

**Universidad de Los Andes**  
**Facultad de Ingeniería**  
**Doctorado en Ciencias Aplicadas**

**"MODELO DEL COMPORTAMIENTO DE LA  
MAMPOSTERIA CONFINADA BASADO EN  
LA TEORÍA DEL DAÑO"**

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

***MONICA PUGLISI VILLAMEDIANA***  
***Tutor: Dr. Julio Flórez López***  
***Mérida, Venezuela***

***Noviembre, 2005***

## RESUMEN

La influencia de la mampostería de relleno en el comportamiento de pórticos sujetos a cargas sísmicas es muy importante. Durante sobrecargas severas, el agrietamiento y el daño son los fenómenos dominantes en la mampostería de relleno. Como resultado, se observa degradación significativa de la rigidez y la resistencia. La interacción entre la mampostería y los pórticos es modificada continua y muy rápidamente. El daño del relleno produce modificaciones muy importantes de las propiedades generales del pórtico. Por lo tanto, es esencial una buena representación de este fenómeno a un costo computacional razonable.

Este artículo propone un modelo del comportamiento de la mampostería de relleno en estructuras aporticadas tomando en cuenta el daño. El modelo está basado en el modelo del puntal equivalente, la teoría de la plasticidad y la teoría del daño continuo. El modelo clásico del puntal equivalente es modificado con la inclusión de un nuevo concepto: El concentrador plástico. El concentrador plástico une las dos barras del modelo del puntal y permite transferir los efectos entre las barras. El modelo es validado a través de simulaciones numéricas en pruebas experimentales llevadas a cabo en pórticos de concreto armado con mampostería sujetas a cargas monotónicas y cíclicas.

## **CONTENIDO**

### **1. Introducción 1**

1.1. Objetivos de la investigación / 1

1.2. Organización de la investigación / 3

### **2. Conceptos fundamentales 5**

2.1. El criterio de Griffith / 5

2.2. Conceptos elementales de la teoría del daño continuo / 7

2.3. Teoría del daño concentrado en pórticos de concreto armado / 9

2.3.1. Cinemática de pórticos planos / 9

2.3.1.1. Desplazamientos generalizados / 9

2.3.1.2. Deformaciones generalizadas / 11

2.3.1.3. Ecuaciones cinemáticas / 11

2.3.2. Dinámica de pórticos planos / 13 2.3.2.1. Esfuerzos generalizados / 13

2.3.3. Ley de comportamiento elástica en pórticos de concreto armado / 14

2.3.4. Ley de comportamiento elastoplástica para miembros de pórticos planos / 15

2.3.4.1. Ley de Estado para un pórtico elastoplástico / 16

2.3.4.2. Ley de evolución de las deformaciones plásticas para una viga-columna / 17

2.3.5. Ley de comportamiento con daño en pórticos de concreto armado / 18

2.3.5.1. Ley de Estado para un pórtico con daño / 18

2.3.5.2. Ley de evolución de las deformaciones plásticas para una viga-columna / 19

2.3.5.3. Ley de evolución del daño para una viga-columna / 20

**3. Enfoques para el modelado de  
la mampostería confinada**

**21**

3.1. Micro-modelos / 22

3.2. Macro-modelos / 27

**4. Análisis experimentas del comportamiento de  
la mampostería confinada**

**33**

4.1. Ensayos en probetas de mampostería / 33

4.2. Ensayos en pórticos vacíos / 36

4.3. Ensayos en pórticos con mampostería completa con ladrillos de arcilla / 43

4.4. Ensayos en pórticos con mampostería completa con bloques de arcilla / 45

4.5. Ensayos en pórticos con mampostería parcial / 49

**5. Simulación numérica del comportamiento  
de la mampostería confinada usando abaqus**

**51**

5.1. Modelos disponibles en Abaqus para la simulación del comportamiento de la mampostería confinada / 51

5.1.1. Elementos para modelar pórticos de concreto armado / 51

5.1.1.1. Elementos de viga / 51

5.1.1.2. Refuerzo metálico / 53

5.1.1.3. Elementos de pórtico / 54

5.1.2. Elementos para modelar mampostería de relleno / 55

5.1.2.1. Sólidos en dos dimensiones / 55

5.1.2.2. Materiales / 55

5.1.2.2.1. Modelo para el Concreto / 55

5.1.2.2.2. Modelo de plasticidad de Drucker-Prager / 56

5.2. Simulaciones Numéricas / 56

5.2.1. Modelado del Pórtico sin mampostería / 56

5.2.2. Modelado del Pórtico con mampostería / 62

## **6. Teoría de pórticos rellenos con mampostería:**

### ***El concentrador plástico.***

**65**

6.1. Cinemática de Pórticos rellenos con mampostería / 65

6.1.1. Ecuaciones cinemáticas / 68

6.2. Dinámica de Pórticos rellenos con mampostería / 69

6.3. Ley de Comportamiento elástica para la mampostería / 73

6.4. Ley de Comportamiento Elastoplástico Perfecto en Muros Equivalentes sin concentrador plástico / 75

6.4.1. Ley de estado para un muro equivalente / 76

6.4.2. Ley de Involución de las Deformaciones Plásticas para el muro equivalente / 77

6.5. Análisis experimental de pórticos rellenos / 78

6.6. Ley de Comportamiento Elastoplástica Perfecta en Muros Equivalentes con concentrador plástico / 82

6.6.1. Ley de estado para un muro equivalente / 82

6.6.2. Ley de Evolución de las Deformaciones Plásticas para el muro equivalente / 82

**7. Comportamiento de la mampostería confinada mediante la teoría del daño concentrado.**

**86**

7.1. Comportamiento de la mampostería bajo cargas de compresión / 86

7.2. Modelo de daño para la mampostería confinada: Envolvente parabólica / 88

7.2.1. Comportamiento de la mampostería bajo solicitaciones monotónicas / 90

7.2.2. Comportamiento de la mampostería bajo solicitaciones cíclicas / 92

7.2.3. Simulación numérica del comportamiento de pórticos rellenos con mampostería con envolvente parabólica / 93

7.3. Modelo de daño para la mampostería confinada: Envolvente exponencial / 97

7.3.1. Comportamiento de la mampostería bajo solicitaciones monotónicas / 99

7.3.2. Comportamiento de la mampostería bajo solicitaciones cíclicas / 100

7.4. Implementación numérica y simulaciones / 101

7.4.1. Resolución del Problema Global por PEF / 102

7.4.2. Resolución del Problema Local por MURO / 104

7.4.2.1. Cálculo de las deformaciones (CAL DEFTOT) / 104

7.4.2.2. Cálculo del esfuerzo y las variables internas (CAL. ESFUERZO) / 105

7.4.2.3. Cálculo de las fuerzas internas (CAL FUERZAS) / 106

7.4.2.4. Cálculo del jacobiano local en coordenadas globales (CAL JACOB) / 107

7.4.3. Simulaciones Numéricas del modelo del pórtico con mampostería / 107

7.4.3.1. Pórtico sin mampostería monotónico y cíclico / 108

7.4.3.2. Pórtico con mampostería monotónica y cíclica / 109

7.4.3.3. Simulación numérica del comportamiento de un edificio con  
mampostería confinada sometido a solicitaciones pseudo-dinámicas / 110

<b>8. Conclusiones</b>	<b>119</b>
<b>9. Bibliografía</b>	<b>121</b>

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## **CAPITULO 1**

### **INTRODUCCIÓN**

Muchas de las estructuras de concreto armado existentes alrededor del mundo, son estructuras aporticadas con mampostería de relleno. Aunque la mampostería no se considere en el momento del diseño estructural, esta provee mucha de la rigidez lateral y de la resistencia sísmica y su influencia en el comportamiento de los pórticos es considerable bajo acciones sísmicas. Además cambia las características dinámicas del pórtico.

Los ingenieros estructurales han ignorado durante mucho tiempo la influencia de la mampostería cuando seleccionan la configuración estructural asumiendo que estos paneles son elementos frágiles si se comparan con el pórtico. La práctica de diseñar despreciando el relleno durante la formulación de modelos matemático conduce a errores sustanciales en la predicción de la rigidez lateral, el esfuerzo y la ductilidad, esto como consecuencia del desconocimiento con respecto al comportamiento de los pórticos rellenos, y por falta de métodos prácticos para predecir la rigidez y resistencia, ya que los programas de computadora que usan comúnmente los diseñadores no están provistos de elementos racionales y específicos para modelar el comportamiento de la mampostería de relleno.

#### **1.1. Objetivos de la investigación.**

Existen diversas técnicas para idealizar las estructuras de pórticos rellenos con mampostería, las cuales se pueden dividir en dos grupos; según la amplia literatura que existe al respecto [2-12,14,15,17-25.29-51], estos grupos son: Los micro-modelos en los cuales las estructura son divididas en numerosos elementos para tomar en cuenta los efectos locales al detalle, siendo la formulación en elementos finitos el ejemplo típico para los micro-modelos por el



nivel de detalle que este involucra., y los macro-modelos que incluyen modelos simplificados basados en comprender el comportamiento físico de la mampostería de relleno, donde el mecanismo del puntal equivalente (Ver figura 1.1 .a) es la representación mas sencilla de estos y la que se utilizará en este trabajo para idealizar la estructura.

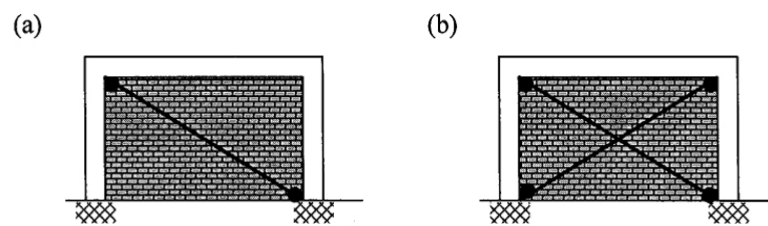


Figura1.1. Modelos del puntal equivalente

El comportamiento inelástico del puntal equivalente ha sido estudiado intensamente por muchos investigadores Sin embargo, para cargas cíclicas o sísmicas el modelo de puntal diagonal presenta serias desventajas. En estos casos son necesarias dos diagonales para tomar en cuenta la influencia de los paneles de relleno en el comportamiento del pórtico (ver figura 1.1 .b). En el enfoque convencional ambas barras están desacopladas, pero físicamente, hay un solo elemento. Esta característica del modelo, no se corresponde con la física del problema, permitiendo una representación incorrecta del comportamiento en casos importantes como el análisis dinámico de pórticos rellenos sujetos a cargas sísmicas. Aquí se propone un modelo del comportamiento de la mampostería de relleno en estructuras aporticadas, y se presenta una teoría para el análisis de estas estructuras incluyendo la influencia a de la mampostería no estructural. Además, se presenta una modificación muy simple del modelo del puntal equivalente para incluir el acoplamiento entre las dos barras. Este acoplamiento esta dado por la introducción de un concepto llamado **"concentrador plástico"** (Ver figura 1.2). Un concentrador plástico puede ser comparado con una rótula plástica en el sentido que ambos se pueden considerar como un resorte inelástico de longitud cero. El concentrador plástico une ambas barras diagonales y produce

una transferencia de efectos de un puntal al otro.

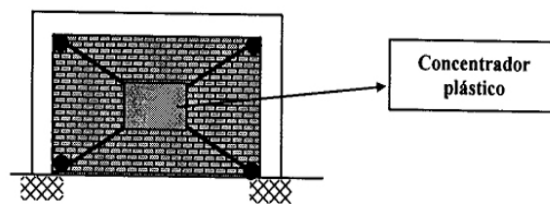


Figura1.2. Modelo del pórtico con mampostería con concentrador plástico

Las propuestas hasta ahora muestran que los dos puntales diagonales trabajan independientemente, conde al activarse la fuerza de compresión en un puntal el otro puntal se encuentra totalmente desactivado. El concepto de concentrador plástico propuesto en este trabajo permite modelar la interacción entre los dos puntales.

## 1.2. Organización de la investigación.

Este trabajo es organizado de acuerdo a las etapas seguidas para el desarrollo de esta investigación en seis capítulos mas esta introducción y las conclusiones. En el capítulo uno se hace una introducción general sobre el problema y los objetivos de este trabajo. En el segundo capítulo se presenta la cinemática y dinámica de pórticos planos [13], caracterizados en términos de deformaciones y esfuerzos generalizados, y las ecuaciones del problema se agrupan en ecuaciones cinemáticas y de equilibrio dinámico. Además, son presentados algunos conceptos fundamentales de la mecánica del daño.

En el capítulo tres hace referencia a las dos categorías dentro de las cuales se pueden agrupar los métodos analíticos utilizados, por diversos investigadores, para predecir el comportamiento de las estructuras tomando en cuenta la mampostería, los micro-modelos y los macro-modelos.

En el cuarto capítulo, se describe un estudio experimental del comportamiento de especímenes de mampostería bajo fuerzas de compresión y de pórticos de concreto armado con y sin mampostería, también se muestran los ensayos

experimentales de pórticos de concreto armado con mampostería parcial. Estos resultados son usados para desarrollar las leyes constitutivas de los puntales equivalentes con concentrador plástico. Las pruebas son realizadas primero en el caso de cargas monotónicas y después por cargas cíclicas.

En el capítulo cinco se modelan pórticos de concreto armado con mampostería de relleno utilizando las herramientas disponibles en el programa comercial de elementos finitos *ABAQUS* [1] a nivel de micro-modelo.

En el capítulo seis, se presentan las leyes de comportamiento, tanto elásticas como elastoplásticas perfectas, para el pórtico plano y el muro equivalente y las diferencias del comportamiento de la mampostería con y sin concentrador plástico.

Finalmente, en el capítulo siete, se muestra el modelo para la mampostería plano, en cuenta el daño y su comportamiento bajo solicitaciones monotónicas y cíclicas. Después, el modelo es validado por la simulación numérica de los ensayos experimentales mostrados en el capítulo cuatro, también se muestra el flujograma del elemento finito y las simulaciones numéricas empleando un procesador de análisis estructural, basado en la Web, llamado ***Portal de Pórticos*** [49]

Por último, en el capítulo ocho, se hacen las conclusiones y recomendaciones para trabajos en el futuro en el área de estructuras con mampostería.

## CAPITULO 2

### CONCEPTOS FUNDAMENTALES

En este capítulo se mostrará un modelo para pórticos de concreto armado basado en los principios de la mecánica de la fractura y la teoría del daño en medios continuos. Se presentan conceptos básicos de ambas teorías, además de la cinemática que estudia el movimiento de la estructura, la dinámica a través del principio de los trabajos virtuales y las leyes de comportamiento del modelo.

#### 2.1. El criterio de Griffith.

En la mecánica de la fractura frágil [13,16] se admite la existencia de fisuras que se pueden propagar inclusive en medios elásticos la propagación de la fisura se describe mediante el criterio de Griffith, basado en los teoremas fundamentales de la energía de la mecánica de medios continuos.

Considérese una placa infinita (ver figura 2.1) sometida a un estado homogéneo de tensiones lejos de la fisura.

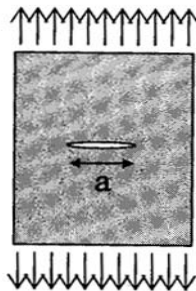


Figura 2.1 Placa infinita sometida a un estado homogéneo de tensiones.

La energía total para este caso es como se muestra en la ecuación 2.1:

$$E = W - T_{ext} + W_S \quad (2.1)$$

Donde  $W$  es la energía de deformación elástica,  $W_s$  la energía superficial necesaria para crear una nueva superficie de fractura y según la hipótesis de Griffith es proporcional a la longitud de la fisura y  $T_{ext}$  es el trabajo de las fuerzas externas. El problema fundamental es ahora determinar la energía necesaria para abrir la fisura en forma simétrica a partir de sus dos extremos. La propagación de la fisura ocurre en este caso con una disminución en la energía total de la placa. Este remanente de energía se transforma en energía cinética lo que permite que la fisura se propague, por lo que el criterio de Griffith se escribe como:  $dE/da = 0$ , que en el caso general el criterio se puede expresar como la ecuación 2.2:

$$G = R \quad (2.2)$$

Donde:  $G = -\frac{d}{da}(W - T_{ext})$  ;  $R = \frac{dW_s}{da}$  ;

y  $G$  es la tasa de disipación de energía o fuerza conductora de la grieta, que se obtiene como resultado de un análisis estructural y depende de la geometría, las propiedades de la estructura y sus solicitaciones.  $R$  es la resistencia al agrietamiento y es una propiedad del material que debe ser determinada experimentalmente y se expresa en el caso general como una función del incremento de la fisura.

En este criterio la zona de microagrietamientos que se genera alrededor de la punta de la fisura es pequeña en relación al tamaño de esta.

## 2.2. Conceptos elementales de la teoría del daño continuo.

El Criterio de Griffith explicado en la sección anterior no se puede utilizar para modelar el comportamiento de un material si la zona de microagrietamientos es grande en comparación con el tamaño de la fisura, en este caso es necesario utilizar la teoría del daño continuo.

La teoría del daño continuo está basada en el concepto de la variable de daño [13]. Considérese un elemento de volumen en un continuo [13,36]. Sea  $A$  el área de la intersección de un plano con el elemento de volumen y sea  $A_d$  el área efectiva de la intersección de todas las micro grietas o micro vacíos en el elemento con  $A$  (ver figura 2.1). El daño  $D_{\vec{n}}$  en este elemento de volumen y en la dirección definida por la normal  $\vec{n}$  al área  $A$  pueden ser expresado como la ecuación 2.3:

$$D_{\vec{n}} = \frac{A_d}{A} \quad (2.3)$$

Esta variable puede tomar valores entre cero (elemento intacto) y uno (elemento dañado)

www.bdigital.ula.ve

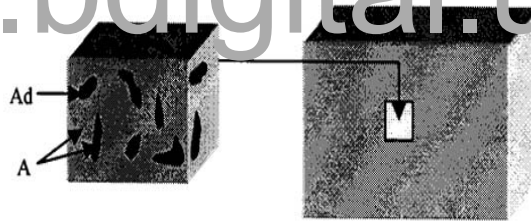


Figura 2.1. Daño en un elemento de volumen.

La hipótesis del daño isótropo consiste en asumir que  $D$  es aproximadamente el mismo en cualquier dirección  $\vec{n}$ . Entonces, el estado del daño puede ser representado por un escalar:

$$D_{\vec{n}} \cong D \quad \forall \quad \vec{n} \quad (2.4)$$

El acoplamiento entre elasticidad y daño es llevado a cabo por la introducción

del concepto de esfuerzo efectivo y la hipótesis de equivalencia en deformaciones. Sea  $\vec{F}$  la fuerza normal resistida por el área  $A$  en el elemento de volumen. El esfuerzo de Cauchy convencional se define como

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.5)$$

El esfuerzo efectivo  $\bar{\sigma}$  es definido en una manera similar, excepto que el área efectiva  $A-A_d$  es usada en lugar del área total, entonces:

$$\bar{\sigma} = \frac{F}{A - A_d} = \frac{\sigma}{1 - D} \quad (2.6)$$

La hipótesis de equivalencia en deformaciones establece que el comportamiento de un material dañado puede ser descrito por las mismas leyes de un material intacto si el esfuerzo de Cauchy es sustituido por el esfuerzo efectivo. Para un material con estado de daño frágil, la ley de estado es:

$$\bar{\sigma} = E(\varepsilon) \quad ; \text{ por lo tanto } \sigma = (1 - D)E(\varepsilon) \quad (2.7)$$

Además es necesario introducir una ecuación adicional denominada ley de evolución del daño.

Mazars [19] desarrolló un criterio para el concreto basado en observaciones microscópicas a este material, las cuales revelaron que las microgrietas siempre se orientan preferiblemente normal a la dirección de los esfuerzos principales máximos. De aquí Mazars propone la idea de introducir un criterio que depende solo de la parte positiva de los esfuerzos principales:

$$\varepsilon^* = \left( \langle \varepsilon_1 \rangle^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle^2 \right)^{1/2} \quad (2.8)$$

Y en el caso de cargas monotónicas, la ley de evolución del daño, se escribe como:

$$D=1-\frac{\varepsilon_{Do}(1-A)}{\varepsilon^*}-\frac{A}{\exp(B(\varepsilon^*-\varepsilon_{Do}))} \quad (2.10)$$

## 2.3. Teoría del daño concentrado en pórticos de concreto armado.

### 2.3.1. Cinemática de pórticos planos [13,33]

La cinemática es la parte de la física que estudia el movimiento de los cuerpos sin tener en cuenta sus causas, y se describe al deducir las relaciones que existen entre el desplazamiento y la deformación.

#### 2.3.1.1. Desplazamientos generalizados.

Considérese un pórtico plano compuesto por miembros que pueden ser vigas y columnas, conectados entre sí por nodos como se muestra en la figura 2.2.

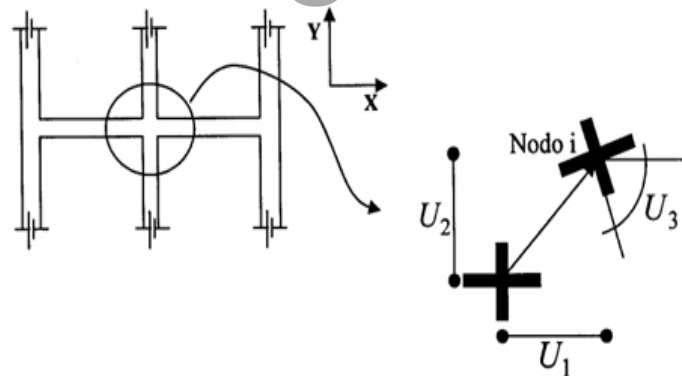


Figura 2.2. Representación de un pórtico y los desplazamientos generalizados del nodo "i" del mismo

De acuerdo a un par de ejes coordenados **X-Y**, se define la posición de cada uno de los nudos del pórtico.

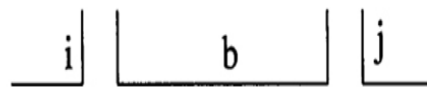
La matriz de desplazamientos generalizados de un nudo "i", se definen como:



$$\{u\}_i = \begin{bmatrix} u_i \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Donde  $u_i$  y  $u_2$  indican los desplazamientos del nudo en la dirección  $X$  y  $Y$  respectivamente y  $u_3$ , indica la rotación del nudo con respecto a su posición en la configuración inicial.

Los miembros de un pórtico se consideran conectados a dos nodos, como se muestra en la figura 2.3:



[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

Figura 2.3. Representación de un miembro entre los nodos "i" y "j".

Y la matriz de desplazamientos generalizados de un elemento  $b$ , entre los nudos "i" y "j" está compuesta por los desplazamientos de ambos nudos:

$$\{q\}_b = \begin{bmatrix} \{u_i\} \\ \{u_j\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \\ q_5 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Esta variable caracteriza el movimiento de la barra.

En el caso de toda la estructura se debe ensamblar la matriz correspondiente a todos los elementos de vigas y columnas que forman la estructura. Por lo que

la matriz de desplazamientos generalizados de la estructura, se compone de los desplazamientos de todos los nudos del pórtico. Esta matriz define el movimiento de toda la estructura y se define como:

$$\{u\} = \begin{bmatrix} \{u_i\} \\ \{u_2\} \\ \vdots \\ \{u_n\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_{3n} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

### 2.3.1.2. Deformaciones generalizadas.

Considérese una viga-columna  $b$  entre los nodos  $i$  y  $j$ , como se muestra en la Figura 2.3. Para pórticos planos, la matriz de deformaciones generalizadas de una viga-columna es definida como sigue:

$$\{\Phi\}_b = \{\phi_i, \phi_j, \delta\} \quad (2.14)$$

Donde los términos  $\phi_i$  y  $\phi_j$  representan la rotación relativa de la viga-columna y  $\delta_{ij}$  es la longitud del miembro (ver figura 2.4).

Se puede notar que durante el movimiento de cuerpo rígido de la viga-columna, la matriz  $\{\phi\}_b$  es cero y viceversa.

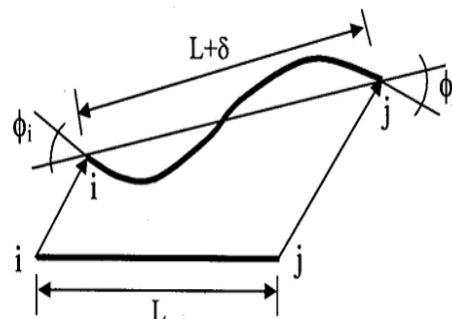


Figura 2.4. Deformaciones generalizadas del miembro entre los nodos " $i$ " y " $j$ "

### 2.3.1.3. Ecuaciones cinemáticas.

Las matrices de deformaciones y de desplazamientos generalizados están relacionadas por las ecuaciones cinemáticas. Para deducir estas ecuaciones (los efectos geométricos no lineales se desprecian) [13], se supone que un miembro de la estructura se somete a un incremento diferencial  $dq_1$  del desplazamiento en la dirección  $X$  del nudo "i" ver figura 2.5:

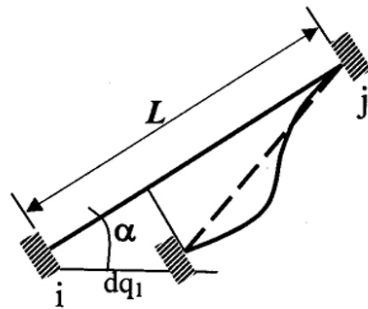


Figura 2.5. Deformaciones generalizadas en el miembro "i-j", producidas por un incremento infinitesimal  $qd_1$

De la misma manera, se debe producir un incremento diferencial  $dq_2$  en la dirección  $Y$  del mismo nudo y por último, un incremento diferencial  $qd_3$  de la rotación del nudo "j" mientras que las demás componentes de la matriz de desplazamientos generalizados del miembro permanecen nulos.

Igualmente se pueden obtener incrementos de deformaciones al aplicar desplazamientos  $dq_4$ ,  $dq_5$  ó  $dq_6$  en el nudo "j".

Aplicando el principio de superposición, se completa la matriz con los términos no nulos de  $[B_{vc}]$ .

$$[B_{vc}] = \begin{bmatrix} \frac{\sin \alpha}{L} - \frac{\cos \alpha}{L} & 1 - \frac{\sin \alpha}{L} \frac{\cos \alpha}{L} & 0 \\ \frac{\sin \alpha}{L} - \frac{\cos \alpha}{L} & 0 - \frac{\sin \alpha}{L} \frac{\cos \alpha}{L} & 1 \\ -\cos \alpha - \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \quad \sin \alpha & 0 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

La ecuación cinemática para la viga-columna, cuando en toda la estructura se producen desplazamientos simultáneamente, se escribe como:

$$\{\phi\} = [B_{vc}]\{U\} \quad (2.19)$$

Donde cada término de la ecuación 2.19, queda definido como:

$$\left. \begin{aligned} \Phi_i &= \frac{\text{sen}\alpha}{L_b} u_i - \frac{\text{cos}\alpha}{L_b} v_i + 0_j - \frac{\text{sen}\alpha}{L_b} u_j + \frac{\text{cos}\alpha}{L_b} v_j \\ \phi_j &= \frac{\text{sen}\alpha}{L_b} u_i - \frac{\text{cos}\alpha_b}{L_b} v_i - \frac{\text{sen}\alpha}{L_b} u_j + \frac{\text{cos}\alpha}{L_b} v_j + 0_j \\ \delta_{ij} &= -u_i \text{cos}\alpha_b - v_i \text{sen}\alpha + u_j \text{cos}\alpha_b - v_j \text{sen}\alpha_b \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

### 2.3.2. Dinámica de pórticos planos

Basados en el principio de los trabajos virtuales, el cual relaciona las fuerzas externas, los esfuerzos generalizados y las fuerzas de inercia, podemos definir como estas variables forman parte de los diferentes elementos de una estructura.

#### 2.3.2.1. Esfuerzos generalizados.

El "principio de los trabajos virtuales" establece que el trabajo virtual de las fuerzas externas  $T_e^*$  debe ser igual al trabajo virtual de las fuerzas internas  $T_i^*$  más el trabajo virtual de las fuerzas de inercia  $T_a^*$  cuando la estructura está sometida a desplazamientos infinitesimales virtuales  $[U^*]$ , además este principio debe verificarse para que la estructura se encuentre en equilibrio dinámico, según la ecuación 2.20:

$$T_i^* + T_a^* = T_e^* \quad \forall \quad \{U^*\} \quad (2.20)$$

El trabajo interno o de deformación se obtiene mediante la definición de la matriz de esfuerzos conjugada con la matriz de deformación  $\{\phi\}_b$ . Los esfuerzos generalizados de la barra  $b$ , están dados por:

$$\{M\}_b^t = (m_i, m_j, n_{ij}) \quad (2.21)$$

Donde los parámetros en la viga-columna están representados en la figura 2.8.



Figura 2.8. Esfuerzos generalizados en un miembro de un pórtico plano.

Así, el trabajo interno del pórtico esta dado por:

$$T_{int}^* = \sum_b \{\phi\}_b^t \{M\}_b \quad (2.22)$$

El trabajo externo esta dado por la introducción de las fuerzas nodales externas  $\{P\}$  que está conjugada en la matriz de desplazamientos generalizados  $\{U\}$ :

$$T_{ext}^* = \{U\}^t \{P\} \quad (2.23)$$

Las fuerzas de inercia y su trabajo virtual son nulos para cargas estáticas, mientras que para cargas dinámicas las fuerzas de inercia no son despreciables y esta definido como:

$$T_{iner}^* = \sum_b [masa]_b \{\ddot{U}\} \quad (2.24)$$

donde  $[masa]$ , es la matriz de masas de los elementos de viga-columna.

### 2.3.3. Ley de comportamiento elástica en pórticos de concreto armado:

Las leyes de comportamiento son ecuaciones que toman en cuenta el material del que está hecha la estructura y permiten calcular los esfuerzos conocida la historia de deformaciones.

Considerando un miembro de un pórtico plano de sección constante, como se muestra en la figura 2.9:

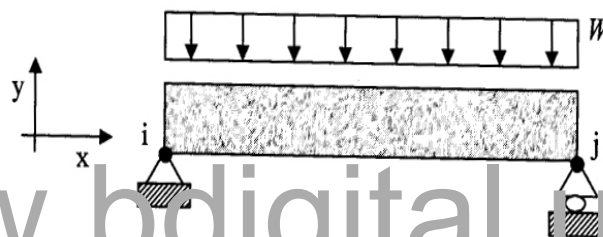


Figura 2.9 Miembro de un pórtico plano

Podemos relacionar las deformaciones generalizadas  $\phi_i$  y  $\phi_j$  y los esfuerzos generalizados  $M_i$  y  $M_j$  de manera matricial a través de la ley de comportamiento, como se muestra en la ecuación 2.29:

$$\{M\} = [S_{vc}] \{\phi\} + \{M^0\} \quad (2.29)$$

$$[S_{vc}] = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & 0 \\ \frac{4EI}{L} & 0 & 0 \\ \frac{AE}{l} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

Donde:

$[S_{vc}]$  es la matriz de rigidez del miembro (ec. 2.30), que aparece en los textos de análisis estructural.

$\{M_0\}$  son los momentos de empotramiento.

#### 2.3.4. Ley de comportamiento elastoplástica para miembros de pórticos planos

Cuando una estructura está sometida a cargas que superan el límite elástico, el modelo descrito en la sección anterior no es adecuado para representar el comportamiento de estas estructuras, ya que no considera las deformaciones permanentes que aparecen como consecuencia de las fuerzas aplicadas.

En estos casos, la ley de comportamiento está formada por una ley de estado y una ley de evolución, y se denominan modelos elastoplásticos. Estos modelos están basados en la hipótesis de plasticidad concentrada que consiste en suponer que cada barra de un pórtico plano está formada por una viga-columna clásica y dos rótulas plásticas en los extremos. Como se muestra en la figura 2.10:

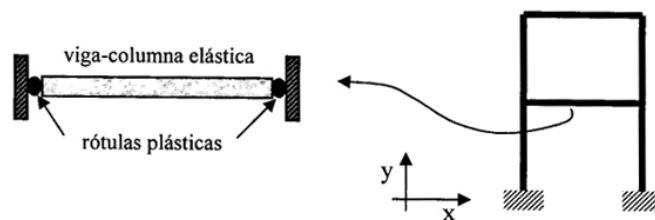


Figura 2.10. Modelo de plasticidad concentrada en un miembro de un pórtico plano

Inicialmente se describirá que una rótula plástica puede ser considerada como un resorte a flexión, rígido durante el comportamiento elástico de una estructura y luego experimentará rotaciones permanentes únicamente cuando el momento alcance el valor de  $M_y$  y su comportamiento puede ser elastoplástico perfecto o con endurecimiento.

#### 2.3.4.1. Ley de Estado para un pórtico elastoplástico.

Ahora las deformaciones plásticas son la nueva variable interna, y su matriz se escribe como:

$$\{\phi^p\} = (\phi_i^p, \phi_j^p, 0) \quad (2.31)$$

Donde  $\phi_i^p$  y  $\phi_j^p$  son las rotaciones plásticas de la rótula "i" y de la rótula "j", medidas con respecto a la cuerda deformada.

Ahora las deformaciones de la viga-columna elástica  $\{\phi^{vc}\}$  serán las deformaciones generalizadas totales del miembro  $\{\phi\}$  menos las deformaciones de las rótulas plásticas  $\{\phi^p\}$  como se muestra en la ecuación 2.32:

$$\{\phi^{vc}\} = \{\phi\} - \{\phi^p\} \quad (2.32)$$

Sustituyendo la ecuación 2.32 en la ecuación 2.29 que corresponde a la ley de comportamiento clásica, obtenemos la ley de estado de un miembro elastoplástico:

$$\{M\} = [S_{vc}]\{\phi - \phi^p\} + \{M^0\} \quad (2.33)$$

Donde:  $[S_{vc}]$  matriz de rigidez de la viga-columna elástica, definida en la ecuación 2.30 y  $\{M^0\}$  los momentos de empotramiento.

#### 2.3.4.2. Ley de evolución de las deformaciones plásticas para una viga-columna:

Para definir totalmente el modelo elastoplástico perfecto [13,33], es necesario además de las ecuaciones de la cinemática y de la dinámica, una ley de



comportamiento que estará formada por una ley de estado, la cual se definió en la sección anterior, y que describe el comportamiento elástico de los miembros, dos funciones de fluencia, una por cada rótula plástica y una ley de evolución de las deformaciones plásticas, estas últimas expresiones describen el comportamiento plástico, El caso más sencillo corresponde al modelo elastoplástico perfecto, por lo que las funciones de fluencia se escribirán como:

$$\begin{aligned} f_i(M_i) &= |M_i| - M_y \\ f_j(M_j) &= |M_j| - M_y \end{aligned} \quad (2.34)$$

Donde  $f_i$  y  $f_j$  son las funciones de fluencia de la rótula "i" y de la rótula "j"

Las expresiones 2.35 son las leyes de evolución de las deformaciones plásticas:

$$\begin{cases} d\phi_i = 0 & \text{Si } f_i < 0 \text{ o } df_i < 0 \\ d\phi_i \neq 0 & \text{Si } f_i = 0 \text{ y } df_i = 0 \end{cases} \quad (2.35)$$

$$\begin{cases} d\phi_j = 0 & \text{Si } f_j < 0 \text{ o } df_j < 0 \\ d\phi_j \neq 0 & \text{Si } f_j = 0 \text{ y } df_j = 0 \end{cases}$$

### 2.3.5. Ley de comportamiento con daño en pórticos de concreto armado.

En el concreto armado, el acero es el material capaz de plastificarse, mientras que el grado de agrietamiento del concreto se mide con la variable de daño, la cual se definirá con los conceptos de la mecánica de la fractura frágil [13.28]. Basados igualmente en el modelo de plasticidad concentrada. Los modelos unilaterales son válidos cuando las solicitaciones sobre la estructura son histeréticas y como consecuencia de esto se produce un fenómeno de cierre y abertura de fisuras, donde las Fisuras creadas por un momento positivo tienden a cerrarse cuando el momento cambia de signo y viceversa, como se muestra en la figura 2.11:

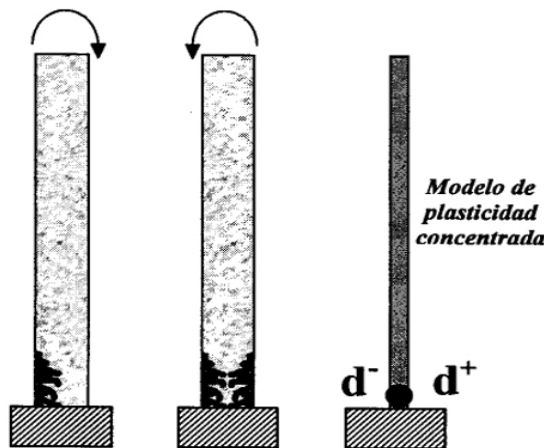


Figura 2.11. Cierre y abertura de fisuras durante una sollicitación histerética

Con el objeto de modelar de manera simplificada este fenómeno, considérese un miembro de un pórtico plano como el mostrado en la figura 2.11. Se introducirán ahora dos variables de daño  $\{D^+\} = (d_i^+, d_j^+)$  y  $\{D^-\} = (d_i^-, d_j^-)$  donde los superíndices + y indican el daño (agrietamiento) debido a momentos positivos y negativos respectivamente y a estas matrices se les llamará daño positivo y daño negativo.

#### 2.3.5.1. Ley de Estado para un pórtico con daño.

La ley de estado de un miembro elastoplástico dañado se escribe como:

$$\{\phi - \phi^p\} = [F(D)]\{M\} \quad (2.36)$$

Ahora esta ley de estado puede ser generalizada de manera similar a como se hace en la teoría del daño continuo incluyéndole el daño unilateral se obtiene:

$$\{\phi - \phi^p\} = [F(D^+)]\langle M \rangle - [F(D^-)]\langle -M \rangle \quad (2.37)$$

Donde  $[F(D)] = [C(D)] + [F^o]$  es la matriz de flexibilidad del miembro dañado y puede observarse que  $[F^o]$  puede ser considerada como la flexibilidad

adicional debido al agrietamiento en el miembro. El símbolo  $\langle M \rangle$  representa la parte positiva de la matriz de esfuerzos generalizados.

#### 2.3.5.2. Ley de evolución de las deformaciones plásticas para una viga-columna.

La función de fluencia de la rótula  $i$  para el caso unilateral puede escribirse como se indica a continuación:

$$f_i = \max \left( \frac{m_i}{1-d_i^+} - c^+ \phi_i^P - m_y^+; -\frac{m_i}{1-d_i^-} + c^- \phi_i^P - m_y^- \right) \quad (2.38)$$

En esta expresión se evalúa el máximo de dos expresiones.

La ley de evolución de las deformaciones plásticas permanece inalterada con respecto a los modelos explicados en la sección anterior. Estas expresiones

son:

$$\begin{cases} d\phi_i = 0 & \text{Si } f_i < 0 \quad \text{o} \quad df_i < 0 \\ d\phi_i \neq 0 & \text{Si } f_i = 0 \quad \text{y} \quad df_i = 0 \end{cases} \quad (2.39)$$

$$\begin{cases} d\phi_j = 0 & \text{Si } f_j < 0 \quad \text{o} \quad df_j < 0 \\ d\phi_j \neq 0 & \text{Si } f_j = 0 \quad \text{y} \quad df_j = 0 \end{cases}$$

#### 2.3.5.3. Ley de evolución del daño para una viga-columna.

Hacen falta dos leyes de evolución del daño puesto que se están utilizando dos variables de daño y estas corresponden al criterio de Griffith que es el utilizado para materiales frágiles como el concreto, donde se emplean dos tasas de disipación de energía, una para cada rótula:

$$G_i^+ = \frac{F_{11}^0 \langle m_i \rangle^2}{2(1-d_i^+)^2} \quad ; \quad G_i^- = \frac{F_{11}^0 \langle -m_i \rangle^2}{2(1-d_i^-)^2} \quad (2.40)$$

Puede observarse que si el momento es negativo, la tasa de disipación de energía  $G^+$  es nula y viceversa. Las funciones de resistencia al agrietamiento también dependen del daño positivo o negativo según se este determinando un daño u otro, donde la expresión para la función de resistencia al agrietamiento en la rótula plástica  $i$  de manera general es:

$$R_i = G_{cri} + q_i \frac{\ln(1-d_i)}{1-d_i} \quad (2.41)$$

Así el criterio de Griffith generalizado para la rótula  $i$  se escribe:

$$G_i^+ = R^+(d_i^+) \quad ; \quad G_i^- = R^-(d_i^-) \quad (2.42)$$

www.bdigital.ula.ve

## CAPITULO 3

### ENFOQUES PARA EL MODELADO DE LA MAMPOSTERÍA CONFINADA

Existen diferentes métodos analíticos [2-12, 14, 15, 17, 25, 29, 51] para predecir el comportamiento, la resistencia y la rigidez de pórticos con mampostería. Algunos son empíricos o semi-empíricos, y otros son más racionales y usan modelos matemáticos sofisticados para la geometría y los materiales. Estos métodos analíticos pueden ser agrupados en dos categorías: (a) Macro-modelos, los cuales tratan de predecir el comportamiento de la estructura como un todo y (b) Micro-modelos, aquellos que modelan las propiedades mecánicas de los diversos materiales que forman la estructura para predecir su comportamiento de manera detallada. Los macro-modelos usualmente idealizan la mampostería con el modelo del puntal equivalente (ver figura 3.1). Estos métodos requieren menos esfuerzo computacional.

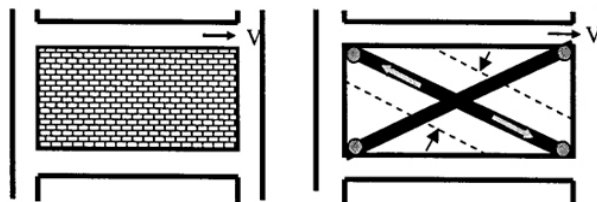


Figura 3.1. Modelo de la puntal equivalente

Los micro-modelos emplean principalmente la mecánica de los sólidos para modelar el comportamiento del pórtico y de la mampostería, estos métodos requieren un gran esfuerzo computacional para obtener resultados significativos. Para este propósito el método de los elementos finitos es ampliamente utilizado.

#### 3.1. Micromodelos.

Debido a las características compuestas de los pórticos rellenos con

mampostería, es necesario involucrar diferentes elementos en el modelado, para representar el muro de mampostería, el pórtico y la interacción entre ellos. En este capítulo se hace una recopilación de las diversas consideraciones tomadas para modelarlos, expuestas por varios investigadores. El micro-modelado es una técnica para idealizar estructuras, en la cual la estructura se divide en numerosos elementos y se toman en cuenta los efectos locales en forma detallada.

Los micro-modelos pueden representar el comportamiento estructural con gran detalle, si se emplean adecuadamente. Sin embargo, estos modelos pueden resultar en un gran esfuerzo computacional y poco prácticos para estructuras complejas. El método de los elementos finitos constituye la herramienta más usada a través de la cual se implementa la simulación con micro-modelos.

Mallick y Severn [24] introdujeron una técnica iterativa en la cual los puntos de separación entre el pórtico y la mampostería así como la distribución de esfuerzos a lo largo de la longitud de contacto se obtuvieron como parte de la solución. El pórtico se modeló con elementos de vigas y la mampostería con elementos rectangulares con esfuerzos planos. Los problemas de contacto los solucionaron inicialmente suponiendo que los nodos entre el pórtico y la mampostería tenían el mismo desplazamiento.

Liau y Lo [20] usaron análisis por elementos finitos para modelar los especímenes experimentales, tomando en cuenta la no-linealidad del material, el agrietamiento y la separación entre el pórtico y la mampostería cuyos nodos se conectaron con elementos de interface.

Crisafulli, Carr y Park [9], estiman que el método de los elementos finitos permite resultados aceptables cuando se modelan estructuras aporticadas con mampostería de relleno. El modelo con elementos finitos permite describir el comportamiento de pórticos rellenos, los efectos relacionados al agrietamiento, aplastamiento e interacción de contacto. También permite considerar el fenómeno de la no-linealidad que ocurre en la mampostería y en la interacción

pórtico-mampostería.

Para modelar la mampostería se pueden considerar diferentes niveles de refinamiento, siendo el más sencillo, donde la mampostería está compuesta de un solo material sin juntas de morteros definidas, esto es recomendado para estructuras grandes. En el segundo enfoque, la mampostería se representa compuesta de dos elementos continuos: bloque y mortero por separado, este enfoque es recomendado para estructuras pequeñas. La tercera es una situación intermedia entre las dos anteriores, los bloques son elementos continuos y las juntas de mortero son elementos de interfaz. Los elementos de interfaz, toman en cuenta el comportamiento de la junta mortero-bloque y las deformaciones clásica y plástica que ocurren en el mortero.

Ahora para modelar el pórtico se considera que la representación puede ser hecha con elementos viga o con una discretización más refinada usando elementos continuos bidimensionales o tridimensionales, los cuales tienen la ventaja de ser geométricamente simples y tener pocos grados de libertad. Para el acero de refuerzo, proponen modelar los elementos de barra, asumiendo una hipótesis para la compatibilidad de deformaciones entre el concreto y el acero. La interacción pórtico-pared se hace con elementos de interfaz a lo largo de las superficies, donde puede ocurrir separación o deslizamiento.

Lourenço, Rots y Blaauwendraad [22], proponen un modelo para analizar mampostería sujeta a cargas perpendiculares al plano, y por ser un material no homogéneo, debe ser modelada con materiales diferentes. Para describir el comportamiento de falla de compuestos anisótropos, se requiere un criterio que sea capaz, de describir el complejo fenómeno que gobierna la falla en este tipo de materiales. Para ello, plantean un modelo continuo anisótropo para analizar mampostería, involucrando conceptos de plasticidad moderna. Suponen que se pueden distinguir dos mecanismos de falla: uno con el proceso de falla localizada y otro asociado con la fractura distribuida o aplastamiento del material. El daño debido a estos mecanismos de falla puede ser representado

con dos parámetros: uno en tracción y otro en compresión., los cuales están relacionados con la deformación inelástica. Lourenço, Rots y Blaauwendraad [22], demuestran que el modelo es suficientemente flexible para adaptarse a distintos tipos de mampostería, particularmente sólida. El modelo también es capaz de predecir efectivamente el comportamiento de la mampostería, así como también los valores de cargas para los cuales se produce el colapso.

Sarmiento en la ULA [40], modela muros heterogéneos usando técnicas de homogeneización numérica. La propuesta del autor permite tomar en cuenta los dos componentes de los muros de mampostería (ladrillos y juntas de mortero), así como también la disposición geométrica del conjunto. En este modelo se lleva a cabo las dos etapas que considera el proceso de homogeneización, como es la definición de lo que se denomina la célula elemental y el posterior planteamiento del problema de resolución del conjunto.

El criterio para escoger la célula elemental es la periodicidad que presentan los diferentes arreglos de la mampostería, permitiendo definir el muro como una repetición de la misma. La definición de la célula elemental representativa la hizo teniendo en cuenta las diferentes características:

- La célula debía tener un tamaño suficientemente pequeño en comparación con el tamaño de la estructura.
- Debía ser capaz de representar la estructura, en función de su repetición.
- Debía representar solo el arreglo del material a homogeneizar.

El problema de resolución del conjunto mantiene las mismas características de heterogeneidad del muro real pero a una escala mucho menor y es resuelto sobre la célula elemental. El autor además establece las propiedades de un material homogéneo equivalente.

Finalmente, una vez, obtenido el material homogéneo, el cálculo se hace sobre una estructura de dimensiones reales, pero constituida por un material



homogéneo.

Cecchi y Sab [6], trabajaron en un modelo que representa una herramienta operacional para la determinación rápida de propiedades mecánicas macroscópicas del comportamiento de la mampostería, en el cual la ley constitutiva para los bloques y mortero, es lineal clástica. El modelo ofrece versatilidad para modelar diferentes tipos de mampostería, en relación a la variación de sus propiedades mecánicas y características geométricas. Las propiedades elásticas mecánicas de la mampostería se identifican como función de algunos parámetros como: un parámetro de escala que define las relaciones entre las dimensiones totales reales y las de un patrón característico, un parámetro que define la relación entre las dimensiones de la junta de mortero con las de un patrón característico y un parámetro de deformabilidad que define la relación entre la rigidez del mortero y la rigidez del bloque.

De manera similar al trabajo de Sament [10], los autores proponen un modelo bidimensional que se basa en homogeneizar el material compuesto de la mampostería, usando parámetros macroscópicos adecuados para describir el comportamiento mecánico. Los materiales son considerados homogéneos.

Chiou, Tzeng y Liou [7] trabajaron sobre pórticos rellenos de mampostería sujetos a cargas monotónicas, analizándolos por el método de las deformaciones discontinuas (DDA), y contempla que; Las variables son los desplazamientos y las ecuaciones de equilibrio son resueltas de la misma forma como se hace en el método de los elementos finitos. Los bloques en el DDA son independientes y existe conexión entre ellos sólo cuando las cargas promueven el contacto. La interacción entre bloques es simulada con resortes y no ocurre penetración de un bloque sobre otro, ni tracción entre ellos en ningún momento. La solución numérica con DDA muestra la falla por flexión y la falla por corte en las columnas y vigas. El criterio de Mohr-Coulomb es usado para regular el comportamiento del contacto, en el cual la pérdida de fricción a

lo largo del contacto es una fuente de consumo de energía.

Cuando modelan las juntas de mortero, los autores desprecian el modo de falla mixto que este presenta normalmente: falla por tracción y talla por corte, tomando en cuenta que la falla por tracción es similar a la condición de no tracción de los bloques, mientras que la falla por corte es similar a la fricción entre bloques. Finalmente, consideran que debe ser tomada en cuenta la no linealidad que existe en el comportamiento del conjunto bloque-mortero-concreto.

Hao, Ma y Lu [14] estudiaron el efecto de la mampostería en pórticos de concreto reforzado rellenos con mampostería, con y sin aberturas sujetos a una explosión. Las propiedades elásticas ortotrópicas, la resistencia desarrollada y el daño de la mampostería son homogeneizadas para aplicar un material equivalente en propiedades, analizando un modelo continuo y tomando un elemento de volumen representativo. Implementaron dos indicadores, de tracción y plasticidad para monitorear el daño en el concreto y el flujo plástico del refuerzo metálico del pórtico. El modelo lo usan sucesivamente para estudiar pórticos reforzados sin mampostería. Concluyen que la presencia de mampostería altera el patrón de daño en el pórtico.

Lafuente y Genatios [18], en un trabajo del Instituto de Materiales y Modelos Estructurales (IMME) de la Universidad Central de Venezuela, desarrollan un modelo no lineal para el estudio de muros de mampostería confinada sometidos a carga lateral, considerando la heterogeneidad del material y varios criterios de falla. El programa es de análisis bidimensional por elementos finitos de 4 a 8 nodos, el cual permite representar los distintos mecanismos de falla que se observan en el comportamiento real de muros de mampostería confinada, como son: Falla en tensión diagonal, talla por deslizamiento en la junta, falla en tracción producida por la flexión inducida por la carga lateral, tallas combinadas y aplastamiento en compresión del material. Consideran que los materiales de los componentes del muro, como bloques, mortero y

elementos del concreto armado deben ser clásicos e isotrópicos antes del agrietamiento. Implementan el criterio de Rankine para definir la falla de los elementos de bloques y mortero. En las juntas horizontales toman en cuenta un segundo criterio de falla, por deslizamiento.

Adoptan comportamiento uniaxial elastoplástico para las barras de refuerzo y que a su vez lo consideran uniformemente distribuido. Consideran en general, que el programa desarrollado está basado en criterios simplificados sobre el comportamiento de los materiales y que permite el análisis de mallas muy refinadas, así como también la evaluación de un amplio rango de casos prácticos.

Arellano en la ULA [21], presenta un modelo de comportamiento de muros de mampostería a compresión uniaxial incluyendo daño, analiza unidades de mampostería de arcilla hueca sujetas a cargas monotónicas, para considerar el agrietamiento por medio de resultados experimentales. A partir de resultados experimentales Arellano [2] establece la ley de evolución del daño haciendo las siguientes consideraciones:

- La envolvente en compresión es aproximadamente parabólica para cargas aplicadas en dirección perpendicular y paralela a la hilada de bloques.
- Existencia del límite clásico.
- Agrietamiento significativo una vez superado el límite clásico, con la consecuente pérdida de rigidez del murete y la aparición de deformaciones permanentes.
- La ley de evolución del daño es lineal.

Cavaleri y Papia [5] proponen una técnica basada en la estadística de las ecuaciones de momento que derivan de utilizar un tipo de modelo matemático denominado "modelos potenciales" estos modelos permiten determinar las propiedades fundamentales de la respuesta estadística, identificando los parámetros de la rigidez y también para determinar la señal de entrada.

Salonikios y su grupo [38], consideran que existen limitados modelos inelástico para los pórticos con mampostería, por lo que hacen una comparación de los resultados de un pushover en pórticos planos con mampostería llevados a cabo en los programas SAP2000 no lineal y CAST3M; encontrando una gran dispersión en los resultados por lo que consideran que es necesario calibrar adecuadamente las técnicas del modelado.

### **3.2. Macromodelos**

Se presentará una revisión general de varios modelos de comportamiento propuestos por diferentes investigadores, para el análisis de pórticos rellenos con mampostería, los que se denominarán macro-modelos, definición ésta que depende del grado de refinamiento usado para representar la estructura. Siendo el mecanismo de puntal equivalente una representación sencilla de este tipo de modelo y que están basados en comprender físicamente el comportamiento de la mampostería de relleno como un todo.

A partir de 1948. Polyakov [28] llevó a cabo una serie de pruebas a gran escala en pórticos cuadrados y rectangulares de concreto armado con mampostería de relleno, sujetos a deformación transversal, para determinar la resistencia de ellos, además de investigar sobre los efectos de los ladrillos, el mortero, etc., produciendo la primera investigación publicada en este tema en el año 1956. Posteriormente en el año 1960 desarrolló experimentos en pórticos de acero de tres vanos y tres pisos con mampostería de relleno, los cuales le permitieron sugerir que la mampostería podía ser reemplazada por un puntal diagonal equivalente (ver figura 3.2).

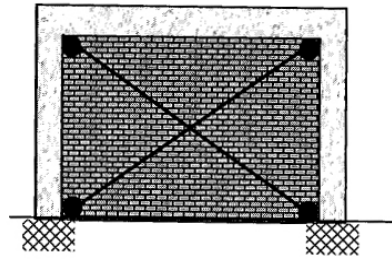


Figura 3.2. Modelo del puntal diagonal para pórticos rellenos de mampostería

Contemporáneamente en el Reino Unido, Thomas [48] y Wood [50] llevaron a cabo trabajo experimental cuyos resultados daban amplio testimonio de que la mampostería contribuía significativamente a la rigidez y resistencia de los pórticos.

Holmes [15] propuso un método para predecir la deformación y resistencia de los pórticos rellenos basados en el concepto del puntal equivalente, donde el espesor y el módulo de elasticidad eran los mismo que tenían la mampostería, con un ancho igual a  $1/3$  de la longitud diagonal. También concluyó que en el momento de la falla de la mampostería, la deflexión lateral del pórtico relleno es pequeña si se compara con la deflexión de un pórtico vacío. Posteriormente, propuso un método semi-empírico para predecir el comportamiento de pórticos de acero con mampostería de relleno.

Stafford Smith [43,44] con la idea de refinar el ancho efectivo, comenzó una serie de pruebas y encontró que este dependía de la longitud de contacto entre el pórtico y la mampostería. Más adelante estableció la longitud de contacto, entre el pórtico y la mampostería en términos de  $\lambda_h$ , que es un parámetro adimensional.

Luego Stafford Smith y Carter [45] proponen que dicho puntal tome en cuenta la relación de rigideces existentes entre el pórtico y la mampostería, pero ahora rectangular, e igualmente expresado en función de  $\lambda_h$ , como se muestra a continuación:

$$\lambda_h = h^4 \sqrt{\frac{E_m t}{4EIh}} \sin 2\theta \quad (3.7)$$

Donde.  $E_m$  es el módulo de elasticidad de la mampostería,  $t$  es el espesor de la mampostería,  $EI$  es la rigidez de la columna,  $h$  es la altura de la mampostería y  $\theta$  es el ángulo de inclinación del puntal diagonal respecto a la horizontal.

Mainstone [23] gráfico los resultados experimentales contra el parámetro de la rigidez  $\lambda_h$ , y formuló empíricamente el ancho del puntal para evaluar la rigidez, en la primera carga de agrietamiento, y en el esfuerzo último del pórtico relleno.

Pubal y Bill [32] inicialmente hacían intentos basados en análisis elástico que no representaban adecuadamente el comportamiento real de este tipo de estructuras, como reseña Wood [50], pero continuaron con el tema y publicaron dos trabajos referidos al comportamiento de pórticos rellenos con mampostería.

Liu y Kwuan [21], propusieron una serie de ecuaciones que definen la carga última de capacidad para varios modos de falla. Además propusieron la siguiente ecuación 3.10, para definir el ancho del puntal:

$$w = \frac{0.95 h_w \cos \theta}{\sqrt{\lambda_h}} \quad (3.10)$$

Paulay y Priestley [30] sugirieron que para calcular la rigidez de la estructura y por consiguiente el período natural basados en considerar el ancho del puntal, este debía ser 1/4 de la longitud de la diagonal.

Flanagan y su grupo [12] propusieron la ecuación 3.11 para calcular el área del puntal y relacionaron el comportamiento de los bloques de mampostería con la deriva del piso absoluta.

$$A = \frac{\pi_t}{c\lambda \cos 0} \quad (3.11)$$

El modelo del puntal diagonal único ha sido modificado por diferentes investigadores, Por lo que Zarnic y Tomazevic [51] propusieron un modelo basado en sus resultados experimentales. En estas pruebas se observó que el daño en la zona superior del panel de mampostería ocurrió lejos de la diagonal, probablemente debido a perturbaciones introducidas por el dispositivo usado para aplicar las cargas laterales y verticales en la esquina del pórtico.

Un modelo más complejo fue desarrollado por Thiruvengadam [47] para el análisis dinámico de pórticos rellenos, con diagonales que representan la rigidez cortante y axial de la mampostería de relleno. Debido a la complejidad y al refinamiento involucrado en estos modelos multipuntales se pueden considerar como un método intermedio entre los micro-modelos y los macro-modelos.

Syrmakesis y Vratsanou [46]. San Bartolomé [39] y Chrysostomou [8], incrementaron el número de puntales diagonales y usaron en sus análisis modelos con 5 y 9 puntales paralelos, respectivamente, en cada dirección. La principal ventaja de estos modelos, a pesar del incremento de complejidad, es la capacidad de representar las acciones en el pórtico más adecuadamente.

Manos y su grupo [25] investigaron experimentalmente la influencia de la mampostería de relleno en la respuesta sísmica de pórticos de concreto armado de varios pisos.

Realizaron pruebas a escala de estructuras en 2D y 3D con y sin mampostería con sismo en la base de la estructura y compararon la respuesta de las diferentes pruebas observando un gran incremento de la frecuencia fundamental al agregar la mampostería a la estructura.

Crisafulli, Carr y Park [9]. refieren que para conocer el comportamiento histerético de los puntales diagonales es necesario conocer las relaciones fuerza-desplazamiento correspondientes al puntal equivalente para hacer análisis dinámico no-lineal, Ellos muestran tres modelos, propuestos por Klingner y Bertero [17], Andreaus y su grupo [3] y Doudoumis y Mitsopoulou [10], como se muestran en las figuras 3.3, 3.4 y 3.5, respectivamente.

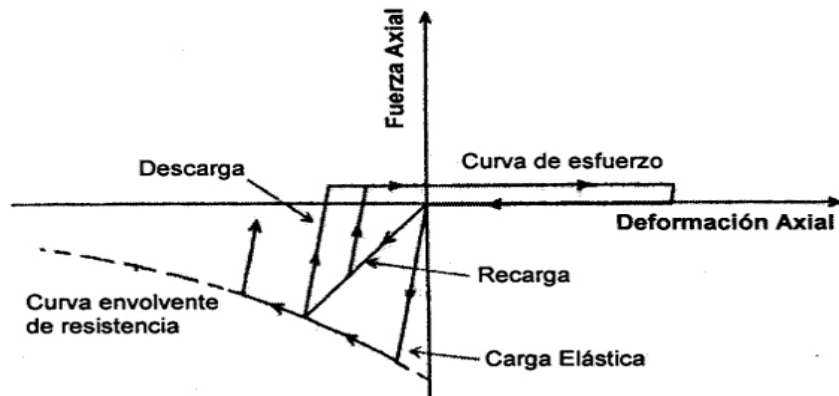


Figura 3.3 Modelo histerético propuesto por Klingner y Bertero [13]

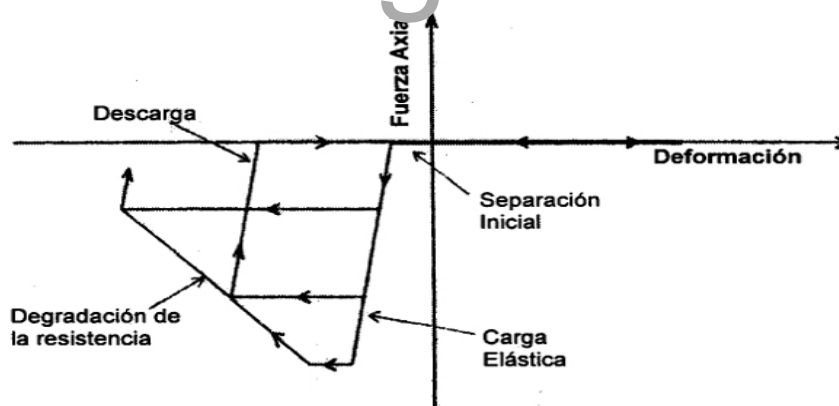


Figura 3.4. Modelo histerético propuesto por Andreaus y su grupo [2]



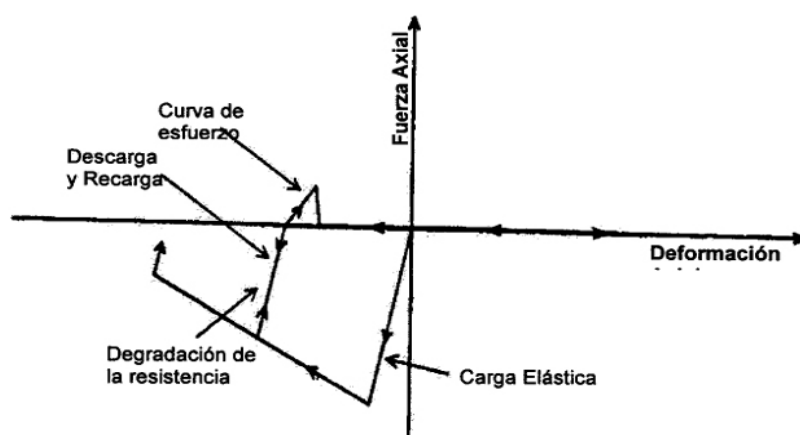


Figura 3.5. Modelo histerético propuesto por Doudoumis y Mitsopoulou [8]

Estos modelos presentan curvas envolventes similares, donde los efectos de la degradación de la resistencia son significativos, aunque la diferencia más importante entre ellos es el grosor de los lazos histeréticos, los cuales muestran mayor o menor capacidad de disipación de energía en cada caso.

Soroushian y su grupo [42] propusieron un modelo que posteriormente fue modificado por Chysostomou [8], al igual que Reinhorn y su grupo [37], basado en la combinación de dos funciones matemáticas a fin de proveer la relación de fuerza-desplazamiento para el puntal equivalente.

Crisafulli [9], propuso una formulación analítica para simular la respuesta axial histerética de la mampostería, la cual define la respuesta del puntal equivalente y que al comparar los resultados experimentales con los resultados analíticos mostraron una buena concordancia.

Panagiotakos y Fardis [29] propusieron una envolvente multi-lineal para representar las características más importantes de la respuesta de una estructura como son el agrietamiento, el esfuerzo último, los esfuerzos residuales, etc. Además la respuesta histerética esta controlada por tres parámetros empíricos los cuales se calibraron para modelar el estrangulamiento.

## **CAPITULO 4**

### **ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE COMPORTAMIENTO DE LA MAMPOSTERÍA CONFINADA**

En este trabajo, se pretende reproducir a través de ensayos de laboratorio el comportamiento real que presentan los pórticos de concreto armado rellenos con mampostería, bajo solicitaciones monotónicas y cíclicas.

Se llevó a cabo un programa experimental, donde se consideraron probetas de mampostería que permitirán definir la envolvente del modelo propuesto para la mampostería y también diferentes tipos de especímenes, de pórticos de concreto armado sin mampostería y con mampostería completa de ladrillos de arcilla, con mampostería con y sin friso de bloques de arcilla y con mampostería parcial, sujeto a desplazamientos horizontales monotónicos y cíclicos en el tope del pórtico. Los cuales se explicarán a continuación.

#### **4.1. Ensayos en probetas de mampostería.**

El modelo del puntal representa la influencia de los paneles de relleno como un conjunto de dos barras diagonales que solo pueden soportar compresión. Para proponer un modelo realista del comportamiento del puntal equivalente, fue llevado a cabo un programa experimental. En este programa, especímenes de mampostería de dimensiones cuadradas (que representan la zona del concentrador inelástico) fueron sujetos a fuerzas uniaxiales de compresión con descargas elásticas. Los especímenes, representados en la figura 4.1 y 4.3, consistieron en mampostería de ladrillos de arcilla, colocados a  $0^\circ$  y a  $45^\circ$  con respecto a la línea vertical. Se espera que todos los puntales de compresión en los paneles de rellenos tengan arreglos de bloques entre estos valores. En la figura 4.1 se muestra el espécimen de mampostería con ladrillos de arcilla colocados a  $0^\circ$  con respecto a la línea vertical y en la figura 4.2 se muestra la

respectiva gráfica fuerza vs desplazamiento.

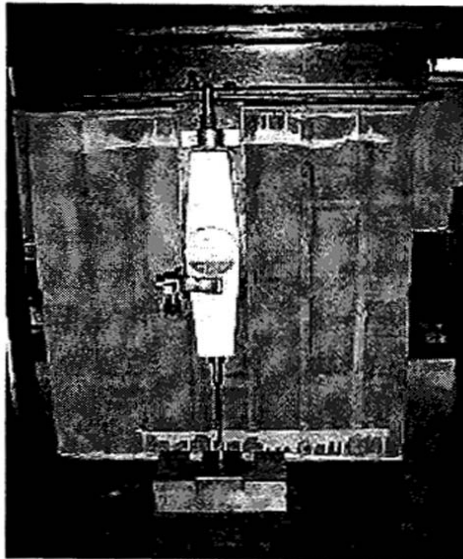


Figura 4.1. Espécimen de mampostería de ladrillos de arcilla colocados a  $0^\circ$  con respecto a la línea vertical

www.bdigital.ula.ve

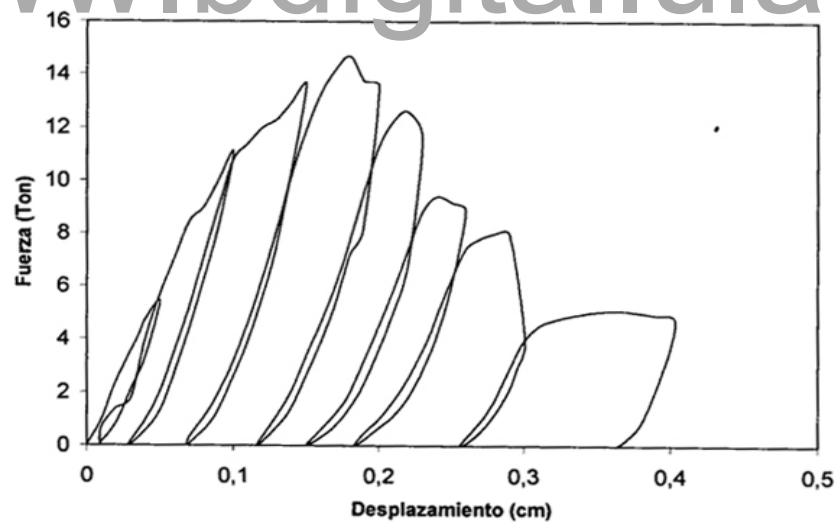


Figura 4.2.- Gráfica Experimental del espécimen de mampostería de ladrillos de arcilla colocados a  $0^\circ$  con respecto a la línea vertical

En la figura 4.3 se muestra el espécimen de mampostería con ladrillos de arcilla colocados a 45° con respecto a la línea vertical y en la figura 4.4 se muestra la respectiva gráfica fuerza vs desplazamiento.

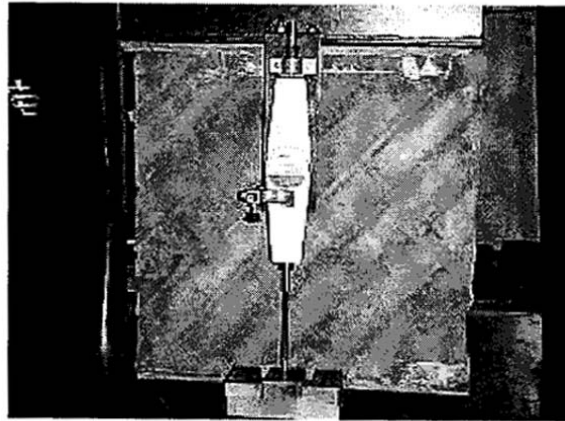


Figura 4.3.- Espécimen de mampostería de ladrillos de arcilla colocados a 45° con respecto a la línea vertical

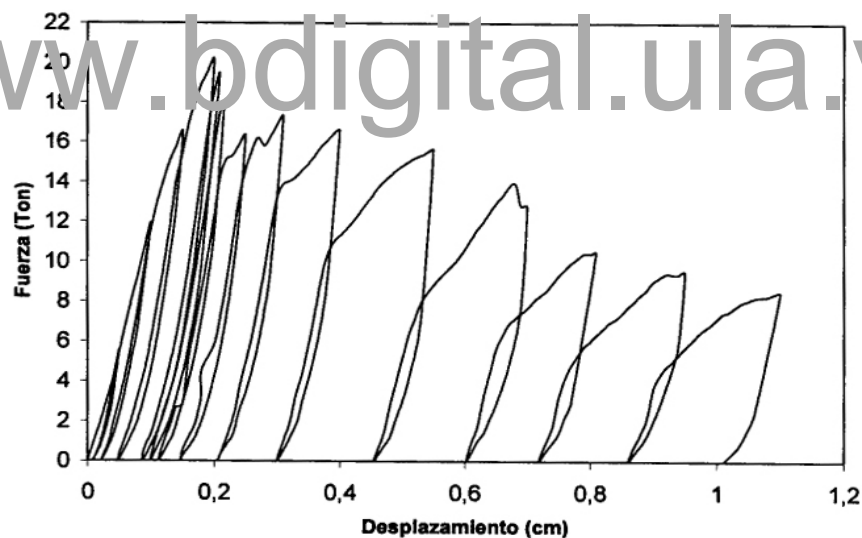


Figura 4.4.- Gráfica Experimental del espécimen de mampostería de ladrillos de arcilla colocados a 45° con respecto a la línea vertical

#### 4.2. Ensayos en pórticos vacíos.

Se realizaron dos grupos de ensayos experimentales con diferentes características, los cuales denominaremos grupo A y B. dentro de cada grupo se construyeron dos pórticos de concreto armado sin mampostería, sujetos a

desplazamientos horizontales monotónicos y cíclicos en el tope del pórtico. Como se muestra en la figura 4.5.

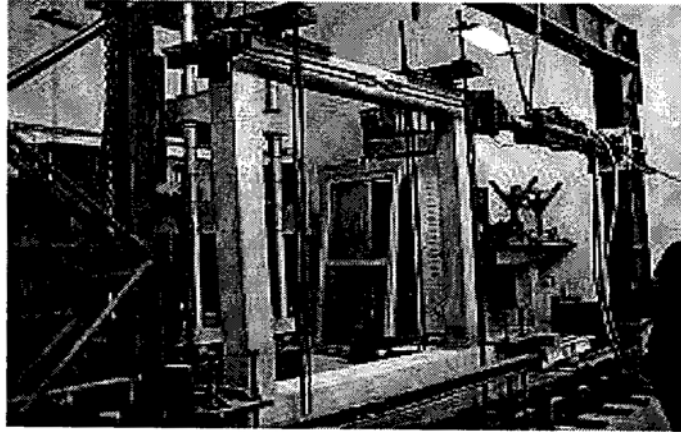


Figura 4.5.- Pórtico de concreto armado sin mampostería

Las características externas de ambos grupos son iguales, o sea, especímenes de un vano y un nivel, de 1.60 m. de altura y de 1.60 m. el largo total de la viga, se construyeron en el laboratorio de Materiales y Ensayos de la Facultad de Ingeniería de la U.L.A., anclados a una viga base de concreto armado de 25\*35 cmts. de sección transversal y 2.50 mts. de longitud, para lograr el empotramiento en la base de las columnas. En las figuras 4.6, 4.7 y 4.8 se muestran detalles del armado y vaciado de los pórticos de concreto armado.

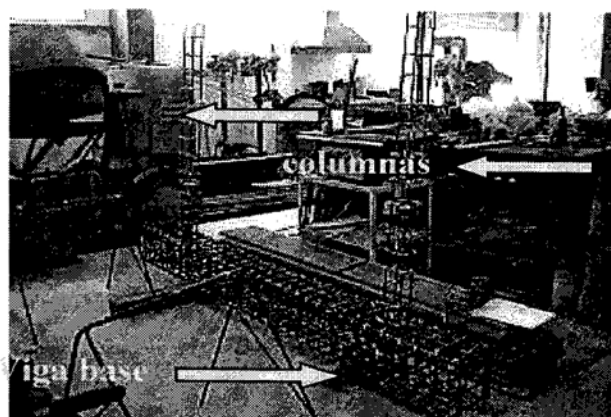


Figura 4.6.- Detalle del armado

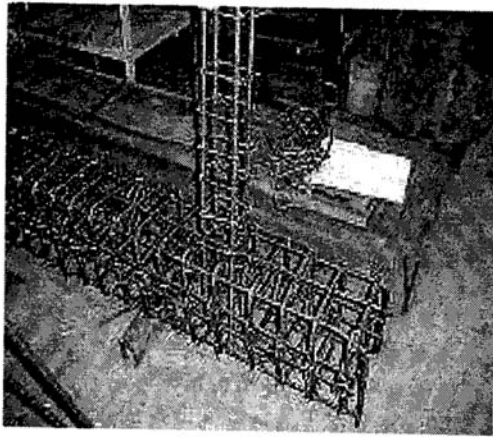


Figura 4.7.- Detalle del nodo

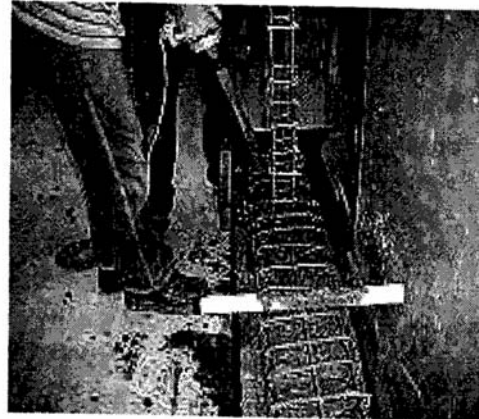


Figura 4.8.- Vaciado de la vida base

Para el grupo A. las dimensiones de la sección transversal de vigas y columnas se plantearon de 13\*16 cm. Como refuerzo metálico se usaron 4 cabillas de 3/8" para el acero longitudinal y para el acero transversal barras de 6 mm, separados a 10 cm. en zona no confinada y a 7 cm. en zonas confinadas, para viga o columna. El concreto usado para el vaciado de los elementos, se preparó con una resistencia última a compresión de 450 Kg/cm<sup>2</sup>. En la figura 4.9 se muestran las características del pórtico.

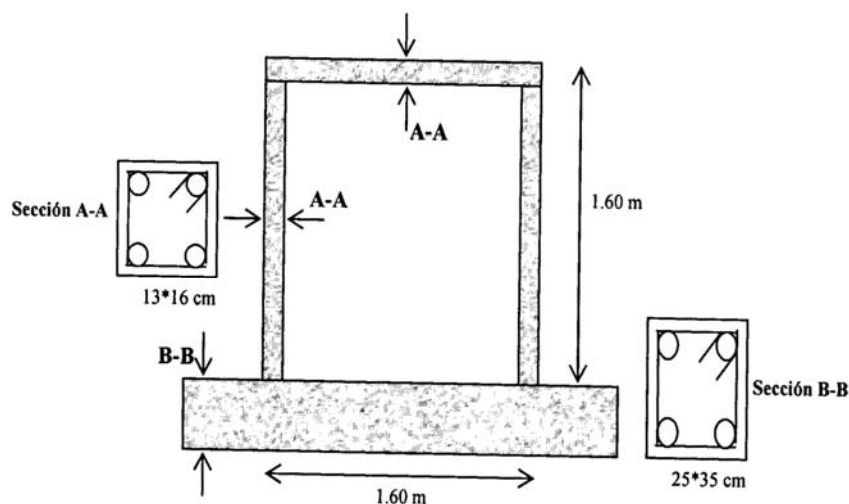


Figura 4.9. Características del pórtico

Para el grupo B, las dimensiones de la sección transversal de vigas y columnas se plantearon de 13\*16 cm. Como refuerzo metálico se usaron 4 cabillas de 3/8" para el acero longitudinal y para el acero transversal barras de 5 mm, separados a 10 cm. en zona no confinada y a 4 cm. en zonas confinadas, para viga o columna. El concreto usado para el vaciado de los elementos, se preparó con una resistencia última a compresión de 260 Kg/cm<sup>2</sup>.

Para la aplicación de la carga el equipo utilizado corresponde a un actuador hidráulico (ver figura 4.10), este es básicamente un cilindro con un pistón, que tiene un recorrido máximo de desplazamiento de 50 cmts y es capaz de aplicar una carga máxima de 25 ton., además permite ser programado para dar una historia de carga o desplazamiento requeridos en forma automática y además almacena registros como gráficas de comportamiento de la estructura ensayada.



Figura 4.10.- Actuador hidráulico

Otro equipo lo conforma, un marco de carga metálico suficientemente rígido al cual se sujeta el actuador hidráulico, como se muestra en la siguiente figura 4.11.

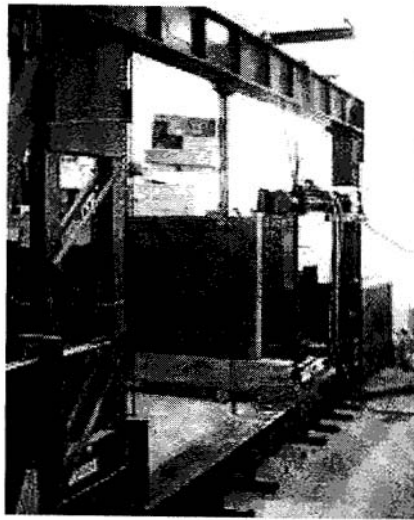


Figura 4.11.- Marco de carga

En la figura 4.12 se muestra el montaje del pórtico, el cual se hizo apoyando el mismo sobre la viga inferior del marco metálico, fijándose luego con abrazaderas.

www.bdigital.ula.ve



Figura 4.12.- Abrazaderas y viga inferior del marco.

El posible desplazamiento vertical por efecto de levantamiento o movimiento de cuerpo rígido que el pórtico pudiese presentar al aplicarse la carga, se restringe totalmente en la colocación de dos tirantes unidos a dos rodillos en la parte superior de la viga, los cuales solamente permiten el desplazamiento horizontal de la viga (ver figura 4.13)



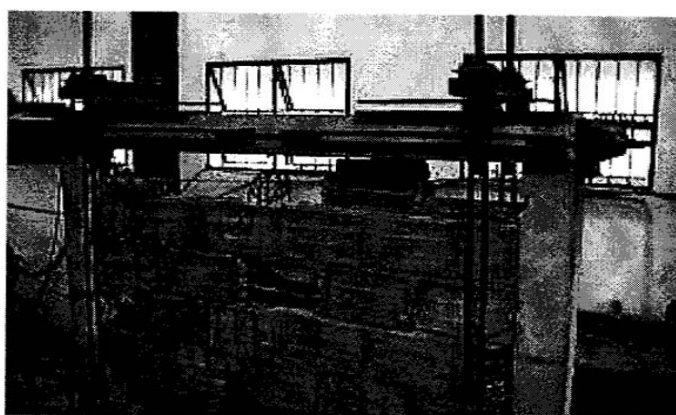


Figura 4.13.- Tirantes y rodillos

El desplazamiento horizontal se impuso en la esquina superior, a través de un actuador hidráulico conectado a un computador por medio del cual se programa una historia de desplazamiento (ver figura 4.14), esta se incrementa en forma monótonica o cíclica, hasta obtener una degradación apreciable de la resistencia de los especímenes.

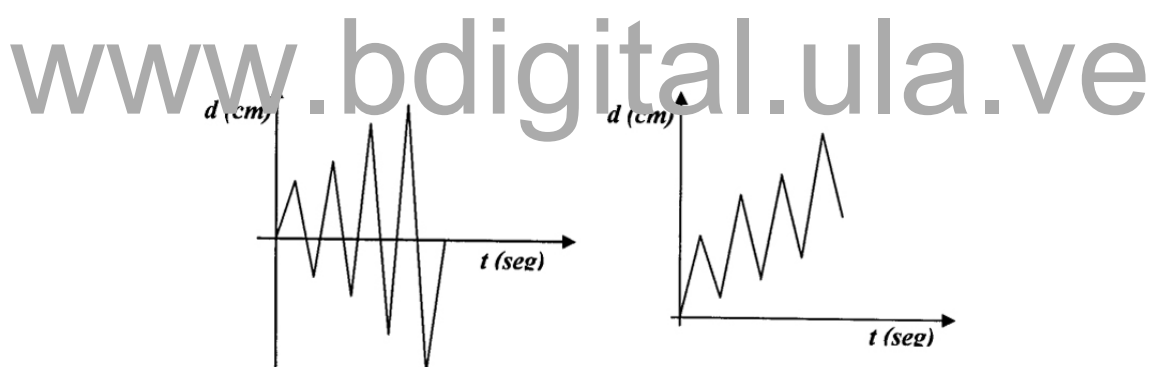


Figura 4.14.- Historia de desplazamiento cíclica y monótonica

Las gráficas fuerza vs desplazamiento obtenidas tanto para el caso de carga monótonica como para el caso de carga cíclica de los pórticos de concreto armado sin mampostería, se muestran en las figuras 4.15 y 4.16, para el grupo A. donde podemos observar la fuerza máxima por el orden de 4 Ton para ambos casos y el estrangulamiento en el caso cíclico.

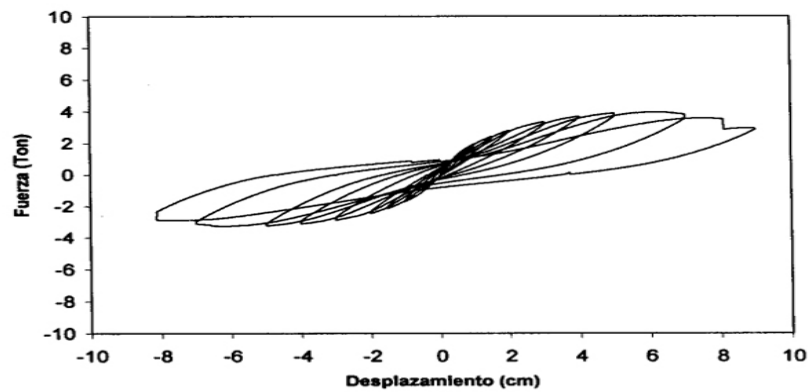


Figura 4.15.- Gráfica Experimental del pórtico sin mampostería bajo carga cíclica. Grupo A.

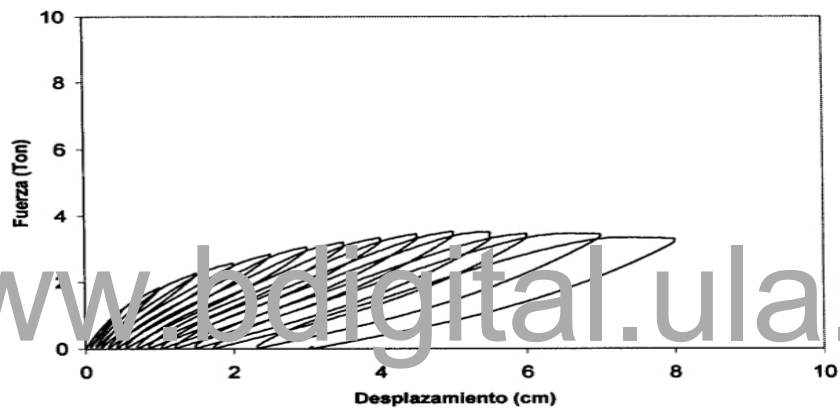


Figura 4.16.- Gráfica Experimental del pórtico sin mampostería bajo carga monotónica.

Grupo A

Las gráficas fuerza vs desplazamiento obtenidas tanto para el caso de carga monotónica como para el caso de carga cíclica de los pórticos de concreto armado sin mampostería, se muestran en las figuras 4.17 y 4.18, para el grupo B, donde podemos observar la fuerza máxima por el orden de 2 Ton para ambos casos y el estrangulamiento en el caso cíclico.

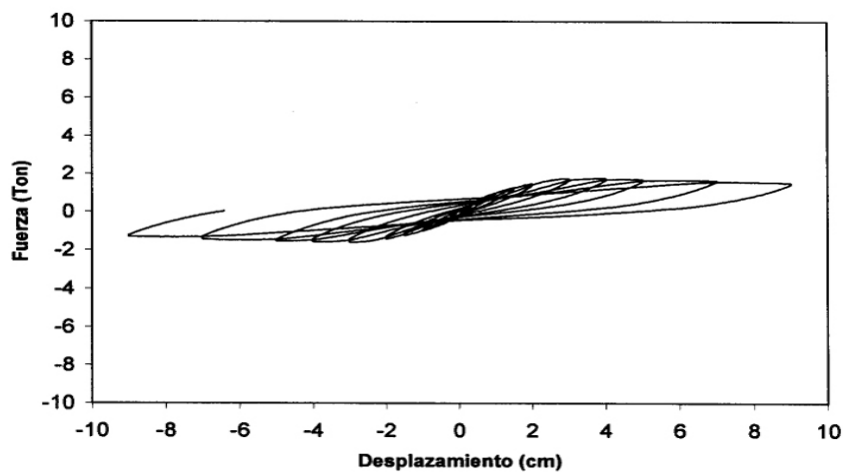


Figura 4.17.- Gráfica Experimental del pórtico sin mampostería bajo carga cíclica. Grupo B

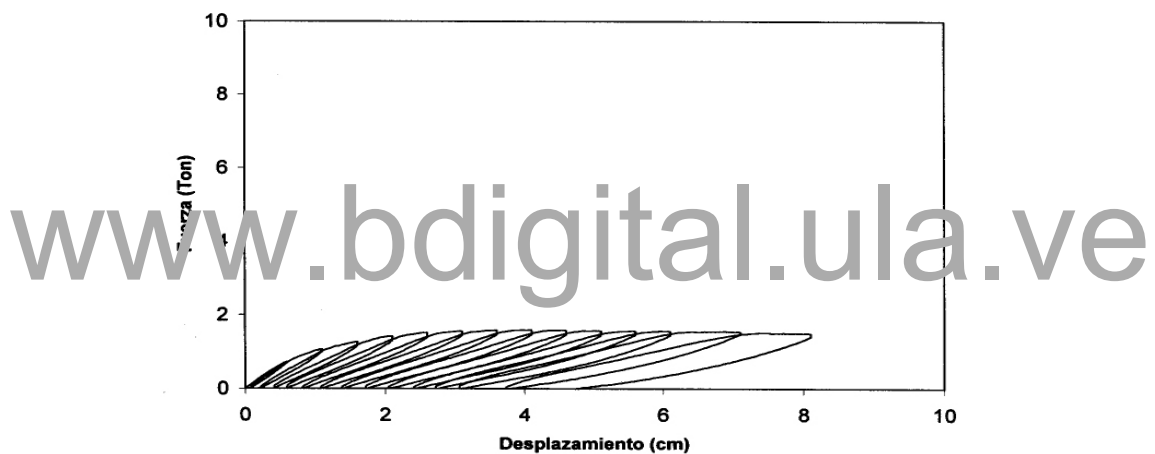


Figura 4.18.- Gráfica Experimental del pórtico sin mampostería bajo carga monótonica. Grupo B

### 4.3. Ensayos en pórticos de concreto armado con mampostería de ladrillos de arcilla.

En esta sección y en las siguientes veremos los demás especímenes que se construyeron dentro del programa experimental. Es importante señalar que los pórticos de concreto armado de todos estos especímenes que veremos a continuación, tienen las mismas dimensiones, definidas como grupo B, cantidades de acero, sistemas de sujeción y aplicación de la carga de los pórticos de concreto armado que se explicaron en la sección anterior.

En la figura 4.19 se muestra un espécimen de concreto armado que incluye un relleno de mampostería realizado con ladrillos de 3 huecos de arcilla de dimensiones 5\*10\*20 cm. y para el mortero se utilizó una mezcla con una relación 3:1:

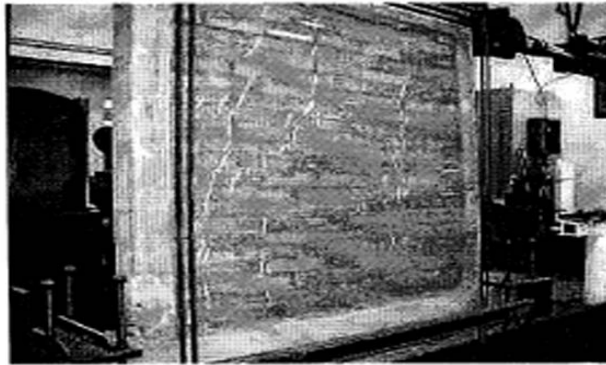


Figura 4.19.- Pórtico de concreto armado con mampostería de ladrillos

En las figura 4.20 y 4.21 se muestran las gráficas fuerza vs desplazamiento para el pórtico de concreto armado con mampostería de ladrillos, sin frisar, bajo carga cíclica y monoclónica respectivamente. Observamos que la fuerza máxima oscila entre 8 y 9 Ton para ambos casos, aumentando la rigidez de la estructura; respecto al estrangulamiento, este ya no se observa en comparación con los pórticos sin mampostería.

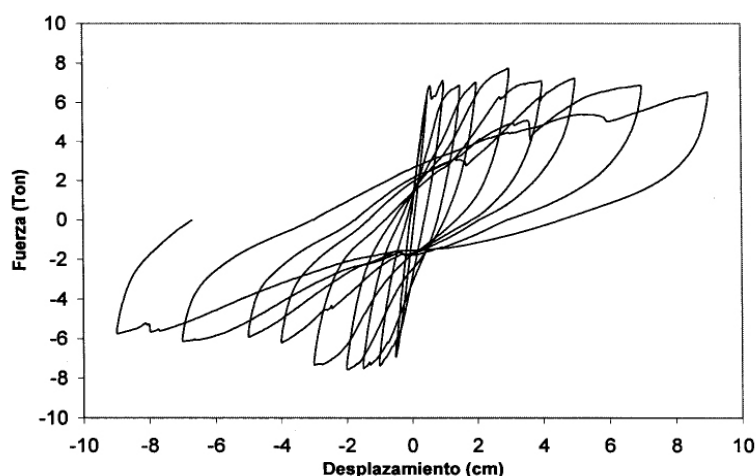


Figura 4.20.- Gráfica Experimental del pórtico con mampostería de ladrillos de arcilla bajo carga cíclica.

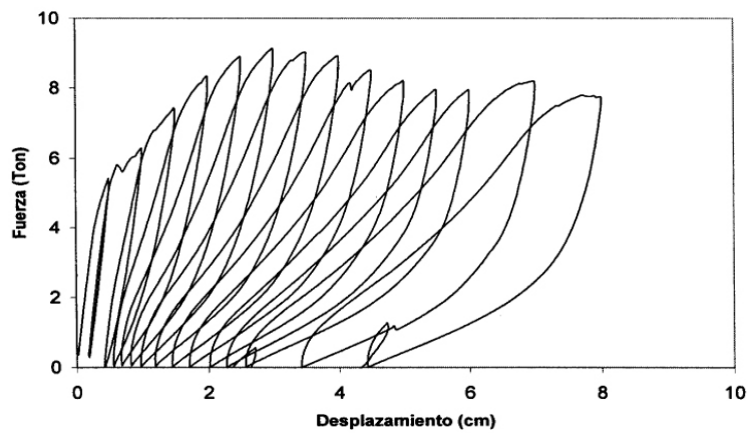


Figura 4.21.-Gráfica Experimental del pórtilo con mampostería de ladrillos de arcilla bajo carga monotónica.

#### 4.4. Ensayos en pórticos de concreto armado con mampostería de bloques de arcilla.

Dentro del programa experimental también se construyeron especímenes de concreto armado que incluían un relleno de mampostería realizado con bloques de arcilla de dimensiones 10\*20\*30 cms., de este tipo se fabricaron dos con friso y dos sin friso, con las características del grupo B, como se muestra en la figura 4.22, y para el mortero se utilizó una mezcla con una relación 3:1.

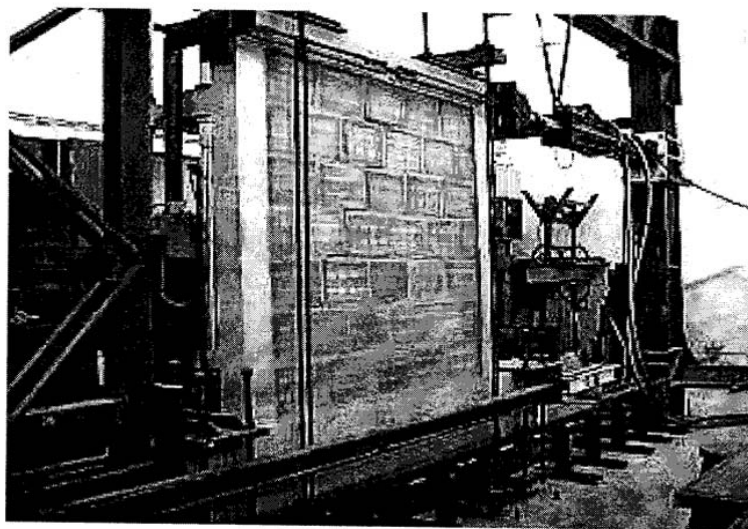


Figura 4.22.- Pórtico de concreto armado con mampostería sin friso de bloques de arcilla

Las gráficas correspondientes a los casos de carga monotónica y cíclica se muestran a continuación en las figuras 4.23 y 4.24:

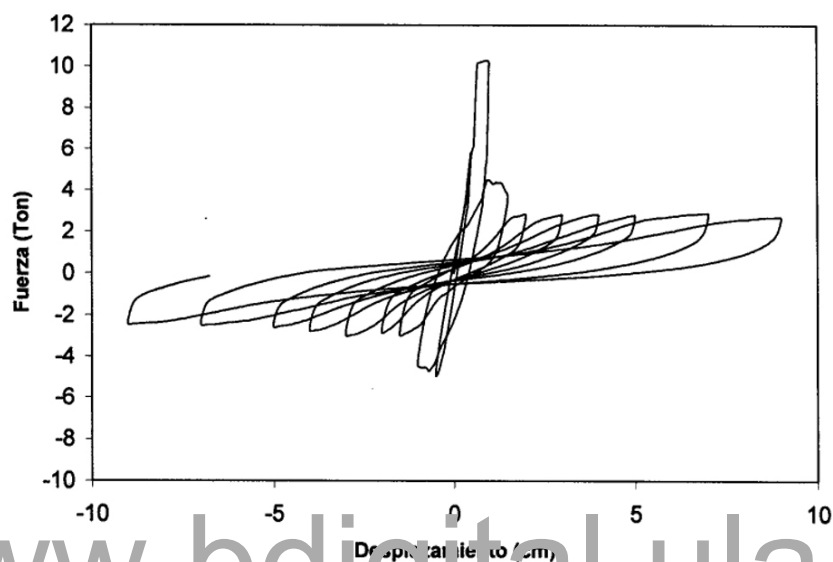


Figura 4.23.- Gráfica Experimental del pórtico con mampostería sin friso de bloque de arcilla bajo carga cíclica

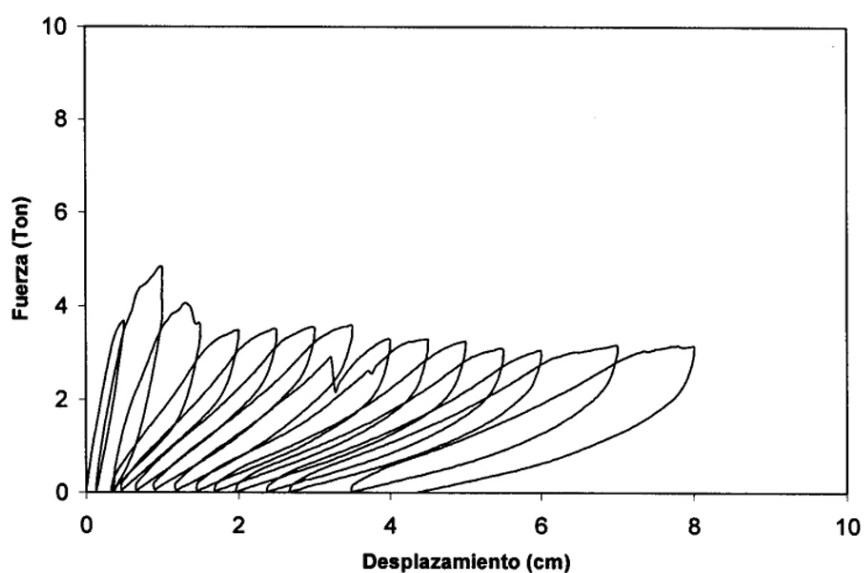


Figura 4.24.- Gráfica Experimental del pórtico con mampostería sin friso de bloques de arcilla bajo carga monotónica.

En las figuras 4.23 y 4.24 se observa que la fuerza máxima de estos casos disminuye como consecuencia de que el bloque de arcilla es más frágil que el ladrillo de arcilla y nuevamente el estrangulamiento se acentúa en el caso de los ensayos cíclicos. Además la degradación se produce de una manera muy brusca porque el bloque de arcilla presenta fallas más rápidamente.

En el caso de pórticos de concreto armado con mampostería de bloques de arcilla frisados (ver figura 4.25), se construyeron solo dos especímenes, con las características del grupo B y la mezcla para el friso tenía una relación de 5:1.



Figura 4.25.- Pórtico de concreto armado con mampostería frisada de bloques de arcilla.

Las gráficas 4.26 y 4.27 muestran las relaciones de fuerza vs desplazamiento donde la carga máxima aumenta como consecuencia del friso, y la degradación se produce más gradualmente aunque sigue permaneciendo el estrangulamiento.

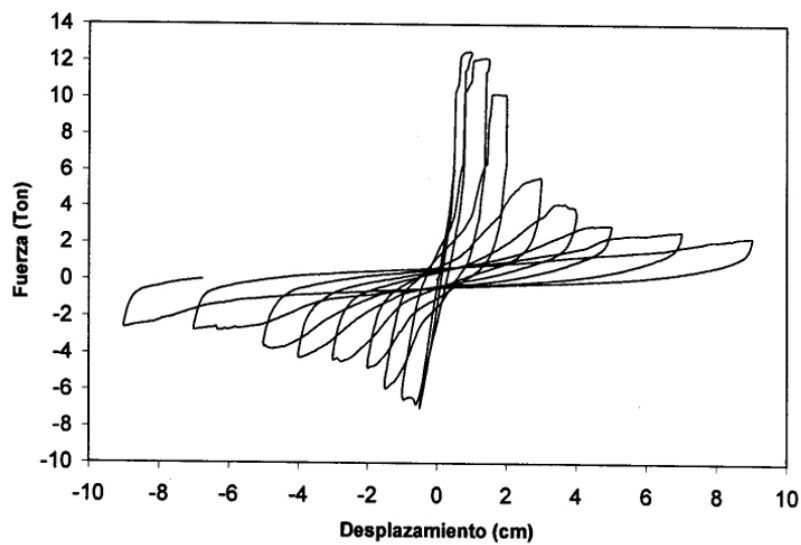


Figura 4.26.- Gráfica Experimental del pórtico con mampostería frisada de bloques de arcilla bajo carga cíclica

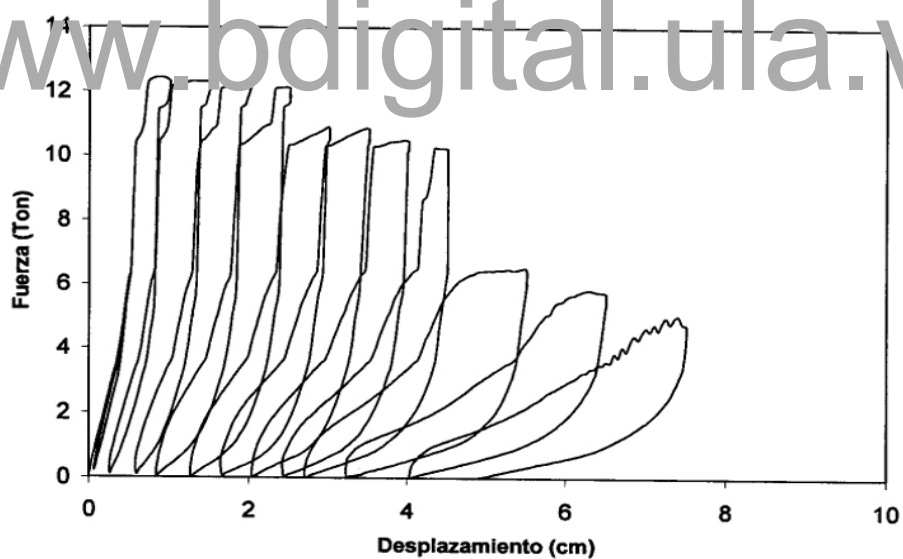


Figura 4.27.- Gráfica Experimental del pórtico con mampostería frisada de bloques de arcilla bajo carga monotónica.

#### 4.5. Ensayos en pórticos con mampostería parcial de ladrillos de arcilla.

Para cuantificar la exactitud de la hipótesis de desacoplamiento, se realizaron dos ensayos de pórticos de concreto armado con solo una parte de la



mampostería (ver figura 4.28), sujetos a cargas monotónicas y cíclicas y con las características del grupo A para los pórticos de concreto armado. El objetivo de estos especímenes es observar el comportamiento de una estructura que corresponde de manera muy cercana al modelo de barras desacopladas que se describirá más adelante en el capítulo 6.

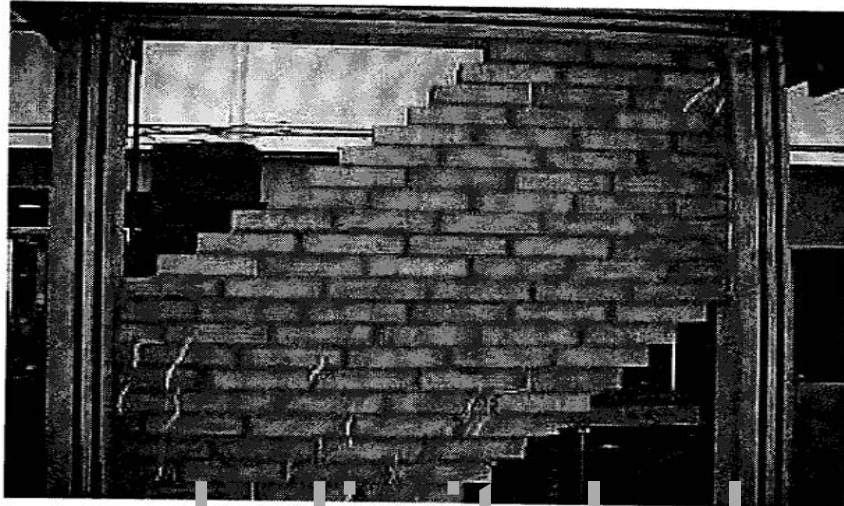


Figura 4.28.- Pórtico de concreto armado con mampostería parcial de ladrillos de arcilla.

La gráfica que corresponde en el caso cíclico se muestra en la figura 4.29 donde se observa la asimetría en la gráfica como consecuencia de la mampostería parcial y por consiguiente del efecto que produce la ausencia del otro puntal diagonal.

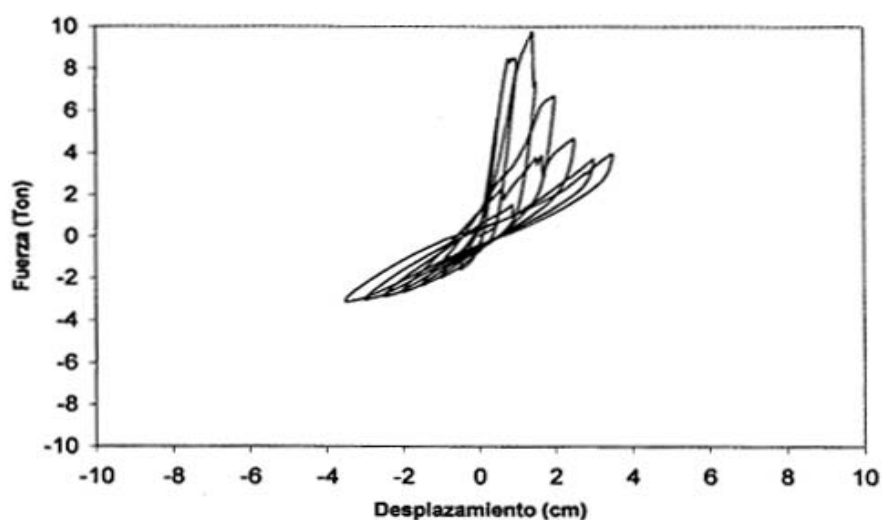


Figura 4.29.- Gráfica Experimental del pórtico con mampostería parcial de ladrillos bajo carga cíclica

En la figura 4.30 se muestra la gráfica fuerza vs desplazamiento del pórtico con mampostería parcial con carga monotónica.

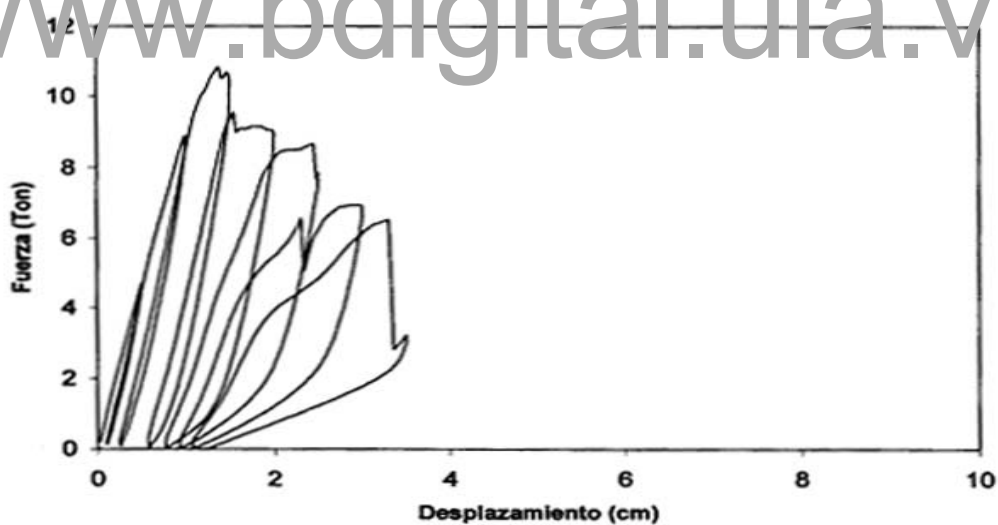


Figura 4.30.- Gráfica experimental del pórtico con mampostería parcial de ladrillos bajo cargas monotónicas.

## CAPITULO 5

### SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO DE LA MAMPOSTERÍA CONFINADA USANDO ABAQUS

Para el modelado de pórticos de concreto armado con y sin mampostería, como un micro-modelo, se usará el programa comercial de elementos finitos, **ABAQUS** [1], el cual posee una amplia librería que permitirá representar los diferentes elementos estructurales que forman el pórtico.

#### 5.7. Modelos disponibles en Abaqus para la simulación del comportamiento de la mampostería confinada

Toda la información acerca de la extensa librería de elementos finitos que se encuentra en los manuales de uso del programa **ABAQUS** [1], como son *ABAQUS Theory Manual*, *ABAQUS/Standard User's Manual*, *ABAQUS/Explicit User's Manual*, *ABAQUS Keywords Manual*, están caracterizados por cinco aspectos: Familia, grados de libertad, número de nodos, formulación e integración.

##### 5.7.7. Elementos para modelar pórticos de concreto armado.

###### 5.1.1.1. Elementos de viga.

Una viga es un elemento de línea unidimensional, geoméricamente simple y con pocos grados de libertad, en un espacio tridimensional o bidimensional que tiene una rigidez asociada con la deformación de la línea (el eje de la viga). Estas deformaciones tienen que ver con el acortamiento o alargamiento de su eje, cambio de curvatura por flexión y torsión.

Las vigas se pueden modelar según la Teoría de Timoshenko, que permite tomar en cuenta la deformación transversal debida al corte, cuando se trata de vigas altas, y según la teoría de Euler-Bernoulli, es válida para vigas esbeltas y maneja la hipótesis de que las secciones transversales que originalmente son

planas, se mantendrán planas y perpendiculares al eje neutro después del movimiento del cuerpo, el cual está caracterizado por la deflexión. En este estudio se usaron elementos de viga **beam elements B23**, los cuales no permiten alabeo de la sección transversal, manteniéndose siempre perpendicular al eje de la viga, son elementos plano de dos nodos y usa un polinomio cúbico para su interpolación. Tiene tres grados de libertad por nodo: traslación en el eje  $X$  ( $U_x$ ), traslación en el eje  $Y$  ( $U_y$ ) rotación alrededor del eje  $Z$  (1, 2 y 6 respectivamente).

La sección transversal para estos elementos puede ser de diferentes formas: Circulares, rectangulares, trapezoidales, hexagonales, en forma de I, L. En el caso de pequeñas deformaciones, se tiene la rotación como:

$$\theta \cong \tan \theta \cong -\frac{dw_3}{dx_1} \quad (5.1)$$

El desplazamiento que se tiene para cargas perpendiculares al eje neutro es la deflexión.

$$\vec{w}_1 = w_1(x_1) \quad (5.2)$$

La ecuación cinemática queda planteada por la deformación de curvatura, la deformación por corte es despreciable, debido a que se trata de vigas esbeltas:

$$\gamma = \frac{d\theta}{dx_1} = -\frac{d^2w_3}{dx_1^2} \quad \gamma = 0 \quad (5.3)$$

El trabajo interno me relaciona los esfuerzos internos  $M$ , con las deformaciones, a lo largo de todo el Eje de la viga, como:

$$T_{\text{int}}^* = \int_A^B [X^* M] dx_1 \quad (5.4)$$

Entonces, la ecuación de equilibrio queda:

$$\frac{d^2 M}{dx_1} - q = 0 \quad (5.5)$$

Donde  $q = \frac{\text{fuerza}}{\text{longitud}}$  es la fuerza por unidad de longitud.

La ley de comportamiento de las vigas elastoplásticas queda expresada como:

$$M = - \iint_A \sigma_{11} x_2 dA \quad (5.6)$$

donde:

$$\sigma_{11} = E(\varepsilon_{11} - \varepsilon_p) \quad y \quad \varepsilon_{11} = -x_2 x \quad (5.7)$$

Y la ley de evolución de las deformaciones plásticas es:

$$\begin{cases} d\varepsilon_p = 0 & \text{si } f < 0 \quad \text{o} \quad df < 0 \\ d\varepsilon_p \neq 0 & \text{si } f = 0 \quad \text{y} \quad df = 0 \end{cases} \quad (5.8)$$

donde  $f$  es la función de fluencia que está en función del esfuerzo, de la coordenada  $x$  y de las deformaciones plásticas. El modelo puede representar los efectos del endurecimiento cinemático e isótropo, incluyendo los términos correspondientes a la función de fluencia.

#### 5.1.1.2. Refuerzo metálico:

La opción **rebar** me permite representar el refuerzo metálico y se usa para definir refuerzo uniaxial en elementos de viga y se hace para cada barra por separado. Asigna las características del material de las barras de refuerzo, que en éste estudio se define como elastoplástico perfecto y también pueden

definirse capas de barras. No contribuye a la masa del modelo.

El rebar se integra en uno o dos puntos, dependiendo del orden de interpolación del elemento en el cual se encuentra ubicado el rebar.

El volumen de integración se calcula involucrando el espesor original para elementos planos, el área de la sección transversal de la barra que representa el rebar y la separación entre los rebar. La deformación del rebar se calcula en función de la longitud inicial y final del rebar.

#### 5.1.1.3. Elementos de pórtico.

Los elementos de una estructura aporticada, pueden ser elementos bidimensionales o tridimensionales representados por **ABAQUS** con **frame elements** que no dan la posibilidad de agregarle refuerzo metálico, son elementos planos de dos nodos, ubicados sobre una línea recta inicialmente con tres grados de libertad por nodo ( $u_x, u_y, \phi_z$ ). Están pensados para elementos esbeltos y análisis elástico o elastoplástico.

La respuesta plástica de estos elementos se logra con un modelo de plasticidad concentrada en los extremos, para simular la formación de la rótula plástica, incluyendo endurecimiento cinemático no lineal. El usuario suministra tres pares de puntos (momento de fluencia y rotación plástica) que dan la forma a la curva de comportamiento.

Se supone que la deformación plástica en un nodo extremo está influenciada por los momentos y fuerza axial en ese nodo únicamente.

La formulación de los elementos de pórtico incluye el efecto de grandes

movimientos de cuerpo rígido (desplazamiento y rotación), cuando se hace análisis geoméricamente no lineal.

Se pueden obtener fuerzas, momentos, deformaciones elásticas axiales y curvatura en los extremos de los elementos y en el punto medio. Las rotaciones y desplazamientos plásticos sólo se obtienen en los extremos.

### **5.1.2. Elementos para modelar la mampostería de relleno.**

#### **5.1.2.1. Sólidos en dos dimensiones.**

En este trabajo se usa el elemento **2-D solids** denominado **CPS4**, que considera esfuerzos planos, de cuatro nodos bilineal y con dos grados de libertad por nodo (traslaciones en dos sentidos), y pueden ser usados para análisis complejos no lineales que involucren contacto, plasticidad y grandes deformaciones.

Se dispone de una gran variedad de elementos planos bidimensionales, según la necesidad, en cuanto a número de nodos, grados de libertad, forma de integración o grado de interpolación. Además, se parte de suponer la ocurrencia de pequeñas deformaciones y rotaciones.

#### **5.1.2.2. Materiales**

##### **5.1.2.2.1. Modelo para el Concreto.**

**ABAQUS** permite modelar concreto puro o armado, con baja presión de confinamiento y sujeto esencialmente a cargas monotónicas. Se supone que el agrietamiento es el aspecto más importante en el comportamiento del material y ocurre cuando el esfuerzo alcanza la superficie de falla. Esta superficie es una simple línea de Coulomb escrita en términos de esfuerzo de presión equivalente y un esfuerzo desviador equivalente de Von Mises.

El modelo de concreto consiste en una superficie de fluencia con endurecimiento isótropo que se activa cuando el esfuerzo es predominantemente de compresión y una superficie independiente de detección de grietas, que determina el punto de falla por agrietamiento. Respecto a las grietas, se considera que una vez que ocurren se mantienen durante el resto del cálculo, pero con la posibilidad de estar abiertas o cerradas.

Para modelar concreto reforzado, permite usar la opción **rebar** antes mencionada. Estos elementos son superpuestos en la malla de elementos de concreto puro y se usan con modelos de plasticidad para metales, los cuales describen el comportamiento del material del **rebar**. El comportamiento del concreto y del refuerzo se considera independiente.

La interacción entre el refuerzo y el concreto, tal como deslizamiento y efecto de pasador, se modelan en forma aproximada introduciendo parámetros en la opción "tension stiffening".

Para definir el comportamiento del concreto después del agrietamiento, se deben indicar dos puntos de la curva, donde se representa la fracción de esfuerzo remanente a tracción después del agrietamiento vs. la deformación unitaria correspondiente y depende de la densidad del refuerzo, la calidad de la adherencia, el tamaño relativo de los agregados comparada con el diámetro del refuerzo metálico y el mallado.

#### **5.1.2.2.2. Modelo de plasticidad de Drucker-Prager.**

Es usado para modelar materiales geológicos con fricción, los cuales pueden ser granulares o rocas además de materiales en los cuales la resistencia a fluencia en compresión es mas grande que en tracción y permite ablandamiento o endurecimiento isótropo del material. Generalmente permite cambios de volumen bajo comportamiento inelástico y está concebido para simular respuesta de materiales sujetos a cargas esencialmente monotónicas.



También permite al material endurecerse isotrópicamente. En éste estudio se usa el modelo lineal de Drucker-Prager, que es el indicado cuando los esfuerzos que se tienen son en su mayoría de compresión y considera flujo no asociado.

## 5.2. Simulaciones Numéricas.

En ésta sección se harán las simulaciones numéricas de los pórticos de concreto armado con y sin mampostería de relleno, pertenecientes al grupo A, que se mostraron en el capítulo 4.

### 5.2.1. Modelado del Pórtico sin mampostería.

En principio se modela un pórtico con las dimensiones y características del ensayo experimental. La viga y las columnas tienen la misma cantidad de refuerzo longitudinal y no se consideran estribos, el pórtico se considera empotrado en la base de las columnas con un desplazamiento en la esquina superior izquierda. Se consideraron 24 elementos en total, 8 en cada columna o viga, como lo muestra la figura 5.9.

La resistencia última a compresión del concreto se considera, de acuerdo a los ensayos, en  $465 \text{ Kg/cm}^2$ , el módulo de elasticidad en  $15000\sqrt{f'_c} = 3.23E5 \text{ Kg/cm}^2$  y la relación de Poisson en 0.18.

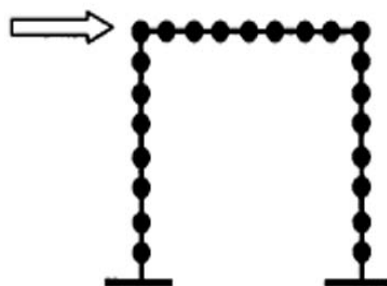


Figura 5.9.- Número de elementos utilizados

La curva esfuerzo-deformación del concreto se define con tres pares de valores, como se muestra en la figura 5.10.

- $0.45 * f'_c = 209.25 \text{ Kg/cm}^2, 0.0$
- $f'_c = 465 \text{ Kg/cm}^2, 0.002$
- $0.85 * f'_c = 395.25 \text{ Kg/cm}^2, 0.0042$

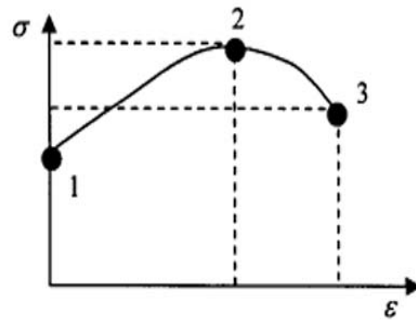


Figura 5.10. Gráfica esfuerzo vs deformación

Anteriormente se explicó que para definir el comportamiento del concreto después del agrietamiento, se deben indicar dos puntos de la curva, donde se representa la fracción de esfuerzo remanente a tracción después del agrietamiento vs. la deformación unitaria correspondiente, como se muestra en la figura 5.11:

- 1.,0
- 0.,3E-2

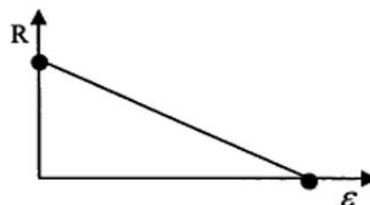


Figura 5.11. Esfuerzo remanente a tracción

El comportamiento del acero se supone elastoplástico perfecto, con un módulo de elasticidad de  $2.1\text{E}6 \text{ Kg/cm}^2$ , relación de Poisson de 0.2 y esfuerzo de fluencia igual a  $4200 \text{ Kg/cm}^2$ .

La imposición de desplazamientos se hizo de acuerdo a la historia de desplazamientos del ensayo, sin considerar descargas. Esto, con la finalidad de reproducir la envolvente de la curva obtenida en el ensayo. Se aplicó el

desplazamiento total de 8 cmts., dado por una secuencia de pasos.

Se hicieron presentes diversos problemas de convergencia, por lo que se variaron el incremento total, tamaño máximo y mínimo del paso, etc., además de la forma de la curva de comportamiento y las propiedades remanentes a esfuerzos de tracción después del agrietamiento.

Para mejorar la situación, se plantea como segunda opción modificar la geometría del modelo, incluyendo la viga de la base, a la cual estaba fijo el pórtico en el ensayo y sustituir los empotramientos por apoyos simples, como lo muestra la figura 5.12:

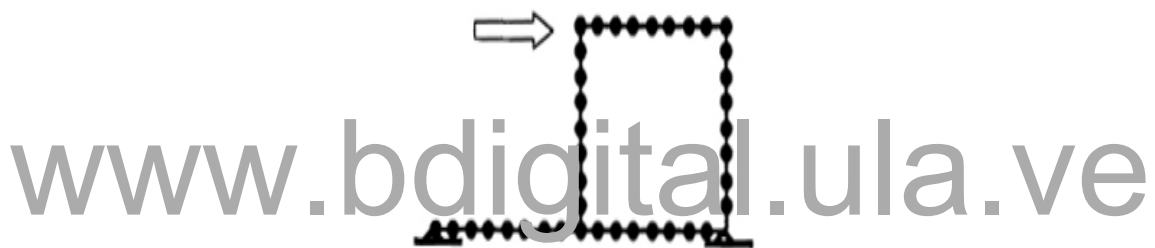


Figura 5.12. Sistema de apoyo

Modificando el esfuerzo remanente, empieza a producir algunos resultados. La variación de la resistencia última a compresión del concreto y módulo de elasticidad, mejora y aumenta los resultados. Finalmente, ajustando la sección transversal de la viga base, se logra una mejor adaptación.

En la figura 5.13 se observa, en forma exagerada, como se deforma la estructura, cuando se le impone desplazamiento.

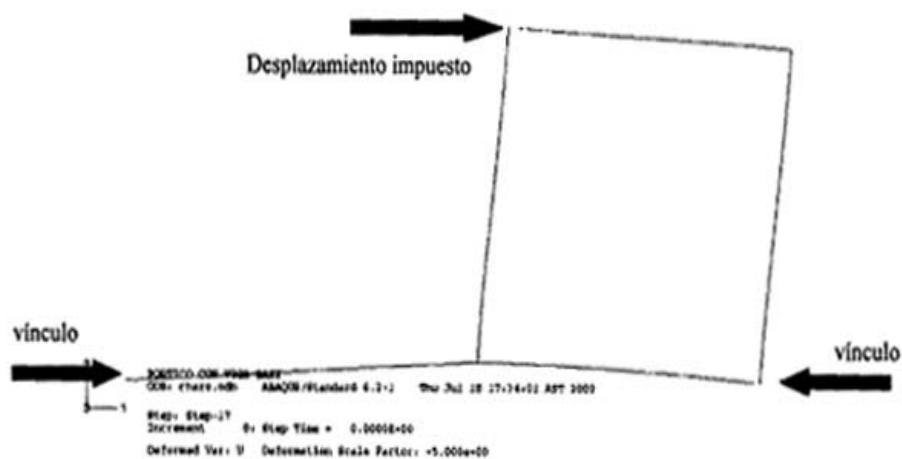


Figura 5. 13. Deformada del conjunto

En la figura 5.14, se observa como la simulación numérica obtenida comparada con el ensayo experimental no tiene ninguna concordancia.



Figura 5. 14. Gráfica experimental vs simulación numérica

Por lo tanto, para lograr una mejor curva a la obtenida anteriormente, surge la idea de representar el pórtico con **frame elements**. Se retoma la geometría inicial, como se muestra en la figura 5.15:

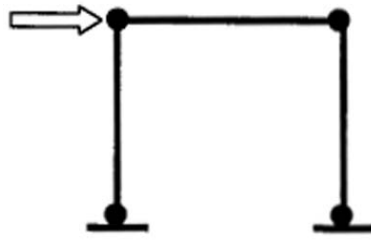


Figura 5.15. Geometría inicial

Los valores que definen las características de los materiales, como rigidez, resistencia última a compresión, esfuerzo de fluencia, etc., se tomaron de la experiencia obtenida en el modelado anterior. Se implementa el modelo de plasticidad concentrada en el cual se reproduce el proceso de plastificación, para lo cual se suministraron tres pares de puntos correspondientes al momento de fluencia y a la rotación plástica.

Los tres puntos tomados para la curva, como se muestra en la figura 5.16, fueron entonces:

- 1000000 , 0.0
- 2080000 , 0.0019
- 2800000 , 0.0075

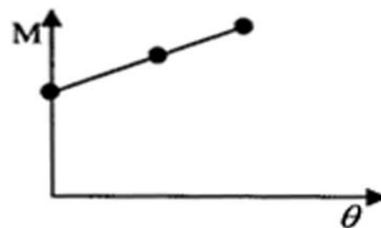


Figura 5.16. Gráfica momento-rotación

Con los valores de la rotación plástica, se logra controlar la caída de la curva carga-desplazamiento. Se impone la misma situación de desplazamientos usada en la simulación anterior (8 cmts., dado por una secuencia de pasos). Los momentos de fluencia iniciales se tomaron como momento último resistente de la teoría clásica de concreto armado, el cual involucra la resistencia última u compresión del concreto, el módulo de elasticidad y la

cantidad y características del acero de refuerzo.

$$\left. \begin{aligned}
 f'_c &= 400 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \\
 f_{Y \text{ acero}} &= 4200 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \\
 E_c &= 15000 \times \sqrt{f'_c} = 300000 \text{ Kg} / \text{cm}^2 \\
 A_s &= 4\phi \frac{3}{8}'' = 1.42 \text{ cm}^2 \\
 M_n &= A_s x f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) \approx 1000000 \text{ Kg} - \text{cm} \\
 a &= \frac{A_s}{\tilde{n}} \\
 \tilde{n} &= \frac{0.85 c f'_c x b}{f_y}
 \end{aligned} \right\} (5.13)$$

Una vez establecidas los parámetros a utilizar, se obtiene un mejor resultado. La figura 5.17 muestra la envolvente obtenida de la simulación numérica superpuesta con la gráfica experimental.

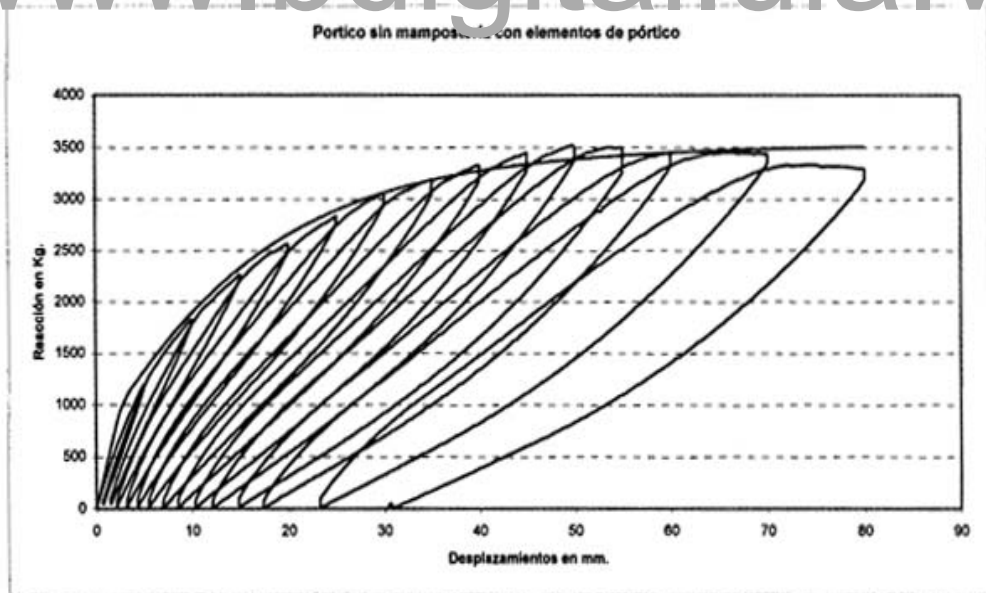


Figura 5.17. Gráfica experimental vs simulación numérica

### 5.2.2. Modelado del Pórtico con mampostería.

Considerando el modelo que arrojó los mejores resultados (figura 5.15) en la sección anterior se agregó la mampostería, modelada con elementos sólidos en dos dimensiones, de cuatro nodos y de esfuerzos planos. La malla se consideró de 10x10 elementos, es decir, 100 elementos. El muro hace contacto con el pórtico en tres lados y en el cuarto se encuentra empotrado. El contacto permite transmisión de desplazamientos, ocurrencia de deslizamiento y separación entre las dos partes, es decir, que cuando el pórtico se mueve, arrastra al muro empujándolo, pero permite que el muro se despegue del pórtico en el otro extremo. La figura 5.18 ilustra la idea:

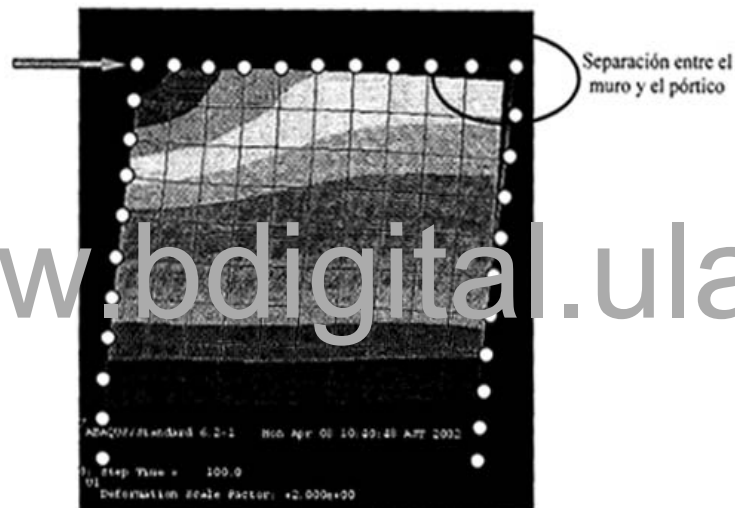


Figura 5. 18. Deformada del conjunto

Considerando que los ladrillos eran de arcilla, el muro de mampostería se modeló con Drucker-Prager, por lo tanto, se definió el ángulo de fricción, la relación del flujo de esfuerzos y el ángulo de dilación del material. Se tomaron valores de casos similares, desarrollados en el manual de ejemplos de ABAQUS. El módulo de elasticidad se tomó de los ensayos de mampostería realizados por Arellano [2]. Para las columnas y viga se mantuvieron constantes los valores del concreto y acero a los ya mencionados,  $f'_c$  450 Kg/cm<sup>2</sup>,  $E_c$  = 3.23E5 Kg/cm<sup>2</sup>, relación de Poisson para el concreto igual a 0.18,  $f_{y\text{acero}}$  = 4200 Kg/cm<sup>2</sup>, relación de Poisson para el acero igual a 0.2.

En este caso no se obtienen resultados significativos aún modificando diversos parámetros. En consecuencia se retoma la idea de modelar el pórtico con la viga inferior, manteniendo el contacto en los tres lados iniciales e imponiendo desplazamientos iguales de los nodos de la viga inferior con los nodos del muro, en su parte inferior. Esto último, con la finalidad de impedir movimientos del muro respecto a la viga en esa zona, considerando que en el ensayo no se dio el caso, pero finalmente no se logra la plastificación.

Se intenta modificar las condiciones de interacción entre el pórtico y el muro, de varias maneras: Igualando desplazamientos en zonas de esquinas opuestas, con la finalidad de seguir empujando el muro a través del pórtico y plantear contacto en las otras dos para que pueda separarse donde corresponde. Otra alternativa, fue modelar igualando desplazamientos de dos nodos únicamente, correspondientes a la esquina de imposición de desplazamientos y su opuesta. Otro caso planteado, consideraba contacto en las cuatro superficies.

La curva carga-desplazamiento de la figura 5.23, muestra el modelado de la mampostería con Drucker-Prager

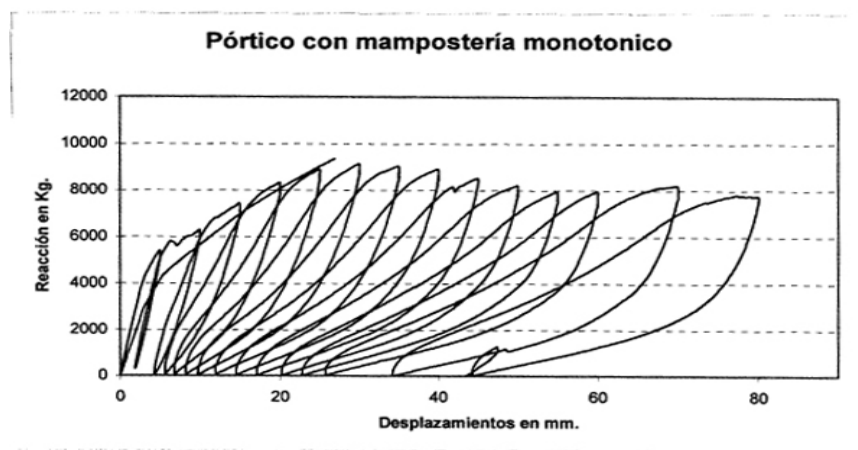


Figura 5.23. Ensayo experimental vs simulación numérica

El uso del concreto como material para la mampostería, originó grandes problemas de convergencia, obteniendo resultados para desplazamientos



inferiores a los impuestos en el ensayo correspondiente.

Modelar la mampostería con Drucker-Prager aportó una convergencia mucho más rápida y en pocos pasos, lográndose el desplazamiento requerido. No obstante, la curva no reproduce la plastificación necesaria para obtener la caída de la curva y así adaptarse al ensayo.

En definitiva, las curvas obtenidas del programa comercial **ABAQUS** no representan satisfactoriamente una envolvente a la curva experimental por no poseer ningún tipo de elemento adecuado para simular el comportamiento de la mampostería.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## CAPITULO 6

### TEORÍA DE PÓRTICOS RELLENOS CON MAMPOSTERÍA: EL CONCENTRADOR PLÁSTICO

En el capítulo 2 se muestra la cinemática, la dinámica y las leyes de comportamiento en pórticos de concreto armado, ahora en la primera mitad de este capítulo se incluyen los efectos de la mampostería en los pórticos de concreto armado y se introduce el concepto de concentrador plástico para la mampostería en el caso elastoplástico perfecto.

#### 6.1 Cinemática de Pórticos rellenos con mampostería.

Consideremos un pórtico plano relleno como el que se muestra en la figura 6.1. Se introduce un par de ejes coordenados globales X, Y para definir la posición de los nodos del pórtico.

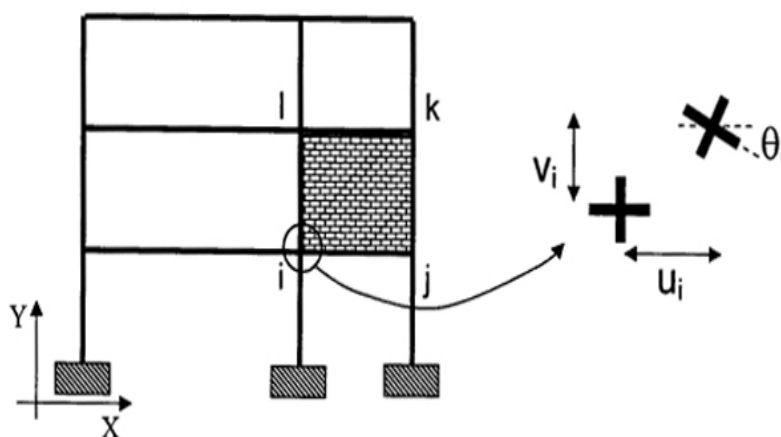


Figura 6.1.- Pórtico de concreto armado relleno con mampostería y desplazamientos generalizados de un nodo.

Esta estructura es modelada usando dos tipos diferentes de elementos, vigas-columnas y paredes de relleno, conectados entre ellos en los nodos del pórtico. Los desplazamientos generalizados del pórtico están dados en la matriz  $\{U\}$ , donde:

$$\{U\}^t = (\{u\}_1^t, \{u\}_2^t, \dots, \{u\}_n^y) \quad (6.1)$$

Ahora consideremos una viga-columna  $b$  entre los nodos  $i$  y  $j$ , como se muestra en la figura 6.2.

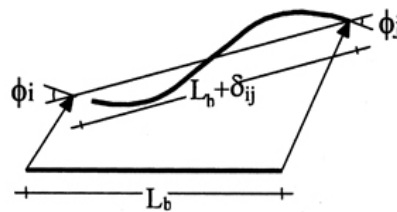


Figura 6.2.-Deformaciones generalizadas de una viga-columna

Para pórticos planos, la matriz de deformaciones generalizadas de una viga-columna es definida como sigue:

$$\{\phi\}_b^t = (\phi_i, \phi_j, \delta_{ij}) \quad (6.2)$$

La mampostería se modelará con dos puntales diagonales unidos con cuatro nodos:  $i, j, k, l$  como se muestra en la figura 6,3, el cual tiene ocho grados de libertad activos mientras que una columna tiene seis.

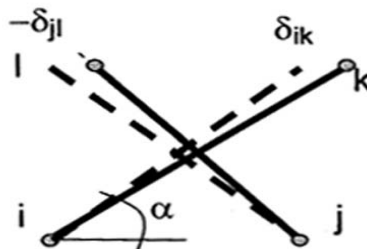


Figura 6.3. Deformaciones generalizadas de la pared de relleno equivalente

Los desplazamientos generalizados de un nodo "i", se definen como:

$$\{u_i\} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \quad (6.3)$$

Donde  $q_1$  y  $q_2$  indican el desplazamiento en la dirección **X** y en la dirección **Y** respectivamente.

La matriz de desplazamientos de todo el muro se compone de los desplazamientos de los cuatro nudos ubicados en los extremos de las dos diagonales equivalentes (ver figura 6.4):

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} \{u_i\} \\ \{u_j\} \\ \{u_k\} \\ \{u_l\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_8 \end{Bmatrix} \quad (6.4)$$

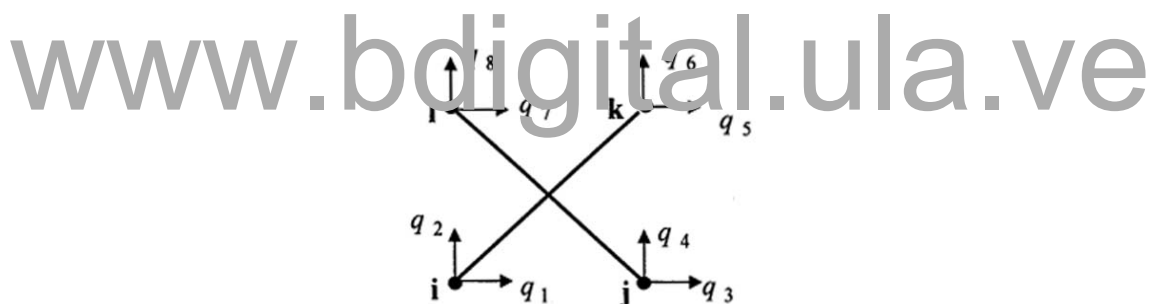


Figura 6.4. Representación de un muro y los desplazamientos generalizados del mismo

Las matrices definidas anteriormente no permiten caracterizar el cambio de forma de un miembro o de la estructura. El cambio de forma se mide a través de la matriz de deformaciones generalizadas del miembro.

La matriz de deformaciones para el elemento de mampostería  $m$  está dada por:

$$\{\Delta\}_m^t = \begin{Bmatrix} \delta_{ik} \\ \delta_{jl} \end{Bmatrix} \quad (6.5)$$

donde  $\delta_{ik}$  y  $\delta_{jl}$  son los cambios de longitudes de las dos diagonales de la

mampostería como se indica en la figura 6.3.

### 6. 1. 1. Ecuaciones cinemáticas.

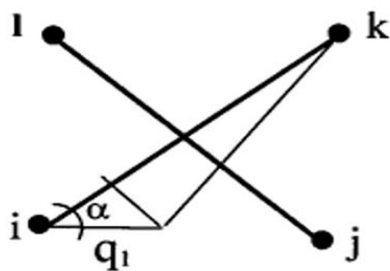
Las matrices de deformaciones y de desplazamientos generalizados están relacionadas por las siguientes relaciones cinemáticas (los efectos geométricos no lineales se desprecian):

$$\{\Delta\}_m = [B]_m \{U\} \quad (6.6)$$

$$\{\phi\}_b = [B]_b \{U\} \quad (6.7)$$

Donde:  $[B]_b$  y  $[B]_m$  son las matrices de transformación para el pórtico (la cual se definió en el capítulo 2) y la mampostería respectivamente. Para el caso de la mampostería la matriz, de transformación se define como:

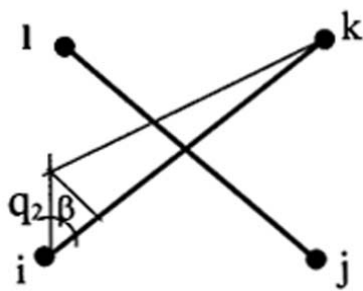
Las diagonales se someten a un incremento diferencial  $q_n$  del desplazamiento en la dirección X y Y para cada nullo (ver figuras 6.5, 6.6 y 6.7), mientras que las demás componentes de la matriz de desplazamientos generalizados del muro permanecen nulas. Para el caso de los muros, estos no se someten a rotaciones porque se despegarían del pórtico y no producirían ningún efecto sobre este. Si a la diagonal A se le aplica un desplazamiento horizontal  $q_1$



$$\begin{aligned} \delta_A &= -q_1 \cos \alpha \\ \delta_B &= 0 \end{aligned} \quad (6.8)$$

Figura 6.5. Deformaciones generalizadas en el muro equivalente producidas por un desplazamiento  $q_1$

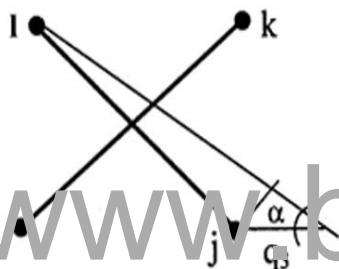
Si a la diagonal A se le aplica un desplazamiento vertical  $q_2$



$$\begin{aligned}\delta_A &= -q_2 \cos \beta = -q_2 \operatorname{sen} \alpha \\ \delta_B &= 0\end{aligned}\quad (6.9)$$

Figura 6.6. Deformaciones generalizadas en el muro equivalente producidas por un desplazamiento  $q_2$

Si a la diagonal  $B$  se le aplica un desplazamiento horizontal  $q_3$



$$\begin{aligned}\delta_A &= 0 \\ \delta_B &= q_3 \cos \alpha\end{aligned}\quad (6.10)$$

Figura 6.7. Deformaciones generalizadas en el muro equivalente producidas por un desplazamiento  $q_3$

Y así sucesivamente se le aplican los desplazamientos a los demás nodos hasta completar la matriz con los términos no nulos de  $[B_m]$

$$[B_m] = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha & 0 & 0 & \cos \alpha & \operatorname{sen} \alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha & 0 & 0 & \cos \alpha & \operatorname{sen} \alpha \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

## 6.2. Dinámica de Pórticos rellenos con mampostería.

Basados en el principio de los trabajos virtuales, el cual relaciona las fuerzas externas, los esfuerzos generalizados y las fuerzas de inercia, podemos definir como estas variables forman parte de los diferentes elementos de una

estructura.

El “principio de los trabajos virtuales” establece que el trabajo virtual de las fuerzas externas  $T_e^*$  debe ser igual al trabajo virtual de las fuerzas internas  $T_i^*$  más el trabajo virtual de las fuerzas de inercia  $T_a^*$  cuando la estructura está sometida a desplazamientos infinitesimales virtuales  $\{U^*\}$  además este principio debe verificarse para que la estructura se encuentre en equilibrio dinámico, según la ecuación 6.12:

$$T_i^* + T_a^* = T_e^* \quad \forall \quad \{U\}^* \quad (6.12)$$

El comportamiento de un pórtico de concreto armado relleno con mampostería esta completamente definido añadiendo las leyes constitutivas de los elementos viga-columna y de la mampostería de relleno.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

El trabajo interno o de deformación de ambos tipos de elementos se obtienen por la definición de la matriz de esfuerzos conjugada con la matriz de deformaciones  $\{\phi\}_b$  y  $\{\Delta\}_m$ .

Los esfuerzos se definen como:  $\{M\}_b^t = (m_i, m_j, n_{ij})$  y  $\{N\}_m^t = (n_{ik}, n_{jl})$

Así, el trabajo interno del pórtico esta dado por:

$$T_i^* = \sum \{\phi\}_b^t \{M\}_b + \sum \{\Delta\}_m^t \{N\}_m \quad (6.13)$$

Por definición, el trabajo virtual de las fuerzas externas es el producto de los desplazamientos virtuales por las fuerzas externas de la estructura.

$$T_e^* = \{U^*\}^T \{P\} \quad (6.14)$$

El trabajo externo transforma los efectos del muro a cargas nodales.

Las fuerzas de inercia en una estructura si; construyen sumando las fuerzas de inercia de todos los miembros. Para nuestro caso las fuerzas de inercia correspondiente a la viga-columna y al elemento de muro, se muestran a continuación:

$$T_a^* = \sum [masa]_{vc} \{\ddot{U}\} + \sum [masa]_m \{\ddot{U}\} \quad (6.15)$$

Donde:

$[m_{vc}]$  Matriz de masa de la viga-columna

$[m_m]$  Matriz de masa del muro de mampostería

$\{\ddot{U}\}$  es la matriz de aceleraciones generalizadas.

La matriz de masa del muro equivalente  $[m_m]$  es la correspondiente a un elemento de barra unidimensional, donde la masa se encuentra distribuida equitativamente en los cuatro extremos de manera concentrada., como se muestra en la figura 6.8:

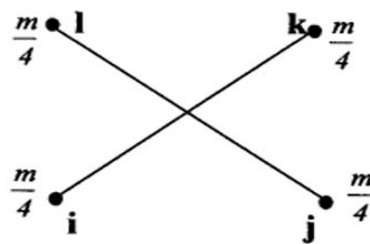


Figura 6.8. Distribución de las masas en los elementos de un muro equivalente



$$[m_m] = \frac{masa}{4} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & & & & 1 & 0 \\ & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

Donde:

$$masa = \rho * Area * e = \rho * h_m * L_m * e$$

$h_m$  = altura del muro equivalente

$L_m$  = ancho del muro equivalente

$e$  = espesor del muro

$\rho$  = la densidad del material

El trabajo virtual de las fuerzas de inercia total para toda la estructura bajo el movimiento virtual definido por  $\{U^*\}$  se calcula de la manera siguiente:

$$T_a^* = \{U^*\}^t \{I\} = \{U^*\}^t [m] \{\ddot{U}\} = \{U^*\}^t \left( \sum_{vc=1}^b [m_{vc}] + \sum_{muro=1}^m [m_m] \right) \{\ddot{U}\} \quad (6.17)$$

donde  $[m] = \sum_{vc=1}^b [m_{vc}] + \sum_{muro=1}^m [m_m]$  es la denominada matriz de masas de toda la estructura.

Para ciertos tipos de solicitaciones, denominadas solicitaciones "estáticas", las aceleraciones de los nudos son despreciables. En ese caso las fuerzas de inercia y su trabajo virtual son nulos. Cuando, por el contrario, las fuerzas de inercia no son despreciables, se dice que el problema es "dinámico",

Para definir las ecuaciones de equilibrio dinámico, recordamos que la ecuación de trabajo virtual es:

$$T_i^* + T_a^* = T_e^* \quad \forall \quad \{U^*\} \quad (6.18)$$

Y la ecuación de trabajo interno:

$$T_i^* = \underbrace{\sum_{vc=1}^b \{\phi^*\}^t \{M\}}_{\text{Vigas-columnas}} + \underbrace{\sum_{muro=1}^m \{\delta^*\}^t \{N\}}_{\text{Muros}} \quad (6.19)$$

Se sustituyen las expresiones (6.13), (6.14) y (6.17) en la ecuación de trabajo virtual, y ensamblando la ecuación de equilibrio, se tiene:

$$\sum_{vc=1}^b \{\phi\}^t \{M\} + \sum_{muro=1}^m \{\delta^*\}^t \{N\} + \{U^*\}^t [m] \{\ddot{U}\} = \{U^*\}^t \{P\} \quad \forall \quad \{U^*\} \quad (6.20)$$

Utilizando las ecuaciones cinemáticas, se saca factor común.

$$\{U^*\}^t \sum_{vc=1}^b [B_{vc}]^t \{M\} + \{U^*\}^t \sum_{muro=1}^m [B_m]^t \{N\} + \{U^*\}^t [m] \{\ddot{U}\} = \{U^*\}^t \{P\} \quad \forall \quad \{U^*\} \quad (6.21)$$

Teniendo en cuenta que la ecuación se cumple para cualquier desplazamiento virtual, se puede simplificar  $\{U^*\}$ :

$$\sum_{vc=1}^b [B_{vc}]^t \{M\} + \sum_{muro=1}^m [B_m]^t \{N\} + [m] \{\ddot{U}\} = \{P\} \quad (6.22)$$

El conocimiento de las matrices  $\{M\}$  de esfuerzos generalizados de los miembros del pórtico permite caracterizar la manera como las fuerzas externas y de inercia se reparten entre los diferentes elementos constitutivos de la estructura.

Las ecuaciones de la cinemática y de la dinámica de un elemento estructural, descritas en las secciones .interiores, no son suficientes para el análisis de la

estructura, ya que no se toma en cuenta el material del que está hecha la estructura, por lo que se debe incluir en este sistema una nueva ecuación matricial por cada miembro de la estructura, las cuales se denominarán “leyes de comportamiento”.

### 6.3. Ley de Comportamiento elástica para la mampostería.

Una ley de comportamiento es el conjunto de expresiones que permiten calcular los esfuerzos conocida la historia de deformaciones.

Considérese un muro de mampostería, representado por dos diagonales equivalentes, como se muestra en 1; Figura 6.9:

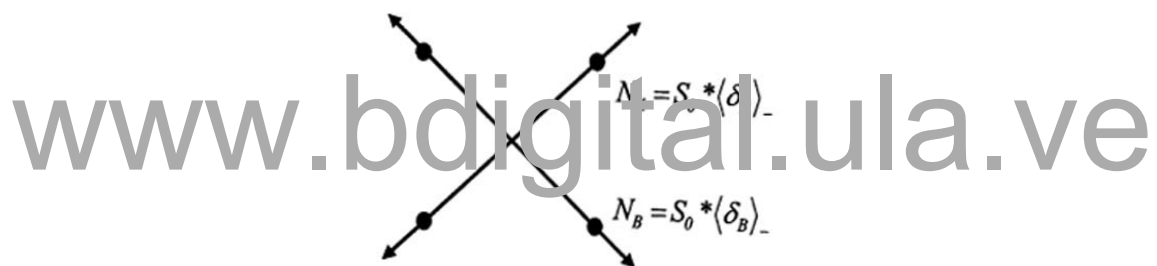


Figura 6.9. Esfuerzos generalizados en las diagonales de un muro

Las deformaciones generalizadas  $\delta_A$  y  $\delta_B$  se pueden relacionar matricialmente con los esfuerzos generalizados  $N_A$  y  $N_B$  por medio de la siguiente ecuación:

$$\{N\} = [S_m] \{\delta\} \quad (6.23)$$

Donde:

$[S_m]$  Es la matriz de rigidez del muro equivalente y se escribe como:

$$[S_m] = \begin{bmatrix} S_0 & 0 \\ 0 & S_0 \end{bmatrix}$$

Donde:  $S_0 = \frac{A_m E_m}{L_m}$  ,

$\{N\}$  corresponde a los esfuerzos en las diagonales del muro y no pueden ser de tracción (ver figura 6.9).

$\{\delta\}$  Son las deformaciones generalizadas de cada diagonal y el paréntesis angular  $\langle \delta \rangle_-$  representa solo las deformaciones por compresión, como se explica a continuación:

$$\langle \delta \rangle_- = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta \geq 0 \\ \delta & \text{si } \delta < 0 \end{cases} \quad (6.24)$$

Las leyes de comportamiento para el caso elástico, tanto del muro como del pórtico son:

$$\{M\} = [S_{vc}] \{\phi\} \quad \text{Ley de comportamiento del pórtico} \quad (6.25)$$

$$\{N\} = [S_m] \langle \delta \rangle_- \quad \text{Ley de comportamiento del muro equivalente} \quad (6.26)$$

Resolviendo la ecuación de equilibrio para el caso monotónico de un pórtico con mampostería en el caso estático, sería la suma de la ecuación de equilibrio del muro más la ecuación de equilibrio del pórtico, como se expresa a continuación:

$$\sum_{v=1}^3 [B_{vc}]^t \{M\} + [B_m]^t \{N\} = \{P\} \quad (6.27)$$

Se sustituyen las leyes de comportamiento, para cada caso:

$$\sum_{vc=1}^3 [B_{vc}]^t [S_{vc}] \{\phi\} + [B_m]^t [S_m] \langle \delta \rangle_- = \{P\} \quad (6.28)$$

Las ecuaciones cinemáticas, para cada elemento, son:

$$\{\phi\} = [B_{vc}] \{u\} \quad \text{Ecuación cinemática del pórtico} \quad (6.29)$$

$$\{\delta\} = [B_m] \{U\} \quad \text{Ecuación cinemática del muro equivalente} \quad (6.30)$$

Se sustituyen en la ecuación de equilibrio del conjunto:

$$\sum_{vc=1}^3 [B_{vc}]^t [S_{vc}] [B_{vc}] \{U\} + [B_m]^t [S_m] [B_m] \{U\} = \{P\} \quad (6.31)$$

agrupando, y sacando factor común:

$$[S] \{U\} = \{P\} \quad (6.32)$$

donde la matriz de rigidez de la estructura o el conjunto pórtico con mampostería, es:

$$[S] = \sum_{vc=1}^3 [B_{vc}]^t [S_{vc}] [B_{vc}] + [B_m]^t [S_m] [B_m] \quad (6.33)$$

#### 6.4. Ley de Comportamiento Elastoplástica Perfecta en Muros Equivalentes sin concentrador plástico.

El modelo clásico, descrito en la sección anterior, no toma en cuenta la posibilidad de aparición de deformaciones generalizadas permanentes, que son consecuencia de las fuerzas externas sobre la estructura y se puede constatar que estas deformaciones permanentes son muy importantes si la estructura está sometida a cargas que exceden un cierto límite y que al sobrepasar este límite los modelos elásticos no representan adecuadamente el comportamiento estructural.

En esta sección, y por simplicidad se considerará para el comportamiento del

puntal un modelo elastoplástico perfecto (ver Figura (6 10)).

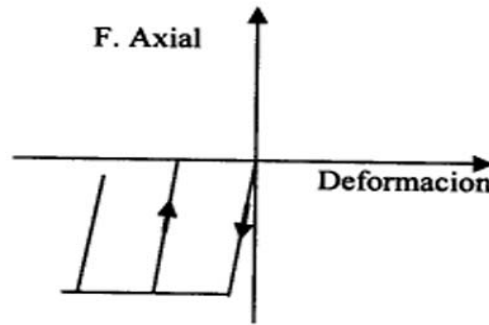


Figura 6.10.Relación Esfuerzo-Deformación elastoplástico perfecta

Se puede observar que este comportamiento corresponde a una simplificación de comportamientos más complejos (y más realistas) [13]. Matemáticamente, el comportamiento elastoplástico de la figura 6.10 puede ser definido por la introducción de una ley de estado, dos funciones de fluencia y una ley de evolución de las deformaciones plásticas

#### 6.4.1. Ley de estado para un muro equivalente.

La primera ecuación describe el comportamiento elástico de los puntales y las dos últimas expresiones el comportamiento plástico. La ley de estado es:

$$\{N\}_m = [S]_m \{<\Delta - \Delta^P >_-\}_m \quad (6.34)$$

donde  $[S]_m = \frac{A_m E_m}{L_m} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  de las barras equivalentes. Las expresiones empíricas de las áreas de los puntales se pueden encontrar en la literatura [9.15, 17].  $E_m$  es el módulo de elasticidad del material de relleno y  $L_m$  la longitud de las diagonales.

El término  $\{\Delta^P\}_m = \begin{bmatrix} \delta_{ik}^P \\ \delta_{jl}^P \end{bmatrix}$  es la matriz de deformaciones plásticas que tienen la elongación permanente de los puntales. El símbolo  $\langle x \rangle_-$  significa parte negativa de  $x$ , es decir  $\langle x \rangle_- = x$  si  $x < 0$ , de lo contrario  $\langle x \rangle_- = 0$  de esta manera, las barras solo pueden desarrollar fuerzas de compresión de acuerdo con el modelo de la figura 6.10.

Que para el caso del muro, se escribe una ley de estado para cada diagonal:

$$\begin{aligned} N_A &= S_0 \langle \delta - \delta_A^P \rangle_- \\ N_B &= S_0 \langle \delta - \delta_B^P \rangle_- \end{aligned} \quad (6.35)$$

La ley de estado introduce dos nuevas variables internas que son la deformación plástica de la diagonal  $A \{\delta_A^P\}$  y la deformación plástica de la diagonal  $B \{\delta_B^P\}$ . Por lo tanto, es necesario introducir una ecuación adicional que permita calcular las nuevas incógnitas.

Esta relación adicional se denominará ley de evolución de las deformaciones plásticas.

#### 6.4.2. Ley de Evolución de las Deformaciones Plásticas para el muro equivalente.

En los modelos clásicos ambos puntales están desacoplados, así su comportamiento plástico es definido por dos funciones de fluencia, una para cada barra:

$$\begin{aligned} f_{ik} &= |n_{ik}| - n_y \\ f_{lj} &= |n_{jl}| - n_y \end{aligned} \quad (6.36)$$

donde  $n_y = A_m \sigma_y$  es la fuerza de fluencia de los puntales. Incrementos de la

deformación plástica son solo posibles si la fuerza axial es igual a la fuerza de fluencia:

$$\begin{aligned} d\delta_{ik}^p &= 0 \quad \text{si} \quad f_{ik} < 0 \quad \text{o} \quad df_{ik} < 0 \\ d\delta_{ik}^p &\neq 0 \quad \text{si} \quad f_{ik} = 0 \quad \text{y} \quad df_{ik} = 0 \end{aligned} \quad (6.37)$$

$$\begin{aligned} d\delta_{jl}^p &= 0 \quad \text{si} \quad f_{jl} < 0 \quad \text{o} \quad df_{jl} < 0 \\ d\delta_{jl}^p &\neq 0 \quad \text{si} \quad f_{jl} = 0 \quad \text{y} \quad df_{jl} = 0 \end{aligned}$$

Las expresiones (6.37) son las leyes de evolución de las deformaciones plásticas

Consideremos un elemento de mampostería aislado sujeto a un desplazamiento horizontal como se muestra en la figura 6.11a. Según el modelo descrito anteriormente en el comienzo de la carga, solo la barra "j" genera fuerzas de compresión. Las fuerzas en la barra "ik" permanecen iguales a cero, por lo que ese tipo de modelo genera curvas estranguladas en las gráficas fuerza-desplazamiento, como se muestra en la Figura 6.11b.

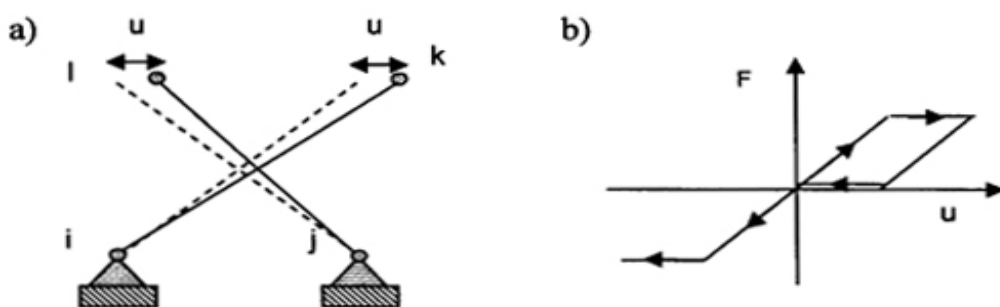


Figura 6.11 a) Elemento de mampostería aislado sujeto a un desplazamiento horizontal b) Fuerza-desplazamiento sin concentrador plástico

### 6.5. Análisis experimental de pórticos rellenos.

Se consideraron tres tipos diferentes de especímenes, mostrados en el capítulo



4, sujetos a desplazamientos horizontales monotónicos y cíclicos en el tope del pórtico. Los cuales están representados en la figura 6.12. El primero, llamado "0-barras", consiste en un pórtico convencional de concreto armado sin mampostería (figura 6.12a). El tercero, llamado "2-barras" es también un pórtico convencional pero con mampostería (figura 6.12c). El segundo fue llamado "1-barra" y está representado en la figura 6.12b. Se puede observar que solo se incluyó la mitad de la mampostería. El objetivo de este espécimen es observar el comportamiento de una estructura que corresponde de manera muy cercana al modelo de barras desacopladas descrito en la sección anterior. Los detalles de este espécimen están descritos en el capítulo 4.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

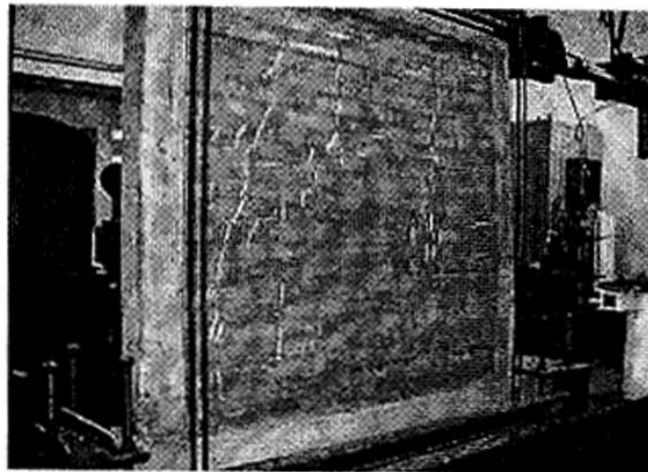
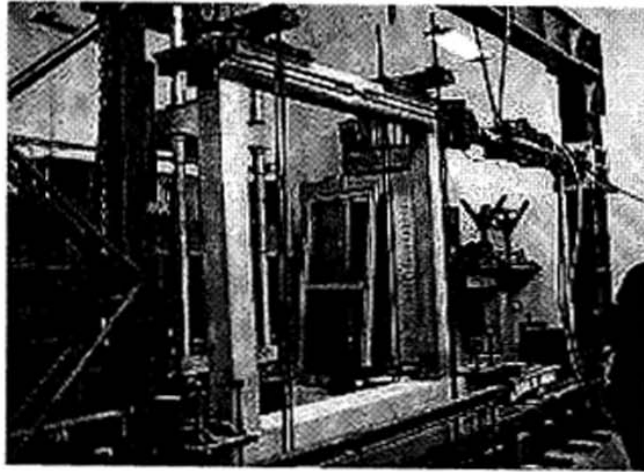


Figure 6.12. a) Espécimen 0-barras b) Espécimen 1-barra c) Espécimen 2-barras

En la figura 6.1 3, se presentan los resultados de las pruebas cíclicas de los tres especímenes en forma de gráficas desplazamiento-fuerza.

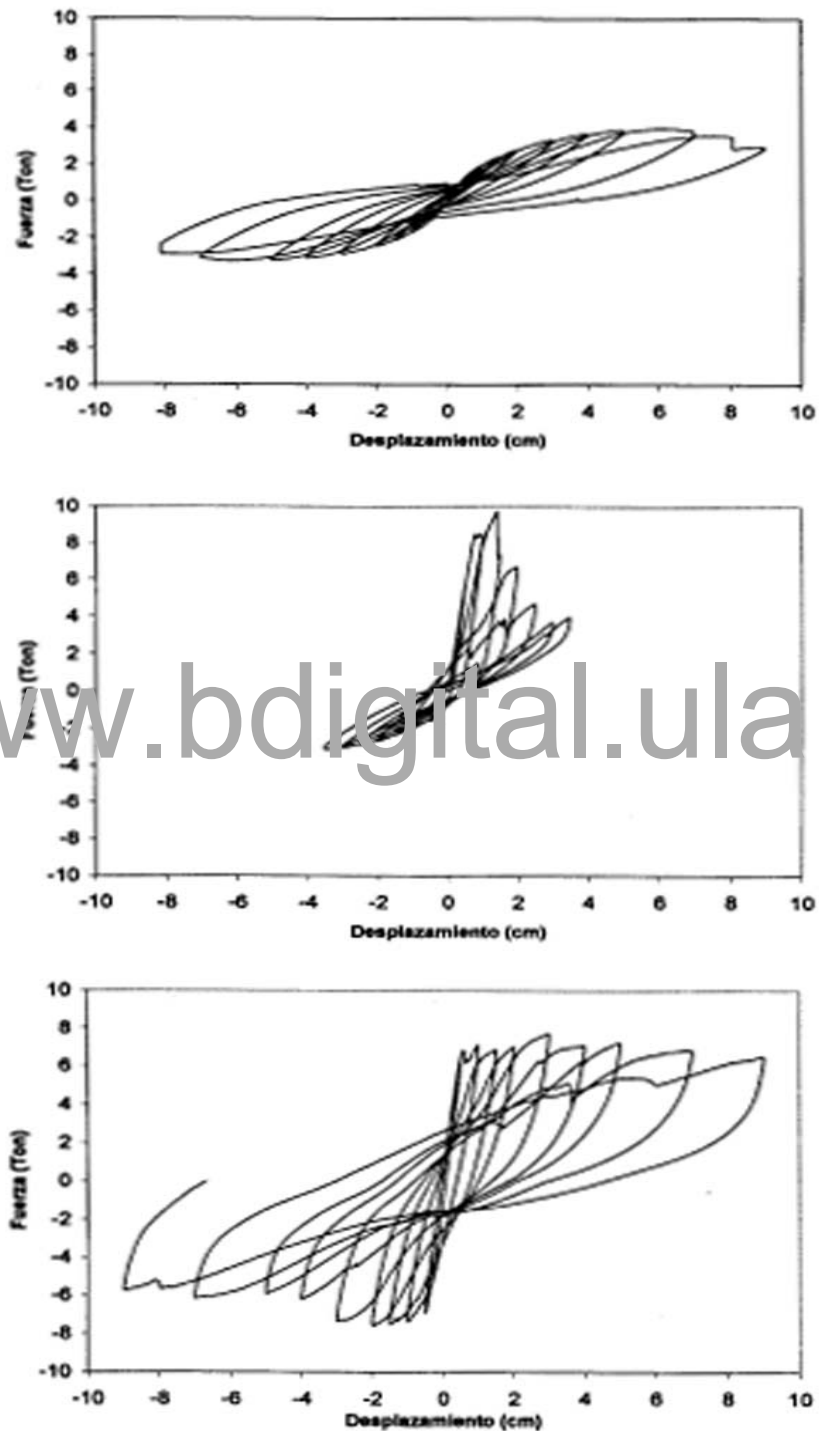


Figure 6.13. Desplazamiento vs. Fuerza a) Especímen 0-barras b) Especímen 1-barra c) Especímen 2-barras

Los especímenes "2-barras" muestran lazos histeréticos muy robustos (ver figura 6.14a). La resistencia máxima de los especímenes "1-barra" es muy alto, más alto que el de los especímenes de "2-barras" por algún fenómeno no explicado, pero es menos dúctil que el de los especímenes "2-barras" y su comportamiento durante la fase de descarga elástica es muy diferente. El comienzo del estrangulamiento producido por el modelo de barras desacopladas pueden ser apreciado en los lazos histeréticos de los especímenes "1-barra" como se observa en la figura 6.14b. Como mencionamos anteriormente, la prueba "1-barra" puede ser representada por una sola barra diagonal.

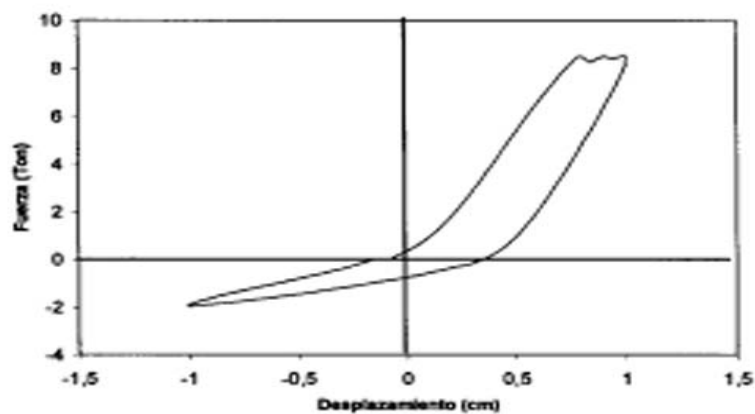
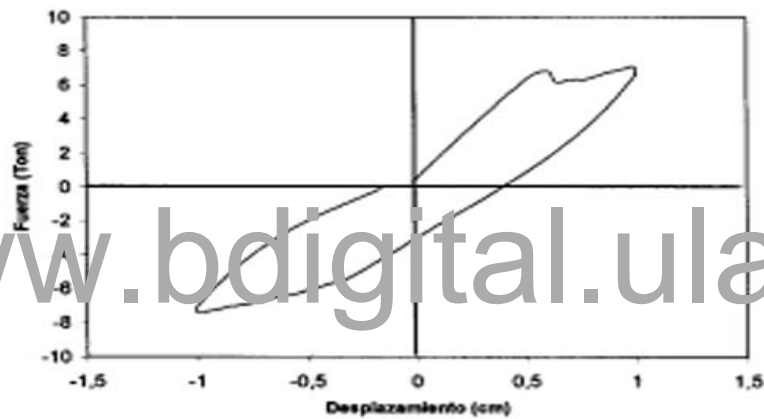


Figura 6.14. a) Lazo histerético en el espécimen de 2-barras b) Lazo histerético en el espécimen de 1-barra

De este análisis experimental se concluye que son necesarias nuevas representaciones simplificadas, que tomen en cuenta el hecho de que el relleno es un elemento único. En la próxima sección es hecha una propuesta en este sentido.

## **6.6. Ley de Comportamiento Elastoplástica Perfecta en Muros Equivalentes con concentrador plástico.**

Para medir la transferencia de efectos entre las barras, se propone una pequeña modificación del modelo del puntal equivalente. Como se muestra en la figura 6.15, se supone que las dos barras están unidas por un concentrador plástico. El concentrador plástico puede ser comparado con el concepto de rotula plástica para elementos de vigas-columnas, en el sentido que las deformaciones plásticas y otros fenómenos inelásticos se encuentran localizados en el concentrador.

### **6.6.1. Ley de estado para un muro equivalente.**

Se usan las mismas variables de estado introducidas en una sección anterior  $(\{\Delta\}, \{N\}, \{\Delta^p\})$ , La ley constitutiva modificada esta dada por la misma ley de estado del modelo desacoplado:

$$\{N\}_m = [S]_m \{< \Delta - \Delta^p > _-\}_m \quad (6.38)$$

pero ahora las deformaciones plásticas  $\delta_{ik}^p$  y  $\delta_{jl}^p$  representan la elongación permanente del concentrador en la dirección de las barras  $ik$  y  $jl$ . Se puede observar que el concentrador trabaja como un tipo de "resorte bidireccional".

### **6.6.2. Ley de evolución de las Deformaciones Plásticas para el muro equivalente.**

La ley de evolución de los muros equivalentes, para este caso, se expresa

mediante el concepto de función de fluencia y basándose en el modelo de plasticidad concentrada que definiremos como "*Concentrador plástico*" el cual une los dos puntales diagonales y permite la transferencia de efectos entre ellos como se muestra en la figura 6.15:

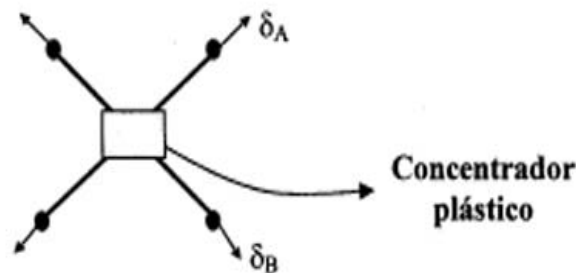


Figura 6.15. Representación de las diagonales equivalentes de un muro con concentrador plástico.

El comportamiento plástico del relleno es ahora definido por la función de fluencia del concentrador. Se propone la siguiente expresión de la función de fluencia:

$$f = |n_{ik} - n_{jl}| - n_y \quad (6.39)$$

La disipación de energía se supone que se realiza a través del concentrador plástico, en el cual se encuentran ubicados los efectos de la plasticidad.

Ahora es necesaria una segunda ecuación que junto a la función de fluencia definida en la ecuación 6.39, nos permita definir la ley de evolución de las deformaciones plásticas para un muro equivalente.

En la teoría de la plasticidad de un continuo, se acepta habitualmente la hipótesis de incompresibilidad plástica. Esta hipótesis, expresa que las deformaciones plásticas introducen cambios de forma pero no cambios de volumen. Matemáticamente, la suposición de incompresibilidad plástica se

escribe indicando que la suma de las deformaciones plásticas principales es siempre cero:

$$\varepsilon_{11}^P + \varepsilon_{22}^P + \varepsilon_{33}^P = 0 \quad (6.40)$$

Donde  $\varepsilon_{ij}^P$  es la deformación plástica en la cara  $i$  producida por una fuerza en la dirección  $j$ .

De esta manera se obtiene la segunda ecuación que haciendo la analogía con la teoría de la plasticidad, se supondrá que la suma de las deformaciones plásticas del concentrador es también igual a cero:

$$\delta_{ik}^P + \delta_{jl}^P = 0 \quad (6.41)$$

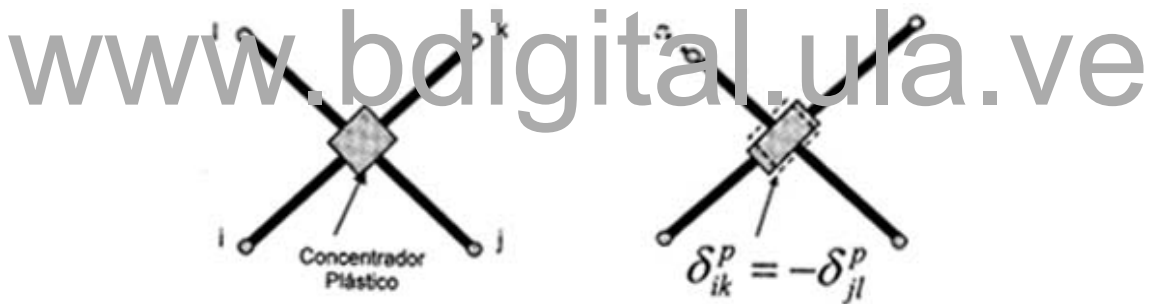


Figura 6.16. Mampostería de relleno con concentrador plástico

Y la ley de evolución de las deformaciones plásticas está definida por:

$$\begin{aligned} d\delta_{ik}^P &= 0 \quad \text{si } f < 0 \quad \text{o} \quad df < 0 \\ d\delta_{ik}^P &\neq 0 \quad \text{si } f = 0 \quad \text{y} \quad df = 0 \end{aligned} \quad d\delta_{jl}^P = -d\delta_{ik}^P \quad (6.42)$$

estas ecuaciones pueden también ser obtenidas de la función de fluencia (6.39) usando el principio de normalidad.

Consideremos nuevamente el elemento de mampostería aislado de la figura

6.11a, sujeto a un desplazamiento horizontal. Sin embargo en el modelo con concentrador, las deformaciones plásticas positivas en la dirección de la barra "ik", aparecen aún si la fuerza axial en esta barra es cero. En la figura 6.17 se muestra la curva fuerza-desplazamiento, para el modelo con concentrador, Esto es debido a la ecuación (6.41).

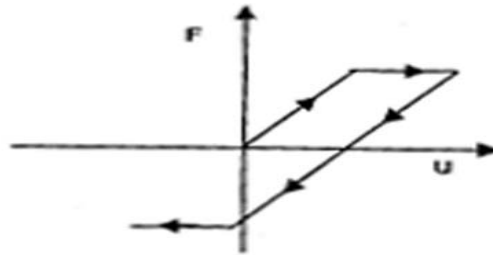


Figure 6.17. Fuerza-desplazamiento con concentrador plástico

Puede constatarse que el estrangulamiento inducido por el modelo convencional no se aprecia con el nuevo modelo.

Se desarrolló un elemento finito, el cual se explicará en el capítulo 7, basado en las ecuaciones descritas en la primera parte de este capítulo y un modelo elastoplástico perfecto con concentrador incluido en un programa comercial de elementos finitos. Las pruebas descritas en las figuras 6.12 y 6.13 fueron reproducidas con este nuevo elemento y elementos convencionales de viga-columna con rótulas elastoplásticas perfectas. Los resultados de este análisis son mostrados en la figura 6.18.

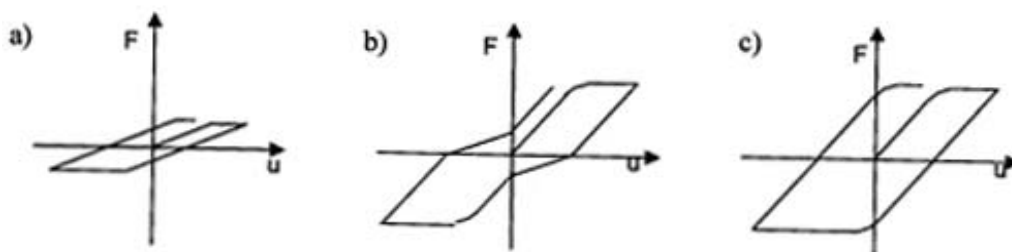


Figure 6.18. Pórtico plano con elastoplasticidad perfecta. a) Sin relleno b) Con relleno y sin concentrador plástico c) Con relleno y concentrador plástico



Se puede observar en la figura 6.14a que el modelo con concentrador conduce a lazos histeréticos gruesos mientras los resultados del modelo desacoplado se parecen a la parte positiva de las fuerzas de los lazos histeréticos en la figura 6.14b. Por supuesto, en la última curva no se ha formado completamente el estrangulamiento debido a la falta del segundo puntal diagonal.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## **CAPITULO 7**

### **COMPORTAMIENTO DE LA MAMPOSTERÍA CONFINADA MEDIANTE LA TEORÍA DEL DAÑO CONCENTRADO**

En este capítulo se mostrará el modelo de comportamiento de la mampostería tomando en cuenta el daño, este modelo está basado en los conceptos de la teoría del daño que en el capítulo 2 se explicaron solamente para el uso de pórticos de concreto armado y ahora se ampliarán para la mampostería, el comportamiento de la mampostería bajo fuerzas de compresión monotónicas y cíclicas, el modelo del puntal equivalente simple y el concepto del concentrador plástico desarrollado en el capítulo anterior.

#### **7.1. Comportamiento de la mampostería bajo cargas de compresión:**

El modelo de puntal representa la influencia de los paneles de relleno como un conjunto de dos barras diagonales que solo pueden soportar compresión. Para proponer un modelo realista del comportamiento del puntal equivalente, fue llevado a cabo un programa experimental. En este programa, especímenes de mampostería cuadrada (que representan la zona del concentrador plástico) fueron sujetos a fuerzas uniaxiales de compresión con descargas elásticas. Los especímenes, representados en la figura 7.1, consistieron en mampostería convencional con bloques colocados a  $0^\circ$  y a  $45^\circ$  con respecto a la línea horizontal. Se espera que todos los puntales de compresión en los paneles de rellenos tengan arreglo de bloques entre estos valores. Las gráficas de fuerzas contra desplazamiento son presentadas en la figura 7.2.

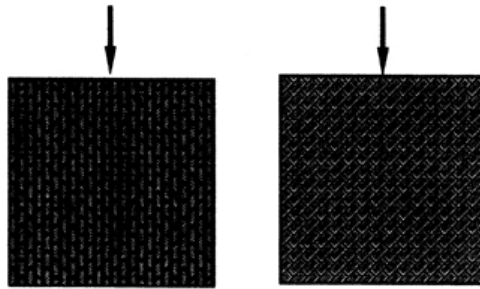


Figura 7.1. Espécimen de Mampostería.

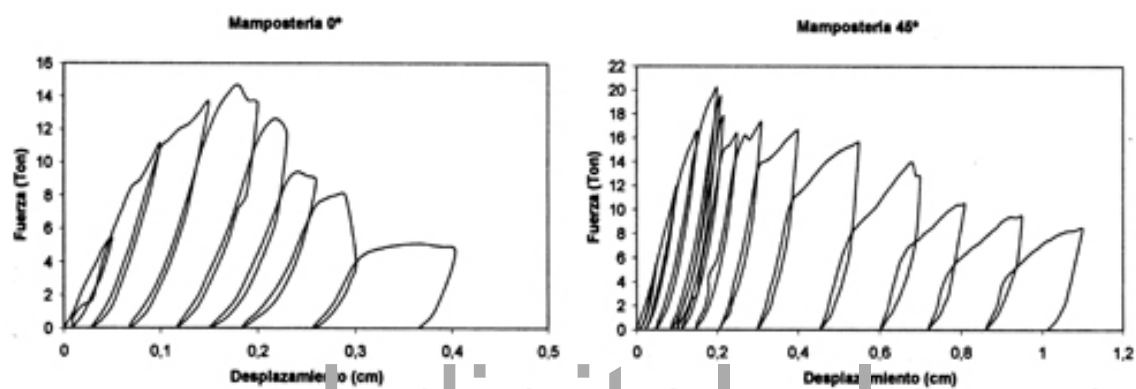


Figura 7.2. Fuerza vs. Desplazamiento a) Mampostería a 0° b) Mampostería a 45°

Se puede notar inmediatamente que las envolventes de las gráficas de fuerzas contra desplazamientos generan una envolvente .que se podría considerar de dos maneras: Primero puede ser representada como una corta línea elástica seguida de una curva parabólica, justo como en el concreto (ver figura 7.3) y segundo se puede representar como elástico para valores bajos de la fuerza, seguido por una zona plástica con endurecimiento que puede ser representado por una línea con un paso muy inclinado y finalmente una zona de ablandamiento con degradación de la rigidez (Ver figura 7.4). El ablandamiento puede ser representado por alguna ley exponencial.

Se puede ver también que deformaciones plásticas o permanentes y degradación de la rigidez aparecen simultáneamente. Ambos fenómenos probablemente están relacionados y se piensa que estos son consecuencia del agrietamiento.

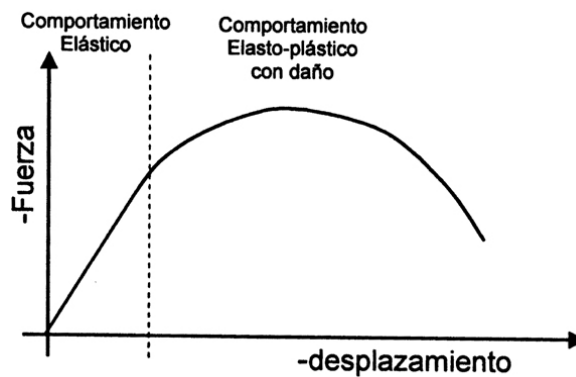


Figura 7.3. Envolvente parabólica de la ley constitutiva

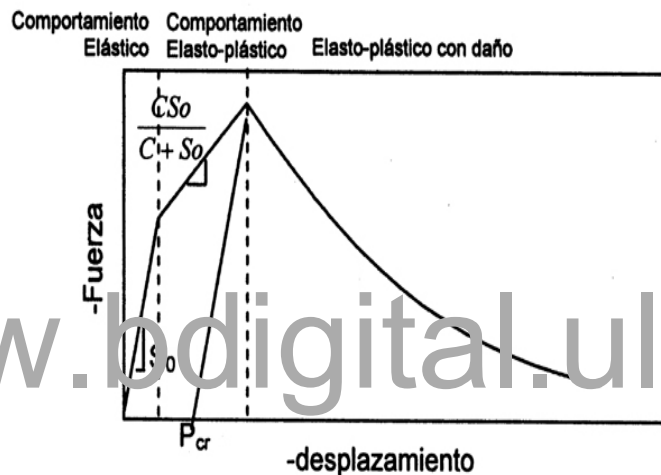


Figura 7.4. Envolvente exponencial de la ley constitutiva

## 7.2. Modelo de daño para la mampostería confinada: Envolvente parabólica

El modelo propuesto en esta sección está basado en los conceptos de la mecánica del daño presentados en el segundo capítulo de este trabajo, el comportamiento de la mampostería bajo fuerzas de compresión descrito en la sección anterior, el modelo del puntal equivalente y el concepto del concentrador plástico propuesto en el capítulo 6. Serán usadas las mismas variables y la misma notación introducidas en el capítulo 6 para la mampostería, que son, la matriz de deformaciones generalizadas:

$$\{\Delta\}_m^t = (\delta_{ik}, \delta_{lj}) \quad (7.1)$$

La matriz de esfuerzos generalizados, queda:

$$\{N\}_m^t = (n_{ik}, n_{jl}) \quad (7.2)$$

y la matriz de deformaciones plásticas, se escribe como:

$$\{\Delta^P\}_m \quad (7.3)$$

Como se describió anteriormente, las variables  $\delta_{ik}^p$  y  $\delta_{jl}^p$  representan las deformaciones plásticas en el concentrador plástico. Además se introduce una nueva variable: el daño  $d_m$ . Esta variable también toma valores entre cero y uno y mide el estado del daño del concentrador, es decir, la variable de daño caracteriza el grado de agrietamiento de la mampostería de relleno. Solo se introduce una variable de daño, por eso es aceptada la hipótesis de daño .isótropo. Esto significa que el daño debido a las fuerzas de compresión en una de las barras también afecta el comportamiento de la barra opuesta.

La ley de estado (ecuación 6.38) es modificada usando el concepto de esfuerzo efectivo y la hipótesis de equivalencia en deformaciones, quedando:

$$\{N\}_m = (1 - d_m) [S]_m \{< \Delta - \Delta^P >_-\}_m \quad (7.4)$$

Donde la matriz de rigidez  $[S]_m$  es la misma introducida en la ecuación 6.23 y  $<x>_-$  es nuevamente la parte negativa de  $x$ . Se puede observar que la rigidez del puntal equivalente decrece con el daño. En este sentido se describe la degradación de la rigidez debido al agrietamiento de la mampostería.

Se supone la misma hipótesis de “*incomprensibilidad plástica*” propuesta en la sección 6.6.2, por lo tanto:

$$\delta_{ik}^p + \delta_{jl}^p = 0 \quad (7.5)$$

La función de fluencia del concentrador plástico dañado puede ser obtenida usando nuevamente el concepto de esfuerzo efectivo y la hipótesis de equivalencia en deformación. Por eso, el comportamiento plástico de la mampostería agrietada con endurecimiento cinemática, deriva de la ecuación 6.39 y se escribe como:

$$f = \left| \left\langle \frac{n_{ik}}{1-d_m} - s\delta_{ik}^p \right\rangle_- - \left\langle \frac{n_{lj}}{1-d_m} - c\delta_{lj}^p \right\rangle_- \right| - n_y \quad (7.6)$$

Finalmente, se propone la siguiente ley de evolución del daño:

$$\dot{d}_m = m \left\langle \frac{\dot{\delta}_{ik}^p \cdot \delta_{ik}^p}{|\delta_{ik}^p|} \right\rangle_+ \left( \frac{|\delta_{ik}^p|}{\text{Max}|\delta_{ik}^p|} \right)^a = m \left\langle \frac{\dot{\delta}_{lj}^p \cdot \delta_{lj}^p}{|\delta_{lj}^p|} \right\rangle_+ \left( \frac{|\delta_{lj}^p|}{\text{Max}|\delta_{lj}^p|} \right)^a \quad (7.7)$$

donde  $\langle x \rangle_+$  representa la parte positiva de  $x$ , por eso  $\langle x \rangle_+ = x$  si  $x > 0$ , de lo contrario  $\langle x \rangle_+ = 0$ . Las constantes  $m$  y  $a$  son parámetros positivos del material. El símbolo  $\text{Max}|\delta_{ik}^p|$  representa el máximo valor absoluto que la deformación plástica  $\delta_{ik}^p$  ha tomado desde el comienzo de la carga. Se puede notar que la velocidad del daño es siempre positiva, (por lo tanto una grieta se forma, y no desaparece).

El grupo de ecuaciones compuestas por la ley de estado (7.4), la función de fluencia (7.6) y la evolución del daño (7.7) definen completamente el comportamiento de los elementos de relleno. El grupo de parámetros del modelo es dado por la rigidez del puntal equivalente  $S_0$ , la fuerza de agrietamiento y las constantes de la ley de evolución del daño  $m$  y  $a$ .

### 7.2.1. Comportamiento de la mampostería bajo solicitaciones monotónicas:

Se puede mostrar que durante una carga monotónica, la ley de daño (7.7) genera una envolvente parabólica. En efecto, durante una carga monotónica tenemos:

$$\text{Max}|\dot{\delta}_{ik}^p| = |\dot{\delta}_{ik}^p| \quad ; \quad \left\langle \frac{\dot{\delta}_{ik}^p \cdot \delta_{ik}^p}{|\delta_{ik}^p|} \right\rangle_+ = |\dot{\delta}_{ik}^p| \quad (7.8)$$

Por lo tanto la ley de daño (7.7) se convierte en:

$$\dot{d}_m = m|\dot{\delta}_{ik}^p| = m|\dot{\delta}_{jl}^p| \quad \text{es decir} \quad d_m = m|\delta_{ik}^p| = m|\delta_{jl}^p| \quad (7.9)$$

De esta manera, durante cargas monotónicas, el daño es proporcional a la deformación plástica del concentrador, lo cual está de acuerdo con el comportamiento observado en los especímenes de mampostería.

Se asume que, solo la diagonal  $ik$  está bajo fuerzas de compresión. En el comienzo de la de carga monotónica, donde la fuerza en la barra es menor que  $n_y$  tenemos:

$$f < 0 \quad ; \quad \delta_{ik}^p = 0 \quad ; \quad d_m = 0 \quad y \quad n_{ik} = S_0 \delta_{ik} \quad (7.10)$$

donde  $S_0 = \frac{E_m A_m}{L_m}$ . Por lo tanto, la gráfica de desplazamiento vs. Fuerza está

representada en el comienzo por una línea recta con inclinación  $S_u$ . Donde la fuerza de la barra alcanza el valor de  $n_y$  y más allá, la función de fluencia permanece constante e igual a cero, por lo tanto:

$$f = 0 \quad ; \quad \text{es decir} \quad ; \quad n_{ik} = (1 - d_m)(c\delta_{ik}^p - n_y) \quad (7.11)$$

La ley de estado y la ley de evolución del daño, resultan:

$$n_{ik} = (1 - d_m) S_0 (\delta_{ik} - \delta_{ik}^p) \quad y \quad d_m = m |\delta_{ik}^p| \quad (7.12)$$

Finalmente, las expresiones (7.11-7.12) conducen a:

$$n_{ik} = m.c(\delta_{ik}^p)^2 + (c - m.n_y) \delta_{ik}^p - n_y ; \text{ ó } n_{ik} = A_1 (\delta_{ik})^2 + A_2 \delta_{ik} + A_3 \quad (7.13)$$

Donde

$$A_1 = \frac{m(S_0)^2 c}{(c + S_0)^2} \quad A_2 = \frac{S_0(c^2 + S_0 c + m.n_y c - S_0 n_y m)}{(c + S_0)^2} \quad A_3 = \frac{-S_0 n_y (S_0 + c + n_y m)}{(c + S_0)^2} \quad (7.14)$$

Que es, en una carga monotónica la envolvente de la curva de la fuerza axial como una función de las deformaciones plásticas o la deformación total y esta dada por una función parabólica, la cual nuevamente, está de acuerdo con el comportamiento observado en la mampostería.

Dos de los parámetros del modelo tienen una clara intención mecánica, ellos son la rigidez del puntal equivalente  $S_0$  y la fuerza axial de agrietamiento  $n_y$  y ellos deben ser calculados de las propiedades del relleno siguiendo cualquiera de los procedimientos propuestos en la literatura [30] Las constantes  $c$  y  $m$ . no son un patrón pero ellos pueden ser medidos en las pruebas como se explicó en la sección anterior. Sin embargo, hay un procedimiento alternativo para su determinación. Estas constantes pueden ser calculadas en función de la fuerza axial última  $n_u$  de la barra equivalente y sus correspondientes deformación total o deformación plástica.

Sea  $p_u$  la deformación plástica que corresponden con la fuerza última  $n_u$

Para  $\delta_{ik}^p = p_u$ , curva de fuerza como una función de las deformaciones



plásticas alcanza un máximo, por lo tanto:

$$\frac{dn_{ik}}{d\delta_{ik}^p} = 2m.c.p_u + (c - m.n_y) = 0 \quad ; y \quad n_u = m.c(p_u)^2 + (c - m.n_y)p_u - n_y \quad (7.15)$$

Estas dos ecuaciones permiten la determinación de las constantes  $c$  y  $m$  como una función de la fuerza de agrietamiento  $n_y$ , la fuerza última  $n_u$  y la deformación plástica última  $p_u$ . Se puede usar un procedimiento similar y la deformación total última es conocida en lugar de la deformación plástica última. La única diferencia es que la ecuación (7.13b) ha de ser usada en lugar de (7.13a).

### 7.2.2. Comportamiento de la mampostería bajo solicitaciones cíclicas:

Consideremos nuevamente la ley de daño (7.7). Se puede observar que hay una sola ley de evolución del daño si  $\dot{\delta}_{ik}^p \cdot \delta_{ik}^p > 0$  por ejemplo, si la barra esta en una fase de incremento (en valor absoluto) de la deformación plástica. Si la deformación plástica y la velocidad de la deformación plástica tienen signos opuestos las grietas se cierran y por eso se supone que los incrementos de daño son posibles. En la fase de incrementos de la deformación plástica ( $\dot{\delta}_{ik}^p \cdot \delta_{ik}^p > 0$ ) la ley de evolución del daño (7.7) se convierte en:

$$\dot{d}_m = m \left| \dot{\delta}_{ik}^p \right| \left( \frac{|\delta_{ik}^p|}{\text{Max}|\delta_{ik}^p|} \right)^a \quad (7.16)$$

Se puede notar que la diferencia entre (7.16) y la evolución del daño durante las cargas monotónicas (expresión (7.9)) es la expresión  $\left( \frac{|\delta_{ik}^p|}{\text{Max}|\delta_{ik}^p|} \right)^a$ . Esta expresión indica el valor del daño es pequeño para fracciones pequeñas de la deformación plástica con respecto al valor máximo de esta variable. Se ha encontrado que hay un buen acuerdo entre experimento y modelo con valores

de  $a$  en el orden de 11. Esto es la evolución del daño es solo significativa si el valor de la deformación plástica está cerca del máximo. Se puede notar que la ley de evolución del daño (7.7) permite la representación los efectos de fatiga de bajo ciclaje y la degradación de la resistencia durante cargas cíclicas con desplazamiento máximo constante. La cantidad de degradación de resistencia está controlada por el parámetro  $a$ .

### **7.2.3. Simulación numérica del comportamiento de pórticos rellenos con mampostería con envolvente parabólica:**

Algunos pórticos de concreto armado con y sin mampostería de relleno (ver figura 7.5.) fueron sujetos a cargas monotónicas y cíclicas. Estas pruebas fueron usadas para validar el modelo de daño con envolvente parabólica propuesto en la sección previa. Se desarrolló un nuevo elemento finito (ver [33]), basado en las expresiones (7.4-7.7) y en las ecuaciones de equilibrio y cinemática descritas en el capítulo 6, e incluido en un programa comercial de elementos finitos: ABAQUS [1, 4, 35]. La viga y las columnas del pórtico fueron representadas usando los elementos de pórtico con rótulas plásticas disponibles en ABAQUS, como se explicó en el capítulo 5, los paneles de relleno fueron caracterizados por el nuevo elemento finito.

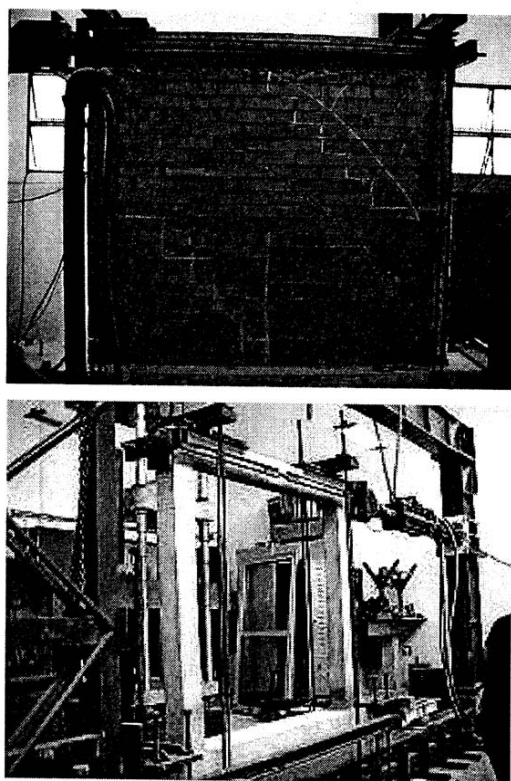


Figura 7.5. Pórticos de concreto armado con y sin mampostería.

www.bdigital.ula.ve

En la figura 7.6, son presentados los resultados experimentales y la simulación numérica del comportamiento de un pórtico vacío sujeto a cargas monotónicas (con descargas elásticas). Los parámetros necesarios en ABAQUS fueron escogidos para obtener el mejor acuerdo posible entre la prueba y la simulación

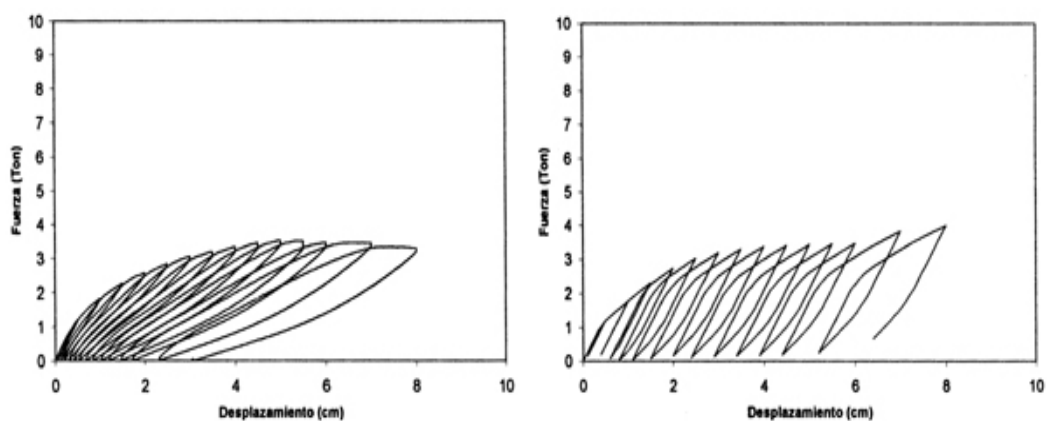


Figura 7.6. Fuerza vs. Desplazamiento en un pórtico sin mampostería bajo cargas monotónicas

a) Ensayo experimental b) Simulación Numérica

Se observa en el comportamiento que el elemento finito programado en ARAQUS no permite la descripción de la degradación de la rigidez o la parte del ablandamiento. En la figura 7.7 son presentados los resultados experimentales y la simulación numérica del mismo tipo de prueba, pero ahora con maní cestería de relleno.

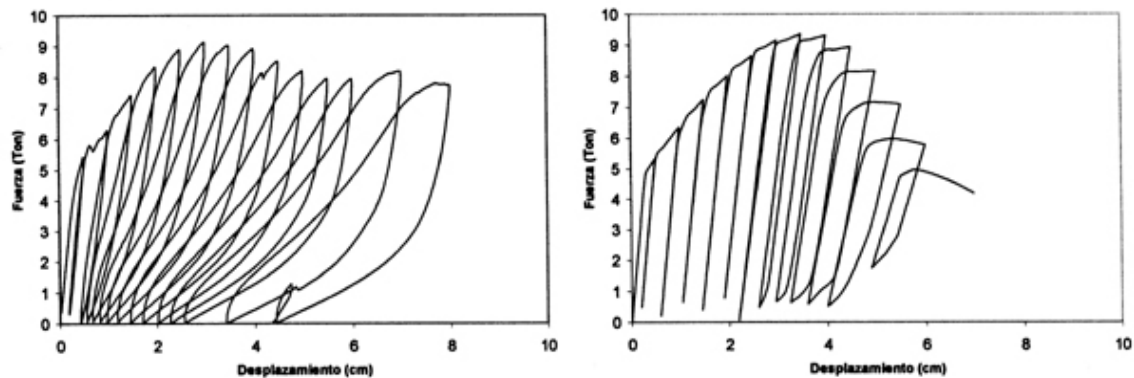


Figura 7.7. Fuerza vs Desplazamiento en un pórtico con mampostería bajo cargas monotónicas

a) Ensayo experimental b) Simulación Numérica

En este caso, se puede apreciar algo de ablandamiento y degradación de la rigidez en la simulación numérica. Estos efectos son debidos al modelo de la mampostería de relleno exclusivamente. Aún cuando, los resultados experimentales muestran una degradación de la rigidez más importante que la simulación numérica. Esta diferencia es debida principalmente: a las deficiencias para describir los elementos de pórtico de las estructuras de concreto armado en ABAQUS. Durante la simulación numérica se predijo una destrucción casi completa de la mampostería de relleno ( $d_m > 0.98$ ). De cualquier modo, se observa que algo de fuerza resistente residual en el relleno permanece en la estructura real. Esta diferencia en el comportamiento es debido a las deficiencias del modelo propuesto en esta sección. Se observa que para valores, muy altos de daño la envolvente de la mampostería de relleno cambia de una curva parabólica a algún tipo de envolvente hiperbólica. Estos efectos deben ser debidos a la complejidad en el fenómeno de interacción pórtico-mampostería que no son representados por el modelo. Algunos de los modelos propuestos en la literatura (por ejemplo [17]) proponen

el uso de envolventes hiperbólicas en lugar de una parabólica. Este tipo de modelo debe representar mejor la parte final del comportamiento aunque, quizás, a expensas de la calidad de la representación para valores bajo y medio de daño. Se puede considerar un modelo cambiando de una envolvente parabólica a una hiperbólica. El precio a pagar por este tipo de modelo puede ser un incremento en la complejidad del modelo. También se pueden considerar otras alternativas u envolventes, como se mostrará en la próxima sección.

En la figura 7.8, se muestran los resultados experimentales y la simulación numérica de un pórtico vacío bajo cargas cíclicas. La simulación numérica fue llevada a cabo usando solo los elementos de pórticos disponibles en ABAQUS. La propuesta de esta simulación fue nuevamente para calibrar los parámetros que serán usados en la simulación numérica del pórtico relleno con mampostería y minimizar el error debido al modelado de las vigas-columnas.

www.bdigital.ula.ve

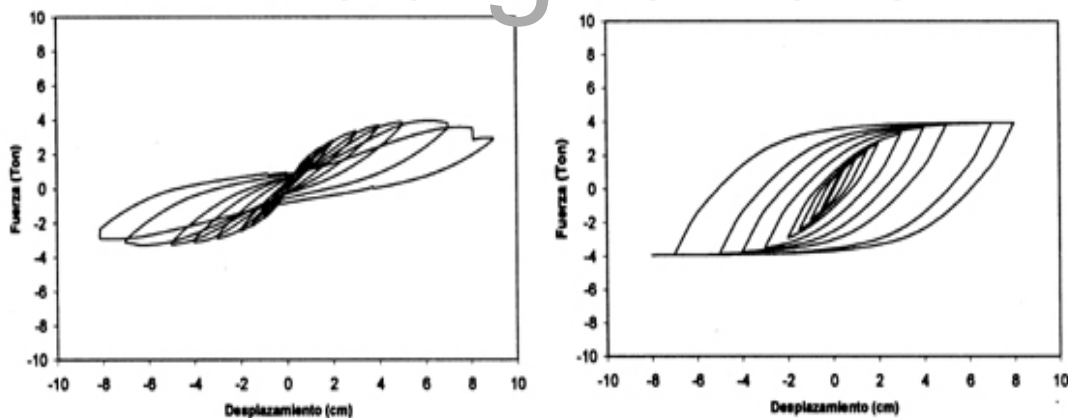


Figura 7.8. Fuerza vs. Desplazamiento en un pórtico sin mampostería bajo cargas cíclicas a) Ensayo experimental b) Simulación Numérica

Por lo tanto, se puede notar que con *ABAQUS* se obtienen lazos más gruesos que los observados. También, se observó que son necesarios diferentes grupos de parámetros para las cargas monotónicas (con descargas elásticas) y las cargas cíclicas.

El último ejemplo es la simulación numérica del comportamiento de los mismos pórticos rellenos pero sujetos a cargas cíclicas. En la figura 7.9, se muestra el resultado experimental y la simulación numérica. Los mismos parámetros para el relleno fueron usados para la simulación presentada en las figuras 7.7 y 7.9, aunque fue necesario usar diferentes constantes para los elementos de pórticos. Como se puede notar, el modelo representa razonablemente bien el comportamiento observado.

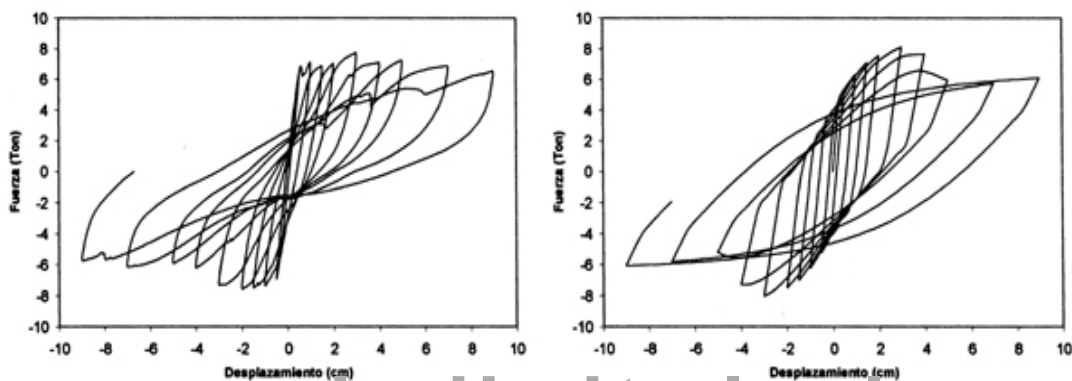


Figura 7.9. Fuerza vs. Desplazamiento en un pórtico con mampostería bajo cargas cíclicas

a) Ensayo experimental b) Simulación Numérica

### 7.3. Modelo de daño para la mampostería confinada: Envoltente exponencial

El modelo descrito aquí está basado en los conceptos de la teoría del daño, el comportamiento de la mampostería bajo tuerzas de compresión, el modelo del puntal equivalente y el concepto del concentrador plástico.

Además de la matriz, de deformaciones generalizadas, la matriz de esfuerzos generalizados y la matriz de deformaciones plásticas descritas en el capítulo 6, se incluye una nueva variable: el daño  $d_m$  igual que en el punto 2.2, esta variable toma valores entre cero (0) y uno (1) y mide el estado de daño del concentrador; esta variable de daño caracteriza el grado de agrietamiento de la mampostería de relleno.

La ley de estado, tomando en cuenta el daño, queda definida de la siguiente

manera y no cambia con respecto al modelo de la sección anterior:

$$\{N\}_m = (1 - d_m)[S]_m \{<\delta - \delta^p > -\}_m \quad (7.17)$$

Donde

$[S]_m$  es la matriz de rigidez del elemento de relleno.

$\{\delta^p\}_m$  es la matriz de deformación plástica que tiene la elongación permanente de los puntales.

$d_m$  representa el daño y el símbolo  $<x>$  significa parte negativa de  $x$ .

La función de fluencia del concentrador se obtiene mediante el concepto de esfuerzo efectivo, la hipótesis de equivalencia en deformaciones y añadiendo un término de endurecimiento cinemático, tampoco difiere de la ecuación 7.6 del modelo anterior.

$$f = \left| \left\langle \frac{n_{ik}}{1 - d_m} - c\delta_{ik}^p \right\rangle_- - \left\langle \frac{n_{lj}}{1 - d_m} - c\delta_{lj}^p \right\rangle_- \right| - n_y \quad (7.18)$$

Donde  $c$  es la constante de endurecimiento.

Ahora son necesarias dos leyes de evolución. La ley de evolución de las deformaciones plásticas se oblicuó a partir del principio de normalidad:

$$\begin{aligned} d\delta_{ik}^p &= 0 \quad \text{si } f < 0 \text{ ó } df < 0 \\ d\delta_{ik}^p &\neq 0 \quad \text{si } f = 0 \text{ ó } df = 0 \end{aligned} \quad d\delta_{jl}^p = -d\delta_{ik}^p \quad (7.19)$$

Finalmente, se propone la siguiente ley de evolución para el daño:

$$\dot{d}_m = m \left( \frac{|\delta_{ik}^p|}{P_{ik}} \right)^\alpha \left\langle \frac{\dot{\delta}_{ik}^p \cdot \delta_{ik}^p}{|\delta_{ik}^p|} \right\rangle_+ \exp(-m \langle P_{ik} - P_{cr} \rangle) \quad \text{si } P_{ik} \geq P_{cr} \quad (7.20)$$

$$d_m = 0 \quad \text{si } P_{ik} \leq P_{cr}$$

$$P_{ik} = \text{Max} |\delta_{ik}^p| \quad (7.21)$$

Donde  $\langle x \rangle_+$  representa la parte positiva de  $x$ . Las constantes  $m$  y  $\alpha$  son parámetros positivos del material. El símbolo  $P_{ik} = \text{Max} |\delta_{ik}^p|$  representa el máximo valor absoluto de la deformación plástica  $\delta_{ik}^p$  que ha tomado desde el comienzo de la carga.

**7.3.1 Comportamiento de manpostoría bajo solicitaciones monotónicas.** Durante solicitaciones monotónicas, el modelo descrito por las ecuaciones 7.17-7.21 da la envolvente que se muestra en la Figura 7.-4.

Durante la primera fase el comportamiento es elástico y la gráfica fuerza desplazamiento esta dada por la siguiente expresión:

$$n_{ik} = S_o \delta_{ik} \quad (7.22)$$

Se supone que solo el puntal  $ik$  está bajo fuerzas de compresión. En el comienzo de la carga monotónica, cuando la fuerza en el puntal es menor que  $n_y$  la ley constitutiva está dada por:

$$f < 0 \quad ; \quad \delta_{ik}^p = 0 \quad ; \quad d_m = 0 \quad \text{y} \quad n_{ik} = S_o \delta_{ik}$$



donde  $S_0 = \frac{E_m A_m}{L_m}$  Por lo tanto, la gráfica de desplazamiento vs. Fuerza está representada en el comienzo por una línea recta con inclinación  $S_0$ .

En la segunda fase, que comienza cuando el valor de la fuerza iguala al límite de fluencia, el comportamiento es elastoplástico con endurecimiento cinemático lineal y termina mientras  $p_{ik} = \text{Max} |\delta_{ik}^p| = |\delta_{ik}^p| < P_{cr}$ . Por lo tanto el comportamiento es definido por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} n_{ik} &= S_0 (\delta_{ik} - \delta_{ik}^p) \\ f &= -n_{ik} + c\delta_{ik}^p - n_y = 0 \\ d_m &= 0 \end{aligned}$$

Es decir, el comportamiento es definido como elasto-plástico con endurecimiento lineal. La envolvente es nuevamente dada por una línea recta pero con una pendiente diferente:

$$n_{ik} = \frac{S_0 c}{S_0 + c} \delta_{ik} - \frac{S_0}{S_0 + c} n_y \quad (7.23)$$

En la última fase que comienza cuando la deformación plástica alcanza el valor crítico  $p_{cr}$  el daño empieza a aumentar. Tomando en cuenta que durante una carga monotónica:

$$\left\langle \frac{\dot{\delta}_{ik}^p \delta_{ik}^p}{\delta_{ik}^p} \right\rangle_+ = |\dot{\delta}_{ik}^p| \quad (7.24)$$

La ley de daño (7.20) se convierte en:

$$\dot{d}_m = m \exp \left( -m < \delta_{ik}^p - p_{cr} > \right) |\dot{\delta}_{ik}^p|$$

es decir,

$$d_m = 1 - \exp \left( -m < |\delta_{ik}^p| - p_{cr} \right) \quad (7.26)$$

Por lo tanto, durante cargas monotónicas, el daño sigue una ley exponencial y la envolvente está definida por:

$$n_{ik} = (1 - d_m) S_0 (\delta_{ik} - \delta_{ik}^p)$$

$$f = -n_{ik} + (1 - d_m)(c\delta_{ik}^p - n_y) = 0$$

$$d_m = 1 - \exp \left( -m < |\delta_{ik}^p| - P_{cr} > \right)$$

es decir, [www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

$$n_{ik} = \exp \left( \frac{m(-n_y - S_0|\delta_{ik}| + p_{cr}c + p_{cr}S_0)}{c + S_0} \right) \left( \frac{S_0}{c + S_0} \right) (c\delta_{ik} - n_y) \quad (7.27)$$

Se puede observar que la envolvente de la figura 7.4 no es muy diferente de una que propuso Klingner y Bertero [17].

### 7.3.2. Comportamiento de la mampostería bajo solicitaciones cíclicas:

Consideremos nuevamente la ley de daño (Ec. 7.20). Se puede observar que hay una sola ley de evolución del daño si  $\dot{\delta}_{ik}^p \cdot \delta_{ik}^p > 0$ , por ejemplo, si la barra está en una fase de incremento (en valor absoluto) de la deformación plástica. Si la deformación plástica y la velocidad de la deformación plástica tienen signos opuestos, las grietas se cierran y por eso se supone que los incrementos de daño son posibles bajo tales condiciones. En la fase de

incrementos de la deformación plástica ( $\dot{\delta}_{ik}^p \cdot \delta_{ik}^p > 0$ ), la ley de evolución del daño (ec. 7.20) se convierte en:

$$\dot{d}_m = m \left( \frac{|\delta_{ik}^p|}{p_{ik}} \right)^a |\dot{\delta}_{ik}^p| \exp(-m \langle p_{ik} - p_{cr} \rangle) \quad (7.28)$$

Puede observarse que los incrementos de daño durante solicitaciones cíclicas dependen del término  $\left( \frac{|\delta_{ik}^p|}{p_{ik}} \right)^a$ . Esta expresión indica que el valor del daño es

pequeño para fracciones pequeñas de la deformación plástica con respecto al valor máximo de esta variable. Esto es, la evolución del daño es más importante si los valores de la deformación plástica están cerca del máximo. De esta manera, la ley de evolución del daño (ec. 7.20) permite la representación de los efectos de la fatiga de bajo ciclaje y la degradación de la rigidez durante las cargas cíclicas con desplazamiento máximo constante. La cantidad de degradación de la rigidez, está controlada por el parámetro  $a$  (ver figura 7.10). Se ha encontrado que valores de  $a \cong 11$  permiten una representación correcta de los resultados experimentales como se verá en la próxima sección.

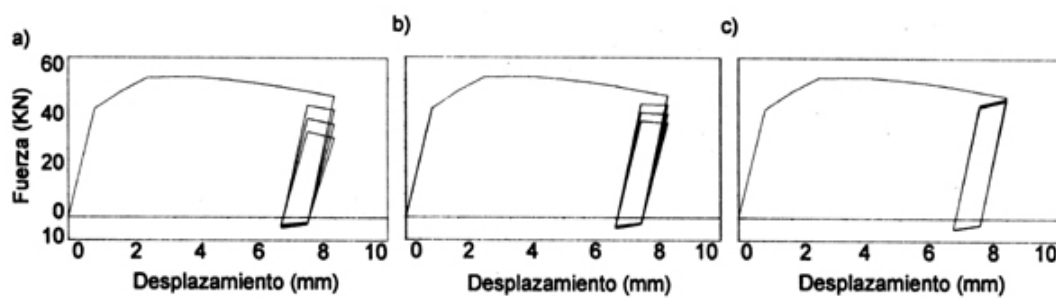


Figura 7.10. Fuerza vs. Desplazamiento bajo cargas monotónicas a)  $a = 2$  b)  $a = 11$  c)  $a = \infty$

#### 7.4. Implementación numérica y simulaciones

El modelo descrito en la sección anterior, ha sido implementado como un

elemento finito en un programa de elementos finitos no lineal (PEF) que permite realizar análisis no lineal de estructuras, denominado **Portal de Pórticos (PP)** basado en la Web [49]. El **PEF** resuelve el problema global. El problema local es resuelto por un programa codificado en FORTRAN 77 llamado **MURO** que considera el comportamiento de la mampostería de relleno en estructuras aporticadas, el cual se acopla al **PEF**. La implementación del modelo puede ser utilizada en cualquier otro programa comercial, siempre y cuando este permita realizar un análisis no lineal, como se mostró en la sección 7.2.3 con el programa comercial ABAQUS.

#### 7.4.1. Resolución del Problema Global con el PEF:

La solución del problema global es realizada por el **PEF**. Algunos de los datos necesarios para definir el elemento son:

- Número de nodos asociados al elemento
- Lista de grados de libertad asociados a cada nodo.
- Características del material.
- Geometría del elemento

El elemento **MURO** es utilizado cada vez que el **PEF** necesite información sobre la mampostería. En ella debe estar definida la contribución de cada elemento en la estructura. El **PEF** al llamar al elemento **MURO**, le provee de las variables de los nodos que correspondan al elemento en el paso actual del análisis, como los desplazamientos, las velocidades y aceleraciones de los nodos la estructura. Existe un intercambio de datos controlados que dependen del tipo de elemento y de su contribución en la estructura como el vector residual, el jacobiano local en coordenadas globales, variables asociadas al elemento. Esto sirve para que el **PEF** determine los nuevos desplazamientos de los nodos de la estructura para el siguiente paso (ver Figura 7.11):

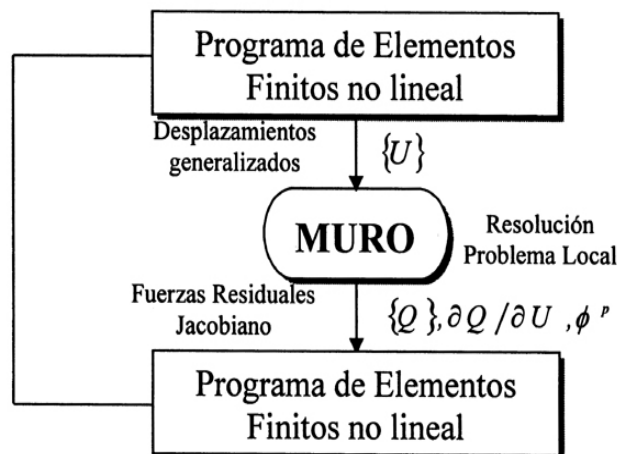


Figura 7.11.- Figura General

Este intercambio frecuente de datos entre el **PEF** y **MURO** ameritan dos subrutinas, una que interpreta las variables de **PEF** para que puedan ser leídas por **MURO**, esta primera subrutina se llama **TRADUCCIÓN PEF - MURO** y la otra hace la interpretación inversa y se llama **TRADUCCIÓN MURO - PEF**. Esto se hace con el propósito de que el programa **MURO** se pueda acoplar a cualquier programa comercial de elementos finitos, modificando solamente estas dos subrutinas (ver figura 7,12.).

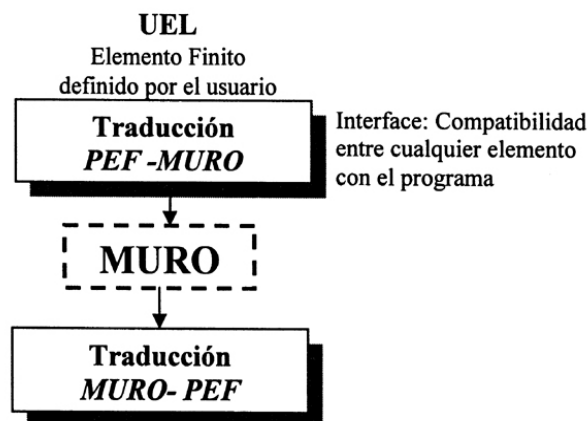


Figura 7.12.- Flujograma del programa de interface UEL

#### 7.4.2. Resolución del Problema Local por MURO:

El problema local se resuelve mediante la implementación de un nuevo elemento finito a través del programa **MURO**. A continuación se presenta una descripción de este programa con la ayuda de diagramas de flujo. **MURO** consta básicamente de cuatro subrutinas como se muestra en la figura 7.13, estas subrutinas son:

- Cálculo de las deformaciones (CAL DEFTOT).
- Cálculo del esfuerzo y las variables internas (CAL ESFUERZO).
- Cálculo de las fuerzas internas (CAL FUERZAS).
- Cálculo del jacobiano local (CAL. JACOB).

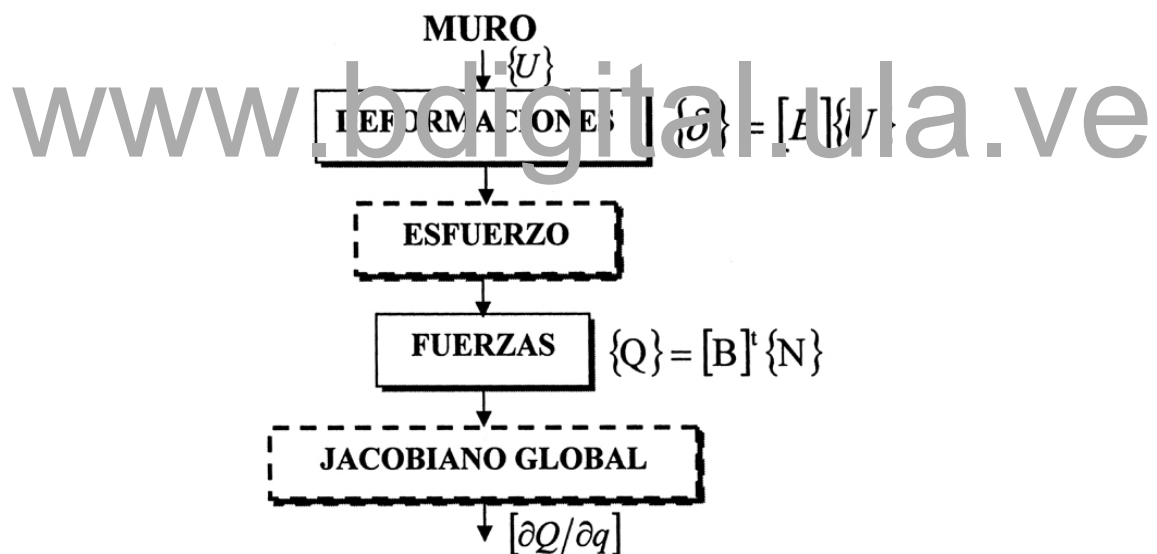


Figura 7.13.- Flujograma General de MURO

##### 7.4.2.1. Cálculo de las deformaciones (CAL DEFTOT).

En esta subrutina se obtienen las deformaciones totales de cada elemento como se muestra en la figura 7 14:

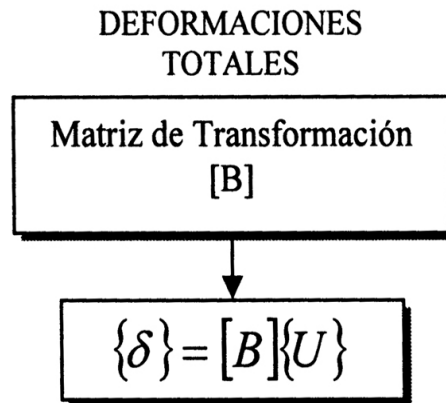


Figura 7.14.- Flujograma de la subrutina CAL DEFTOT

#### 7.4.2.2. Cálculo del esfuerzo y las variables internas (CAL ESFUERZO).

La subrutina *CAL ESFUERZO* calcula los esfuerzos y las variables internas para lo cual se resuelve el sistema de ecuaciones que componen la ley de comportamiento, Este sistema de ecuaciones es resuelto por el método de Newton con la dificultad de no saber a priori cual de las variables internas están activas y cuales no están activas, por lo que esta subrutina comienza asumiendo estas variables iguales a cero, a través del predictor elástico. Esto se resuelve siguiendo el flujograma de la figura 7.15:

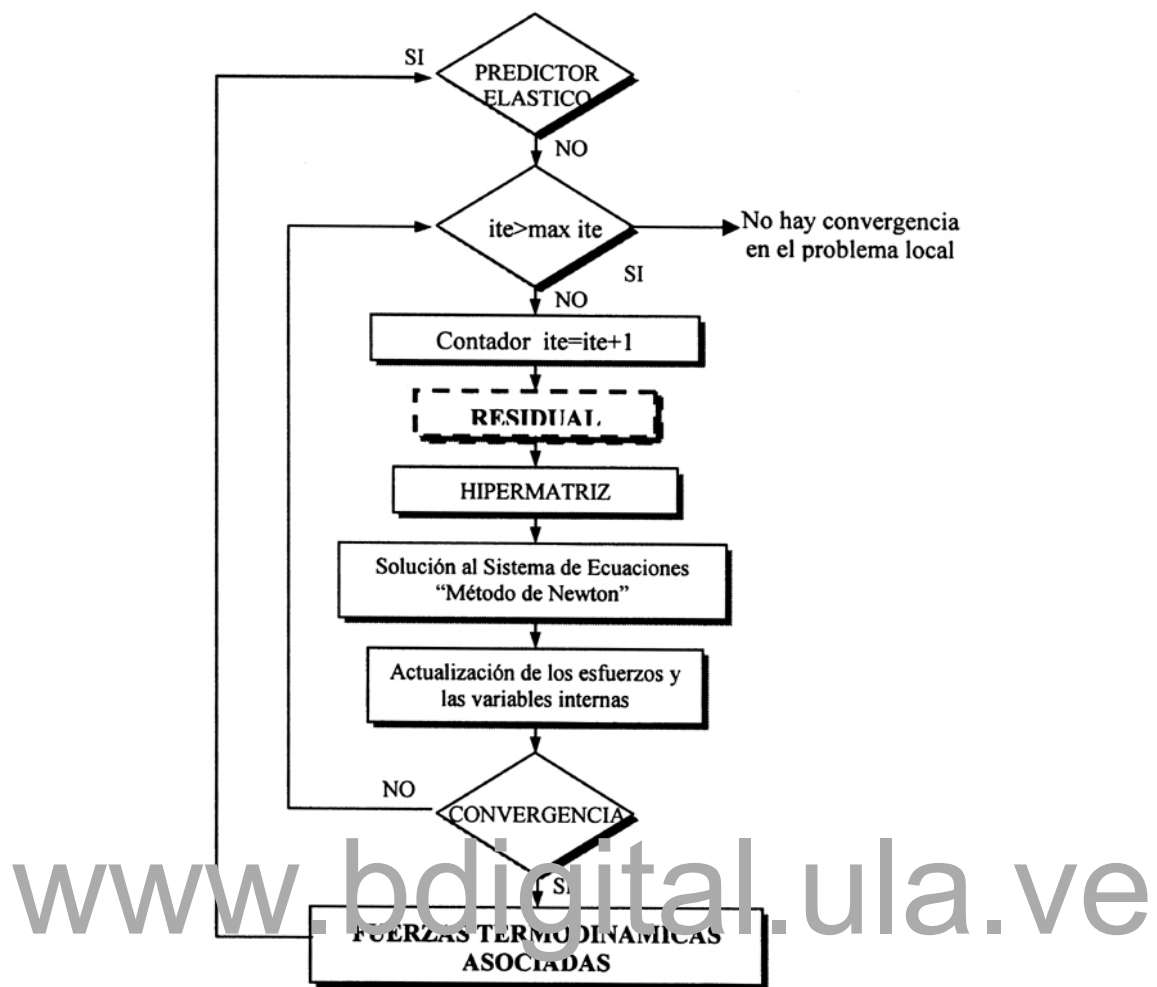


Figura 7.15.- Flujograma de la subrutina CAL ESPUERZO

Luego de hacer varias iteraciones en el problema local y lograr la convergencia, se calculan las fuerzas termodinámicas asociadas a las variables internas. En un proceso previo llamado RESIDUAL han quedado definidas cuales de las variables internas están activas y cuales no. Este proceso se muestra en la figura 7.16:





#### 7.4.2.3. Cálculo de las fuerzas internas (CAL FUERZAS).

Esta subrutina calcula las fuerzas internas mediante la resolución de la ecuación de equilibrio del miembro como se muestra en el flujograma de la figura 7.17.

FUERZAS  
INTERNAS



El jacobiano local en coordenadas globales se calcula a partir del jacobiano local en coordenadas locales, como se muestra en el flujograma de la figura 7.18:

# Reconocimiento-No Compartir

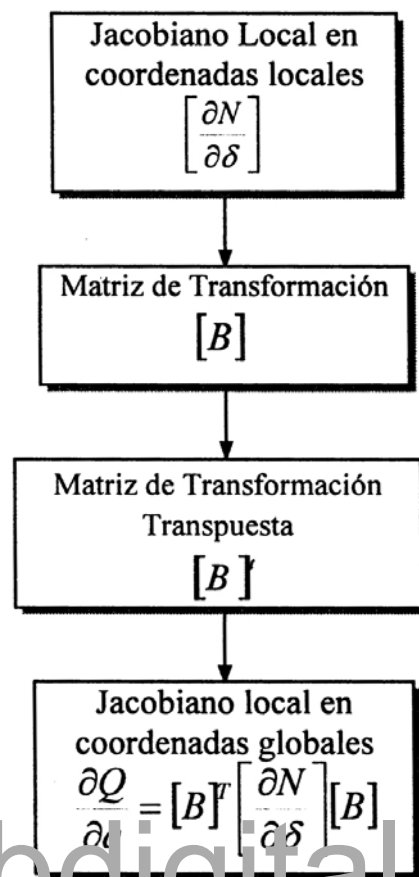


Figura 7.18.- Flujograma de la subrutina CAL JACOB

#### 7.4.3. Simulaciones Numéricas del modelo del pórtico con mampostería.

Con el fin de validar, verificar el ensamble y adaptación del elemento finito del modelo de pórticos con mampostería con envolvente exponencial, presentado en este capítulo en el programa no lineal de elementos finitos basado en la Web [49], **Portal de Pórticos**, se realizaron las simulaciones numéricas de los ensayos experimentales mostrados y explicados en el capítulo 4, que se llevaron a cabo en el Laboratorio de Materiales y Ensayos de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Los Andes y también se realizaron las simulaciones de un edificio de cuatro pisos ensayado en el Laboratorio Europeo para la Evaluación Estructural (ELSA por sus siglas en ingles) [26.27] ubicado en Ispra, Italia.

##### 7.4.3.1. Pórtico sin mampostería monotónico y cíclico:

En la figura 7.19.a se muestra la respuesta experimental del muro ensayado con cargas monotónicas y en las figuras 7.19.b el resultado de la simulación obtenida a través de la implementación numérica del modelo con envolvente exponencial en el **Portal de Pórticos**.

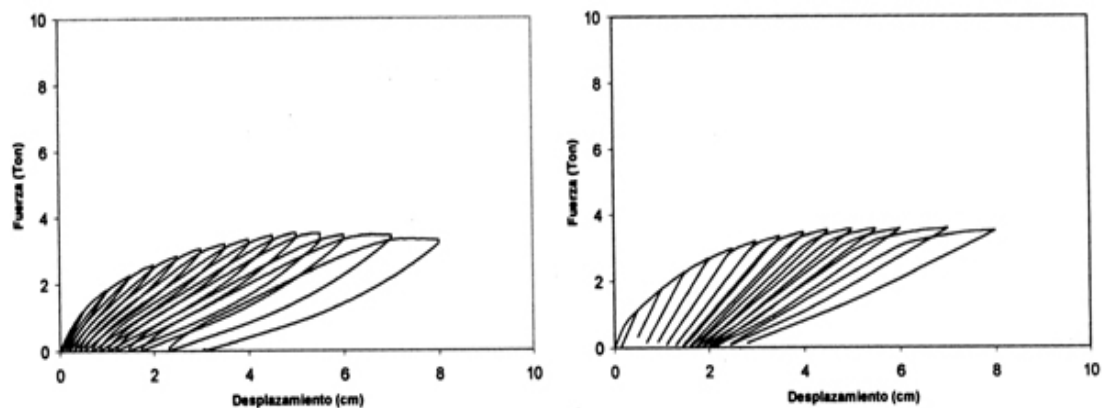


Figura 7.19.- Gráfica Fuerza vs Desplazamiento del pórtico sin mampostería monotónico. a) Ensayo experimental b) Simulación Numérica

En la figura 7.20.a se muestra la respuesta experimental del muro ensayado con cargas monotónicas y en las figuras 7.20.b el resultado de la simulación obtenida a través de la implementación numérica del modelo con envolvente exponencial en el **Portal de Pórticos**.

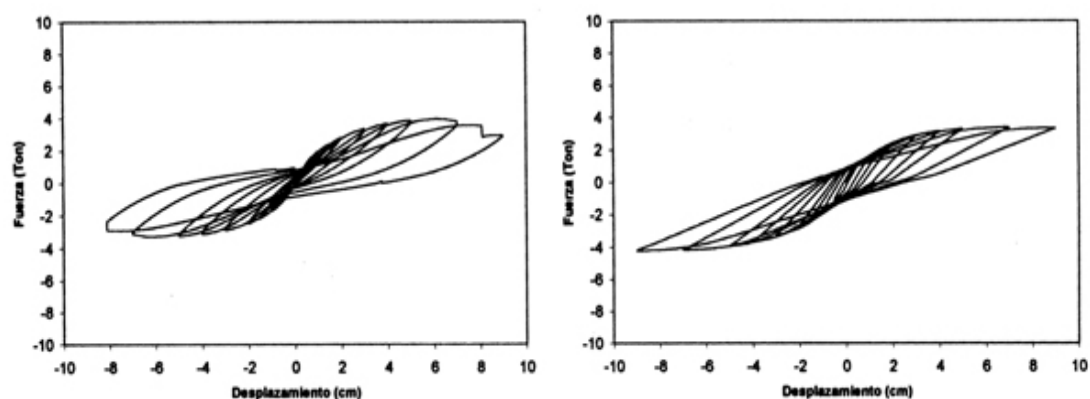


Figura 7.20.- Gráfica Fuerza vs Desplazamiento del pórtico sin mampostería cíclico. a) Ensayo Experimental b) Simulación Numérica

Como puede verse de la comparación del ensayo con la simulación, el modelo implementado en el programa **Portal de Pórticos**, es capaz de representar de forma muy similar el elemento de pórtico (elemento de daño concentrado con fatiga de bajo ciclaje en pórticos de concreto armado), por lo que el modelo propuesto es capaz de representar el comportamiento de este tipo de estructuras.

#### 7.4.3.2. Pórtico con mampostería monotónica y cíclica:

En la Figura 7.21.a se muestra la respuesta del pórtico con mampostería con carga monotónica ensayado hasta obtener una degradación apreciable de la resistencia del espécimen y en la figura 7.21.b los resultados de la simulación obtenidos a través de la implementación numérica del modelo en el programa.

**Portal de Pórticos.**

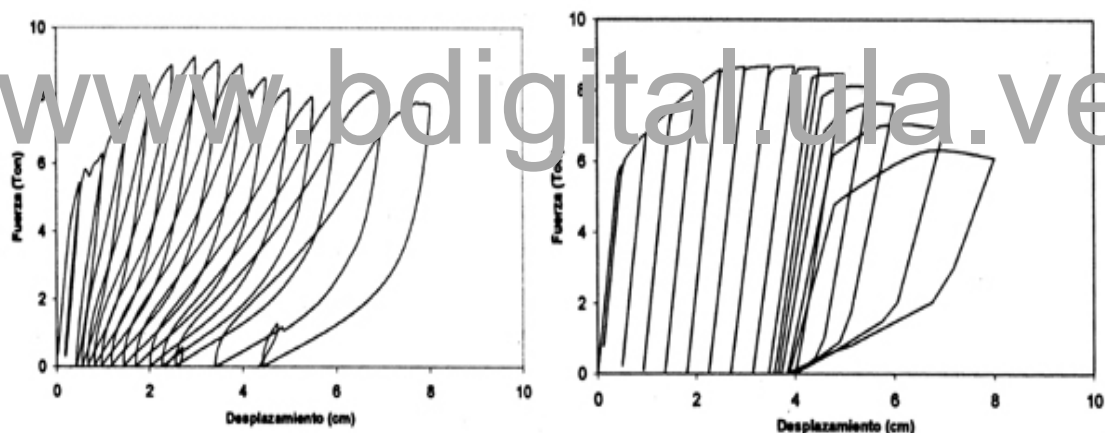


Figura 7.21.- Gráfica Fuerza vs Desplazamiento del pórtico con mampostería monotónico. a) Ensayo Experimental b) Simulación Numérica

En la Figura 7.22.a se muestra la respuesta del pórtico con mampostería con carga cíclica ensayado hasta obtener una degradación apreciable de la resistencia del espécimen y en la figura 7.21.b los resultados de la simulación obtenidos a través de la implementación numérica del modelo en el programa **Portal de Pórticos**. El pórtico usado posee iguales características al pórtico con mampostería monotónico.

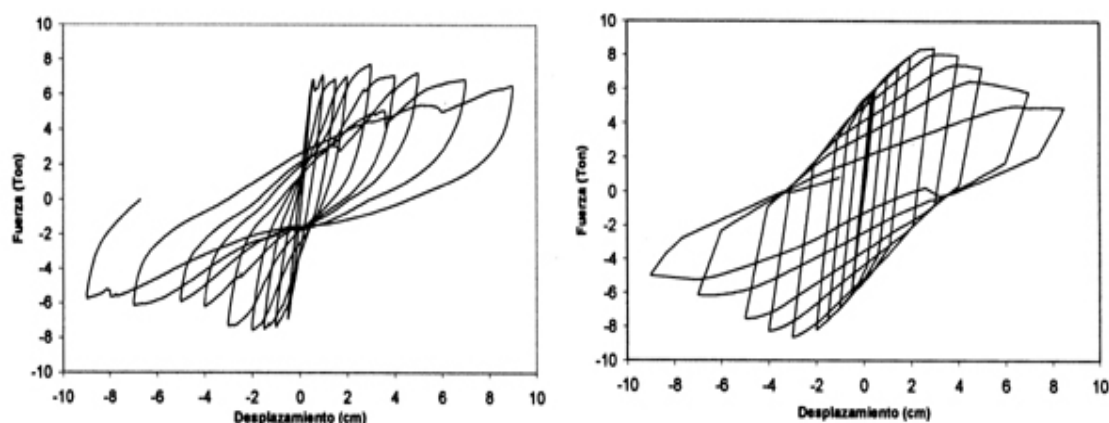


Figura 7.22.- Gráfica Fuerza vs Desplazamiento del pórtico con mampostería cíclico a) Ensayo Experimental b) Simulación Numérica

Como puede verse de la comparación del ensayo con la simulación, el modelo implementado en el programa Portal de Pórticos es capaz de representar de forma muy clara la combinación de los dos elementos (elemento de daño concentrado con fatiga de bajo ciclaje en pórticos de concreto armado y elemento de mampostería de relleno), al igual que para el caso monotónico, por lo que el modelo propuesto es capaz de representar el comportamiento de este tipo de estructuras bajo este tipo de solicitaciones.

En la siguiente tabla 7.1 se muestran los parámetros correspondientes al modelo de la mampostería, que se explicaron en la sección 7.3

Tabla 7.1 Parámetros del modelo del pórtico con mampostería.

$S_o$ (ton/cm <sup>2</sup> )	$c$ (ton/cm <sup>2</sup> )	$n_y$ (ton)	$m$ (1/cm)	$\alpha$	$P_{cr}$ (cm)
22.0	0.58	6.5	0.20	10.0	1.40

#### 7.4.3.3. Simulación numérica del comportamiento de un edificio con mampostería confinada sometido a solicitaciones pseudo-dinámicas.

La estructura aporticada con mampostería se corresponde a una prueba experimental de un edificio de concreto armado sometido a un acelerograma

artificial, que se desarrolló en el Laboratorio Europeo para la Evaluación Estructural (*ELSA* por sus siglas en inglés), en Ispra, Italia, mediante el método pseudodinámico ( $P_sD$ ) [26.27]. Esta prueba se realizó en un muro de reacción, la cual es una estructura altamente resistente que consiste en dos losas de reacción ortogonales (ver figura 7.23).



Figura 7. 23. Ensayo Experimental de un edificio de 4 pisos en el ELSA, Ispra, Italia.

El modelo a ser probado es fijado al piso de reacción y las cargas son aplicadas a este por un controlador pseudo-dinámico a través de la acción de un gato hidráulico entre la estructura y el muro de reacción (ver figura 7.24 a y b)

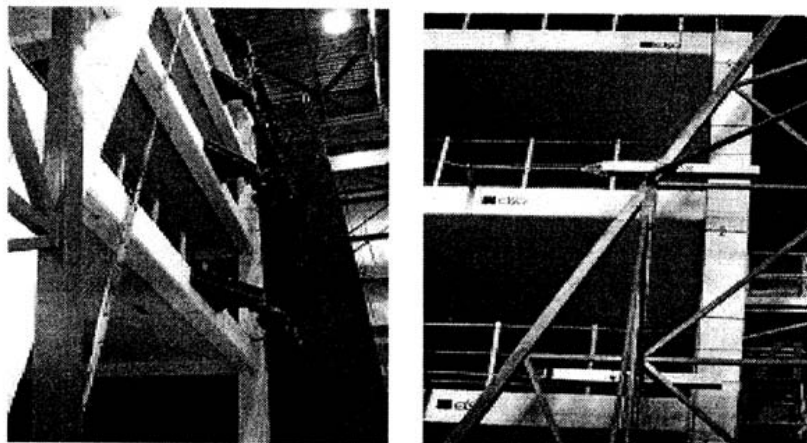


Figura 7.24. a) Actuadores hidráulicos entre la estructura y el muro de reacción b) Marco de referencia con medidores de desplazamiento.

Las dimensiones en el plano son 10m\*10m, medidos desde el eje de la columna. Altura de entrepiso es 3.0m, excepto el primer piso con 3.5m, como se muestra en la figura 7.25. La estructura es simétrica en una dirección (ver figura 7.26), con dos longitudes iguales de 5m, mientras que en la otra dirección es insignificativamente irregular debido a las diferentes longitudes de arcada (6 y 4 m).

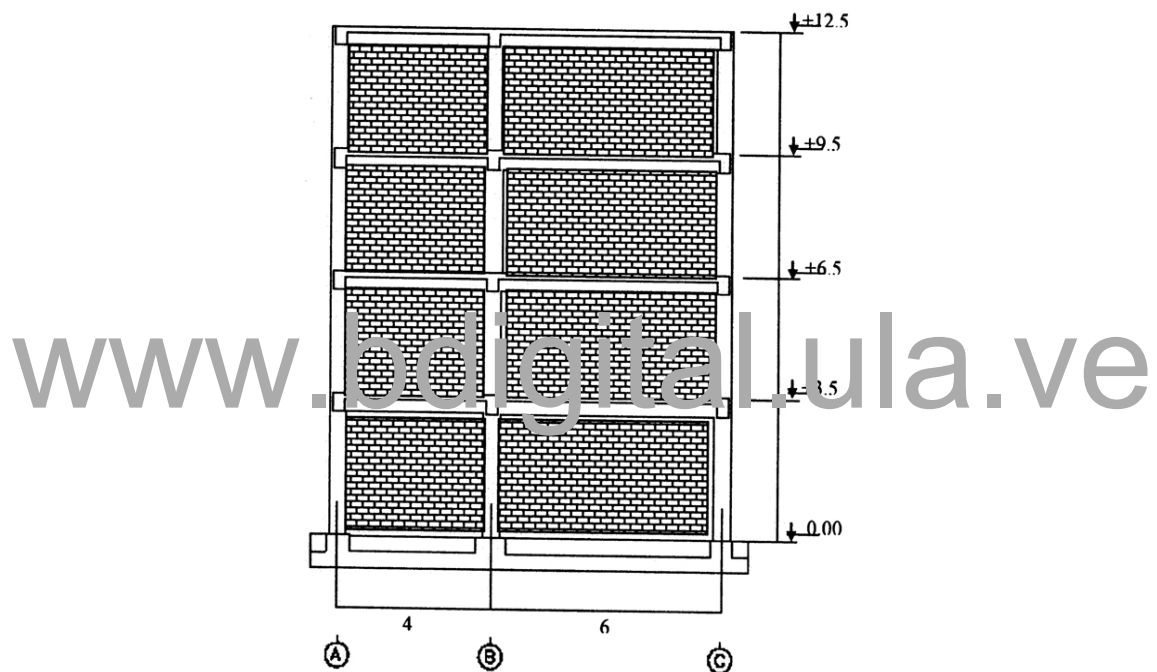


Figura 7.25. Vista lateral de los pórticos de la estructura.

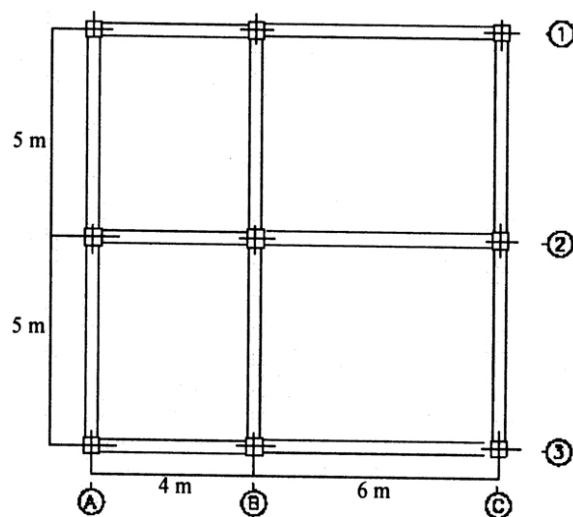


Figura 7.26. Vista de planta de la estructura

Todas las columnas tienen sección transversal cuadrada con 400 mm de lado, como se muestra en la figura 7.27a, excepto las columnas internas las cuales tienen 450 mm \* 450 mm (ver figura 7.27b). Todas las vigas tienen sección transversal rectangular con altura total de 450 mm y ancho de 300 mm. Una losa sólida, con espesor de 150 mm para cada piso, como se muestra en la figura 7.28:

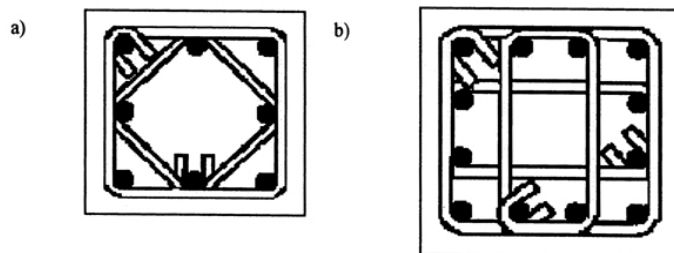


Figura 7.27.: a) Columna Exterior (40\*40 cm<sup>2</sup>) b) Columna Interior Pórtico Interno (45\*45 cm<sup>2</sup>) y Pórtico Externo (40\*40 cm<sup>2</sup>)



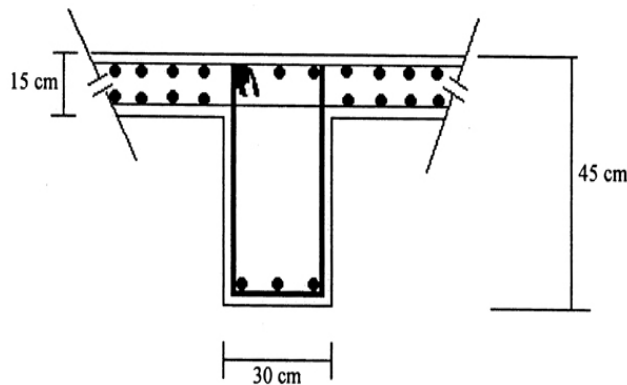


Figura 7.28. Sección transversal de las vigas de la estructura.

El diseño preliminar fue llevado a cabo de acuerdo con el Eurocódigo 2 y 8, suponiendo cargas típicas (Carga viva adicional 2.0 KN/m<sup>2</sup>), para representar piso concluido y particiones, y carga viva 2.0 KN/m<sup>2</sup>), y alta sismicidad (aceleración pico del suelo 0.3g, suelo tipo B, factor de importancia = 1).

Las propiedades mecánicas del concreto y de los aceros correspondientes a la estructura en estudio se definen a continuación:

- Resistencia del concreto ( $f'_c$ , en Kg/cm<sup>2</sup>) = 250
- Deformación máxima del concreto ( $\epsilon_o$ , 0.0020) = 0.0020
- Deformación última del concreto no confinado ( $\epsilon_{uc} < 0.003$  ó 0.004) = 0.0030
- Módulo de Elasticidad del concreto ( $E$ , Kg/cm<sup>2</sup>) = 200000
- Deformación última del concreto confinado ( $\epsilon_{ccu}$ ) = 0.004
- Deformación máxima ( $\epsilon_{sm}$ ) = 0.03
- Deformación de cedencia del acero ( $\epsilon_y$ ) = 0.0022
- Deformación al final de la cedencia ( $\epsilon_{sh}$ ) = 0.01
- Esfuerzo de fluencia ( $F_y$ , en Kg/cm<sup>2</sup>) = 6800
- Esfuerzo ultimo del acero ( $f_{su}$ , en kg/cm<sup>2</sup>) = 4500
- Esfuerzo de fluencia del acero del refuerzo Transversal ( $f_{yh}$ , en Kg/cm<sup>2</sup>) = 4200

El relleno de la mampostería se realizó con bloques (usados en Italia) de dimensiones de 245x112x190mm. Para el mortero se preparó una mezcla con relación 1:1:5. Los parámetros del modelo para la mampostería usados en la simulación se muestran en la tabla 7.2:

Tabla 7.2 Parámetros del modelo del pórtico con mampostería(ELSA).

Nivel	$S_o$ (ton/cm <sup>2</sup> )	$c$ (ton/cm <sup>2</sup> )	$n_y$ (ton)	$m$ (1/cm)	$\alpha$	$P_{cr}$ (cm)
1-2	75.7	0.58	35.7	0.52	8	1.4
3	70.7	0.58	35.7	0.52	8	1.4
4	55.7	0.58	35.7	0.52	8	1.4

La historia de desplazamientos impuestos a cada nivel se muestra en la figura 7.29.

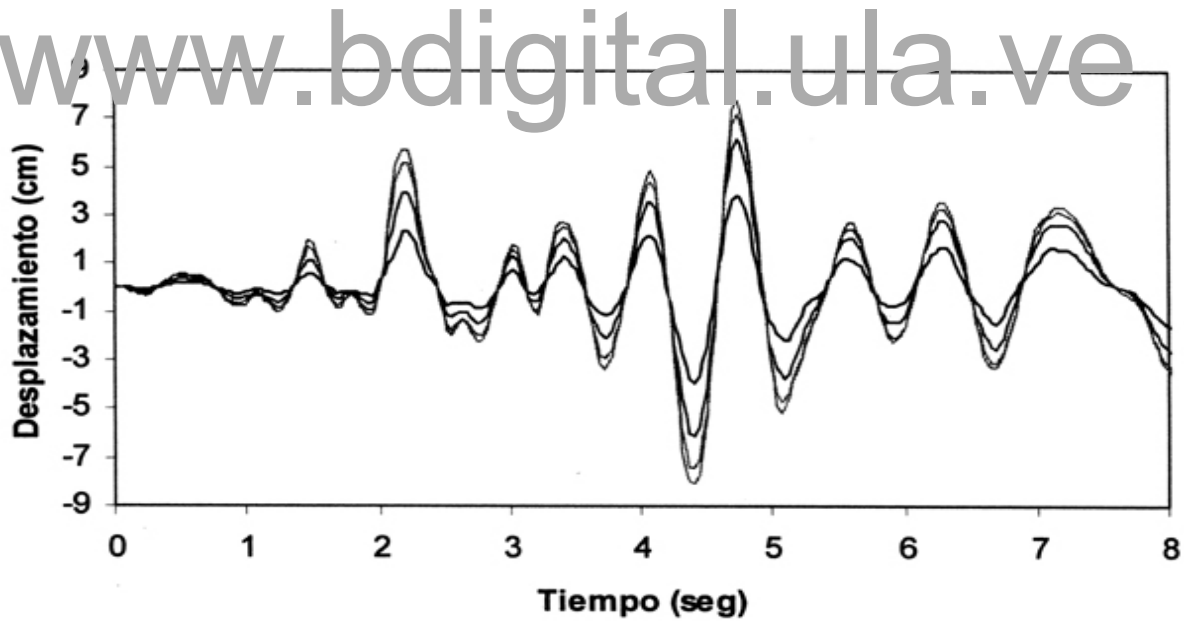


Figura 7.29. Historia de desplazamiento aplicada a la estructura.

En la figura 7.30 se muestra la respuesta de la estructura ensayada, y en la Figura 7.31 los resultados de la simulación obtenidos a través de la implementación numérica del modelo en el programa **Portal de Pórticos**.

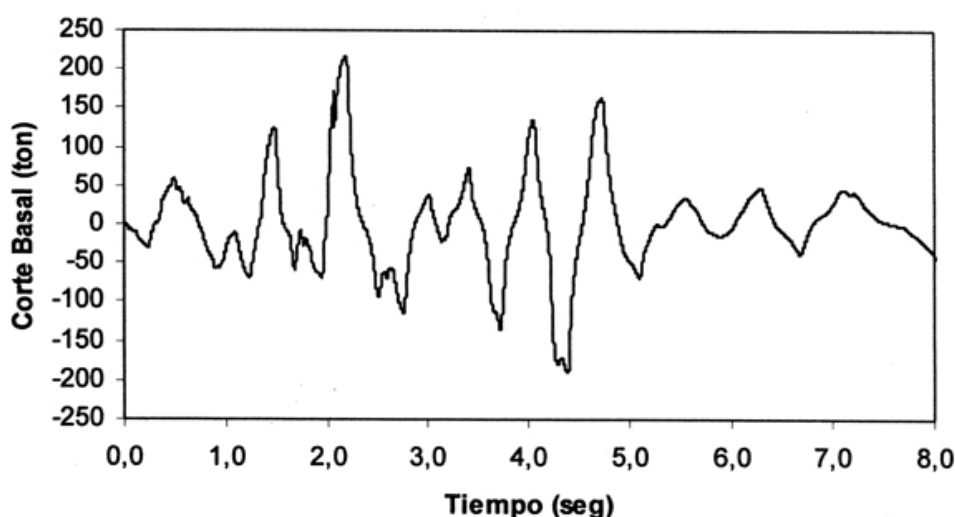


Figura 7.30. Cortante basal del ensayo experimental de la estructura.

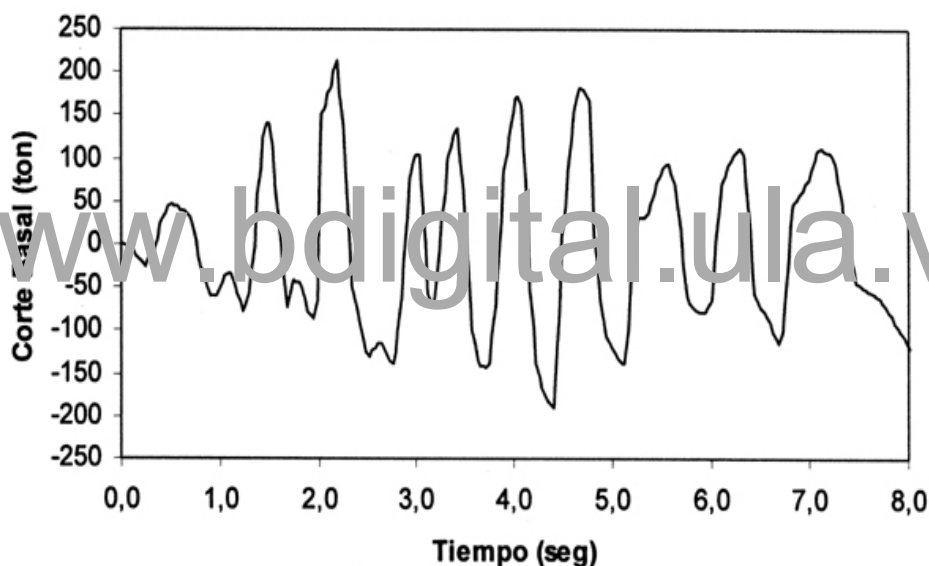


Figura 7.31. Cortante basal de la simulación numérica de la estructura.

Como puede verse de la comparación del ensayo con la simulación, el modelo implementado en el programa **Portal de Pórticos** es capaz de representar la combinación de los dos elementos (elemento de daño concentrado con fatiga de bajo ciclaje en pórticos de concreto armado y elemento de mampostería de relleno), sin embargo existe una discrepancia al final de la gráfica debido a que el modelo ensayado considera amortiguamiento, mientras que el modelo implementado aún no lo toma en cuenta. En la figura 7.32 tenemos el mapa de

daño correspondiente a los pórticos externos 1 y 3 que forman el edificio, donde se observan los niveles de daño en la mampostería de los pisos bajos de la estructura y el daño en los pórticos de concreto armado.

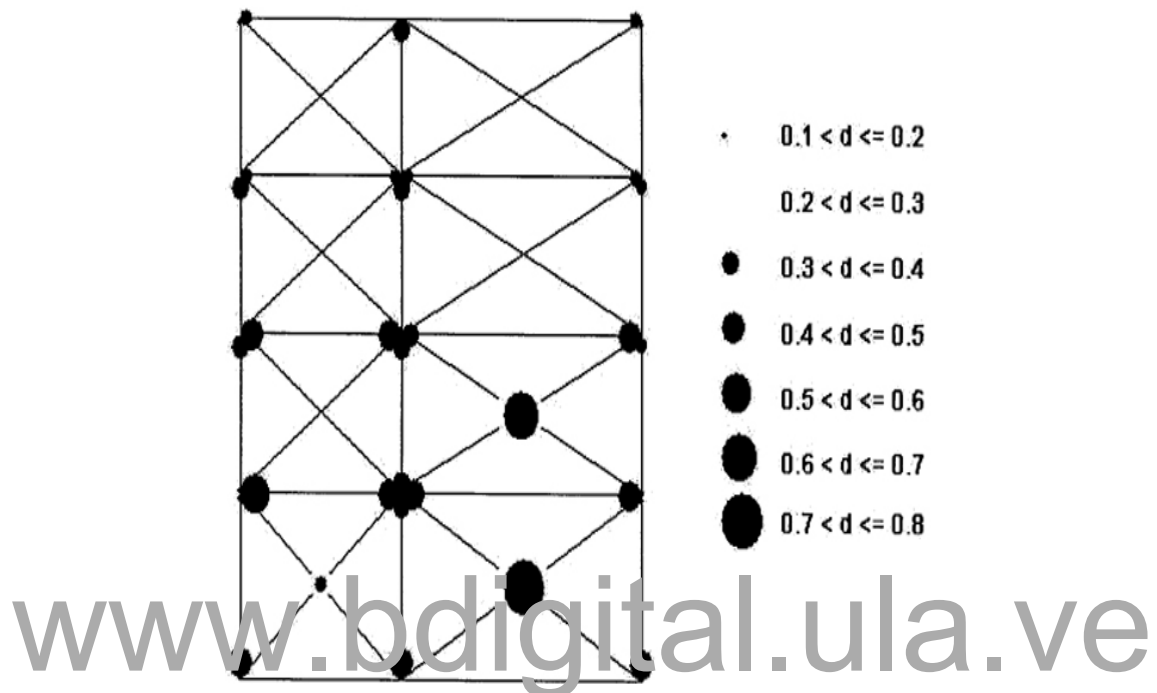


Figura 7.32. Mapa de daño del pórtico 13 con mampostería.

En la figura 7.33 se muestra el mapa de daño del pórtico de concreto armado solamente ya que este pórtico 2 no tenía mampostería. Podemos observar en general los niveles de daño en el pórtico son predominantemente en los pisos bajos.

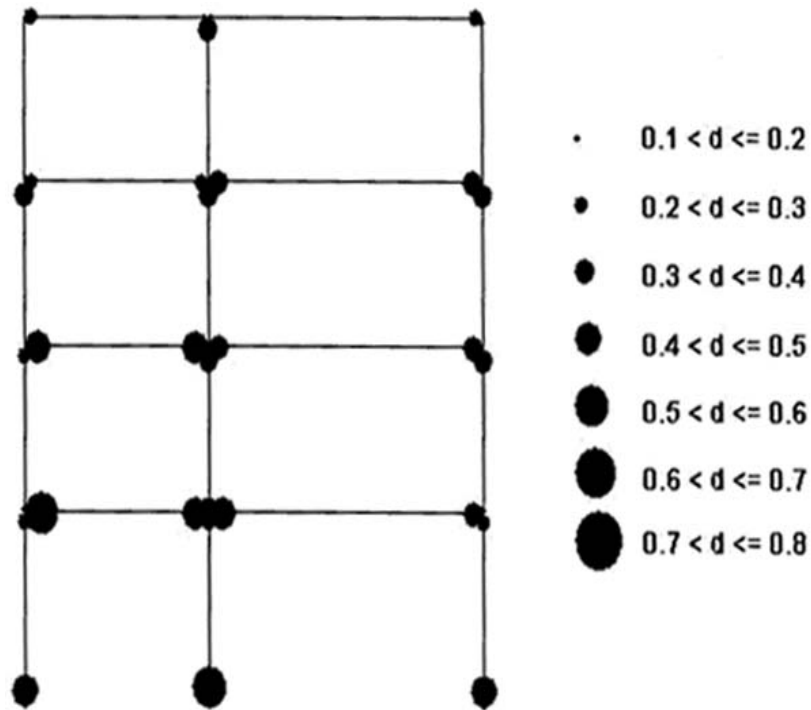


Figura 7.33. Mapa de daño del pórtico 2 sin mampostería.

[www.bdigital.ula.ve](http://www.bdigital.ula.ve)

## **CAPITULO 8**

### **CONCLUSIONES**

En este trabajo se propone un modelo que permite el análisis de estructuras aporticadas tomando en cuenta la mampostería y el daño. El modelo de barras diagonales desacopladas esta basado en una hipótesis irreal ya que el relleno ciertamente es un elemento único. Así, los modelos convencionales necesitan ser mejorados con la inclusión de algún acoplamiento entre las barras.

En este trabajo se ha propuesto una estrategia de acoplamiento. El modelo del puntal diagonal es modificado por el concepto de concentrador plástico que es similar en algunos aspectos a la idea de la rotula plástica. El resultado es un modelo tan simple como el original pero que representa de una manera más realista el comportamiento observado. Muchos de los modelos que están disponibles en la literatura pueden ser modificados con la inclusión del concentrador plástico.

La mecánica del daño es un marco de trabajo muy apropiado para el modelado del comportamiento de la mampostería de relleno. El agrietamiento es el fenómeno inelástico más importante en este caso. Las deformaciones permanentes en la mampostería son probablemente a consecuencia del agrietamiento y en este caso, la mecánica del daño provee las herramientas para encontrar una descripción más física.

Adicionalmente, los modelos basados en la mecánica del daño automáticamente ofrecen encontrar mejores índices de daño. No se ha llevado a cabo una investigación para la reparación potencial de paneles de relleno en función de los valores de daño. Sin embargo, se ve claramente que una variable como esta, por definición, relacionada con la rigidez y el esfuerzo

remanente de los elementos es la más apropiada para esta propuesta.

Se pueden incluir estudios reales sobre costos de mantenimiento en el diseño y los criterios de diseño de edificios con comodidad si se estableciera un criterio simple de reparabilidad y de serviciabilidad (tales como valores límites de daño). Uno de las principales preocupaciones durante el desarrollo de esta investigación fue mantener un modelo simple. Como resultado, el modelo exhibe muchas limitaciones; algunas de ellas han sido señaladas en el texto: la suposición de daño isótropo, otros aparecerán si el modelo es aún usado para aplicaciones prácticas. Por lo tanto, el modelo propuesto debe ser visto como el mejor compromiso entre la simplicidad y la precisión. Los Portales de Cálculo son programas que sólo pueden ser usados a través de Internet mediante navegadores comerciales tales como Explorer o Netscape. El Portal de Pórticos permite hacer simulaciones numéricas para representar el proceso de daño y posible colapso de pórticos de concreto armado tomando en cuenta la mampostería y sometidos a sollicitaciones sísmicas o desplazamientos extraordinarios de sus apoyos y actualmente cuenta con un elemento finito basado en la teoría del daño concentrado considerando fatiga de bajo ciclaje.

En resumen, se puede concluir que con el modelo propuesto para una estructura aporticada que toma en cuenta la mampostería y el daño se pueden obtener simulaciones adecuadas. En consecuencia este modelo representa una herramienta sencilla y eficaz que permite obtener una aproximación del comportamiento real de la estructura estudiada. Se puede subrayar que el modelo propuesto es todavía muy simple y que el comportamiento real es mucho más complejo. Pueden existir otras estrategias de acoplamiento y el tema es mérito de otras investigaciones.

## BIBLIOGRAFÍA

1. ABAQUS, User's manual, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc. (2001).
2. ARELLANO, D. "Modelo de comportamiento de muros de mampostería a compresión uniaxial". Tesis de grado. Maestría en Ingeniería Estructural. Universidad de Los Andes. Mérida. Venezuela. Mayo 1997.
3. ANDREAUS U, CERONE M., D'ASDIA P., y IANNOZZI F. "A Finite Element Model for the Analysis of Masonry Structures under Cyclic Actions", Proceeding of the Seventh International Brick and Masonry Conference", Melbourne, Australia, February, Vol. 1, 1985, pp. 479-488.
4. BORGES E. "Modelado de pórticos de concreto armado con mampostería de relleno bajo cargas monotónicas". Tesis de grado. Maestría en Ingeniería Estructural. Universidad de Los Andes. Mérida. Venezuela. Mayo 2003.
5. CAVALERI L. y PAPIA M. "A new dynamic identification technique: application to the evaluation of the equivalent strut for infilled frames.", Engineering Structures 25. p. 889-901. 2003.
6. CECCHI A. y SAB K. "A multi-parameter homogenization study for modeling elastic masonry". European Journal of Mechanics A/Solids 21.pp. 249-268. 2002.
7. CHIOU Y., TZENG J y LIOU Y. "Experimental and analytical study of masonry infilled frames". Journal of Structural Engineering. Octubre 1999, pp. 1109-1117.
8. CHRYSOSTOMOU C. "Effects of Degrading Infill Walls on the Nonlinear Seismic Response of Two-Dimensional Steel Frames", Ph.D, Thesis, Cornell University, 1991.
9. CRISAFULLI F., CARR A. y PARK R. "Analytical modeling of infilled frame Structures. A general Review". Bulletin of the New Zealand Society for Earthquake Engineering. Vol. 33. No.1. pp.30-47. March 2000
10. DOUDOUMIS I y MITSOPOULOU E. "Non-linear Analysis of multistory infilled frames for unilateral contact conditions", Proceedings of the Eighth



- European Conference on Earthquake Engineering, Lisboa, Portugal, 1986, Vol. 3, pp. 6.5/63-70.
11. EL-DAKHAKHNI, W. "Experimental and analytical seismic evaluation of concrete masonry-infilled steel frames retrofitted using GFRP laminates". Electronic Theses DSpace at Drexel University Libraries. 2000.
  12. FLANAGAN R., BENNETT R., y BARCLAY G. "In-plane behavior of structural clay tile infilled frames", Journal of structural Engineering. ASCE, 125 (6), 590-599. 1999.
  13. FLOREZ LÓPEZ, J., "Plasticidad y Fractura en estructuras aporricadas", Monografías de Ingeniería Sísmica CIMNE IS-35 1999, Editor A.H.Barbat. Impreso en España.
  14. HAO H., MA G. y LU, Y., "Damage assessment of masonry infilled RC frames subjected to blasting induced ground excitations". Engineering Structures 24. pp. 799-809.2002.
  15. HOLMES M. "Steel frames with brickwork and concrete infilling". Proceedings of the Institution of Civil Engineers. London, England. Part 2. Vol.19 pp. 473-478, 1961.
  16. KACHANOV, L. "Continuum Model of Medium Whit Cracks". J. Mech. Asee 1061 (EM5)pp. 1039-1051. 1980.
  17. KLINGNER R. y BERTERO V. "Infilled Frames in Earthquake-Resistant Construction, University of California, Berkeley, Report No.EERC 76-32, December, 1976.
  18. LA FUENTE M. y GENATIOS C. "Propuesta para el análisis de muros de mampostería confinada", Boletín Técnico del Instituto de Materiales y Modelos Estructurales, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, Vol. 32, No.2, pp.43-66, 1994.
  19. LEMAITRE J. y CHABOCHE J. Mechanics of Solid Materials. Cambridge University Press, 1990.
  20. LIAUW, T. y LO, C., "Multi-bay infilled frames without shear connectors". ACI Structural Journal. Julio-Agosto, pp.423-428, 1988.
  21. LIAUW T y KWUAN K. "Nonlinear Behavior of Non-Integral Infilled Frames". Computers & Structures, Vol. 18, No.3, pp. 551-560, 1984.

22. LOURENCO, P., ROTS, J. y BLAAUWENDRAAD, J. "Continuum Model for Masonry: Parameter Estimation and Validation". Journal of Structural Engineering. Vol. 124. No. 6. June 1998.
23. MAINSTONE R. "On the Stiffness and Strengths of infilled frames", Proceeding of the Institution of Civil Engineers, 1971, Supplement IV, pp. 57-90.
24. MALLICK D. y SEVERN R. "The Behavior of Infilled Frames under Static Loading", Proceeding of the Institution of Civil Engineering", Vol.38, 1967, pp.639-656.
25. MANOS C.J., THAUMPTA J. y BILAL Y. "Influence of masonry infill on the earthquake response of the 12th World Conference on Earthquake Engineering #112 on CD-ROM. New Zealand. 2000.
26. NEGRO P., VERZELETTI G., MAGONETTE G.E. y PINTO A.V. "Tests on a Four-Storey Full-Scale R/C Frame Designed According to Eurocodes 8 and 2: Preliminary Report". EUR 15879 EN. ELSA Laboratory. 1994. Ispra (VA), Italy.
27. NEGRO P., ANTHOINE A., COMBESCURE D., MAGONETTE G., MOLINA J., PEGÓN P., VERZELETTI G. "Tests on the Four-Storey Reinforced Concrete Frame with Masonry Infills Preliminary Report". Special Publication No. 195/54. 1995, Ispra (VA), Italia.
28. OLLER S. Fractura Mecánica Un enfoque global. CIMNE. Barcelona. España. Enero 2001.
29. PANAGIOTAKOS T.B. y FARDIS M.N. "Proposed nonlinear strut models for infill panels", first year progress report for PREC8 network, University of Patras. 1994.
30. PAULAY T y PRIESTLEY M. Seismic design of Reinforced Concrete and masonry Building, John Wiley & Sons inc., 1992 744p.
31. POLYAKOV S.V. "On the interaction between masonry filler walls and enclosing frame when loaded in the plane of the wall". Earthquake engineering. Earthquake engineering Research Institute, San Francisco, CA, 1960, pp.36-42.
32. PUBAL Z. y BILL Z. "Frame with fillers subjected to the action of horizontal loads". Praga. 1972.
33. PUGLISI M. "Análisis elastoplástico de estructuras aporricadas tomando en

- cuenta el efecto de la mampostería" Trabajo de Ascenso. Facultad de Arquitectura y Arte. Universidad de los Andes, Mérida, Venezuela, Julio 2002.
34. PUGLISI, M. y FLÓREZ-LÓPEZ J. "Modelado de Pórticos con Mampostería usando el Concepto de Concentrador Plástico". III Congreso Internacional sobre Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Enero 2004. Monterrey. México.
35. PUGLISI, M BORGES E. y FLÓREZ-LÓPEZ J. "Modelado de Pórticos de Concreto Armado con Mampostería bajo cargas monotónica". VII Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Abril 2004. San Cristóbal. Venezuela.
36. PUGLISI, M. y FLÓREZ-LÓPEZ J. "Modelo simplificado para la mampostería en Pórticos de Concreto Armado". XXXI Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural. Mayo 2004. Mendoza. Argentina.
37. REINHORN A., MADAM A, VALLES R, REICHMANN Y. y MANDER J. "Modeling of Masonry Infill panels for Structural Analysis, National Centre for Earthquake Engineering Research, Technical Report NCEEER-95-0018, Dec., 1995.
38. SALONIKIOS T., KARAKOSTAS C., LEKIDIS V. y ANTHOINE A. "Comparative inelastic pushover analysis of masonry frames" Engineering Structures 25, p. 1515-1523.2003.
39. SAN BARTOLOMÉ A. Colección del Ingeniero Civil, Libro No.4, Colegio de Ingenieros del Perú, 1990, pp. 115.
40. SARMIENTO, F. "Modelado de muros heterogéneos usando técnicas de homogeneización". Tesis de Maestría. Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela. 1994.
41. SARMIENTO F. "Análisis de Vivienda de mampostería". Trabajo de Ascenso. Facultad de Ingeniería. Universidad de Los Andes. Mérida. Venezuela. Septiembre 1995.
42. SOROUSHIAN P. OBASEKI K y KI-BONG CHOI. "Non-linear modeling and seismic analysis of masonry shear walls", Proceeding of the American Society of Civil Engineers, Journal of Structural Engineering, Vol. 114, No. 5, 1988, pp. 1106-1119.

43. STAFFORD SMITH, B. "Lateral Stiffness of Infilled Frames", Proceeding of the American Society of Civil Engineering, Journal of Structural División, Vol. 88, No. ST6, 1962, pp. 183-199.
44. STAFFORD SMITH, B. "Behavior of Square Infilled Frames". Proceeding of the American Society of Civil Engineering Journal of Structural División, Vol. 92. No. ST1.1966.pp. 381-403.
45. STAFFORD SMITH, B. y CÁRTER, C. "A Method of Analysis for Infilled Frames". Proceeding of the Institution of Civil Engineers, Vol. 44, 1969, pp. 31-48.
46. SYRMAKESIS C. y VRATSANOU V. "Influence of Infill Walls to R:C: Frames Response". Proceeding of the Eighth European Conference on Earthquake Engineering, Lisboa, Portugal, Vol.3,1986,pp.6.5/47-53.
47. THIRUVENGADAM V. "On the Natural Frequencies of Infilled Frames". Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.13,1985, pp.401-419.
48. THOMAS F. G. "The strength of brickwork". The Structural Engineer, part 2, vol. 36, 1953,pp.35-41.
49. UZCAÍECUI M. "Implementación de elementos límites en un programa de análisis estructural basado en la Web". Tesis de grado. Maestría en Ingeniería Estructural. Universidad de Los Andes. Mérida, Venezuela. Abril 2005.
50. WOOD R. H. "The stability of tall buildings" Proceedings of the institution of civil engineers, vol.11,1958, pp. 69-102.
51. ZARNIC R. y TOMAZEVIC M. "The Behavior of Masonry Infilled Reinforced Concrete Frames Subjected to Cyclic Lateral Loading". Proceeding of Ninth World Conference on Earthquake Engineering, San Francisco, USA, Vol. VI, 1984, pp.863-870.