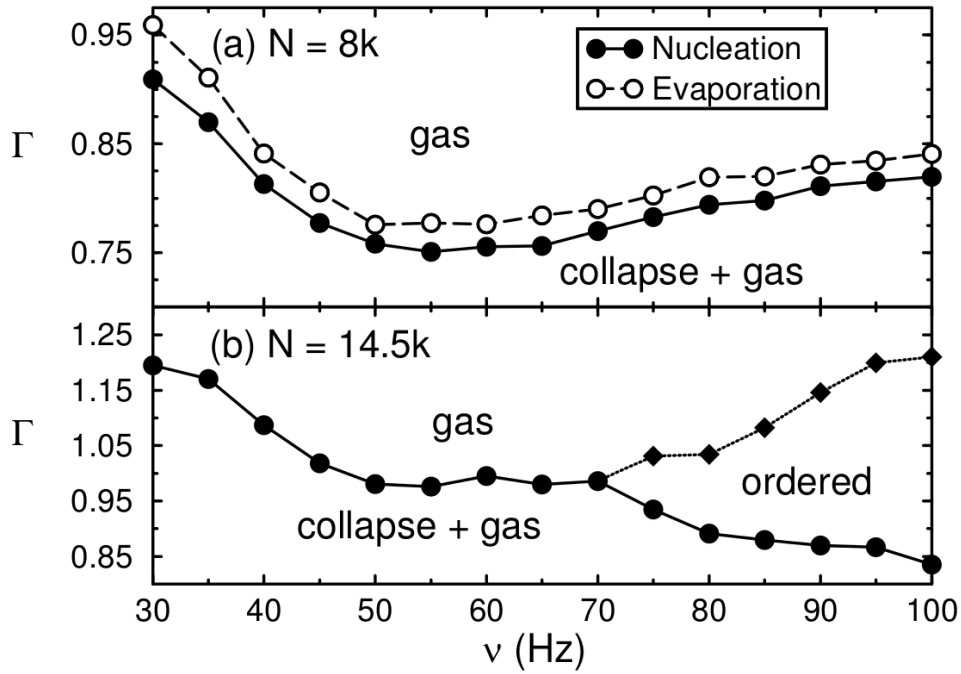


Figura 2.4: Diagrama de fases obtenido para (a) $N = 8000$ partículas y (b) $N = 14500$ partículas. Los círculos negros denotan la aceleración donde el colapso se genera. Los círculos blancos en (a) indican el punto donde el colapso desaparece al aumentar la aceleración. Los diamantes en (b) muestran la transición al estado ordenado (ver figuras 2.3(g) y 2.3(h)) a medida que la aceleración es reducida. Reimpreso de [40].

distribución tiende a una gaussiana.

La figura 2.5 (derecha) muestra que a medida que el sistema se “enfía” la correlación entre las posiciones de las partículas aumenta, observando además que la correlación en la fase gaseosa es muy parecida al resultado obtenido para un gas de esferas duras en equilibrio. En los artículos [55] y [41] se muestra que la correlación entre partículas va disminuyendo a medida que Γ aumenta, sin embargo muestran que al restringir el desplazamiento de las partículas con una tapa la función de correlación permanece invariante a valores altos de Γ , concluyendo que la disminución en la misma se debe mayoritariamente a la pérdida de bidimensionalidad del sistema. Las funciones de correlación mencionadas fueron calculadas usando

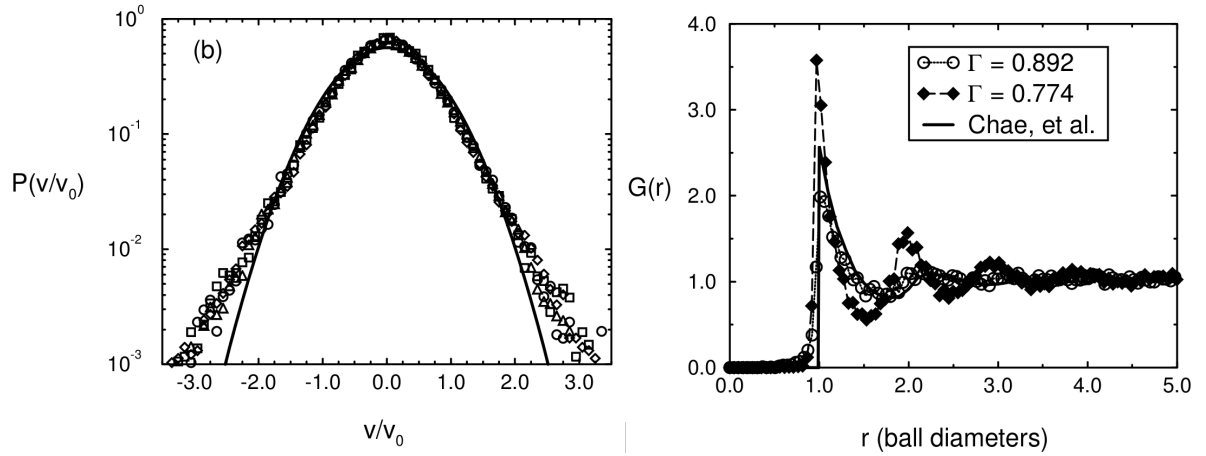


Figura 2.5: A la izquierda: Distribuciones de velocidades de las partículas a escalas logarítmicas, la línea continua corresponde a una distribución gaussiana, los puntos muestran los datos obtenidos experimentalmente para ($\circ$) $\Gamma = 1,01$, ($\square$) $\Gamma = 0,80$, ($\diamond$) $\Gamma = 0,76$ para $N = 8000$ y $\nu = 70\text{Hz}$; ($\triangle$) $\Gamma = 1,00$ para $N = 14500$ y $\nu = 90\text{Hz}$. A la derecha: Funciones de correlación partícula-partícula medidas comparadas con el resultado del cálculo de Monte Carlo para un gas de esferas duras 2D obtenido en ref [16]. Reimpreso de [40].

la ecuación:

$$G(r) = \frac{\langle d(0)d(r) \rangle}{\langle d \rangle^2}, \quad (2.4.1)$$

donde d es la densidad de partículas, $d(r)$ la densidad de partículas a una distancia r de una partícula de referencia ubicada en 0. La función de correlación proporciona una medida de la probabilidad de que dos partículas se encuentren separadas por una distancia dada, ofreciendo información en cuanto a la configuración de las partículas en el medio; por ejemplo, la función de correlación de pares calculada para un sólido cristalino presentaría diversos máximos en $r = n\alpha$, siendo α la separación media entre partículas. Un sistema en fase gaseosa no muestra una función de correlación de pares estructurada sino que tiende a ser constante, es decir las partículas tienen igual probabilidad de encontrarse en cualquier sitio.

A través de simulaciones de dinámica molecular Nie *et al.* [38] observaron la formación de estados que muestran agrupamientos de partículas (ver figura 2.6), tales como los

descritos en los párrafos anteriores, corroborando que los resultados obtenidos en [40] se deben a inestabilidades producidas en la monocapa granular y no a perturbaciones adicionales inducidas por la metodología experimental. Las partículas en los agrupamientos observados están estacionarias, es decir, es un colapso de partículas con ordenamiento hexagonal. Las características del sistema que utilizaron en su sistema se muestran en el cuadro 2.3.

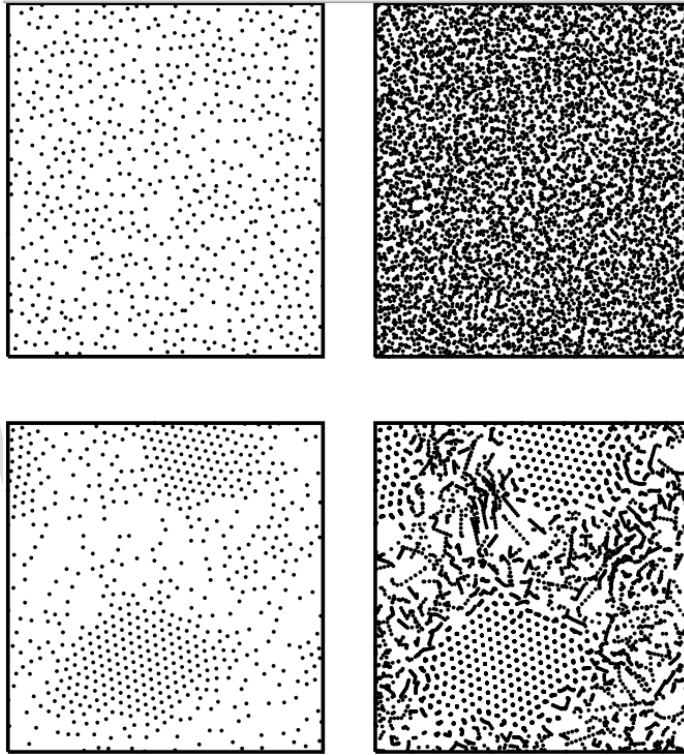


Figura 2.6: Posiciones instantáneas de las partículas (izquierda) y promedio de posiciones sobre 100 ciclos de oscilación consecutivos (derecha) para $\Gamma = 1,0$ (arriba) y $\Gamma = 0,6$ (abajo). Reimpreso de [38].

Nie *et al.* hacen una analogía entre la monocapa y un sistema de partículas en un gas ideal, relacionando las fluctuaciones de las velocidades de cada partícula respecto de la velocidad promedio del sistema con la “Temperatura granular” (concepto explicado en el cuadro 2.2); y ya que las esferas se mueven tanto vertical (debido a la vibración) como horizontalmente (debido a las colisiones entre partículas) pueden definir una temperatura horizontal y una

Cuadro 2.3: Características de la simulaciones de dinámica molecular utilizada por Nie *et al.* en [38]

Nie *et al.* utilizaron un sistema que consiste en un ensamble de N partículas idénticas de masa m , diámetro σ y momento de inercia $I = \frac{2}{5}m(\frac{\sigma}{2})^2$. Las simulaciones integran las ecuaciones de movimiento para los momentos lineal y angular $m\ddot{\mathbf{r}}_i = \sum_{j \neq i} \mathbf{F}_{ij} + mg\hat{z}$, y $I\dot{\mathbf{w}}_i = \sum_{j \neq i} \mathbf{r}_{ij} \times \mathbf{F}_{ij}$, respectivamente. Donde $\mathbf{r}_i$ es la posición de la i -ésima partícula, $\mathbf{w}_i$ es su velocidad angular y g es la aceleración gravitatoria. La fuerza de contacto entre dos partículas es $\mathbf{F}_{ij}^n = \mathbf{F}_{ij}^{rest} + \mathbf{F}_{ij}^{dis}$, una fuerza de restitución $\mathbf{F}_{ij}^{rest} = Ym_i(|\mathbf{r}_{ij}| - \sigma)\mathbf{r}_{ij}/|\mathbf{r}_{ij}|$, donde Y es el módulo de young. Una fuerza disipativa $\mathbf{F}_{ij}^{dis} = -\gamma_n m_i \mathbf{v}_{ij}^n$. La fuerza tangencial es la fuerza de fricción $\mathbf{F}_{ij}^t = \mathbf{F}_{ij}^{cizalla} = -\gamma_s m_i \mathbf{v}_{ij}^t \cdot \mathbf{v}_{ij}^n = (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ij})\mathbf{r}_{ij}/|\mathbf{r}_{ij}|^2$ y $\mathbf{v}_{ij}^t = \mathbf{v}_{ij} - \mathbf{v}_{ij}^n$ son proyecciones de las velocidades relativas (en el punto de contacto) en las direcciones normal y tangencial respectivamente. Los coeficientes γ_n y γ_s corresponden a la disipación debida al movimiento relativo en las direcciones normal y tangencial, respectivamente.

Los parámetros usados fueron: $\sigma = 1,190$ mm, $g = 9,8 \text{ ms}^{-2}$, $Y = 10^7 \text{ s}^{-2}$, $\nu = 70$ Hz, $N = 2000$, $\rho = 0,463$, $\gamma_s = 100 \text{ s}^{-1}$ y $\gamma_n = 200 \text{ s}^{-1}$ y la masa de las partículas es escogida como $m = 1$. Estos parámetros fueron elegidos para ser compatibles con las condiciones descritas en [40], implicando un coeficiente de restitución de 0.95, y las interacciones entre las partículas eran controladas por los coeficientes de restitución y de fricción tangencial y normal.

vertical. Observaron que cerca del punto de transición la temperatura vertical decae varios órdenes de magnitud y la temperatura horizontal se aproxima a cero linealmente (ver figura 2.7 (izquierda)). Sostienen que esta anisotropía (diferencias entre las velocidades) es lo que genera en las distribuciones de velocidades una desviación respecto del comportamiento gaussiano. Además, observaron que existe una dependencia entre la temperatura horizontal y Γ que presenta un rango lineal

$$T_H \propto (\Gamma - \Gamma_c)$$

de un ajuste lineal $T_H = B(\Gamma - \Gamma_c)$ de la curva obtenida (ver figura 2.7 (derecha)) extraen el valor $\Gamma_c = 0,763$ que es muy cercano al valor 0,77 obtenido en [40] para el que se forma el estado colapsado.

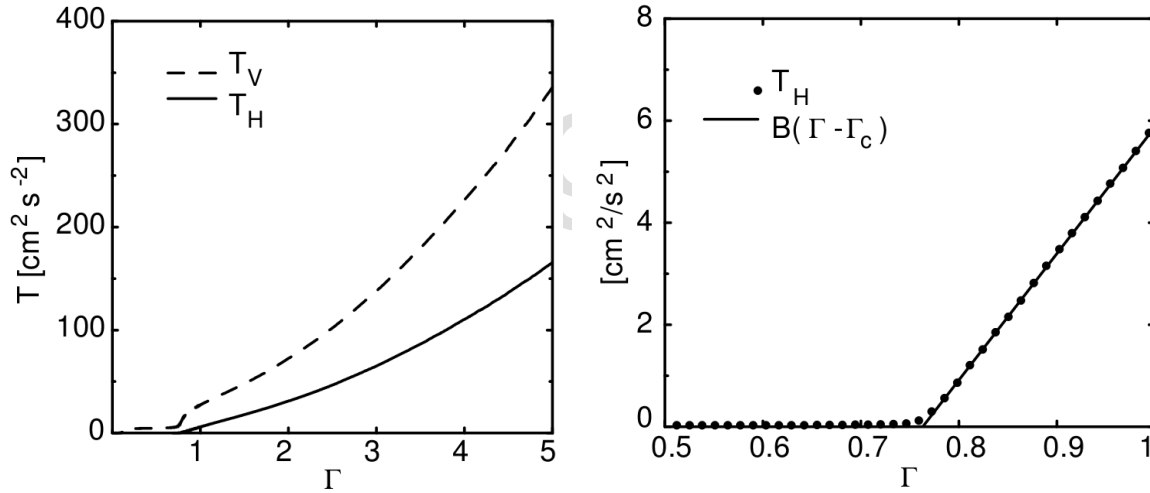


Figura 2.7: Izquierda: Temperatura vertical y horizontal vs. aceleración máxima. Derecha: Cerca del comportamiento crítico de la temperatura horizontal. La aceleración crítica fue determinada como $\Gamma_c = 0,763$.

2.4.2. Transiciones de fase tipo “sólido-gas”

La evolución hasta un estado “gasificado” fue estudiada en 1999 por Losert *et al.* [30] quienes realizaron experimentos para estudiar la transición a un estado gaseoso iniciando

desde un estado amorfo (desordenado) en reposo. Utilizaron un plato circular de aluminio de 32 cm de diámetro con 18400 esferas (lo que corresponde a una fracción de llenado $\phi = 0,5$) de acero de 1.6 mm de diámetro, con un coeficiente de restitución de 0.95. La vibración era generada a frecuencias entre 40 y 140 Hz. Observaron que existen dos maneras de obtener un estado gaseoso, la primera era que el sistema iniciara una gasificación espontánea debido a las pequeñas fluctuaciones en las velocidades de las partículas producidas por la vibración; la segunda forma era introduciendo una perturbación adicional a la vibración ya sea, mediante la introducción de una esfera rodando al dejarla caer dentro del sistema ó moviendo algunas otras partículas manualmente.

Losert *et al.* construyeron un diagrama de fases de la aceleración pico (aceleración producida por la vibración) como función de la frecuencia (ver figura 2.8), mostrando los valores de aceleración mínimos necesarios para producir una fase gaseosa tanto de forma espontánea como perturbada. La aceleración pico viene dada por $a = X_{max}(2\pi\nu)^2$ donde X_{max} es el desplazamiento de la plataforma vibratoria y ν la frecuencia de oscilación.

Las condiciones iniciales de cada experimento fueron adquiridas luego de hacer vibrar la monocapa durante 20 segundos a una aceleración pico de $a = 2g$, luego detenían abruptamente la vibración, ocasionando que las esferas perdieran rápidamente toda su energía cinética mediante colisiones, creando un sólido amorfo. Si la aceleración pico es mucho mayor que $1g$ todos los granos comienzan a moverse cuando la vibración es activada. Si a es mucho menor que $1g$, al iniciar la vibración las esferas permanecen quietas indefinidamente y en caso de moverse debido a una perturbación adicional, regresan a su estado de reposo al poco tiempo.

Para valores justo debajo de $1g$ (los valores para los que ocurre son dependientes de la frecuencia), las esferas permanecen en reposo cuando se enciende la vibración pero se puede inducir la transición a un estado gasificado luego de introducir una perturbación externa.

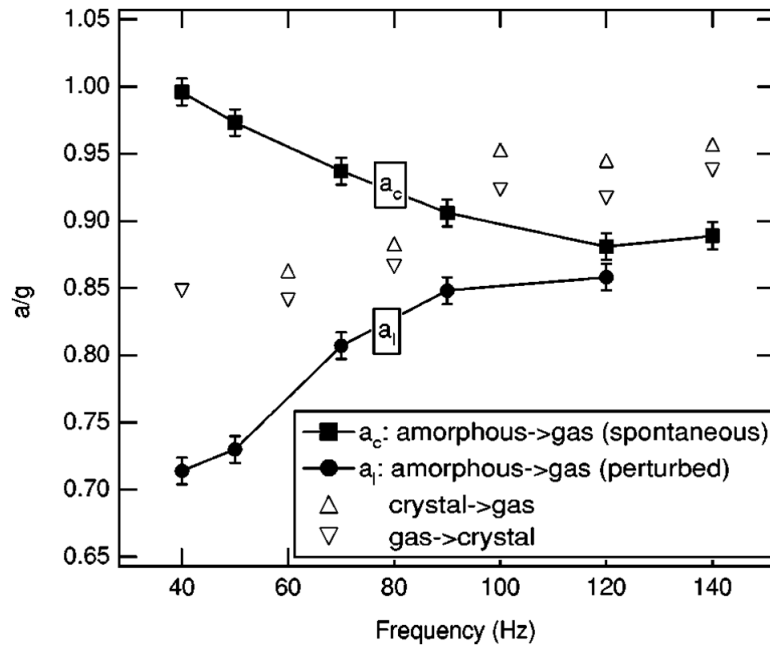


Figura 2.8: Aceleración pico normalizada por g (equivalente a la aceleración adimensional Γ de la ecuación 2.2.1) para transiciones espontáneas y perturbadas (símbolos negros). Los puntos de “congelación” y “evaporación” también son mostrados (símbolos blancos). Para bajas frecuencias, donde el punto de congelación está entre los valores a_l y a_c , la transición finaliza en una fase gaseosa por encima del punto de congelación y en una fase de coexistencia (cristal-gas) por debajo del mismo. Reimpreso de [30].

Las esferas perturbadas comienzan a moverse iniciando una transferencia de energía a las partículas vecinas que comienzan su movimiento agitando a las próximas y así sucesivamente, generando un frente expansivo. Se observa una región de interfase, un área con todas las partículas en movimiento rodeada por un área densa que marca la interfase entre el gas y el estado estático amorfo, ver figura 2.9. Establecen dos valores de aceleración, a_l y a_c , por debajo de la aceleración límite a_l ninguna perturbación externa puede generar un gas que dure durante al menos 1 minuto. Por encima de una aceleración mayor a_c se observa la generación espontánea de la transición.

Pacheco *et al.* [42], en el año 2009, mostraron evidencia experimental de sobrecalen-

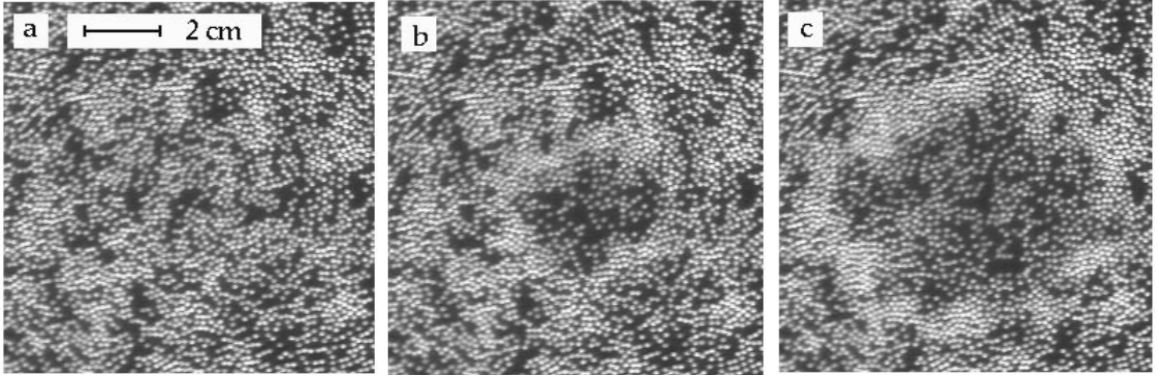


Figura 2.9: Frente de propagación durante la transición amorfo-gas a 80 Hz con $a = 0,93g$. Diferencia absoluta de imágenes capturadas con una diferencia temporal de 0.5 s. (a) Estado amorfo inicial, (b) y (c) frente de propagación inestable. Reimpreso de [30].

tamiento⁴ en una capa granular vibrada verticalmente de manera senoidal. El medio se mantenía en fase “tipo sólido” a pesar de que la fuerza de agitación era considerablemente alta; dicho “sólido” era metaestable hasta alcanzar el umbral $\Gamma^* > 1$, manteniendo su configuración con fluctuaciones individuales de esferas saltando vigorosamente, pero de manera irregular y manteniendo su posición dentro del arreglo.

El montaje experimental usado por Pacheco *et al.* consiste en un arreglo hexagonal de 720 esferas de acero, de diámetro $\sigma = 3,15 \pm 0,01$ mm, colocadas dentro de un contenedor hexagonal (fabricado de plexiglás) cuyos lados poseen una longitud de $L = 49,8 \pm 0,3$ mm; lo que genera una relación de $L/\sigma = 15,8$ y constituye una fracción de llenado de $\phi = 0,87$. Como se dijo anteriormente (cuadro 2.1) la máxima fracción de llenado posible en el caso bidimensional corresponde al valor de 0.91, así que las partículas aún tienen espacio para moverse dentro del contenedor.

El sistema es filmado a 1000 cuadros por segundo así que su evolución hasta una fase gasificada puede ser observada con facilidad; las imágenes de la figura 2.10 (a-d) muestran

⁴Fenómeno en el cual una sustancia es capaz de mantenerse de manera metaestable en estado líquido aún a temperaturas superiores a su punto de ebullición.

la sublimación de la capa, que inicia cuando una de las esferas fluctuantes en el arreglo logra escapar de su posición, generando una reacción en cadena que finaliza rápidamente con la formación del gas. Para verificar cuantitativamente el hecho de que la fase inicial del sistema es un cristal y que evoluciona hasta una fase gasificada, Pacheco *et al.* calculan la función de correlación de pares de partículas $G(r)$ ⁵ a partir de la cual ambas fases pueden ser distinguidas (ver figura 2.10 e). Los distintos máximos en la curva negra corroboran la estructura cristalina de la fase inicial; la función de correlación obtenida para la fase final está representada por la curva roja, donde se aprecia la falta de correlación entre partículas característica de un gas. En la fase gaseosa se observa que la función de correlación no se hace cero abruptamente a distancias menores que r/σ , y mantienen que esto se debe a que sólo se considera el movimiento de las partículas en el plano horizontal, sin embargo no esperan que la contribución de las posiciones de las partículas en el eje vertical produzcan fluctuaciones relevantes respecto de la función de correlación real debido a que el gas se halla bastante diluido.

La figura 2.11(a) muestra ζ vs Γ , con $\zeta = \langle \Delta z^2 \rangle^{1/2}/\sigma$, donde $\langle \Delta z^2 \rangle^{1/2}$ es la raíz cuadrada del desplazamiento cuadrático medio vertical. Para la obtención de esta curva analizan el movimiento de cinco esferas que están próximas a la pared del recipiente, sus posiciones en el eje vertical son extraídas al filmar uno de los lados del contenedor a 1000 cuadros por segundo durante 1 s. El valor de $\langle \Delta z^2 \rangle$ se calcula promediando sobre el tiempo y sobre las cinco partículas, luego se aumenta Γ y se repite el procedimiento. Cuando la “sublimación” ocurre, ζ pasa del extremo inferior de la bifurcación al extremo superior, esta cantidad puede ser vista como un parámetro similar al parámetro de Lindemann⁶. Los símbolos $\blacktriangle$ y $\triangle$ del extremo inferior en la figura 2.11a representan las fases cristalinas estable y metaestable, mientras que el símbolo $\blacktriangledown$ representa la fase gaseosa estable.

⁵Utilizando la relación 2.4.1

⁶Para un amplio rango de materiales, Lindemann encontró que un sólido se funde cuando la amplitud vibracional de sus átomos alcanza una magnitud crítica, típicamente entre el 10 % y el 15 % del espaciado interatómico. Extraído de [47]

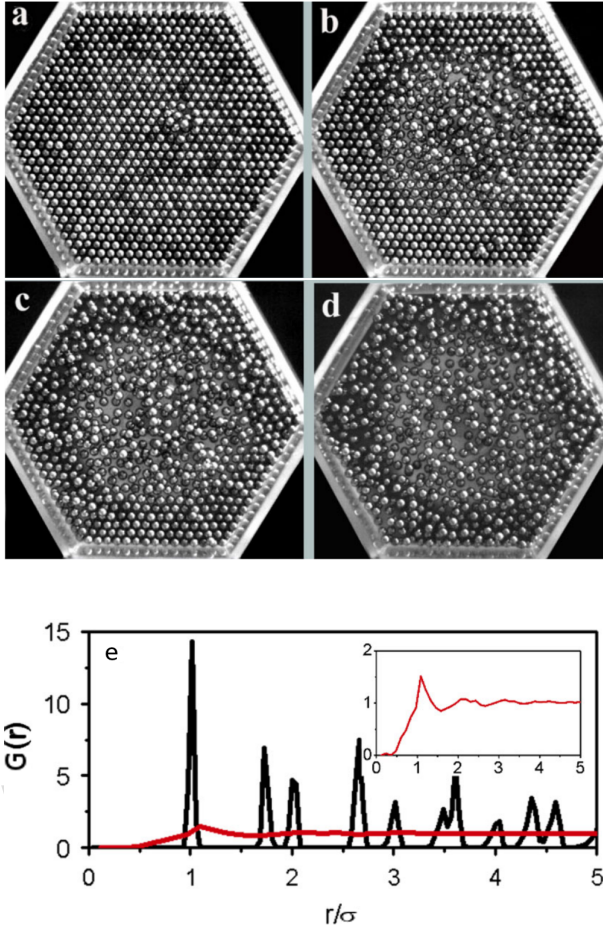


Figura 2.10

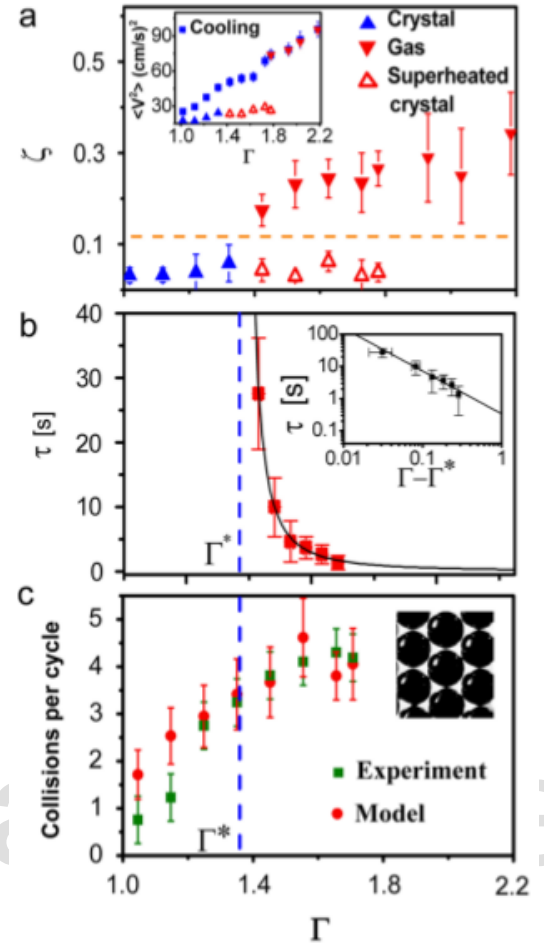


Figura 2.11

Figura 2.10: Fotografías de la evaporación del cristal a tiempo igual a 0 (a), 113 ms (b), 221 ms (c) y 479 ms (d). Imágenes capturadas para $\Gamma = 1,7$ y $\nu = 60$ Hz. (e) Función de correlación $G(r)$ antes y despues de la “sublimación”. Las características del gas y el cristal se aprecian en las curvas roja y negra respectivamente, un zoom de la fase gaseosa se inserta en la esquina superior derecha. La distancia r entre partículas es normalizada por el diámetro de las esferas σ .

Figura 2.11: (a) ζ como función de Γ a $\nu = 60$ Hz, obtenida para un sólo experimento. El promedio fue realizado sobre el tiempo y sobre varias esferas, produciendo las barras de error presentadas. La línea punteada representa el parámetro de Lindemann (~ 0.12). Arriba a la izquierda se muestra la energía cinética promedio de las fases cristalina y gasificada al enfriar el sistema. (b) Tiempo medio de vida τ de la fase metaestable versus Γ . La línea sólida representa el mejor ajuste obtenidos. (c) Número promedio de colisiones entre una partícula y su entorno (imagen a la derecha).

Si se espera el tiempo suficiente al obtener una fase cristalina metaestable se observa que la misma eventualmente evoluciona hacia una fase gaseosa; para medir el tiempo de vida τ de la fase metaestable se comienza agitando el cristal generosamente y se aumenta hasta el valor de Γ en donde se desea medir, τ será el tiempo transcurrido desde el aumento de Γ hasta que se inicia la gasificación del sistema, ver figura 2.11b. Es de esperarse que dicho tiempo de vida diverja al aproximarse al umbral Γ^* , por lo que proponen una expresión para $\tau(\Gamma)$ de la forma $\tau = p(\Gamma - \Gamma^*)^{-q}$. El mejor ajuste para ésta función, en concordancia con los puntos experimentales, es para los valores $p = (0,2 \pm 0,1)$ s, $q = (1,7 \pm 0,3)$ y $\Gamma^* = (1,37 \pm 0,02)$.

Pacheco *et al.* especulan acerca de la relación de la metaestabilidad con la disipación de energía a través de las colisiones entre partículas. La figura 2.11c muestra el promedio del número de colisiones de una esfera durante un ciclo de vibración como función de Γ , este conjunto de puntos fue medido al realizar un zoom sobre una esfera y las esferas próximas a ella (esquina superior derecha de la figura 2.11c) al filmar el sistema desde arriba e iluminando las esferas desde abajo para un mejor contraste con el fondo. Puede notarse que la transición coincide con el momento en el que número de colisiones por segundo comienzan a saturar, de donde inducen que el origen de la transición se debe a que el cristal ya no es capaz de disipar la energía introducida por la vibración.

Pacheco *et al.* sostienen que el confinamiento en el cristal impone una barrera de energía que debe ser superada para evolucionar a una fase gaseosa, así que proponen que la diferencia de las energías cinéticas en las fases cristalina y gaseosa (ver esquina superior de la figura 2.11a) viene dada por la pérdida de energía a través de las colisiones en la fase cristalina. Esto puede ser visto como cada partícula escapando de su posición, una vez que logran salir del confinamiento se alcanza inmediatamente el estado gasificado. Así, si una partícula tiene en promedio n colisiones durante un ciclo de oscilación, se puede estimar la energía cinética promedio del cristal de $\langle E_c \rangle = \epsilon^{2n} \langle E_g \rangle$ donde E_g es la energía cinética de la fase

gaseosa; dicha relación permite expresar n en términos de la energías cinéticas como

$$n = \frac{\ln(< E_c > / < E_g >)}{2 \ln(\epsilon)},$$

con este modelo calculan los valores graficados en la figura 2.11c.

El rol de la disipación en el estado metaestable puede ser confirmado al considerar una mezcla de dos tipos de esferas con distinto coeficiente de restitución. En la figura 2.12(a y b) se muestra un cristal de esferas de teflón ($\epsilon = 0,7$) y de acero ($\epsilon = 0,92$) vibrado a $\Gamma > \Gamma^*$. Ya que las esferas de teflón son más disipativas, el cristal que ellas forman es más estable así que las esferas de acero subliman primero. Sin embargo, debido a la diferencia de masas de las partículas, una vez que se inicia la sublimación las esferas de teflón son fácilmente agitadas por las esferas de acero. En la figura 2.12c se tiene un arreglo con un hueco en el centro obtenido luego de retirar siete esferas del centro del arreglo, debido a la existencia de esa superficie “libre” la fusión es heterogénea y el sobrecalentamiento no es observado. Si las siete esferas son retiradas de distintos sitios en el arreglo se observa nuevamente el fenómeno de sobrecalentamiento pero el tiempo de vida τ disminuye.

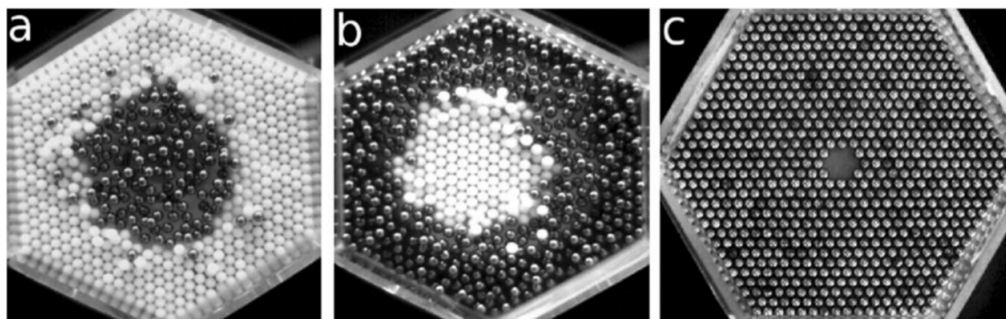


Figura 2.12: (a) Cristal hexagonal hecho con esferas de acero en el centro y esferas de teflón en la periferia, (b) el caso inverso. Debido a que la disipación es menor en las esferas metálicas, éstas se “evaporan” primero. (c) Arreglo con un hoyo en el centro, debido a la presencia de ésta “superficie libre” el sobrecalentamiento no es observado.

2.4.3. Capa granular delgada bajo vibración: un sistema fuera del equilibrio

En el año 2004 Prevost *et al.*[45], mostraron evidencia de un comportamiento fuera del equilibrio en una capa granular confinada entre dos platos horizontales paralelos vibrando verticalmente; la capa es constituida por esferas de diámetro $\sigma = 1,59$ mm y el espaciado entre los platos de $H = 1,75\sigma$. Observaron que para un sistema con fracción de llenado ordenada ρ , entre 0.8 y 0.9, al aumentar la amplitud de vibración se produce una estructura en forma de cristal con ordenamiento cuadrado y, que para una cierta amplitud de vibración dicha estructura se vuelve estable coexistiendo con un fluido granular a su alrededor, ver figura 2.13. El cristal está formado por dos capas de granos, cada una con simetría cuadrada. Las esferas en la capa superior están posadas sobre los centros de los cuadrados formados por las esferas en la capa inferior.

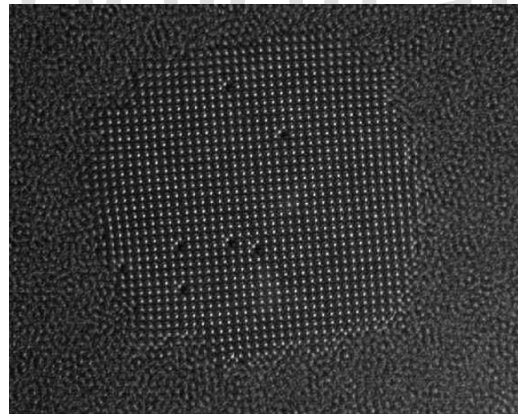


Figura 2.13: Promedio temporal (sobre 1 s) de las posiciones de las esferas. Se observa la capa superior del cristal y los espacios vacíos ($X_{max} = 0,085\sigma$, $\rho = 0,9$, $\nu = 80\text{Hz}$). Reimpreso de [45].

La coexistencia de dos fases en equilibrio requiere que ambas fases presenten iguales condiciones de temperaturas, presiones (además de correcciones de tensión superficial) y potenciales químicos. Así que para evaluar tales condiciones midieron la temperatura granular, mediante el promedio de las fluctuaciones de la velocidad horizontal de las partículas, y

obtuvieron que (como se muestra en la figura 2.14) la temperatura granular es menor en el cristal que en líquido que lo rodea. Los valores de temperatura fueron calculados también con simulaciones de dinámica molecular, de donde pudo obtenerse también la presión en ambas fases.

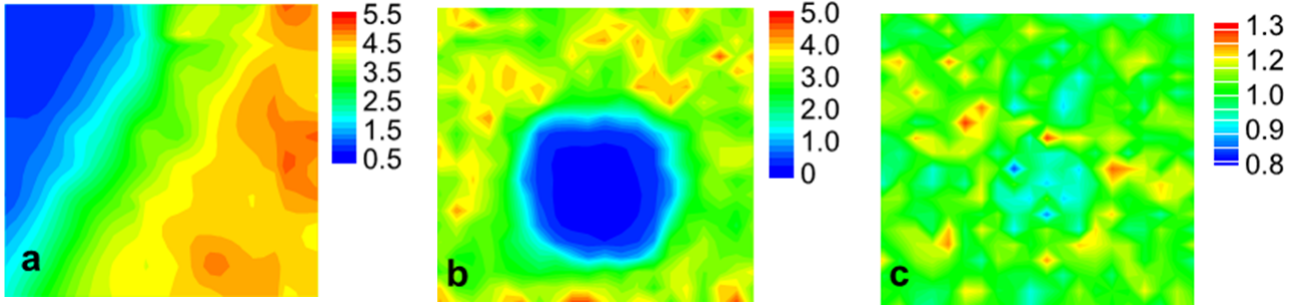


Figura 2.14: (a) Gradiente de temperatura en la interfase, medida experimentalmente promediada en 40 s. El cristal está en la esquina superior izquierda. ($\rho = 0,85$, $\nu = 60\text{Hz}$, $X_{max} = 0,154\sigma$) (b) Gradiente de temperatura y (c) presión obtenido de simulaciones. El cristal está en el centro de la imagen. Reimpreso de [45].

Prevost *et al.* utilizan la expresión virial [46] para calcular la presión del sistema

$$PV = NT + \frac{1}{D} \left\langle \sum_{i=1}^N r_i \cdot F_i \right\rangle,$$

donde V es el volumen, T la temperatura promedio, N el número de partículas, D la dimensionalidad del sistema y r_i y F_i son la posición y la fuerza ejercida sobre la partícula i . Para un sistema bidimensional, como este caso resulta

$$PS = NT_g + \frac{1}{2} \left\langle \sum_{i=1}^N r_i \cdot F_i \right\rangle,$$

con S la superficie del sistema y T_g la temperatura granular. Las interacciones partícula-partícula, partícula-plato y partícula-tapa están caracterizadas por tres fuerzas: Una fuerza de restitución elástica, una fuerza normal disipativa (proporcional al coeficiente de restitución) y una fuerza de fricción disipativa tangencial. También mostraron que la amplitud

necesaria para obtener una fase cristalizada varía con la frecuencia hasta llegar a un valor “constante” a altas frecuencias, ver figura 2.15 (izquierda).

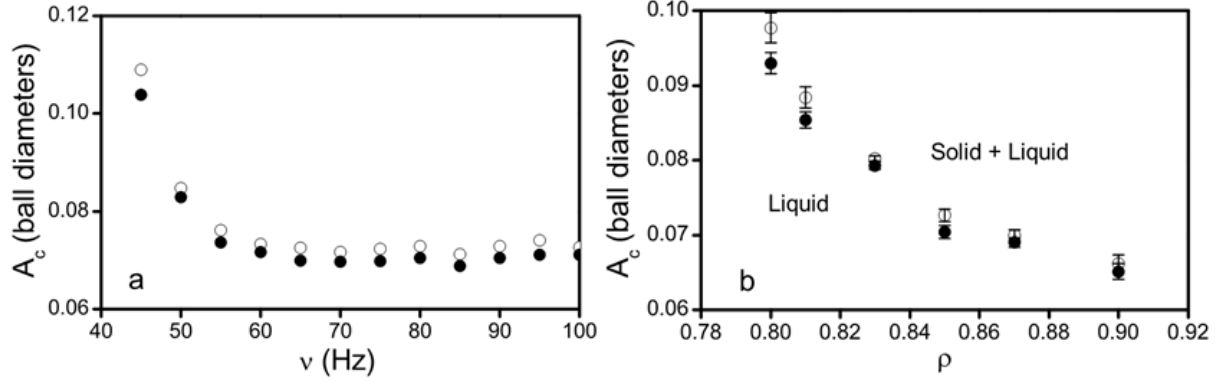


Figura 2.15: (a) Amplitud crítica A_c vs. frecuencia, en la formación ($\circ$) y evaporación ($\bullet$) del cristal, con $\rho = 0,85$ (b) Valor del plateau de A_c en función de ρ .

El número de partículas en el cristal N_c varía linealmente con ρ (ver figura 2.16) y al extrapolarlo a cero se extrae el valor $\rho = 0,78$. Asumiendo que las densidades del cristal y el líquido son independientes del tamaño del cristal, el área A ocupada por el cristal de densidad ρ_C debe satisfacer la relación

$$\frac{A}{A_T} = \frac{(\rho - \rho_L)}{(\rho_C - \rho_L)}, \quad (2.4.2)$$

donde A_T es el área total del plato, así que $N_C \propto (\rho - \rho_L)$. El valor de ρ_L obtenido de extrapolar a $N_C = 0$ concuerda con mediciones directas de la densidad del líquido granular en la región de coexistencia.

2.4.4. Factores adicionales que afectan las transiciones de fase

En el año 2005 Melby *et al.* [34] realizaron tanto experimentos como simulaciones de dinámica molecular para estudiar la dinámica de una capa delgada de esferas duras pero agregando la restricción de la tapa sobre el contenedor como en el experimento de Prevost *et al.* descrito anteriormente. Colocaron una tapa de plexiglás sobre el contenedor a una altura,

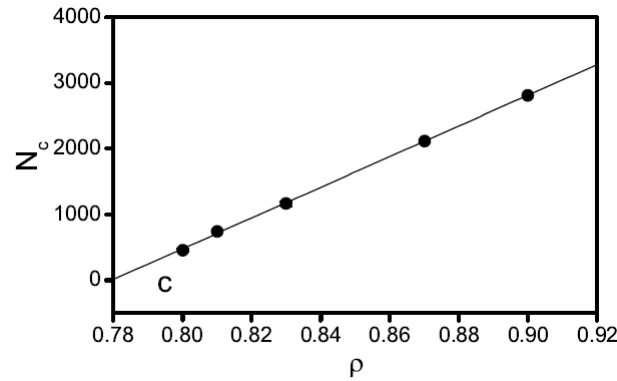


Figura 2.16: Número de esferas en el cristal, N_c como función de ρ , vibrado a $\nu = 45\text{Hz}$ y $X_{max} = 0,145\sigma$, donde σ es el diámetro de las partículas. Cada punto representa el promedio de 10 experimentos. La línea sólida es el ajuste lineal obtenido. Reimpreso de [45].

H , tal que las partículas no puedan pasar unas sobre otras y notaron que variando la altura de la tapa (con amplitud y frecuencia fijas) se presentaba la formación de distintas fases, en forma tanto de monocapas como de bi-capas (figura 2.17).

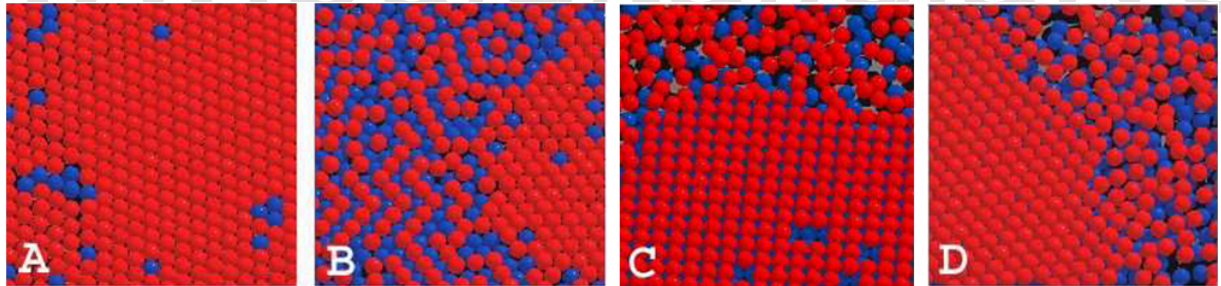


Figura 2.17: Cuatro de las fases encontradas como función de la altura de la tapa H en las simulaciones. Las partículas azules se hallan en la mitad inferior de la celda y las rojas en la mitad superior. A) $H = 1,3\sigma$ Monocapa con ordenamiento hexagonal. B) $H = 1,5\sigma$ coexistencia de fase ordenada hexagonalmente y fase fluidizada. C) $H = 1,7\sigma$ Coexistencia de fase fluidizada y bi-capa con ordenamiento cuadrado. D) $H = 1,88\sigma$ Coexistencia de fase fluidizada y bi-capa con ordenamiento hexagonal. Donde σ es el diámetro de las partículas. Reimpreso de [34].

En el año 2008 Vega-Reyes y Urbach expusieron en su artículo “The effect of inelasticity on the phase transition of a thin vibrated granular layer” [57] que luego de la formación de las

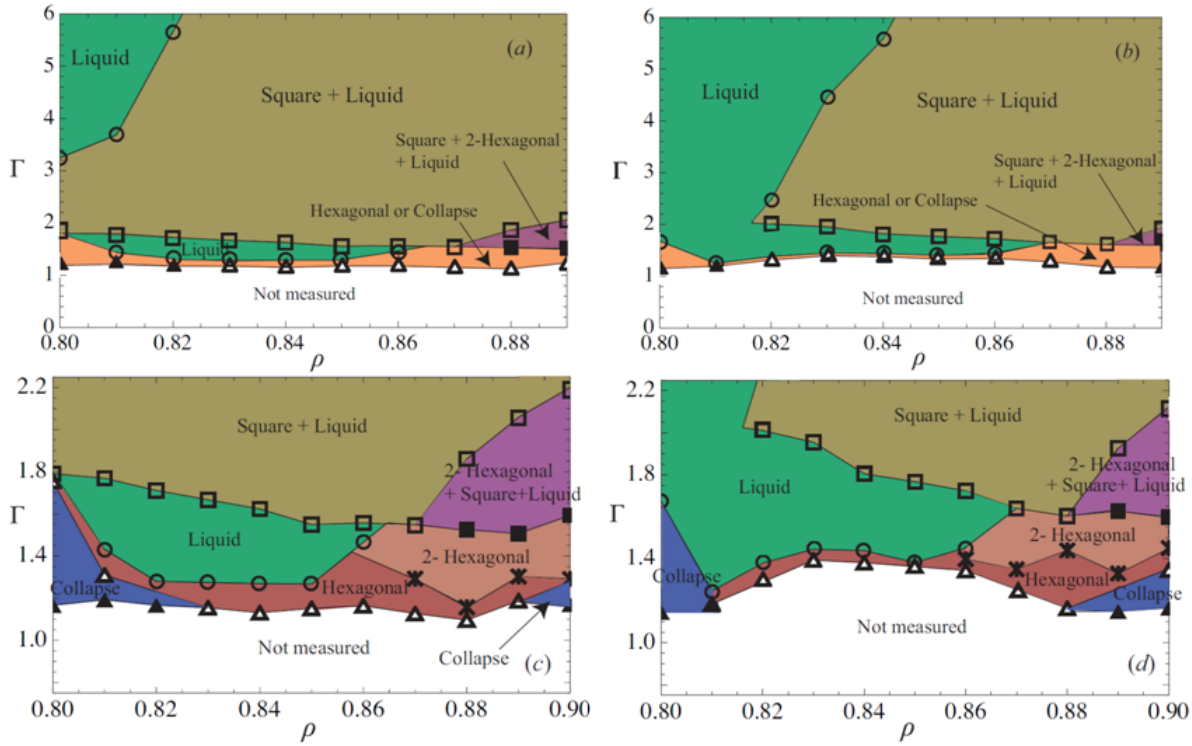


Figura 2.18: Diagrama de fases experimental para esferas de acero (izquierda) y de latón (derecha). Aceleración máxima adimensional Γ para la cual se forma cada fase vs. la densidad de partículas. Fases observadas: Colapso hexagonal ($\blacktriangle$), líquido hexagonal ($\triangle$), bi-capa hexagonal-líquido (*), líquido ($\circ$), ordenamiento cuadrado-líquido hexagonal ($\blacksquare$), cuadrado-líquido($\square$). En el panel inferior se presenta la región expandida para $\Gamma \approx 1 - 2$. Reimpreso de [57].

distintas fases descritas anteriormente (figura 2.17), si se continua incrementando la amplitud de vibración puede fundirse nuevamente la bi-capa con ordenamiento cuadrado hasta alcanzar un estado fluidizado homogéneo. Construyeron un diagrama de fases variando la fracción de llenado ordenada para dos sistemas, el primero compuesto de esferas de acero inoxidable ($\epsilon = 0,95$) y el segundo de esferas de latón ($\epsilon = 0,77$), y observaron que el cristal con ordenamiento cuadrado se “funde” en algunas regiones y que hay ciertas densidades en las que no se observa la fase ordenada para el sistema de latón, ver figura 2.18.

Vega-Reyes y Urbach realizaron simulaciones de dinámica molecular en donde las coli-

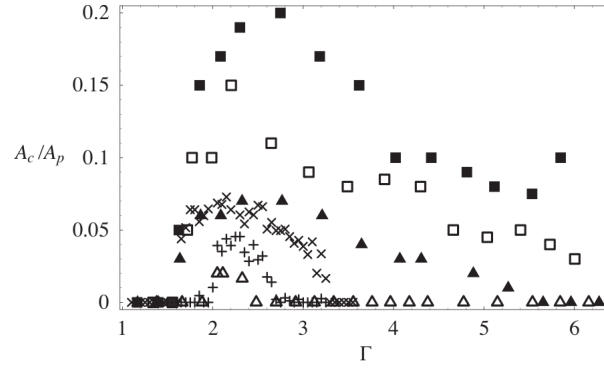


Figura 2.19: Area ocupada por la fase cuadrada, A_c , dividida por el área del plato, A_p en experimentos para densidades $\rho = 0,82$ (triángulos) y $\rho = 0,86$ (cuadrados) para esferas de latón (símbolos blancos) y esferas de acero (símbolos negros). Resultados de simulaciones para $\rho = 0,90$, $N = 2000$ y $\gamma_n = 200 \text{ s}^{-1}$ (x) y $\gamma_n = 262,5 \text{ s}^{-1}$ (+). Reimpreso de [57].

siones entre partículas están caracterizadas por tres fuerzas: Dos fuerzas normales (la fuerza de restauración elástica y la fuerza de fricción) y una fuerza tangencial (inelástica). Utilizando parámetros que simulan el comportamiento de las esferas de acero inoxidable y variando la fuerza de fricción a partir de variar la constante de proporcionalidad ⁷ investigaron el efecto del incremento de la inelasticidad. En la figura 2.19 se muestra el área ocupada por el cristal como función de la aceleración reducida, en todos los casos la formación del cristal es abrupta mientras que su desaparición es gradual, además, el área del cristal es menor para las esferas más inelásticas (latón).

Vega Reyes y Urbach observan que la región de estabilidad del cristal disminuye a medida que aumenta la inelasticidad, y que por encima de ciertos valores de γ ya no se observa la formación de la fase con ordenamiento cuadrado, ver figura 2.20. El valor de γ a partir del cual no se observa cristalización, γ_n^{crit} , depende del tamaño del sistema, pero como se observa en la figura 2.21 existe un valor de γ_n^{crit} a partir del cual no se forma cristalización para ningún tamaño del sistema.

⁷Las formas de las fuerzas se describen en [38].

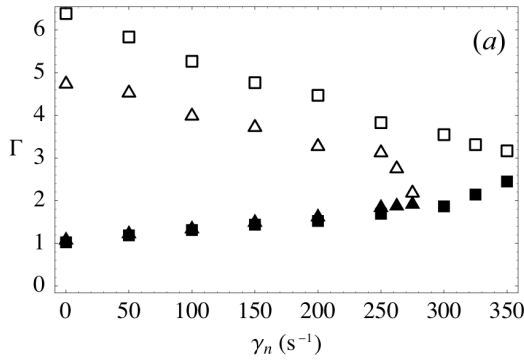


Figura 2.20

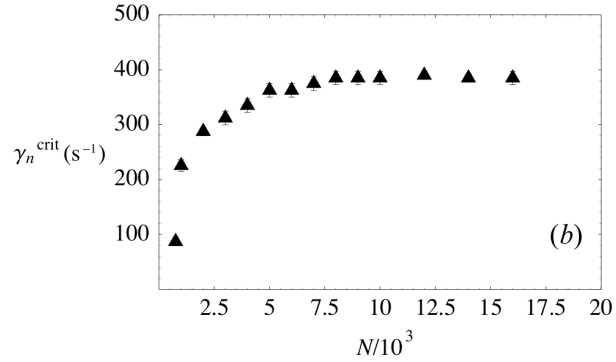


Figura 2.21

Figura 2.20: Valores de aceleración reducida para la formación de la fase cuadrada (símbolos negros) y su desaparición (símbolos blancos) variando γ_n en simulaciones con $N = 2000$ (triángulos) y $N = 6000$ (cuadros). $\rho = 0,895$, $H = 1,75\sigma$, $\nu = 60\text{Hz}$. Reimpreso de [57].

Figura 2.21: Máximo valor de γ_n para la existencia de la fase cuadrada en simulaciones de dinámica molecular con diferentes valores de N . ($\rho = 0,895$, $H = 1,75\sigma$, $\nu = 60\text{ Hz}$.) Reimpreso de [57].

2.5. Comentarios finales

En este capítulo se expuso una breve recopilación de algunos de los aspectos que intervienen en la dinámica de los medios granulares y se presentó un resumen de los trabajos más relevantes realizados con monocapas granulares vibradas verticalmente. Dichos trabajos fueron elegidos por su relación directa con los estudios que hemos llevado a cabo y por su importancia para la comprensión de los fenómenos en este tipo de medios.

El trabajo de Olafsen y Urbach [40], fue el primero en mostrar la formación de los agrupamientos y la fase colapsada en este tipo de sistemas, realizando además una caracterización de las fases tanto cualitativa como cuantitativamente (utilizando las distribuciones de velocidades y la función de correlación de pares de partículas). Nie *et al.* [38] corroboraron la formación de las fases descritas por Olafsen y Urbach. Adicionalmente suministraron información en cuanto al movimiento de las partículas en el eje vertical que no podía ser obtenida de los experimentos y presentaron la temperatura granular como otro parámetro que permite

detectar el cambio de fase en el sistema. Sin embargo, estas investigaciones fueron realizadas sólo enfriando el sistema (disminuyendo la amplitud de vibración) y no proveen mucha información acerca de la dinámica de la transición sino que se enfocan en la obtención de estados estables.

Losert *et al.* [30] fueron los primeros en estudiar la transición hacia una fase gasificada, observando la propagación de un frente de onda que genera su formación. Realizaron un estudio de la evolución espontánea e inducida de la gasificación, lo que permite detectar con mayor facilidad las condiciones requeridas para observar la transición. Pacheco *et al.* [42] también estudiaron la evolución del sistema desde un estado “sólido” hasta un estado “gaseoso”, pero al utilizar un arreglo estrechamente confinado lograron obtener cristales en estado metaestable para valores de Γ considerablemente mayores que 1. Su contribución más importante recae en el hecho de que relacionan la metaestabilidad del sistema con la disipación de energía mediante colisiones.

La investigación realizada por Prevost *et al.* [45] demuestra que la coexistencia de fases en este tipo de sistemas se encuentra fuera del equilibrio. Efectuando para ello mediciones de la temperatura granular y la presión en las fases presentes. Con estos resultados se muestra que una monocapa granular excitada mediante vibraciones verticales que presente estados de estabilidad no debería ser tratada como un sistema en equilibrio. Por último, en los trabajos de Melby *et al.* [34] y Vega Reyes y Urbach [57], se estudia cómo variaciones en el confinamiento vertical y en la inelasticidad de las esferas en el sistema pueden afectar dramáticamente la formación de las distintas fases.

www.bdigital.ula.ve

Capítulo 3

Metodología Experimental

El medio bajo estudio consiste en una monocapa granular que está conformada por cierto número de esferas idénticas (capa monodispersa) dispuestas dentro de un contenedor rígido. Dicho medio es perturbado mediante oscilaciones verticales que pueden producir variaciones en las posiciones y velocidades de las esferas. En este capítulo se describen las características del material granular utilizado así como también los detalles de los elementos que constituyen el sistema de vibración y de medición.

3.1. Equipos utilizados

En esta sección se detallan las especificaciones de los equipos empleados, exponiendo brevemente la configuración de los mismos en la realización de los experimentos. Se incluyen los elementos requeridos para proporcionar una vibración de manera controlada al medio así como también los distintos elementos que permiten registrar la evolución del medio granular ante las perturbaciones suministradas.

3.1.1. Sistema de vibración

- **Subwoofer Kicker modelo CompVR de 10".**

Conocido también como corneta o altavoz para bajas frecuencias. Este equipo posee dos

bobinas con impedancia nominal de $4\ \Omega$ cada una; dichas bobinas pueden ser usadas individualmente o conectadas en serie o en paralelo, para los experimentos realizados se conectaron en serie generando una carga total de $8\ \Omega$. La gama efectiva de frecuencia de este equipo es de (25-500) Hz y la frecuencia de resonancia es 33.2 Hz [3]. El subwoofer (ver figura 3.1) posee una membrana de superficie plástica unida a una banda flexible que le permite alcanzar un desplazamiento lineal máximo alrededor de 12,7 mm; dicha superficie es lo suficiente rígida como para soportar una masa de varios kilogramos y es allí donde se ha adherido el contenedor para el medio granular.



Figura 3.1: Subwoofer Kicker modelo CompVR de 10". Imagen extraída de [7]

■ Generador de funciones Agilent 33220A.

Este equipo (ver figura 3.2) utiliza técnicas de síntesis digitales directas para generar una salida limpia y precisa que permite obtener ondas sinusoidales con baja distorsión. El rango de frecuencias para este tipo de señales va desde $1\ \mu\text{Hz}$ a 20 MHz siendo capaz de proporcionar una amplitud entre $10\ \text{mV}_{\text{pp}}$ y $10\ \text{V}_{\text{pp}}$ [1]. Se decide utilizar una señal sinusoidal para generar la perturbación ya que con ella se puede producir un desplazamiento “suave” y periódico en la membrana de la corneta disminuyendo el de la misma; además, por ser el tipo de señal usado generalmente en la literatura es tomado como un aspecto en común al realizar comparaciones con investigaciones previas.



Figura 3.2: Vista frontal del generador de funciones Agilent 33220A.

■ Amplificador Crown Modelo XLS 602.

Este amplificador de potencia (ver figura 3.3) posee dos salidas que pueden ser usadas independientemente (modo stereo) o en conjunto (modo bridge) ofreciendo una potencia de 600 W para una impedancia de $4\ \Omega$ o, 380 W para $8\ \Omega$, por cada canal en modo stereo y 1200 W para $8\ \Omega$ en modo bridge. Amplifica la señal entregada por el generador de funciones con el fin de producir la potencia necesaria para hacer vibrar la membrana de la corneta a las amplitudes requeridas. Para los experimentos realizados se utilizó el amplificador en modo bridge y el nivel de amplificación típico usado es $3/20$ veces el valor máximo (la perilla en el tercer paso), equivalente a una potencia de 180 W [10].



Figura 3.3: Vista frontal del amplificador Crown Modelo XLS 602.

3.1.2. Elementos de medición

■ Acelerómetro PCB modelo 353B34.

Este dispositivo (ver figura 3.4) es un sensor piezoeléctrico que permite obtener de manera directa la aceleración pico de la plataforma donde se coloca. Posee una sensibilidad de $10.19\ \text{mV}/(\text{m/s}^2) \pm 5\%$. Su rango de medición es $\pm 491\ \text{m/s}^2$ y funciona

en un rango de frecuencias: 1 a 4000 Hz [4]. Es adherido directamente a la membrana del subwoofer usando una parafina que permite fijarlo temporalmente y poder someterlo a vibración sin que sean introducidos errores ocasionados por la deformación del pegamento durante la agitación.



Figura 3.4: Acelerómetro PCB modelo 353B34.

- **Acondicionador de señales PCB Piezotronics modelo 482A16.**

Este instrumento (ver figura 3.5) proporciona la potencia a la señal del acelerómetro preparándola para propósitos de almacenamiento y procesamiento. El rango de respuesta de frecuencias es desde 0.225 Hz a 100 kHz $\pm$ 0.5 % [5].



Figura 3.5: Panel frontal del acondicionador de señales PCB Piezotronics modelo 482A16.

- **Tarjeta de adquisición USB-6009 de National Instruments.**

Este dispositivo (ver figura 3.6) es capaz de adquirir señales analógicas configuradas de manera diferencial o “single-ended”, es decir usando el valor de voltaje de referencia (tierra) en común o no con la tarjeta. Adquiere señales con una resolución de 14 bits y a

una frecuencia máxima de muestreo de 48 kS/s. El valor máximo de voltaje de entrada analógica que soporta es ± 10 V en single-ended y un rango mínimo de ± 1 V [8]. En nuestros experimentos se emplea para adquirir la señal de aceleración previamente tratada con el acondicionador de señales.



Figura 3.6: Tarjeta de adquisición USB-6009 de National Instruments.

- **Cámara Pixelink PL-B741F.**

Es una cámara monocromática (ver figura 3.7) que es capaz de tomar hasta 27 fps (fotos por segundo) con una resolución de 1.3 MP (1280 x 1024). La velocidad de captura puede aumentarse al disminuir la resolución de la imagen. Este tipo de dispositivos funciona con sensores tipo CMOS, y están diseñados específicamente para aplicaciones con alto contraste (por ejemplo superficies brillantes y de alta reflexión). Requiere conexión tipo Firewire [2].



Figura 3.7: Cámara Pixelink PL-B741F.

3.2. Montaje experimental

Empleando una señal senoidal proveniente del generador de funciones (previamente amplificada) se hace vibrar la membrana del subwoofer con el fin de proporcionar la vibración al medio granular. El soporte del subwoofer es una lámina de aluminio cuadrada, de 32 cm de lado y 6 mm de espesor, con un agujero circular en el centro de 24 cm de diámetro en donde encaja el subwoofer, de manera que sólo quedan visibles el borde del mismo y la superficie superior de la membrana; el borde de la corneta es sujetado a la lámina con tornillos y arandelas de presión, para evitar movimientos que ocasionen su desnivelación. Este soporte es suspendido, empleando cuatro tornillos, sobre una caja de madera de $34 \times 34 \times 34$ cm³ que ha sido fijada a una lámina de aluminio cuadrada de 50 cm de lado. Atravesando dicha lámina se encuentran otros tres tornillos, alrededor de la caja de madera y situados de manera que sean equidistantes entre sí. Cada tornillo posee una llave estilo mariposa y están dispuestos de forma tal que sirvan de apoyo y puedan ser usados para nivelar el sistema (ver figura 3.8). Todo esto se sitúa sobre un mueble de concreto que está a su vez sobre gomas amortiguadoras para evitar que la vibración se propague de manera descontrolada. Dentro de la caja de madera se tiene una masa de aproximadamente 40 kg con la finalidad de evitar el desplazamiento de la caja debido a las vibraciones, dicha masa se encuentra a su vez sobre una goma amortiguadora para impedir que choque con la caja de madera alterando la vibración que se desea inducir en el plato con los granos.

Dispuesto horizontalmente en la membrana de la corneta se adhiere el contenedor para el medio granular, dicho contenedor consiste en un plato circular plano de vidrio esmerilado de 18 cm de diámetro, sobre el cual se coloca un anillo de plexiglás de 1 cm de espesor y 2 cm de altura, de modo que se crea un recipiente cilíndrico, sin tapa (ver figura 3.9). En los experimentos se utilizaron dos anillos distintos para crear dos contenedores con diámetros de 8 y 12 cm. El sistema es iluminado desde arriba así que se utiliza una superficie esmerilada ya que no reflejará la luz como lo haría una superficie lisa; además un plato rugoso le permite a las esferas cambiar la dirección de su movimiento luego de colisionar con el

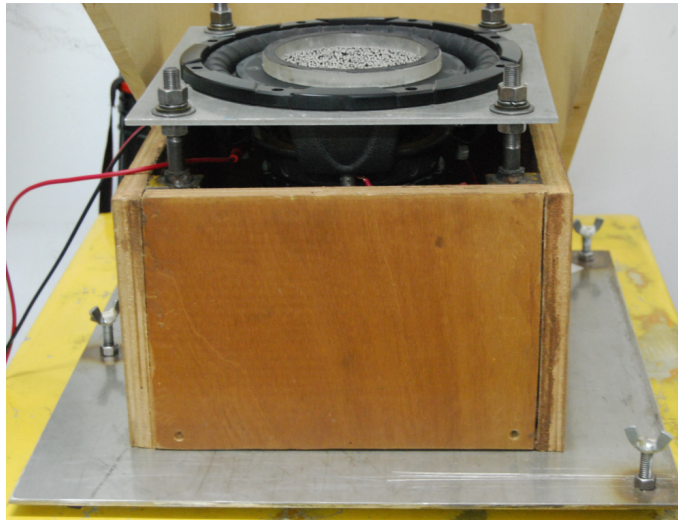


Figura 3.8: Fotografía del soporte del subwoofer, sobre el subwoofer se observa el contenedor con una capa de esferas de acero inoxidable.

plato haciendo que el movimiento también sea en el plano horizontal (superficie del plato) y no sólo en el vertical, contrario a lo que sucedería en una superficie lisa en donde las esferas se mantendrían rebotando en un mismo punto del plato (o muy cerca de el) sin tener alguna irregularidad que cause su dispersión. En el trabajo de Reis et al. [49] se presenta un estudio del efecto de la rugosidad de la superficie sobre la dispersión de las partículas, sin embargo la rugosidad a la que ellos hacen referencia es comparable con el diámetro de las esferas utilizadas a diferencia de la rugosidad que nosotros utilizamos que es mucho menor.

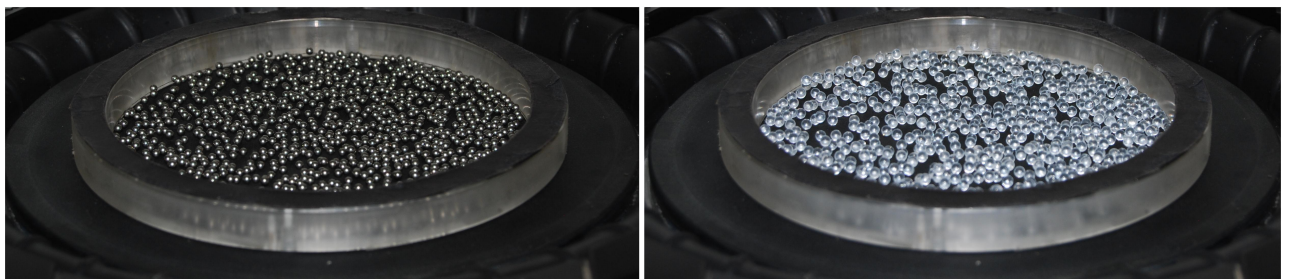


Figura 3.9: Vista del contenedor de 12 cm de diámetro, con esferas de acero (izquierda) y vidrio (derecha).

Dentro del contenedor con base de vidrio se coloca el material granular bajo estudio que consiste en cierto número de esferas (dependiendo de la fracción de llenado) dispuestas en forma de monocapa. En los distintos experimentos realizados se utilizaron dos tipos de partículas (ver figura 3.10):

- Esferas de acero inoxidable tipo 316 de $3/32'' \sim (0,0938 \pm 0,0005)'' \sim 2,4$ mm de diámetro y 8 g/cm^3 de densidad [6].
- Esferas de vidrio (soda lime glass) de $(3,0 \pm 0,2)$ mm de diámetro y $2,5 \text{ g/cm}^3$ de densidad [11].

Dichos materiales fueron seleccionados ya que ambos son relativamente rígidos (para más especificaciones ver apéndice A), por lo que las colisiones entre partículas son altamente elásticas, y al mismo tiempo son materiales no magnéticos por lo cual no se ven afectados por el campo magnético producido en las bobinas del subwoofer, ya que la presencia de estos efectos agregaría perturbaciones adicionales a las que se desean aplicar. El coeficiente de restitución esfera-plato ϵ , medido para ambos tipos de esferas al colisionar con el plato de vidrio es de $(0,85 \pm 0,03)$ y $(0,93 \pm 0,05)$ para el acero y el vidrio, respectivamente (ver apéndice B).

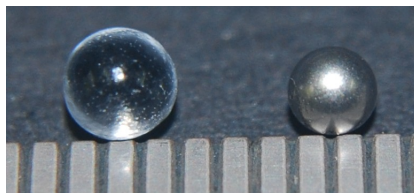


Figura 3.10: Esferas de vidrio y acero junto una regla con apreciación de 1 mm.

3.3. Experimentos

Cada experimento llevado a cabo consiste en realizar un barrido de amplitudes de vibración para un valor de frecuencia fijo. Se activa la vibración con un voltaje relativamente

bajo (típicamente $0,5 V_{pp}$) y durante un intervalo de tiempo determinado se vigila la configuración de la monocapa para observar si presenta alguna variación. Luego se aumenta el valor del voltaje y se repite el procedimiento. Todos los estudios se realizan moviéndose en el eje de las aceleraciones, es decir, se comienza con establecer el valor de la frecuencia de vibración y luego se aumenta la amplitud de la señal incrementando el voltaje del generador de funciones.

3.3.1. Programas base usados en los experimentos

Para el manejo computarizado de la toma de medidas se utiliza LabView, que es un entorno de programación gráfico tipo “dataflow” (flujo de datos) caracterizado principalmente por permitir una comunicación directa con un gran número de instrumentos, otorgando la posibilidad de crear una serie de órdenes para el control de diversos equipos, enfocándose en facilitar la adquisición y almacenamiento de datos y la presentación de los resultados al usuario, ver [53]. Dicho programa posee una gran variedad de sub-rutinas que pueden ser enlazadas y combinadas creando una macro rutina más compleja y poderosa.

Los programas creados en LabView son de extensión “.vi”, y ya que funcionan bajo la estructura de flujo de datos (los datos van en una dirección, de izquierda a derecha, definiendo la secuencia de la rutina) se activan jerárquicamente permitiendo la construcción de pequeños “.vi’s” llamados posteriormente “sub-vi’s”. El manejo de los programas realizados en LabView se realiza a través de dos ventanas, la primera conocida como “diagrama de bloques”, es donde se crea el programa mediante el enlace de diversas funciones y sub-rutinas; la segunda ventana es el “panel frontal” que es en donde se ubican los controles e indicadores de datos con los que el usuario interactúa cuando el programa se encuentra en ejecución.

Registro de la aceleración de la monocapa granular

A fin de monitorear el estado del sistema se requiere tener un registro de las condiciones de vibración generadas en el plato con las esferas, para ello se hace uso de un programa crea-

do en LabView que “lee” la señal proveniente del acelerómetro con la tarjeta de adquisición (conectada al ordenador por puerto USB), extrayendo de ella la frecuencia de vibración y la aceleración máxima adimensional, Γ . La interfaz gráfica de este programa permite visualizar la variación de la amplitud de la señal en función del tiempo, así como los valores instantáneos y promedios de Γ , amplitud pico (desplazamiento lineal de la membrana) y frecuencia de la señal de vibración, ver figura 3.11. Luego de la medición los datos son almacenados en un archivo de texto plano.

Para altas amplitudes de vibración ($\Gamma > 1$) las esferas comienzan a rebotar en el contenedor, golpeando el plato sucesivamente. Estas colisiones son captadas por el acelerómetro en forma de señales de alta frecuencia (superior a los 60 Hz) que “ensucian” la señal de vibración original causando fluctuaciones en las medidas obtenidas, para remediar esto se añaden filtros digitales pasabajo que disminuyen el ruido convirtiéndola en una señal más estable y confiable.

Monitoreo del movimiento de las esferas en la monocapa

La configuración que poseen las partículas en un tiempo determinado es registrada mediante fotografías. La cámara es conectada al ordenador por puerto firewire y controlada mediante un segundo software hecho en LabView. Para poder visualizar las esferas en las fotografías se debe iluminar el sistema, para lo que se utilizan cuatro bombillos de 60 W colocados alrededor de la cámara, en un soporte ubicado a unos 90 cm de la corneta, dispuestos de forma tal que en las imágenes el plato se vea iluminado homogéneamente. Manipulando el tiempo de exposición de la cámara logramos tener una imagen en la que se observan los puntos brillantes de la luz reflejada en la superficie de cada esfera, permitiendo localizar en la imagen el centro de cada una de ellas, ver figura 3.12.

Al utilizar el programa de captura de imágenes se deben establecer los valores de los atributos de las fotografías, para ello se toma una foto de calibración y se varía el tiempo de

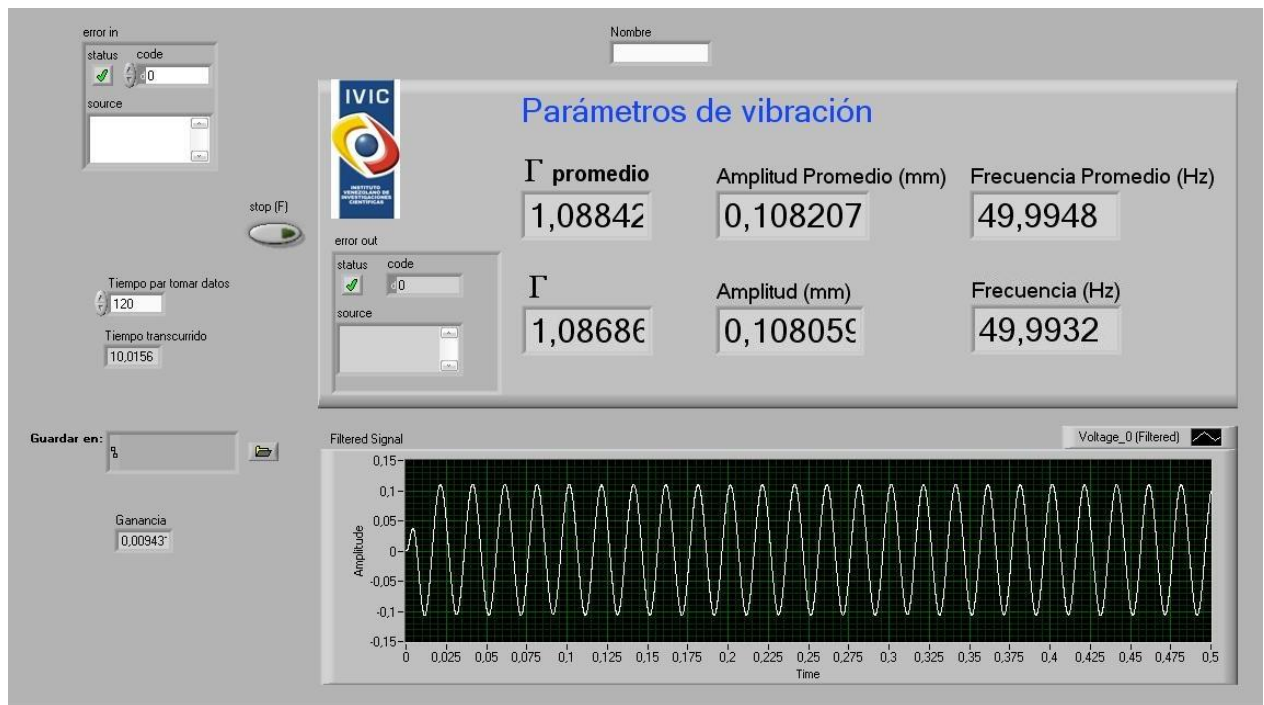


Figura 3.11: Panel frontal del programa de adquisición de datos del acelerómetro donde se muestra la forma de la señal en un breve intervalo de tiempo así como los valores de Γ , amplitud y frecuencia de vibración extraídos de la señal.

exposición hasta lograr una imagen en la que se observen los centros de cada esfera de forma nítida; este valor será establecido en los atributos y dependerá de la cantidad de luz presente durante la toma de la fotografía. El programa establece la comunicación con la cámara colocando los atributos de captura apropiados, de acuerdo con las características establecidas previamente por el usuario. Se define el número de imágenes que se han de adquirir junto con la velocidad de captura y se realizan tantas repeticiones como imágenes sean solicitadas en un intervalo de tiempo determinado.

Luego, tomando como referencia que el color negro es un mínimo y el blanco un máximo de exposición (tiempo que se mantiene abierto el obturador de la lente para permitir la entrada de luz), a medida que va tomando imágenes también lleva a cabo una comparación sucesiva de las fotografías y va almacenando una imagen “final” en la que se agrupan todos los puntos

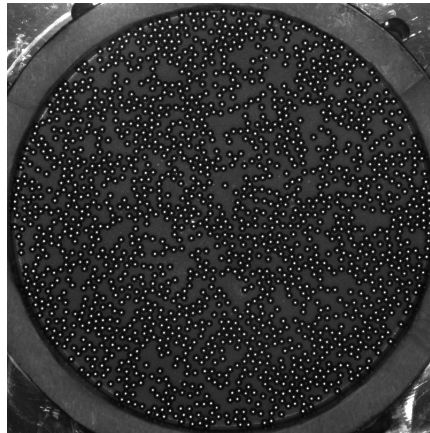


Figura 3.12: Fotografía de una monocapa de esferas de acero inoxidable, cada punto blanco es producto del reflejo de luz sobre la superficie de cada esfera.

de máxima exposición. De esta manera se obtiene finalmente una imagen que se verá más blanca a medida que las esferas en la monocapa muestren más movimiento, ya que los puntos brillantes estarán desplazados entre imágenes sucesivas y la imagen final mostrará todas las posiciones visitadas por las partículas en ese intervalo de tiempo, ver figura 3.13.

3.3.2. Características de los experimentos

Para la realización de los experimentos se desarrolla un programa en LabView que permita controlar automáticamente los parámetros de vibración mediante una conexión USB de la computadora con el generador de funciones, y que simultáneamente enlace el monitoreo de la aceleración de la monocapa y la captura de las imágenes utilizando como sub-rutinas los programas mencionados anteriormente para la adquisición de la señal y las imágenes de la monocapa (ver esquema de la figura 3.14).

Al comienzo de cada experimento se asignan los valores iniciales de amplitud y frecuencia de vibración, luego el programa activa la salida del generador con las condiciones indicadas iniciando con ello la vibración. Para buscar el rango de valores de Γ dentro del cual ocurre la transición de fase se realiza el experimento con pasos de voltaje altos y se repite buscando

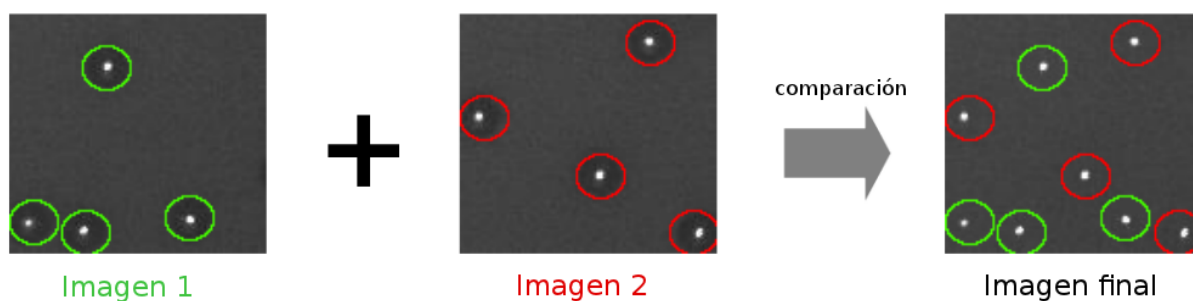


Figura 3.13: La imagen final es obtenida de la comparación de dos imágenes; los círculos verdes y rojos resaltan las posiciones de las esferas (puntos blancos) en las imágenes 1 y 2, respectivamente. Los puntos de máxima exposición (donde el negro es un mínimo y el blanco un máximo de exposición) extraídos de ambas imágenes se muestran en la imagen final. Este ejemplo fue realizado para dos imágenes por simplicidad, sin embargo si comparamos un mayor número de imágenes en donde las esferas muestren distintas posiciones la imagen final obtenida sería mas blanca.

progresivamente pasos más finos. La “precisión” con la que se mide Γ viene establecida por la apreciación del generador de funciones y la resolución de la tarjeta de adquisición. Este tipo de experimentos presentan gran reproducibilidad en el valor de Γ donde ocurre la transición pero no en el voltaje usado, ya que la corneta requiere más energía (voltaje de alimentación) para lograr las mismas amplitudes (desplazamiento de la membrana) a medida que su temperatura aumenta.

Luego de establecer las condiciones iniciales de vibración y definir el paso de variación del voltaje se inicia un ciclo de medidas en el que para cada valor de voltaje se debe esperar a que transcurra un cierto tiempo de espera (que es generalmente dos minutos) con la finalidad de permitir la evolución a una nueva fase en la monocapa, durante ese intervalo de tiempo se almacenan simultáneamente los valores de aceleración y las fotografías asociada a dicho estado. Para finalizar se realiza un montaje con las imágenes para cada experimento almacenadas junto con los valores de Γ y voltaje de entrada asociados a cada imagen, luego todo esto debe repetirse para verificar su reproducibilidad.

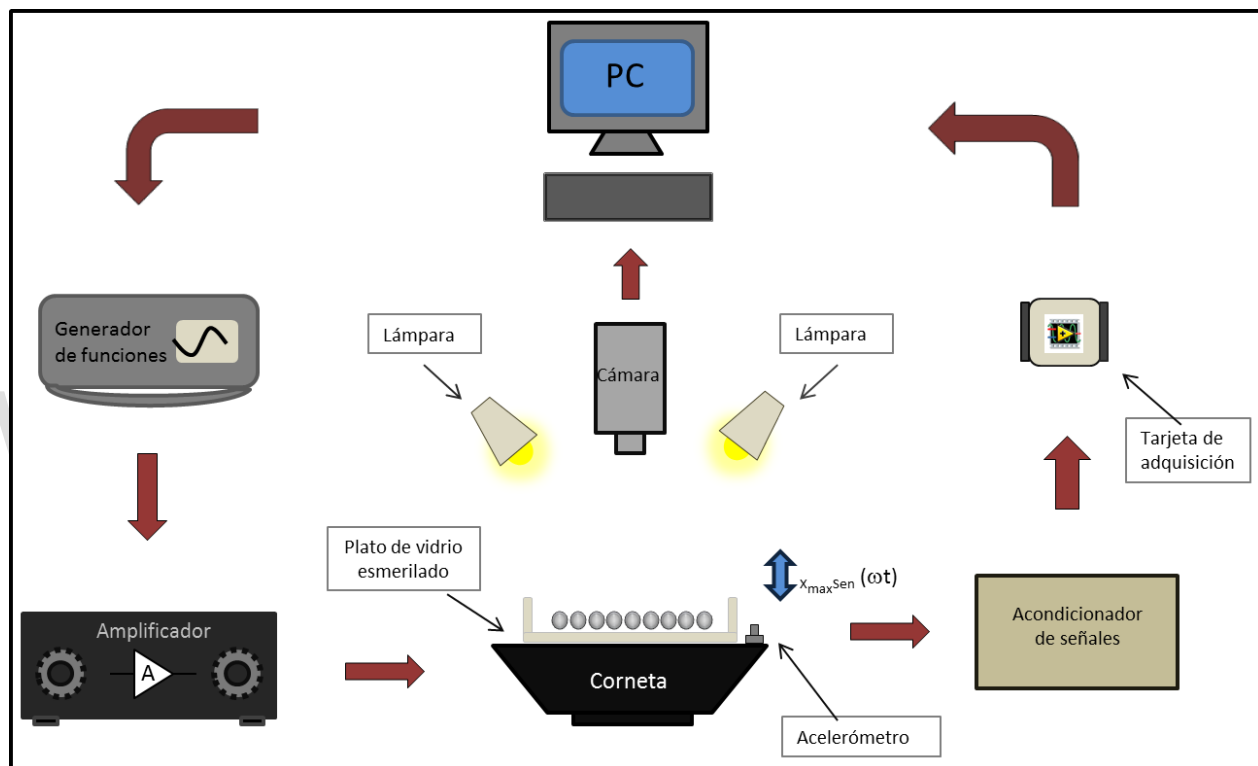


Figura 3.14: Esquema del montaje experimental con todos los elementos de medición.

Capítulo 4

Resultados y Discusiones

4.1. Fases observadas

Para determinar qué factores afectan la transición de una fase tipo “sólido” a una fase tipo “gas” es necesario comenzar por caracterizar la respuesta de nuestro sistema ante la perturbación administrada, reconocer las posibles fases que se pueden presentar y las condiciones bajo las que dichas fases se manifiestan. En la figura 4.1 se muestran las fases observadas en nuestros experimentos; una fase sólida es reconocida porque las esferas se mantienen en contacto con la superficie del plato y, por lo tanto, no presentan movimiento respecto al mismo ni a sus vecinas (caso mostrado en la figura 4.1a). Si debido a la vibración los granos comienzan a rebotar, colisionando frecuentemente con las partículas vecinas, hasta desplazarse “cubriendo” toda la superficie con sus movimientos se habla de un estado tipo “gas”, analogía realizada ya que un gas está caracterizado porque las partículas que lo constituyen ocupan todo el volumen disponible en el recipiente que lo contiene (ver figura 4.1c).

Si las partículas recorren sólo una parte de la superficie tendremos una coexistencia de fases tipo “sólido y gas”, como sucede en el caso mostrado en la figura 4.1b. A medida que el gas se va expandiendo, puede formarse una región de interfase de alta densidad de

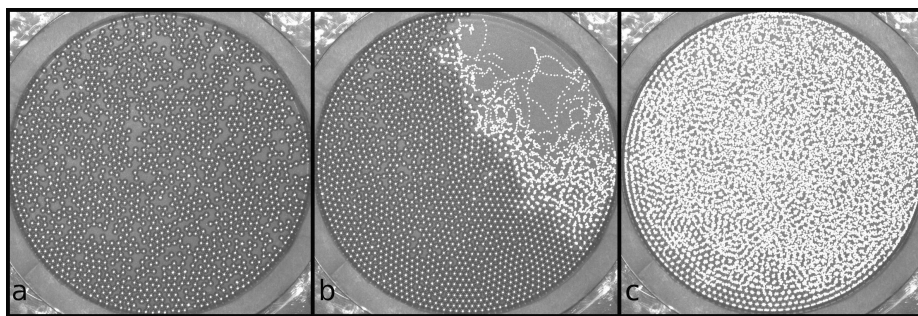


Figura 4.1: Imágenes obtenidas de la composición de 20 fotografías tomadas en 1 s. Se muestran las distintas fases observadas: tipo sólido (a), coexistencia sólido-gas (b) y tipo gas (c). De izquierda a derecha los valores de Γ son: 0,95, 1,05 y 1,30. Para $\nu = 100$ Hz.

partículas, similar a la observada por Losert *et al.* [30], que se crea debido a que las esferas en estado gaseoso tienden a desplazarse por todo el plato pero, como producto de la pérdida de energía durante las colisiones con partículas estacionarias, se van empaquetando en una zona ordenada que restringe la evolución del gas. A diferencia de lo presentado por Losert *et al.*, nosotros hemos observado que esa región de interfase en muchas ocasiones se vuelve tan densa que no permite el paso del gas, generando la coexistencia entre dicho gas y una zona solidificada contigua que se mantiene a pesar de aumentar apreciablemente la amplitud de vibración. En la figura 4.2 se muestra la coexistencia de una fase gaseosa con una fase sólida desordenada dividida por una región de interfase estable que se comporta como un sólido ordenado (cristal). Un estudio de la evolución temporal de los tamaños de las tres zonas: gasificada, colapsada ordenada y colapsada amorfa, escapa de los objetivos de este trabajo pero representa una línea futura muy interesante. En particular estudiar el posible efecto de la presión que ejerce la zona gasificada sobre los granos colapsados, que ordena los granos en su periferia.

4.2. Detección del punto de transición

Para detectar la aceleración de transición Γ_c se utilizan tres técnicas diferentes que se describen en las tres subsecciones siguientes, a saber: inspección de imágenes, método de

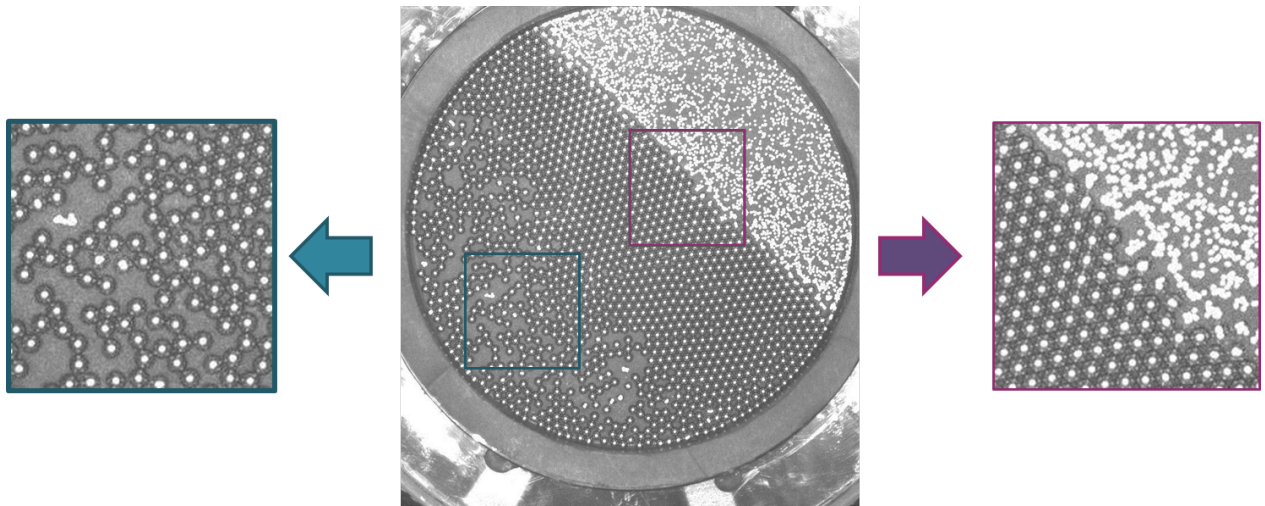


Figura 4.2: Coexistencia “sólido-gas” para $\nu = 80$ Hz y $\Gamma = 1,0$. A la izquierda un acercamiento de la zona sólida (desordenada) y a la derecha se muestra una acercamiento en la interfase donde se aprecia el empaquetamiento ordenado (“cristalizado”) de las esferas.

análisis de Γ en función del voltaje y método de análisis de Γ en función del tiempo. Cada técnica tiene sus ventajas y limitaciones las cuales determinan su aplicabilidad. Por ejemplo la técnica visual conlleva un gasto de almacenamiento de información considerable, por lo que es típicamente usada para una exploración gruesa. Los métodos basados en el estudio de la señal de aceleración son más rápidos pero pueden fallar en casos donde hay coexistencia de fase.

4.2.1. Método de inspección de imágenes

Para detectar el momento en el cual ocurre una transición de fase al aumentar la amplitud de vibración se realiza una inspección visual de las imágenes obtenidas para cada valor de Γ medido. A fin de facilitar la comparación entre experimentos realizamos un montaje de imágenes, como el que se muestra en la figura 4.3, en donde cada fila corresponde a un experimento (barrido de amplitud) y cada columna presenta la configuración de la monocapa para un valor de Γ determinado.

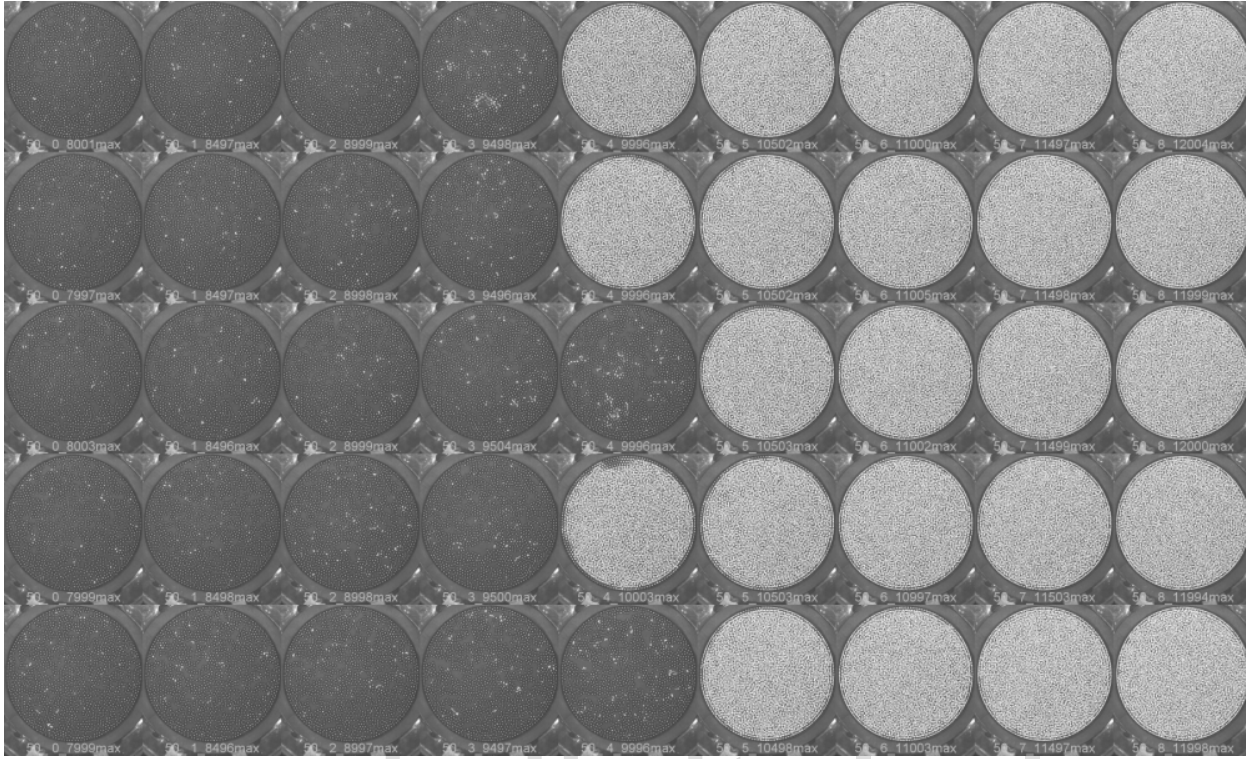


Figura 4.3: Montaje de imágenes para cinco experimentos con $\nu = 50$ Hz, en donde cada fila corresponde a un experimento. De izquierda a derecha se tienen los valores de Γ desde 0,80 hasta 1,20 con una diferencia de 0,05 entre cada uno de ellos.

Cada una de las imágenes en el montaje es a su vez la comparación de diversas fotografías (proceso descrito en la sección 3.3.1), capturadas en el intervalo de tiempo de medición establecido para todos los valores de amplitud de cada experimento. Todas las imágenes se encuentran etiquetadas con el valor de frecuencia de vibración para el que fueron adquiridas, un número que indica el orden en que fueron tomadas y su valor de Γ promedio asociado, el cual es extraído del promedio de las mediciones de Γ durante dicho intervalo de tiempo.

De la secuencia de imágenes se registra el valor de Γ asociado a la imagen en la que se observa la aparición de las zonas blancas que evidencian el movimiento de las esferas (ver figura 4.3), dicho valor es denominado Gamma crítico y es etiquetado con el símbolo Γ_c^i el superíndice i se usa para indicar que esta cantidad ha sido obtenida a partir de métodos de

análisis de imágenes. Este método constituye una manera sencilla de detección de la transición pero debido a que se maneja una gran cantidad de fotografías requiere de una gran cantidad de espacio de almacenamiento y memoria en el ordenador utilizado.

4.2.2. Método de análisis de Γ en función del voltaje.

Durante la realización de diversos experimentos observamos que podemos emplear un método alternativo para la detección de una transición de fase, omitiendo la visualización de fotografías y manejando únicamente la información de la aceleración del sistema; este método consiste en encontrar una variación brusca (una discontinuidad de la derivada) de la aceleración máxima adimensional al cambiar el voltaje de entrada al subwoofer.

La respuesta de la corneta (sin esferas) ante un cambio en el voltaje de entrada es totalmente lineal, siempre y cuando no se supere el valor máximo de voltaje que soporta el equipo. Sin embargo, al colocar las esferas en el contenedor sobre la membrana del subwoofer, y construir una gráfica de Γ vs. V_g (donde V_g es el voltaje de salida del generador de funciones) se observa un cambio de pendiente en la curva obtenida (como el que se muestra en la figura 4.4). Esta curva es realizada aumentando el voltaje de entrada progresivamente, hasta obtener un estado gasificado, y midiendo Γ para cada valor de voltaje durante 20 s.

En la curva de la figura 4.4 se observa que para $V_g = 1.28 V_{pp}$ hay un aumento abrupto en el valor de Γ al que llamaremos $\Delta\Gamma$, esto se observa a pesar de que se utiliza un cambio de voltaje constante y la aparición de esta variación coincide con el momento en el que la monocapa evoluciona a una fase gaseosa. En la misma figura, se muestra un acercamiento alrededor de dicho $\Delta\Gamma$ y las fotografías del sistema obtenidas durante ese rango de medición. El valor de Γ justo antes de que ocurra el cambio de pendiente, denotado por Γ_c^V , al igual que el Γ_c^i obtenido por el método de inspección de imágenes, simboliza un cambio de fase en el sistema pero arroja un menor valor por lo que puede ser considerado como la máxima aceleración para la que el sistema se mantiene en fase sólida y por encima de la cual, podemos

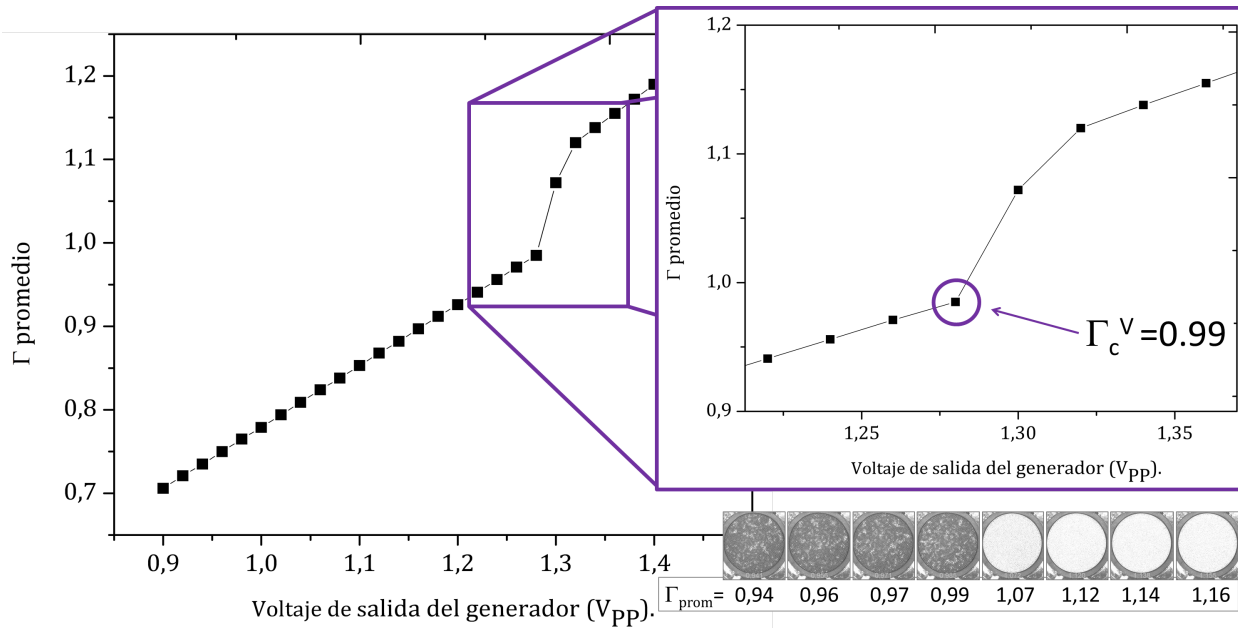


Figura 4.4: Γ en función del voltaje de alimentación para una frecuencia de 50 Hz. El cambio en la pendiente de la curva está asociado con el momento donde ocurre la transición a un estado gasificado. Las fotos muestran el estado del sistema para cada Γ , mostrando que por encima de Γ_c^V se halla en fase gaseosa y por debajo del mismo se encuentra en fase sólida.

observar una transición de fase.

Este método permite realizar un rápido reconocimiento de la transición de fase en el sistema, pero se debe resaltar el hecho de que funciona para un sistema liviano, como el que tenemos, ya que la presencia de las esferas “altera” el Γ medido. Así que, probablemente este $\Delta\Gamma$ no sea observado si la masa de la plataforma vibratoria es mucho mayor que la masa de las esferas, por lo que un cambio de masa tan pequeño no debería afectar la vibración. Otra limitante que se presenta al usar este método es que el $\Delta\Gamma$ no se aprecia con claridad cuando hay coexistencia de fases (ver figura 4.5).

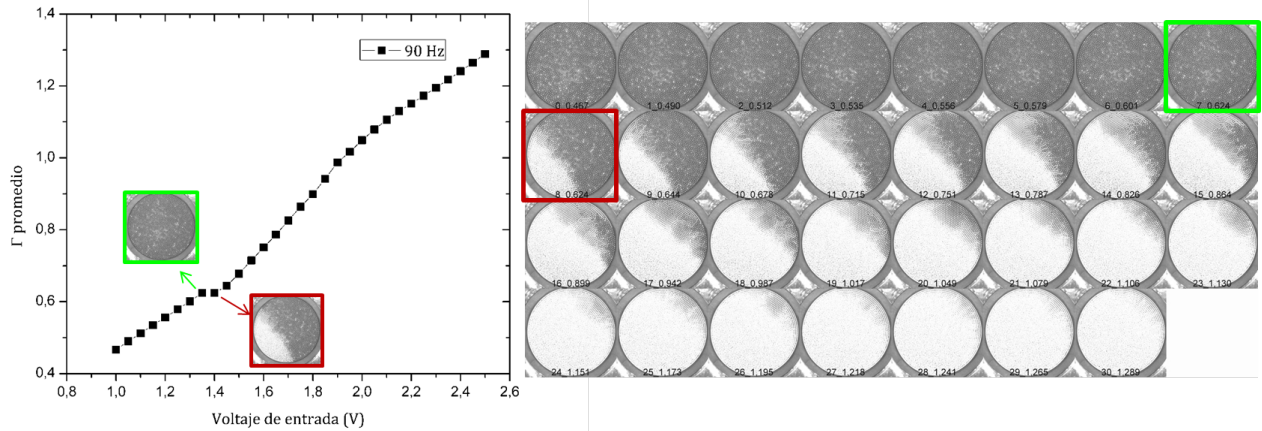


Figura 4.5: A la derecha: Γ promedio vs. Voltaje de entrada (salida del generador). Los primeros puntos en la curva muestran una tendencia lineal, pero una vez que se inicia la agitación de las esferas existe un cambio de pendiente que evidencia el cambio de fase. Ya que la evolución hasta una fase totalmente gasificada es muy lenta, entre la coexistencia y el gas, en lugar de un cambio abrupto que demuestre transición, se observa un “suave” cambio de pendientes. A la izquierda: Montaje de imágenes asociadas a los valores de Γ presentados en la gráfica. Para $\nu = 90$ Hz, aumentando el voltaje a un paso de $0,05 V_{pp}$ y con un tiempo de espera de dos minutos.

4.2.3. Método de análisis de Γ en función del tiempo.

Para obtener un valor más preciso de Γ_c , utilizamos un tercer método que consiste en monitorear la señal de Γ continuamente para cada cambio de voltaje. De esta manera puede observarse con mayor claridad el cambio ocurrido en la aceleración del sistema *durante* la transición de fase. En la figura 4.6 se presenta una fracción del Γ medido para el que se percibe un “salto” generado justo en el momento en el que inicia la transición a un estado gasificado. De dicha curva se extrae el valor Γ_c^t .

Este aumento en Γ observado al inicio de la fase gasificada lo podemos asociar con una “variación en la masa del sistema” cuando las esferas se hallan saltando sobre la plataforma. Es decir, en promedio, un cierto número de esferas se halla suspendido en el aire durante cada ciclo de oscilación, representando momentáneamente una menor carga para la corneta.

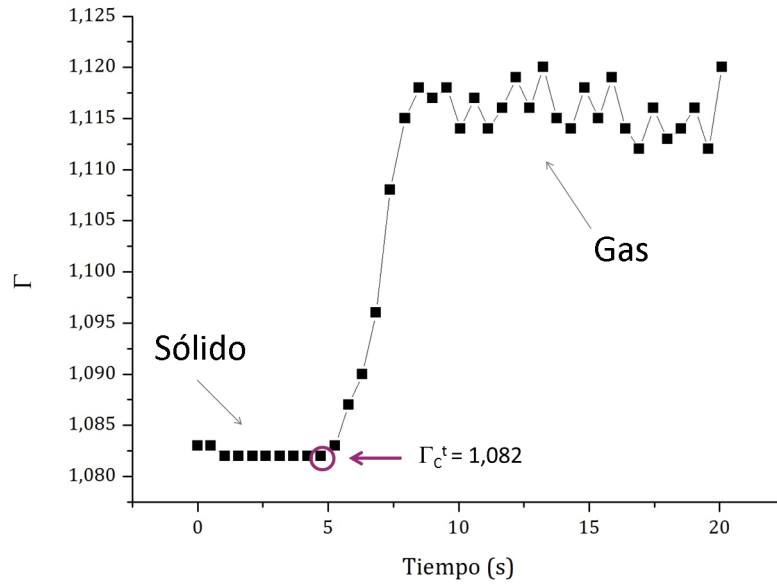


Figura 4.6: Variación de la aceleración máxima en función del tiempo durante la transición a un estado gasificado. Antes del aumento abrupto de la Γ la monocapa se encontraba en un estado sólido y espontáneamente evolucionó hasta una fase gasificada.

Y ya que durante la gasificación se mantiene invariante el voltaje de alimentación, dicha disminución de carga le permite a la corneta acelerarse rápidamente mostrando un cambio abrupto en la señal de aceleración máxima adimensional. La curva 4.6 muestra fluctuaciones de Γ para la fase gaseosa asociadas a las colisiones de algunas partículas con la superficie del contenedor.

4.3. Diagrama de fases de Γ vs. ν

Una vez que han sido identificadas las distintas fases que se pueden presentar, se crea el diagrama de fases de Γ en función de ν para una monocapa granular conformada por 1523 esferas de acero inoxidable de 3/32" de diámetro, dispuestas sobre un contenedor de 12 cm de diámetro, a fin de generar una fracción de llenado $\phi = 0,6$ (que corresponde a un valor intermedio de las fracciones de llenado utilizadas por Olafsen y Urbach [40] y Losert *et al.* [30]). En este diagrama se muestran los valores de Γ_c correspondientes a la transición entre

las fases descritas anteriormente (ver figura 4.1), dentro del mismo rango de frecuencias usado en [40].

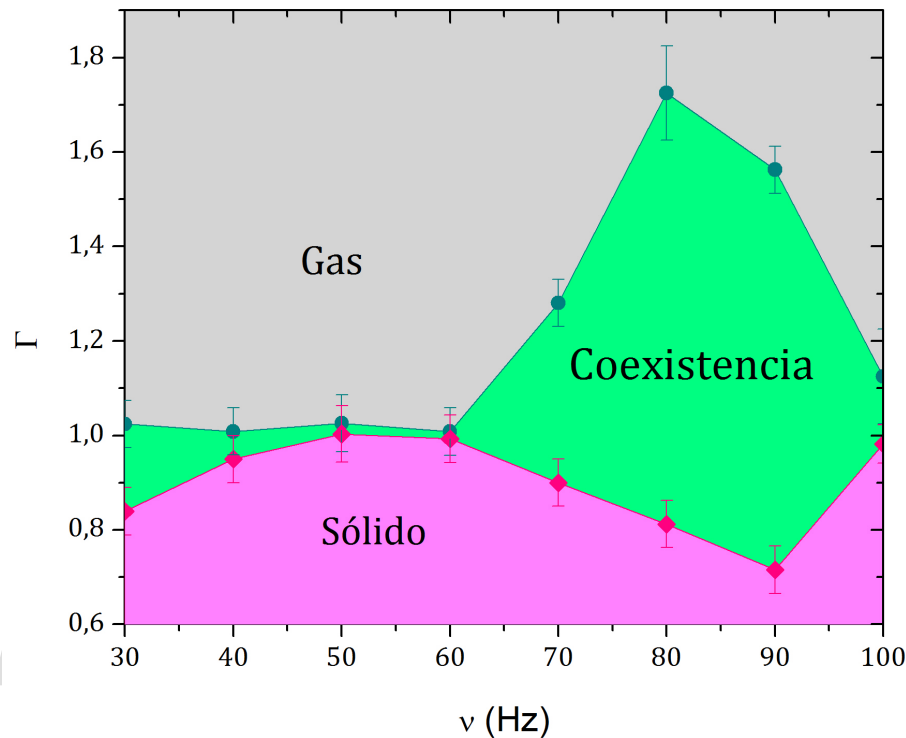


Figura 4.7: Diagrama de fases para esferas de acero inoxidable de 3/32" de diámetro obtenido aumentando la amplitud de vibración del sistema. Los rombos rosados representan los valores de Γ para los que se inicia la transición a una fase gaseosa mientras que los círculos verdes son los valores para los cuales todas las partículas han alcanzado dicha fase.

Para determinar los dos cambios de fase se ha empleado el método de inspección de imágenes ya que resulta más apropiado para analizar la región de coexistencia. En el diagrama de fases de la figura 4.7, para cada frecuencia:

- El menor valor de Γ registrado (rombos rosados) es aquel valor asociado al primer cambio de fase, que ocurre en el instante en que, partiendo de una fase sólida, las esferas comienzan a separarse del plato, rebotando y colisionando con las esferas vecinas (lo cual se refleja en las fotografías por la presencia de regiones blancas o líneas que indican

el movimiento de algunas esferas en el plano horizontal, como en el caso mostrado en la figura 4.1b).

- El mayor valor de Γ registrado (círculos verdes) es aquel en el que se alcanza la gasificación total, donde *todas* las esferas se hallan en movimiento tanto vertical como horizontalmente (lo cual se refleja en las fotografías por una región blanca que “prácticamente” ocupa toda el área del contenedor, tal y como se aprecia en la figura 4.1c). Debido a que nuestro sistema no está confinado verticalmente se presume que por encima de la aceleración para la que se obtiene un estado gasificado continúe la presencia del mismo, sin embargo, se debe enfatizar que en nuestro diagrama de fases se muestran solamente las interfases, es decir, luego de la formación del gas es una región no explorada.

Los experimentos fueron realizados aumentando progresivamente el voltaje del generador, en pasos de $0,05 V_{pp}$ y con un tiempo de relajación de dos minutos entre cada aumento. Las barras de error presentadas se obtuvieron a partir de la desviación estándar de los valores de Γ_c extraídos de cinco experimentos para cada valor de frecuencia.

Algunos aspectos a destacar que tienen en común nuestro diagrama de fases (figura 4.7) y los tres diagramas de fases, mostrados en el capítulo 2 (figuras 2.4 y 2.8), son que:

- Presentan regiones de coexistencia de las fases sólida y gaseosa para todo el rango de frecuencia, en las que la fase sólida presenta un arreglo ordenado de partículas (cristal) como el que nosotros hemos observado (ver figura 4.2).
- Los valores de Γ para los que ocurren las transiciones de fases y el “ancho” de la región de coexistencia dependen de manera no trivial con la frecuencia de vibración.

Sin embargo, existen claras discrepancias entre nuestros resultados y los presentados por Olafsen *et al.* [40] y Losert *et al.* [30]. Entre las más notorias se encuentra el hecho de que los valores de aceleración para los que se obtiene una fase gasificada difieren considerablemente

(encontrándose en nuestro caso, un gas total para valores cercanos a $\Gamma = 2$) y que el ancho de la región de coexistencia es mucho mayor para algunas frecuencias que para otras (en nuestro caso). Esto podemos asociarlo con las diferencias en los protocolos experimentales y las características del medio granular empleado, en donde cabe resaltar que:

- Los diagramas de fases de la figura 2.4, obtenidos para dos sistemas con fracciones de llenado ordenadas $\rho = 0,463$ y $\rho = 0,81$, que son equivalentes a las fracciones de llenado $\phi = 0,421$ y $\phi = 0,737$, respectivamente¹. Fueron construidos disminuyendo Γ a un paso cercanamente diez veces menor que el usado en nuestro trabajo y el tiempo de espera fue mayor (ver detalles de la toma de medidas en [55]). En el diagrama obtenido para $\rho = 0,81$ presenta además una fase fluidizada y ordenada para frecuencias superiores a 70 Hz.
- En el diagrama de la figura 2.8 obtenido por Losert *et al.*, construido con una fracción de llenado $\phi = 0,5$, se muestran los valores de aceleración para los que se obtiene una fase gaseosa de manera espontánea y perturbada. Si nos enfocamos en la generación espontánea del gas vemos que para frecuencias mayores a 90 Hz luego de que se obtiene la fase gasificada se tiene la región de coexistencia (para un pequeño rango de amplitudes) luego de la formación de un o varios cristales entre el gas de partículas. Si el gas se genera debido a perturbaciones adicionales a la vibración, las regiones de coexistencia cristal-gas se presentan en un mayor rango de amplitudes para frecuencias menores a 90 Hz.

4.4. Uniformidad de la vibración

Como se vió reflejado en la sección anterior, durante las mediciones se observaron frecuencias de vibración para las que la monocapa no se gasifica totalmente de forma rápida sino que aparecen regiones de coexistencia “sólido-gas” que permanecen a diversos valores

¹Esto se obtiene de asumir que el valor máximo $\rho = 1$ equivale a $\phi = 0,91$, por ser un caso bidimensional. Si calculáramos la fracción de llenado con los datos publicados se obtendrían $\phi = 0,2$ y $\phi = 0,36$.

de amplitud. Además se detectaron frecuencias para las que al tratar de buscar un estado totalmente gasificado se debía aumentar la amplitud de vibración hasta alcanzar valores en los que las esferas comenzaban a saltar unas sobre otras, así el sistema iba perdiendo su bi-dimensionalidad (como es el caso de 30 Hz en la figura 4.8). Para algunas frecuencias las esferas se acumulaban hacia un lado del plato como si el sistema se hallase desnivelado, pero al cambiar el valor de la frecuencia las esferas podían movilizarse hasta acumularse hacia otro lado, con lo que puede mostrarse que dicho comportamiento no está necesariamente asociado a un desnivel del plato sino a alguna desuniformidad en la vibración. En la figura 4.8 se muestra el estado del sistema a distintas frecuencias de vibración manteniendo el sistema nivelado. El caso más dramático puede observarse con una frecuencia de vibración de 80 Hz, en donde se observa la formación de gas a distintos lados del contenedor generando en el centro del contenedor una zona cristalizada de evolución lenta debido al confinamiento creado por el gas de partículas que se halla a su alrededor (ver figura 4.9).

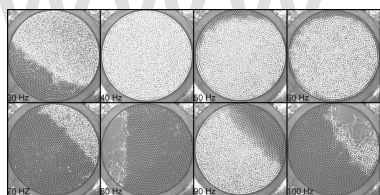


Figura 4.8: Montaje de imágenes para $\Gamma = 1,05$ a distintas frecuencias de vibración con la misma nivelación. En todos los casos se tiene la misma nivelación de la plataforma y a pesar de ello se observa que para distintos valores de frecuencia las esferas se acumulan hacia uno u otro lado del plato. Para 30 Hz se observa, en la parte inferior izquierda, una gran cantidad de puntos blancos muy cercanos unos de otros que muestran que algunas esferas están sobre la capa ordenada, así que ya no es considerada monocapa.

La formación y “persistencia” de la coexistencia de fases a distintos valores de frecuencia podría indicar que la cantidad de energía suministrada no es uniforme en la superficie del plato. Este resultado también fue descrito en el 2010 por Lobkovsky *et al.* [29], quienes, mediante simulaciones de dinámica molecular, compararon un sistema de esferas duras perturbado

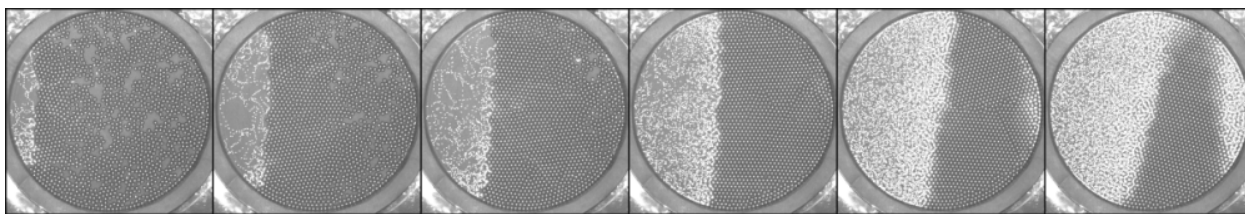


Figura 4.9: Evolución de la coexistencia de fases a medida que se aumenta la amplitud de vibración para 80 Hz. Desde $\Gamma = 0,8$ hasta $\Gamma = 1,8$ con pasos en Γ de 0,2. Cada imagen es el promedio de una serie de fotografías capturadas cada 0,5s durante 120s. Con esta serie de fotografías se confirma que la coexistencia de fases no es producto de un desnivel del sistema ya que de ser así las esferas no se acumularían en una región central.

mediante vibraciones verticales con uno perturbado con ruido blanco aleatorio, y observaron que en el caso de vibraciones verticales la formación de una fase sólida ordenada coincide con regiones de menor energía. Además, el sistema perturbado aleatoriamente no posee zonas de interfase definidas como las que han sido observadas en trabajos previos [45].

Con la finalidad de verificar la uniformidad de la vibración en el contenedor, construimos varios mapas (ver figura 4.10) que representan el valor de Γ en distintos puntos sobre la superficie del plato. Dichos gráficos fueron elaborados para varias frecuencias entre 30 y 80 Hz, manteniendo constante la amplitud de la señal de alimentación (salida del generador) y midiendo con el acelerómetro el valor de Γ durante 30 s (obteniendo el valor de Γ promedio) en cada punto hasta mapear toda la superficie. La amplitud de la señal utilizada para la generación de los mapas fue tal que para cada frecuencia el valor de Γ en el centro del contenedor fuese aproximadamente igual a 1. Se elige trabajar alrededor de éste valor de aceleración ya que como se dijo previamente (en el capítulo 2), es el valor para el que un objeto colocado sobre una plataforma vibrante (inicialmente en reposo) comienza a separarse de la misma e inicia un movimiento vertical, por lo tanto se halla muy cerca de los valores de Γ para los que ocurre la transición a un estado gasificado.

De los mapas podemos ver que la vibración no es uniforme, presentando variaciones de

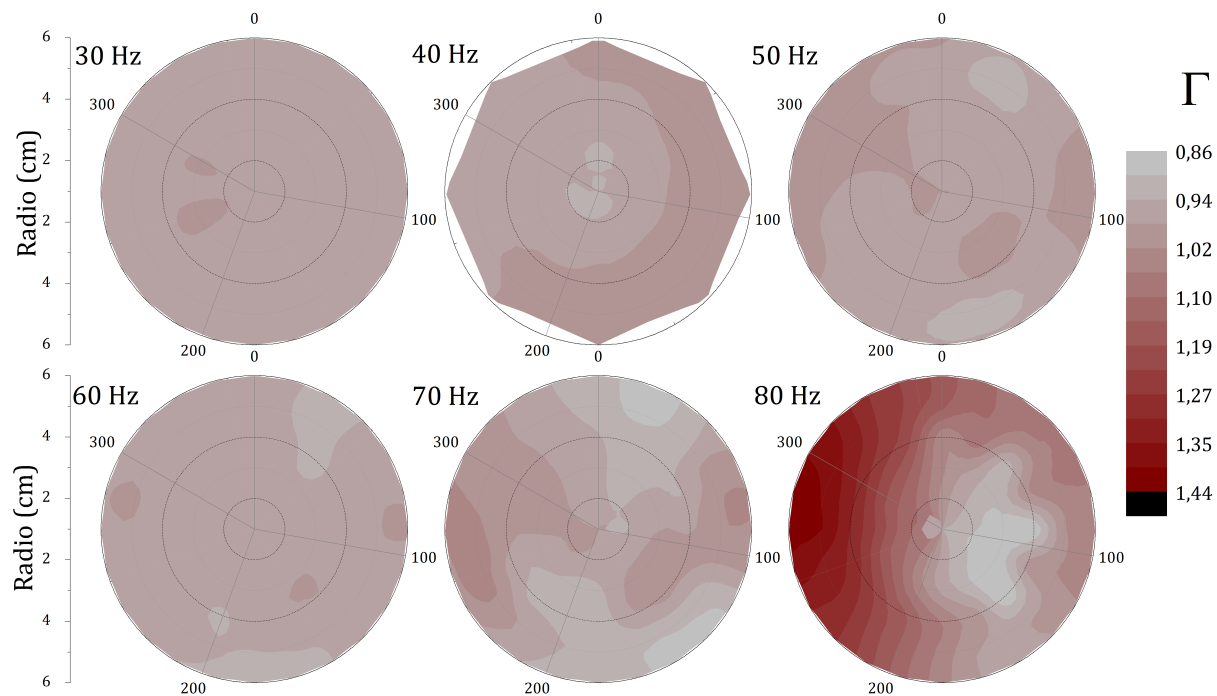


Figura 4.10: Aceleración máxima adimensional sobre la superficie para frecuencias entre 30 y 80 Hz. Los extremos de variación son los casos para 30 y 80 Hz, siendo los de menor y mayor variación, respectivamente. El mapa obtenido para 40 Hz se ve diferente debido a que posee una menor cantidad de puntos que los demás.

hasta el 67 % (caso para 80 Hz). Así que lo más conveniente sería realizar nuestros estudios con un valor de frecuencia que presente la menor variación posible en la vibración. La frecuencia de vibración escogida es 50Hz, que presenta un variación de 10 %; esta frecuencia se elige en lugar de 30 Hz (que varía aproximadamente un 7 %) ya que con 30Hz el sistema tiende a desnivelarse más rápidamente debido a que para alcanzar los mismos valores de Γ se requiere que la amplitud de vibración sea considerablemente mayor.

4.5. Comportamiento de Γ_c con ϕ y efecto de cambiar ϵ y el tamaño del contenedor, para una frecuencia fija

En las secciones anteriores se hace una revisión de las características de las fases observadas en una monocapa granular vibrada verticalmente y de los métodos utilizados para la detección de transiciones de fase. Luego de la construcción del diagrama de fases de Γ vs. ν y del estudio de la uniformidad de la vibración sobre el contenedor, se ha elegido un valor de frecuencia que prácticamente no presenta coexistencia sólido-gas (50 Hz), así que a partir de este momento se hace referencia a la transición de una fase sólida a una fase gaseosa directamente.

Para realizar los estudios del efecto de ϕ , ϵ y el tamaño del contenedor sobre el valor de aceleración para el que ocurre la transición, se lleva a cabo una serie de experimentos utilizando una monocapa granular de esferas de acero inoxidable ($\epsilon_1 = 0,846 \pm 0,003$) o de vidrio ($\epsilon_2 = 0,927 \pm 0,005$), en contenedores de radios $R_1 = 4$ cm y $R_2 = 6$ cm. La monocapa es vibrada a un valor de frecuencia $\nu = 50$ Hz y se realiza un barrido de ϕ para los cuatro sistemas posibles (ϵ_1/R_1 , ϵ_1/R_2 , ϵ_2/R_1 y ϵ_2/R_2). En la figura 4.11 se resumen los resultados de dichos experimentos. El valor de transición reportado posteriormente será el correspondiente a Γ_c^t (es decir medido según el mecanismo descrito en la sección 4.2.3) que por claridad denotaremos de ahora en adelante sólo Γ_c .

La figura 4.11 muestra los valores de la aceleración del medio justo antes de que ocurra la gasificación de la monocapa. Como puede observarse en la gráfica, el valor de Γ_c es menor para los sistemas con mayor coeficiente de restitución (ϵ_2). Esto puede entenderse si imaginamos cada esfera como un pequeño sistema masa-resorte colocado sobre la superficie vibratoria, en donde el coeficiente de restitución será equivalente a la constante elástica del resorte. En estado “sólido” dicho resorte se mantendrá rígido, pero a medida que aumente la amplitud de vibración, el resorte comenzará a comprimirse y estirarse ligeramente, debido a

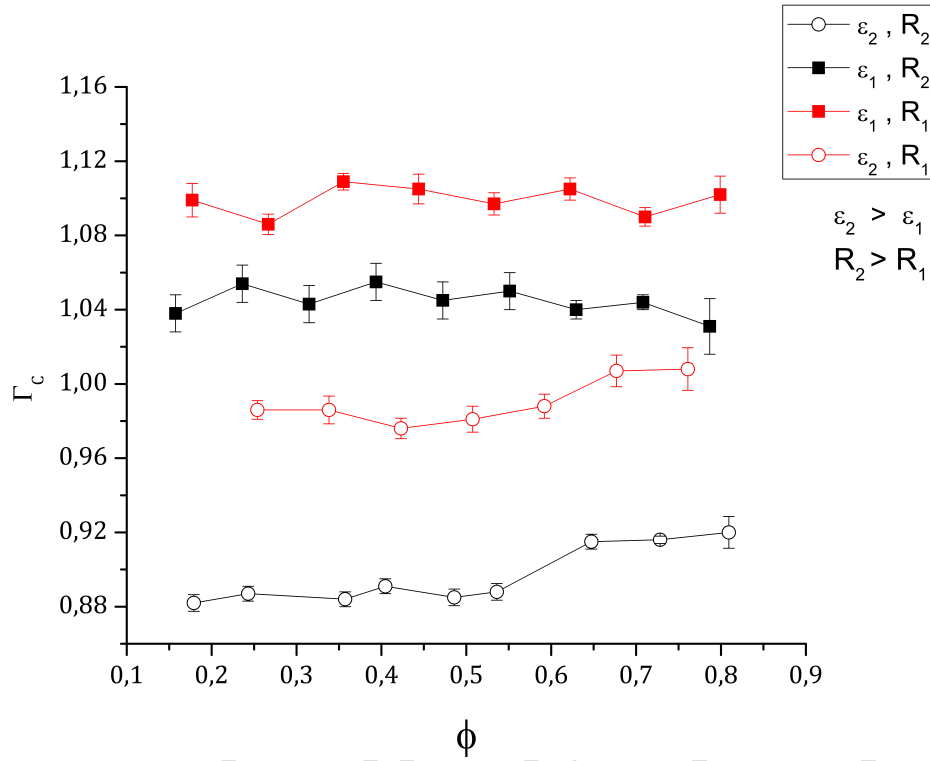


Figura 4.11: Aceleración máxima adimensional justo antes de que ocurra la gasificación del medio granular, como función de la fracción de llenado. Para monocapas de esferas de acero ($\epsilon_1 = 0,846$) o vidrio ($\epsilon_2 = 0,927$) en contenedores de radios $R_1 = 4$ cm y $R_2 = 6$ cm.

su interacción con la masa y la plataforma, acumulando energía potencial hasta llegar a un punto en el que dicha energía es suficiente para que el resorte se desprege de la superficie y comience a rebotar (momento en el cual ocurriría el inicio de la gasificación del medio). Así mientras más elástico sea el material, más fácil le será alcanzar la energía necesaria para separarse de la superficie. Un comportamiento similar había sido reportado previamente por Vega Reyes y Urbach [57] en los diagramas de fase mostrados en la figura 2.18, en donde se presenta una fase fluidizada para la capa con esferas de acero ($\epsilon = 0,95$) que no está presente al utilizar esferas de latón ($\epsilon = 0,77$) para los mismos valores de Γ .

Las curvas negras y rojas (para R_1 y R_2 respectivamente) se hallan alrededor de valores de Γ_c distintos, siendo menor el valor de Γ_c para el sistema de mayor tamaño lo que corresponde

al hecho de que al haber un mayor número de partículas (ya que el sistema es más grande) será más probable que alguna de esas esferas comience a rebotar en la superficie y empiece a colisionar con las esferas vecinas ocasionando el inicio de las fluctuaciones que generan el movimiento de todas las esferas hasta obtener la fase gasificada.

En la curva 4.11 se muestra que el valor de Γ_c es aproximadamente independiente de la fracción de llenado del sistema, variando ligeramente para los sistemas con esferas de vidrio (representados con círculos en ambas figuras). Este hecho podría indicar que las diferencias mostradas no son producto directo de la disipación de energía mediante colisiones ya que una mayor fracción de llenado debería presentar mayor número de colisiones debido a que el número de vecinas para cada partícula aumenta. Sin embargo, no conocemos la causa de este efecto.

4.6. Información adicional al punto de transición

Para verificar que el cambio en la aceleración mostrado en la figura 4.6 puede ser producido por una “variación de masa” se realiza un análisis de la respuesta de la corneta cuando se modifica la masa vibratoria. Para ello se mide la aceleración generada con un valor de voltaje fijo durante 30 s para cargas de distinta masa (diferentes masas se obtienen con diferentes cantidades de granos del mismo tipo). La figura 4.12 muestra que la aceleración de la plataforma disminuye a medida que aumenta la carga que debe mover, y que el cambio en Γ al variar la masa depende del voltaje de alimentación (esto es realizado a amplitudes de vibraciones tales que las esferas no están gasificadas, es decir, salvo algunas fluctuaciones, se mantienen en contacto con la superficie). Los ajustes de los puntos obtenidos son de la forma $\Gamma = b - a * M$ donde a es la pendiente de la recta que debe ser un parámetro dependiente del voltaje, y b es el punto de corte, que representa el valor de Γ medido para esos voltajes para el contenedor sin esferas.

La figura 4.6 puede proporcionar, además del valor de Γ_c , información acerca de la fase

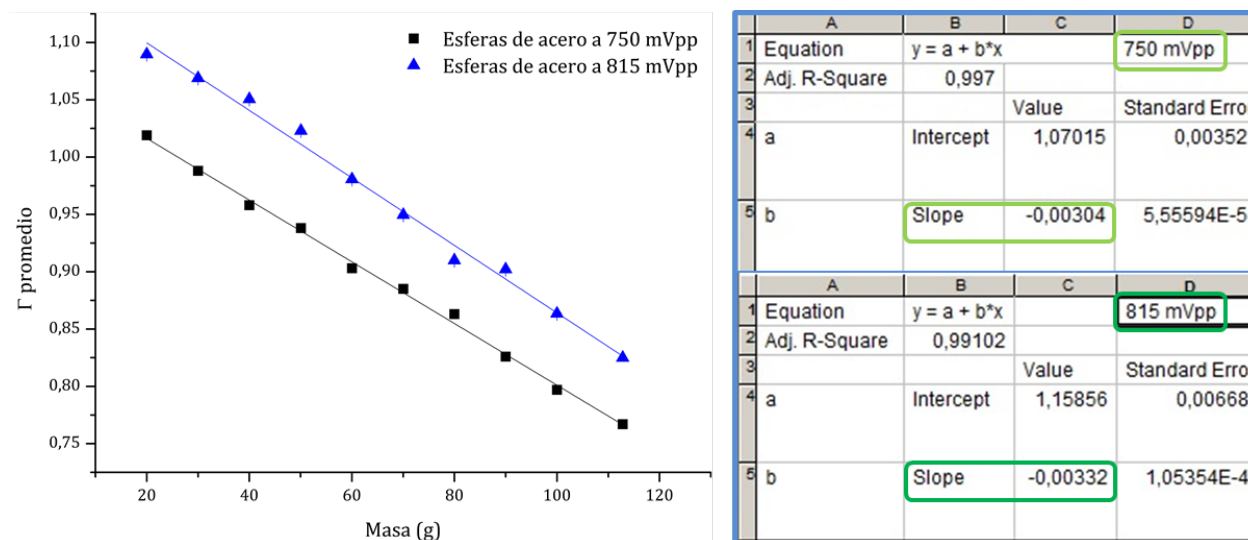


Figura 4.12: Izquierda: Curva de Γ_{promedio} vs. masa, que muestra la respuesta de la corneta al variar la masa del medio (cantidad de granos), para dos voltajes de alimentación diferentes. Derecha: Tablas que muestran los parámetros de los ajustes obtenidos. Se observa que al aumentar el valor del voltaje, el ajuste de la recta obtenida presenta una pendiente más negativa. El promedio de Γ es obtenido en un intervalo de medición de 30 s para cada masa.

gasificada contenida en el tamaño del “salto”, $\Delta\Gamma$. Este valor se obtiene de la diferencia de Γ promedio para el “gas” y el “sólido” (por ejemplo, tramo superior e inferior de la figura 4.6). Así que con el fin de extraer dicha información llevamos a cabo los mismos estudios realizados para Γ_c pero ahora enfocados en la variación $\Delta\Gamma$.

La variación de $\Delta\Gamma$ con la fracción de espacio ocupado para los cuatro sistemas se muestra en la figura 4.13, en donde se observa que para una fracción de llenado entre 0,55 y 0,60 el cambio de la aceleración debido a la gasificación de la monocapa es máximo. Ya que el $\Delta\Gamma$ graficado representa un cambio de masa en el sistema debido a la gasificación de la monocapa, podemos decir entonces que está relacionado con la densidad del gas de partículas formado. El hecho de que las curvas de la figura 4.14 todas presenten un máximo puede entenderse con el siguiente razonamiento: a medida que se incrementa la fracción de llenado del contenedor, el número de partículas en el gas aumenta por lo que el cambio de masa que detecta la

corneta al pasar de un estado tipo sólido a uno tipo gas se vuelve cada vez mayor, esto corresponde al intervalo en ϕ desde $\approx 0,15$ hasta $\approx 0,65$. Sin embargo al incrementar el número de partículas se reduce el camino libre medio, lo que ocasiona que las esferas presenten un mayor número de colisiones en un intervalo de tiempo determinado. Así que el gas formado disipa energía más rápidamente y las esferas que lo conforman se mantienen colisionando con la plataforma con mayor frecuencia, haciendo que el $\Delta\Gamma$ detectado disminuya nuevamente, esto corresponde al intervalo en ϕ desde $\approx 0,65$ en adelante.

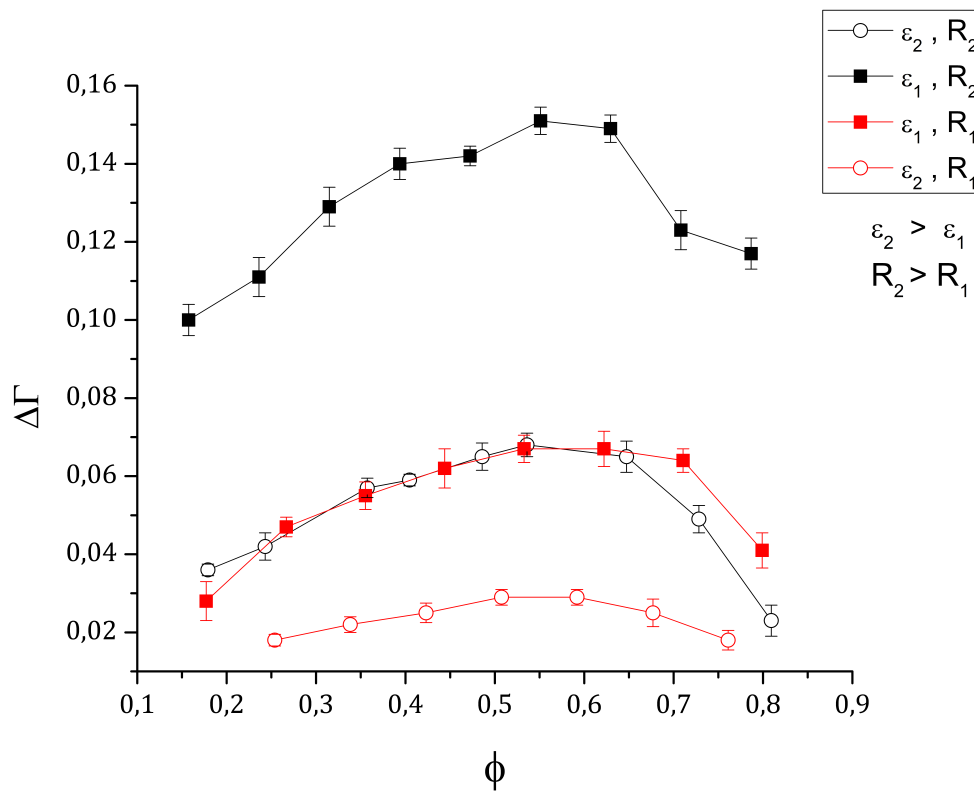


Figura 4.13: Variación de $\Delta\Gamma$ observado durante la transición tipo “sólido-gas” en función de la fracción de llenado del sistema.

En la figura 4.13 también puede observarse que la variación de Γ durante la transición de fase es mayor al utilizar el contenedor más grande, lo que corrobora el hecho de que es el cambio de masa lo que genera el “salto” observado. Un sistema más grande posee mayor número de partículas por lo que el cambio de masa absoluto debe ser mayor. La diferencia

observada entre ambos materiales es atribuída a la densidad de las esferas por la misma razón. Para estudiar mejor la variación del número de partículas en el gas formado y su dependencia con la fracción de llenado se procede a graficar el valor de $\Delta\Gamma$ pesado con el número de esferas en la monocapa, lo que nos proporciona un cambio de masa relativo en cada sistema. En la figura 4.14 se puede observar cómo la porción de partículas en estado gasificado va disminuyendo a medida que aumenta la fracción de llenado del contenedor y vemos que este comportamiento se vuelve independiente del tamaño del recipiente.

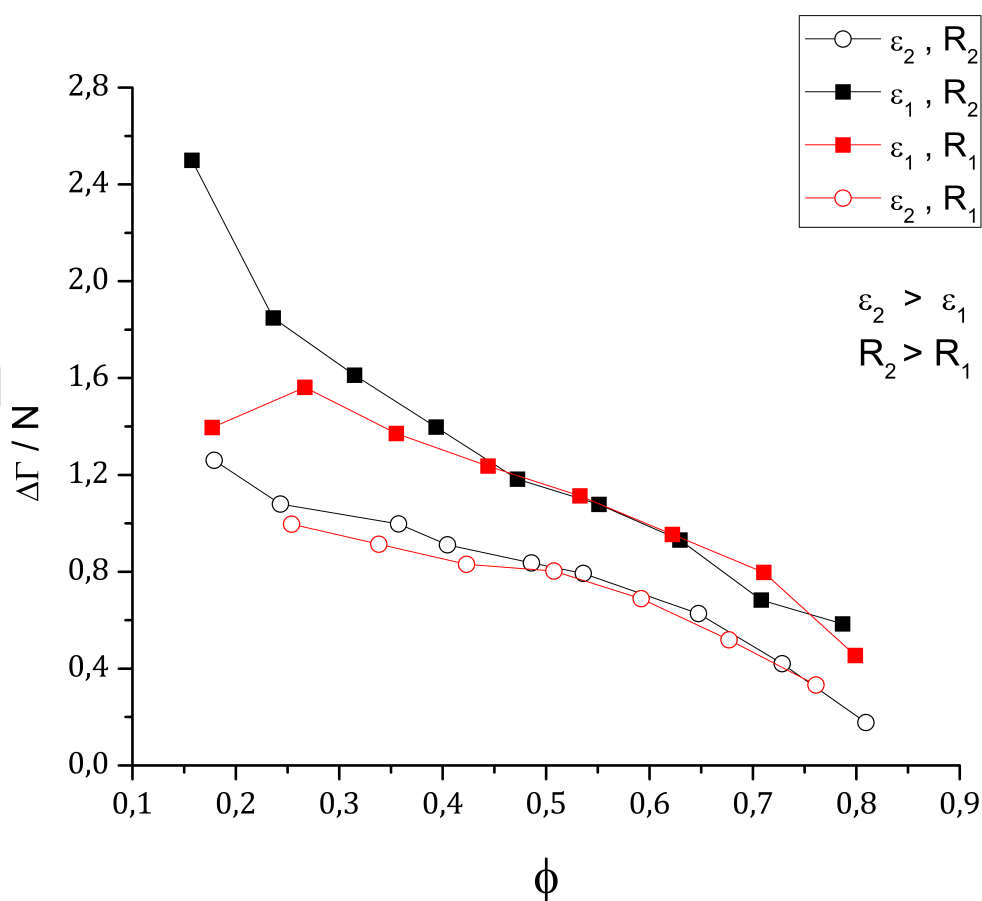


Figura 4.14: $\Delta\Gamma$ pesado con el número de esferas en la monocapa en función de la fracción de llenado.

Capítulo 5

Conclusiones

En el presente trabajo hemos mostrado nuestras observaciones acerca de distintas fases observadas en una monocapa granular vibrada verticalmente. Enfocándonos particularmente en la transición hacia una fase tipo gas, generada espontáneamente a partir de una fase sólida, como producto de un incremento progresivo de la amplitud de vibración.

En nuestros experimentos observamos que el valor de aceleración máxima adimensional para el cual ocurre dicha transición de fase, denominado Γ_c , presenta una dependencia no trivial con la frecuencia de vibración (manteniendo fijos el tipo de grano, el tamaño del sistema y la fracción de llenado). Para algunos valores de frecuencia, la transición hacia la fase gasificada se realiza de forma gradual, pasando previamente por una coexistencia de las fases sólida y gaseosa. La aparición y la estabilidad de dicha coexistencia de fases, además de ser producto de la respuesta de la monocapa ante la perturbación aplicada, está vinculada a desuniformidades en la vibración, aspecto que fue comprobado haciendo un estudio de la uniformidad de la aceleración a lo largo del recipiente vibrante utilizado.

A partir del diagrama de fases construido para Γ vs. ν , seleccionamos un valor de frecuencia que no presentase coexistencia de fases con el fin de estudiar la transición directamente hasta la fase gaseosa. Con este valor de frecuencia (50 Hz) fijo, se realizó un estudio de la

dependencia de Γ_c con la fracción de llenado del sistema, para tener una buena estadística se reportó el valor promedio a partir de 30 experimentos similares para cada ϕ empleado. Este estudio se realizó para dos monocapas granulares conformadas por dos tipos de granos (vidrio y acero inoxidable) que poseen tamaños similares pero densidad y coeficientes de restitución diferentes. De allí se observó que la monocapa de vidrio (que posee mayor coeficiente de restitución y menor densidad que el acero inoxidable) alcanza un estado gasificado para menores valores de aceleración a los requeridos para generar la transición en la monocapa de acero. Esta discrepancia es atribuida a las diferencias en el coeficiente de restitución de ambos medios, y no a la diferencia de densidades de las partículas, debido a que la aceleración a la que las partículas comienzan a rebotar en la superficie es independiente de la masa y se ve afectada por la elasticidad del medio, caracterizada por el coeficiente de restitución.

También se realizó la comparación de los resultados obtenidos al usar dos tamaños de contenedores diferentes (equivalente a dos monocapas granulares de tamaño distinto), y se observó que el sistema de mayor tamaño requiere una mayor aceleración para alcanzar la fase gasificada. Lo cual podemos relacionar con el requerimiento energético que representa acelerar un mayor número de partículas. Para los cuatro sistemas utilizados se mostró que el valor de Γ_c es aproximadamente independiente de la fracción de llenado del sistema, sin embargo, para las monocapas con esferas de vidrio se muestra Γ_c aumenta ligeramente para valores altos de ϕ .

Con los estudios mencionados en los párrafos anteriores se cubren los objetivos planteados al inicio de la investigación. Y como trabajo adicional se realizó el estudio de la variación de $\Delta\Gamma$ con la fracción de llenado para los mismos cuatro sistemas. Este $\Delta\Gamma$ se refiere a un cambio abrupto en la aceleración del sistema observado en el intervalo de tiempo en el que tiene lugar la transición de fase, asociado con el cambio de masa que representa la pérdida del contacto entre algunas partículas y la plataforma (en la fase gaseosa) en un ciclo de oscilación. Dicho estudio muestra que $\Delta\Gamma$ presenta una clara dependencia con la fracción

de llenado, aumentando progresivamente con la fracción de llenado hasta alcanzar un valor máximo alrededor de 0,55 y, a partir de este valor comienza a decaer nuevamente.

$\Delta\Gamma$ provee una medida de la cantidad de masa flotante que deja de percibir la corneta durante la fase gasificada y su dependencia con ϕ se explica de la siguiente manera: ya que este parámetro representa un cambio de masa absoluto durante la transición deberá aumentar al incrementar la masa de la monocapa (agregando un mayor número de esferas) hasta llegar a una fracción de llenado en la que el espacio disponible para el movimiento de las partículas comience a verse limitado haciendo que el tiempo de vuelvo de las partículas disminuya por lo que se mantienen más en contacto con la superficie del contenedor. Además, el valor de $\Delta\Gamma$ para cada ϕ cambia al modificar el tipo de granos utilizado, como producto de una diferencia en la densidad de los mismos, pero no se ve afectado ante una variación en el tamaño del sistema. Estos resultados son de alta relevancia a nivel industrial en el transporte de granos mediante bandas vibratorias, lo que podría generar un manejo más eficiente de la energía utilizada; sin embargo el estudio debe desarrollarse un poco más.

La alta sensibilidad que muestra este medio granular ante los cambios introducidos al sistema nos da una idea de lo complicado que puede ser el estudio de su comportamiento, y mas aún la extrapolación hacia aplicaciones a escalas industriales. Sin embargo presentan una gran variedad de comportamientos interesantes que merecen ser estudiados.

Propuestas para futuras investigaciones

Como resultado de nuestro trabajo se abre una gama de posibilidades para realizar trabajos de investigación futuros. Los más relevantes en términos de su originalidad son los dos siguientes:

- Un estudio complementario que haga posible la medición del número de esferas que se eleva (en promedio) durante cada ciclo de vibración en un fase gasificada, este estudio

permitiría corroborar el significado físico que le hemos adjudicado a $\Delta\Gamma$ como relacionado a la masa efectiva que está siendo sostenida por la plataforma vibrante. Las implicaciones de estos conocimientos en campos como el transporte de granos mediante vibración permitirían, por ejemplo lograr un uso más eficiente de la energía necesaria para vibrar.

- Un monitoreo de la evolución de la coexistencia de fases en el tiempo que permita deducir la presión que ejerce el gas de partículas sobre los grupos de partículas en estado sólido, efecto que genera la formación de las zonas cristalizadas.

www.bdigital.ula.ve

Apéndice A

Especificaciones de las esferas

La compañía proveedora de las esferas de vidrio es **Marienfeld glass beads** que ofrece las siguientes especificaciones:

Size parameters					
Ø [mm]	± [mm]	Crushing strenght [N]	Beads in 1 kg [pcs / kg]	Contact surface of 1 kg [cm ²]	Beads in 1 l [kg / 1l]
1,5	0,2	600	226354	15992	1,545
2	0,2	900	95493	11994	1,550
2,5	0,2	1100	48492	9595	1,560
3	0,2	1600	28294	7995	1,570
3,5	0,3	1800	17818	6854	1,565
4	0,3	2300	11937	5997	1,565
4,5	0,3	2400	8388	5334	1,555
5	0,3	2600	6112	4798	1,555
6	0,3	3600	3537	3998	1,540
7	0,3	3800	2227	3426	1,520
8	0,4	5200	1492	2999	1,505
9	0,4	5700	1048	2665	1,510
10	0,5	6200	764	2399	1,495

Chemical composition in %					
SiO ₂	61 - 67	CaO	5 - 10	Na ₂ O	10 - 18
Al ₂ O ₃	3 - 8	MgO	0,5 - 3	B ₂ O ₃	1 - 5
leadfree glass composition					

Physical and Chemical Characteristic	
specific weight	2.500 ± 40 kg/m ³
coefficient of thermal extension	(9,2 ± 0,4) . 10 ⁻⁶ K ⁻¹
Littleton softening point	TL = 670 ± 10 °C
bulk weight	1.485 kg/m ³
hardness Mohs	6
microhardness Vickers and Rockwell	970 - 1018 kp/cm ²
elasticity module	7,75 Mpa
Young module of elasticity E	78 - 85 Gpa
hydrolytic class	HGB 3
acidic class according to DIN 12116	III.
alkaline class according to ČSN ISO 695	A - 1 class

La compañía proveedora de las esferas de acero inoxidable es **Thomson** (<http://www.thomsonprecisionball.com/>) que ofrece las siguientes especificaciones:

Material Analysis† – 316/316L

Carbon	Maximum of 0.08% (0.03%)††
Manganese	Maximum of 2.00%
Phosphorus	Maximum of 0.045%
Sulphur	Maximum of 0.030%
Silicon	Maximum of 1.00%
Chromium	16.00 to 18.00%
Nickel	10.00 to 14.00%
Nitrogen	Maximum of 0.10%
Molybdenum	2.00 to 3.00%

†Per ASTM A276-89

††Type 316L

Mechanical Properties (Type 316)

Tensile Strength	90,000 psi
Yield Strength	45,000 psi
Elongation in two inches	35%
Reduction in area	60%
Modulus of Elasticity	28,000,000 psi
Density	29 lb./cubic inch

NOTE: All stainless steel balls are passivated. 420 stainless steel balls available on request.

Material Conversion							
Material	AISI	Federal	ASTM	DIN	UNS	JIS	AMS
Stainless Steel	Type 302	QQ-S-763	A276	—	S-30200	—	5636
		CL 302					
	Type 316	QQ-S-763	A276	X5CrNiMo17122	S-31603	SUS316	5648
		CL 316					

Grades and Tolerances (ABMA STD-10)

(2.12) Grade: A specific combination of dimensional form and surface roughness tolerance. A ball grade is designated by a grade number.

(2.4) Ball Diameter Variation: The difference between the largest and the smallest actual single diameter of one ball.

(2.8) Lot Diameter Variation: The difference between the mean diameter of the largest ball and that of the smallest ball in the lot.

(2.9) Nominal Ball Diameter Tolerance: The maximum allowable deviation of any ball lot mean diameter from the nominal ball diameter.

Grading Charts

Grades and Tolerances – Inches							
Grade	Size Range	Deviation from Spherical Form	Lot Diameter Variation	Allowable Ball Gage Variation	Nominal Ball Diameter Tolerance	Marking Increments	Maximum Surface Roughness [†] in Microinches "Ra"
3	.006-1/2"	.000003	±.000003	±.00003	—	0.00001	0.5
5	.006-1/2"	.000005	±.000005	±.00005	—	0.00001	0.8
10	.006-7/8"	.000010	±.000010	±.00005	—	0.00001	1.0
25	.006-1"	.000025	±.000025	±.00010	—	0.00001	2.0
50	.006-1"	.000050	±.000050	—	±.000200	0.00005	3.0
100	.006-1"	.000100	±.000100	—	±.000500	—	5.0
200	.006-1"	.000200	±.000200	—	±.001000	—	8.0
1000	.006-1"	.001000	±.001000	—	±.005000	—	—

[†] Maximum surface roughness arithmetic average.

www.bdigital.ula.ve

Apéndice B

Obtención del coeficiente de restitución.

Como se mencionó en la sección [2.1.1](#) el coeficiente de restitución provee una medida de la elasticidad de la colisión. El método utilizado para calcular dicho coeficiente esfera-plato para los dos materiales utilizados consiste en medir la altura alcanzada por una esfera al rebotar en el contenedor y luego sustituirlas en la relación

$$\epsilon = \frac{h_f}{h_i}$$

donde h_i y h_f son las alturas inicial y final de la partícula en un rebote. Para la obtención de los valores de las alturas dejamos caer una de las esferas sobre el contenedor de vidrio en reposo, y con la ayuda de la cámara filmamos el movimiento de la partícula a una velocidad de 160 cuadros por segundo desde una vista lateral.

Para extraer la información requerida utilizamos un programa de manipulación de imágenes llamado **ImageJ**, que permite observar cómodamente la secuencia de imágenes para detectar las posiciones más fácilmente las posiciones con velocidad cero (altura máximas) y realizar mediciones de distancias desde los mismos puntos de referencia. En las figuras [B.1](#) y [B.2](#) se muestra una secuencia de imágenes para un rebote señalando las alturas inicial y final del mismo.

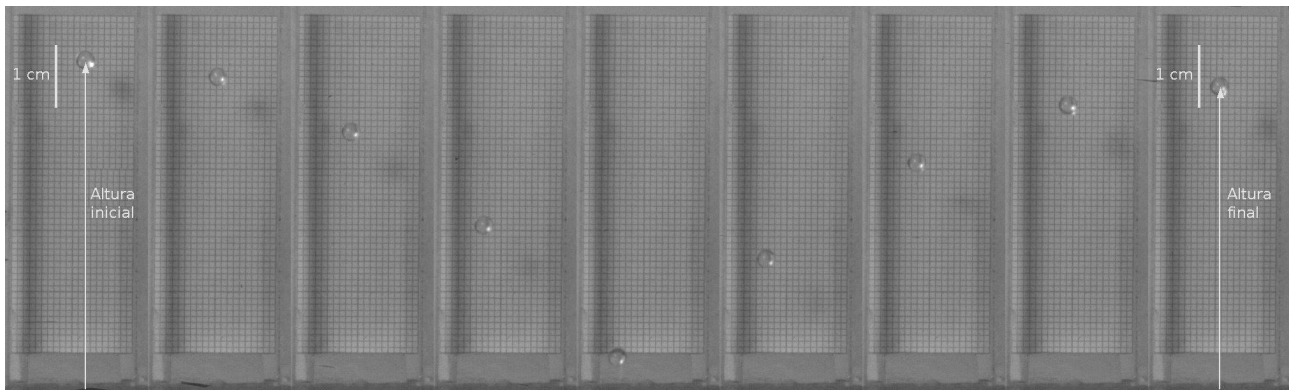


Figura B.1: Secuencia de imágenes para la trayectoria de una esfera de vidrio. La separación temporal de estas imágenes es de 31 ms.

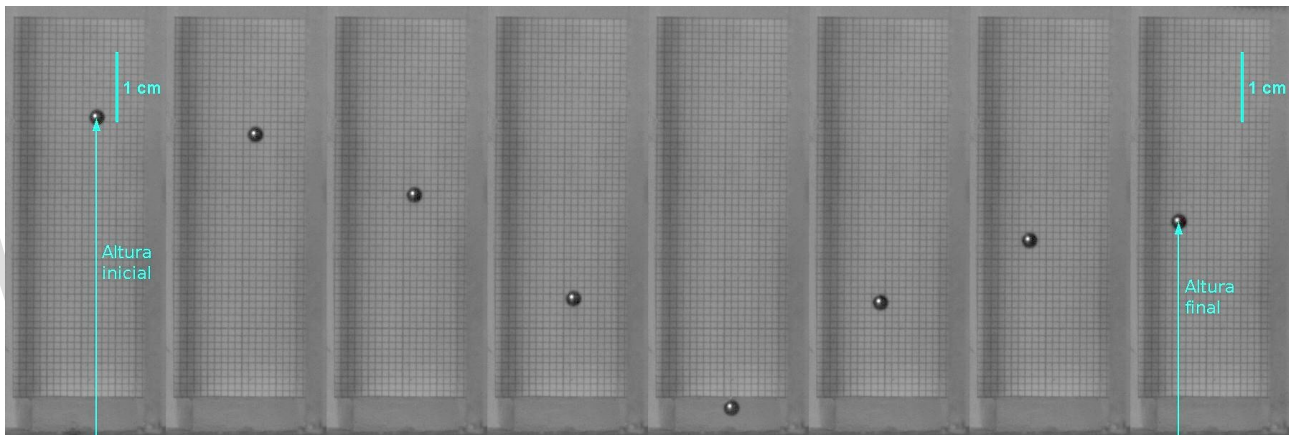


Figura B.2: Secuencia de imágenes para la trayectoria de una esfera de acero. La separación temporal de estas imágenes es de 25 ms.

Para obtener una medición confiable, evitando introducir errores que generen pérdida adicional de energía, se debe:

- Comenzar la medición luego del segundo rebote para asegurarse de que el movimiento no se vea afectado por la introducción de una velocidad al dejar caer la partícula.
- Utilizar alguna pinza u otra herramienta que permita dejar caer la partícula sin velocidad angular.
- Cuidar que la partícula no colisione con las paredes del recipiente durante la trayectoria

analizada.

Los coeficientes de restitución promedio y sus desviaciones estándar, obtenidos para el vidrio y el acero se muestran en la tabla B.1, y los valores de las alturas medidas se presentan en las tablas B.2 y B.3 para el vidrio y el acero, respectivamente.

Cuadro B.1: Coeficiente de restitución promedio calculado a partir de una serie de imágenes de una esfera al rebotar en el contenedor de vidrio. Los datos manejados se muestran en las tablas B.2 y B.3.

Material	Coeficiente de restitución	Error
Vidrio	0.93	0.05
Acero	0.85	0.03

www.bdigital.ula.ve

Cuadro B.2: Valores de la altura alcanzada para la esfera de vidrio.

$h_i \pm 0,01$ (mm)	$h_f \pm 0,01$ (mm)	$\epsilon \pm 0,01$	$h_i \pm 1$ (píxeles)	$h_f \pm 1$ (píxeles)	$\epsilon \pm 0,01$
50.571	45.286	0.946	404	368	0.954
45.286	39.429	0.933	368	319	0.931
39.429	35.429	0.948	319	256	0.896
35.429	32.571	0.959	256	198	0.879
32.571	22.286	0.827	198	175	0.940
22.286	20.286	0.954	175	152	0.932
20.286	18.143	0.946	152	129	0.921
18.143	16.714	0.960	129	118	0.956
16.714	14.000	0.915	118	102	0.930
52.959	46.122	0.933	102	90	0.939
46.122	41.429	0.948	467	392	0.916
41.429	38.265	0.961	392	342	0.934
38.265	34.388	0.948	342	206	0.776
34.388	31.531	0.958	206	177	0.927
31.531	28.367	0.949	177	149	0.918
28.367	25.000	0.939	149	140	0.969
25.000	22.347	0.945	140	72	0.717
22.347	21.122	0.972	589	505	0.926
			505	465	0.960
			465	404	0.932

Cuadro B.3: Valores de la altura alcanzada para una esfera de acero.

$h_i \pm 0,01$ (mm)	$h_f \pm 0,01$ (mm)	$\epsilon \pm 0,01$	$h_i \pm 0,01$ (mm)	$h_f \pm 0,01$ (mm)	$\epsilon \pm 0,01$
17.727	11.364	0.801	13.750	9.375	0.826
11.364	7.614	0.819	9.375	6.146	0.810
7.614	6.023	0.889	6.146	4.479	0.854
6.023	4.773	0.890	4.479	3.542	0.889
4.773	3.523	0.859	44.082	30.306	0.829
3.523	2.841	0.898	30.306	20.204	0.816
14.688	11.458	0.883	20.204	13.061	0.804
11.458	8.438	0.858	13.061	10.408	0.893
46.487	31.064	0.817	10.408	7.449	0.846
12.553	8.936	0.844	7.449	5.714	0.876
8.936	6.383	0.845	42.604	30.312	0.843
6.383	4.362	0.827	17.371	12.500	0.848
12.316	7.996	0.806	5.331	3.768	0.841
7.996	5.239	0.809	3.768	2.849	0.870
5.239	3.768	0.848			

www.bdigital.ula.ve

Bibliografía

- [1] <http://cp.literature.agilent.com/litweb/pdf/5988-8544ESE.pdf>.
- [2] <http://www.graftek.com/pdf/Brochures/pixelink/741and742specsheel.pdf>.
- [3] http://www.kicker.com/sites/default/files/CompVR_1.pdf.
- [4] <http://www.pcb.com/Products.aspx?m=353B34#.UVDual4aW9U>.
- [5] http://www.pcb.energocontrol.pl/Akcesoria/uklady_kondycjonujace.pdf.
- [6] <http://www.thomsonprecisionball.com/stainlesssteel.html>
<http://www.goodfellow.com/S/Acero-Inoxidable-AISI-316.html>
http://www.aksteel.com/pdf/markets_products/stainless/austenitic/316_316L_Data_Sheet.pdf.
- [7] <http://motorcyclepictures.faqih.net/motorbike/kicker-cvr-15>.
- [8] <http://sine.ni.com/nips/cds/view/p/lang/es/nid/201987>
<http://www.ni.com/pdf/manuals/371303m.pdf>.
- [9] <http://users-phys.au.dk/philip/pictures/physicsfigures/node4.html>.
- [10] <http://www.crownaudio.com/media/storagebk/pdf/amps/139436.pdf>.
- [11] <http://www.jnsglass.com/sodalime.php>.
- [12] I. S. Aranson and L. S. Tsimring. Patterns and collective behavior in granular media: Theoretical concepts. *Reviews of Modern Physics*, 78(2):641–692, June 2006.

- [13] A. Baldassarri, A. Barrat, G. D'Anna, V. Loreto, P. Mayor, and A. Puglisi. What is the temperature of a granular medium? *Journal of Physics: Condensed Matter*, 17(24):S2405–S2428, June 2005.
- [14] G. W. Baxter and J. S. Olafsen. The temperature of a vibrated granular gas. *Granular Matter*, 9(1-2):135–139, Aug. 2006.
- [15] F. Cecconi, F. Diotallevi, M. B. Marconi, A. Puglisi, and U. Camerino. Fluid-like behavior of a one-dimensional granular gas. (0):1–21, 2008.
- [16] D. G. Chae. Radial Distribution Functions and Equation of State of the Hard-Disk Fluid. *The Journal of Chemical Physics*, 50(4):1581, 1969.
- [17] L. J. Daniels and D. J. Durian. Propagating waves in a monolayer of gas-fluidized rods. *Physical Review E*, 83(6):061304, June 2011.
- [18] P. de Gennes. Granular matter: a tentative view. *Reviews of Modern Physics*, 71(2):S374–S382, Mar. 1999.
- [19] B. Eichwald, M. Argentina, X. Noblin, and F. Celestini. Dynamics of a ball bouncing on a vibrated elastic membrane. *Physical Review E*, 82(1):16203, 2010.
- [20] a. Garcimartín, J. M. Pastor, R. Arévalo, and D. Maza. Convection in a vibrated granular layer. *The European Physical Journal Special Topics*, 146(1):331–340, July 2007.
- [21] I. Goldhirsch. Introduction to granular temperature. *Powder Technology*, 182(2):130–136, Feb. 2008.
- [22] J. M. N. T. Gray and K. Hutter. Pattern formation in granular avalanches. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 9(6):341–345, Dec. 1997.
- [23] E. Guendelman, R. Bridson, and R. Fedkiw. Nonconvex rigid bodies with stacking. *ACM SIGGRAPH 2003 Papers on - SIGGRAPH '03*, page 871, 2003.

- [24] R. A. Ingale and E. City University of New York. *Dynamics of Vibrated Granular Matter*. ProQuest, 2008.
- [25] H. M. Jaeger, C.-h. Liu, and S. R. Nagel. Relaxation at the angle of repose. *Physical Review Letters*, 62(1):40–43, Jan. 1989.
- [26] H. M. Jaeger and S. R. Nagel. Physics of the granular state. *Science (New York, N.Y.)*, 255(5051):1523–31, Mar. 1992.
- [27] H. M. Jaeger, S. R. Nagel, and R. Behringer. Granular solids, liquids, and gases. *Reviews of Modern Physics*, 68(4):1259–1273, Oct. 1996.
- [28] H. Kuninaka and H. Hayakawa. Anomalous Behavior of the Coefficient of Normal Restitution in Oblique Impact. *Physical Review Letters*, 93(15):154301, Oct. 2004.
- [29] A. E. Lobkovsky, F. Vega Reyes, and J. S. Urbach. The effects of forcing and dissipation on phase transitions in thin granular layers. *The European Physical Journal Special Topics*, 179(1):113–122, May 2010.
- [30] W. Losert, D. G. W. Cooper, and J. P. Gollub. Propagating front in an excited granular layer. *Physical Review E*, 59(5):5855–5861, May 1999.
- [31] B. D. Lubachevsky and F. H. Stillinger. Geometric properties of random disk packings. *Journal of Statistical Physics*, 60(5-6):561–583, Sept. 1990.
- [32] S. Luding. Collisions and contacts between two particles. In *Physics of dry granular media*, page 285. 1998.
- [33] A. Mehta. *Granular Physics*. Cambridge University Press, 2007.
- [34] P. Melby, F. Vega Reyes, A. Prevost, R. Robertson, P. Kumar, D. A. Egolf, and J. S. Urbach. The dynamics of thin vibrated granular layers. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 17(24):S2689–S2704, June 2005.

- [35] F. Melo, P. Umbanhowar, and H. Swinney. Hexagons, Kinks, and Disorder in Oscillated Granular Layers. *Physical Review Letters*, 75(21):3838–3841, Nov. 1995.
- [36] N. Mitarai and H. Nakanishi. Hard-sphere limit of soft-sphere model for granular materials: Stiffness dependence of steady granular flow. *Physical Review E*, 67(2):021301, Feb. 2003.
- [37] M. J. Murray and J. V. Sanders. Close-packed structures of spheres of two different sizes II. The packing densities of likely arrangements. *Philosophical Magazine A*, 42(6):721–740, Dec. 1980.
- [38] X. Nie, E. Ben-Naim, and S. Y. Chen. Dynamics of vibrated granular monolayers. *Europhysics Letters (EPL)*, 51(6):679–684, Sept. 2000.
- [39] M. O’Keeffe and B. G. Hyde. *Crystal Structures, No 1: Patterns and Symmetry*. Mineralogical Society of Amer, 1996.
- [40] J. S. Olafsen and J. S. Urbach. Clustering, Order, and Collapse in a Driven Granular Monolayer. *Physical Review Letters (PRL)*, 81(20):4369–4372, Nov. 1998.
- [41] J. S. Olafsen and J. S. Urbach. Velocity distributions and density fluctuations in a granular gas. *Physical Review E*, 60(3):R2468–R2471, Sept. 1999.
- [42] F. Pacheco-Vázquez, G. A. Caballero-Robledo, and J. C. Ruiz-Suárez. Superheating in Granular Matter. *Physical Review Letters*, 102(17):170601, Apr. 2009.
- [43] P. Papon, J. Leblond, and P. H. E. Meijer. *The physics of the phase transitions. Concepts and applications*. Springer, second edition, 2006.
- [44] A. Prevost, D. A. Egolf, and J. S. Urbach. Forcing and Velocity Correlations in a Vibrated Granular Monolayer. *Physical Review Letters*, 89(8):084301, Aug. 2002.
- [45] A. Prevost, P. Melby, D. A. Egolf, and J. S. Urbach. Nonequilibrium two-phase coexistence in a confined granular layer. *Physical Review E*, 70(5):050301, Nov. 2004.

- [46] D. C. Rapaport. *The art of molecular dynamics simulations*. Cambridge University Press, second edition, 2004.
- [47] P. M. Reis, R. A. Ingale, and M. D. Shattuck. Crystallization of a Quasi-Two-Dimensional Granular Fluid. *Physical Review Letters*, 96(25):258001, June 2006.
- [48] P. M. Reis, R. A. Ingale, and M. D. Shattuck. Caging Dynamics in a Granular Fluid. *Physical Review Letters*, 98(18):188301, Apr. 2007.
- [49] P. M. Reis, R. A. Ingale, and M. D. Shattuck. Forcing independent velocity distributions in an experimental granular fluid. *Physical Review E*, 75(5):051311, May 2007.
- [50] M. M. Roozbahani, B. B. Huat, and A. Asadi. The effect of different random number distributions on the porosity of spherical particles. *Advanced Powder Technology*, 24(1):26–35, Jan. 2013.
- [51] M. M. Roozbahani, B. B. K. Huat, and A. Asadi. Effect of rectangular container's sides on porosity for equal-sized sphere packing. *Powder Technology*, 224:46–50, July 2012.
- [52] S. T. Thoroddsen and A. Q. Shen. Granular jets. *Physics of Fluids*, 13(1):4, 2001.
- [53] J. Travis and J. Kring. *LabVIEW for Everyone: Graphical Programming Made Easy and Fun*. Prentice Hall, third edition, 2006.
- [54] P. B. Umbanhowar, F. Melo, and H. L. Swinney. Localized excitations in a vertically vibrated granular layer. *Nature*, 382(6594):793–796, Aug. 1996.
- [55] J. S. Urbach and J. S. Olafsen. Experimental observations of non-equilibrium distributions and transitions in a 2D granular gas. In *Granular Gases*, volume 564, pages 410–428. July 1999.
- [56] J. S. Urbach and J. S. Olafsen. SPHERES ON A VIBRATING PLATE: CLUSTERING AND COLLAPSE. In *Proceedings of the 5th Experimental Chaos Conference*, pages 365–376, Singapore, 2001. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.

- [57] F. Vega Reyes and J. S. Urbach. Effect of inelasticity on the phase transitions of a thin vibrated granular layer. *Physical Review E*, 78(5):051301, Nov. 2008.
- [58] S. Wu, D. Wasan, and A. Nikolov. Structural transitions in two-dimensional hard-sphere systems. *Physical Review E*, 71(5):56112, May 2005.

www.bdigital.ula.ve