UNA ALTERNATIVA METODOLÓGICA PARA LA ENSEÑANZA DEL ANÁLISIS INFINITESIMAL. CASO: APLICACIÓN DEL SOFTWARE MÁXIMA EN LA ASIGNATURA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL, COMO RECURSO DIDÁCTICO PARA MEJORAR EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ESTUDIANTES DE PRIMER NIVEL DE LA UNIVERSIDAD DE LAS FUERZAS ARMADAS ESPE-EXTENSIÓN LATACUNGA

Paola Proaño
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE
pmproano2@espe.edu.ec
Fabricio Trujillo
Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE
sftrujillo@espe.edu.ec

Recibido: 16/03/2018 Aprobado: 14/05/2018

Resumen

El fracaso académico de los estudiantes en la etapa inicial universitaria, genera la necesidad de reflexionar sobre la metodología empleada para enseñar ciencias exactas. El principal desafío, es plantear cómo enseñar matemáticas incorporando herramientas informáticas. Por ello, el objetivo de esta investigación es incluir el software Maxima a la clase magistral, para incrementar el rendimiento académico de los estudiantes. En este trabajo, se describe el uso del software como recurso didáctico para interpretar la definición matemática de límite, a partir de nociones que el estudiante trae de su experiencia como la gráfica de funciones y la presencia de asíntotas. Para evaluar esta investigación, se establecieron grupos de trabajo, uno de control sobre el cual se aplicó la metodología tradicional y otro experimental, al cual se aplicó la clase magistral en conjunto con el software. Tal proceso se detalla en este documento y su validez lo justifica la prueba de la diferencia de las proporciones, que ratifica la mejora académica en un 33.33%. A pesar del impacto de la aplicación, aún queda por resolver varios desafíos, uno de ellos es el escaso uso de recursos informáticos en la práctica docente para mejorar la calidad educativa en el área de análisis infinitesimal.

Palabras clave: máxima, análisis infinitesimal, recurso didáctico, rendimiento académico.

A METHODOLOGICAL ALTERNATIVE FOR TEACHING INFINITE ANALYSIS. CASE: APPLICATION OF THE MAXIMA SOFTWARE IN THE SUBJECT OF DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS, AS A DIDACTIC RESOURCE TO IMPROVE THE ACADEMIC PERFORMANCE OF THE FIRST LEVEL STUDENTS OF THE UNIVERSITY OF THE ARMED FORCES ESPE-EXTENSION LATACUNGA

Abstract

Academic failure of students during freshman and sophomore years generates questions over the methodology used on teaching in exact sciences. The main challenge is to teach math using ICTs. Therefore, the goal of this document is to include Maxima during class, in order to increase the academic performance of students. This work describes the software use as a didactic resource for understanding the mathematical definition of a limit starting from previous knowledge such as ploting functions and asymptotes. The research assessment was carried out using work groups having one as control which used regular teaching methodology and another target group which used software during class. This process is described and its validity is justified by the proportions difference test which confirms the academic performance improvement in 33.33%. Even when the software has an impact, there are still unsolved challenges such as the scarce use of ICTs during class for the improvement of teaching quality on infinitesimal analysis.

Keywords: maxima, infinitesimal analysis, didactic resource, academic performance.

Introducción

La noción de límite de funciones reales, es una cuestión matemáticamente delicada, su estructura, invita a inferir sobre que logró la definición en la segunda mitad del siglo XXI. El abordar este tema ofrece dificultades desde el punto de vista didáctico, lo que hace que la comprensión sea evidente cuando el estudiante logre una madurez matemática suficiente.

Durante la primera etapa del siglo XX el tratamiento del concepto de límite estaba ligado a los conceptos de una sucesión y de infinitésimos, la definición de límite a partir de sucesiones fue usada hasta 1965. En esta época fue completada con una interpretación geométrica, utilizando entornos simétricos. A comienzo de los años setenta, triunfó la enseñanza de las matemáticas modernas, si se lo concibe como un edificio, los conjuntos y aplicaciones eran los cimientos y las estructuras, las herramientas para construir tal edificio. La orientación topológica fue la preconizada por los pioneros de la reforma matemática, Papy y Dieudonné entre otros, de acuerdo con la ideas bourbakitas.

En la segunda mitad del siglo XXI, la definición de límite fue evolucionando hasta tener un mayor formalismo, se enfatizó en la definición por sucesiones. Las notaciones evolucionaron y se inició el uso de la simbología de cuantificadores. A mediados de la década de los setenta, sugerido como una orientación didáctica, se escribió una definición formal de límite donde la definición topológica se expresaba como una distancia entre puntos, esta propuesta se implementó en la mayoría de países del mundo occidental, a esta definición se la llamó métrica y su aceptación fue universal. Desde 1980 hasta nuestros días se usa esta definición y está presente en casi todos los libros [1].

La aplicación de la investigación permitió a los estudiantes tener una visión diferente en el proceso de enseñanza-aprendizaje del cálculo infinitesimal, mediante una participación activa y creativa ya que con este recurso el estudiante podrá conjeturar, experimentar y extraer conclusiones. Gracias a su facilidad de comprensión y ejecución, el estudiante puede experimentar la simulación, el análisis de algoritmos y problemas de optimización.

La inclusión del uso del software en la clase habitual, permite al docente explicar conceptos que tienen un nivel de abstracción alto, como la variación de epsilon y delta en la vecindad de x, cuando se aproxima a un punto de acumulación, situaciones que son complejas de ser comprobados analíticamente.

Este trabajo permitió fortalecer la labor del docente y del estudiante, en sus diferentes roles; contribuyendo con la visión institucional de la universidad, de formar líderes en la gestión del conocimiento y de la tecnología, buscando una educación de calidad.

Por lo expuesto, la presente investigación se justifica como un claro interés de la universidad por motivar a los docentes a utilizar un software matemático, para reforzar puntos conceptuales que resultan difíciles de asimilar, a través de la innovación de recursos didácticos que generen nuevas formas de aprendizaje y que tomen en cuenta la participación activa del estudiante.

Importancia

La labor de un docente al impartir una cátedra, consiste en desarrollar el proceso de enseñanza con recursos exclusivos como un marcador y el pizarrón. Esta modalidad poco a poco se está alejando de la realidad. El

problema de esta investigación radica en la necesidad de cambiar la metodología tradicional con la que actualmente se imparten las ciencias exactas, específicamente la definición rigurosa de límite, incluyendo software matemático de uso libre.

Ha sido necesario el trabajo de muchas generaciones de matemáticos para llegar a la expresión que hoy se puede dar a la noción de límite, presentable y manejable incluso a nivel elemental [2].Sin embargo, el cálculo tiene profundidades que asombran y prueban la pericia de los más expertos [3], por tal razón muchos alumnos que comienzan sus primeros años de vida estudiantil universitaria; se introducen por primera vez en un campo donde experimentar dificultades es muy normal. Es natural, que para los estudiantes no sea familiar el trabajo recolectado de varios matemáticos hace muchos años atrás, cuya veracidad tardó años para que se pueda afirmar. Por tal razón, el enseñar cálculo es una tarea delicada y poco llevadera para quienes la empiezan a conocer, por tanto es importante que el docente motive su estudio, enfocándolo desde varios aspectos aplicables a la vida cotidiana.

Los docentes de cálculo, conocemos que la noción de límite de funciones de una variable, es un tema complicado de manejar. La experiencia al desarrollar este tema, muestra que no sólo es difícil entender los conceptos sino también la manipulación del lenguaje formal de esta definición. Bernard Cornu ha realizado investigaciones donde se combinan estudios epistemológicos del análisis de respuestas de estudiantes a temprana edad que se enfrentan a procesos de aprendizaje que está relacionado el concepto de límite [4] Este investigador insiste que el problema en la dificultad de la enseñanza y del aprendizaje de la definición formal, radica en que los aspectos cognitivos no se pueden generar a partir de la definición matemática, pero construir la concepción fundamental es algo distinto.

El vertiginoso desarrollo de la tecnología ha puesto a disposición del docente diversos medios que puede ser utilizado como elementos mediadores para el desarrollo de sus actividades diarias en el aula [5]. La tendencia actual es incluir nuevas tecnologías que permitan generar otras modalidades de aprendizaje, mediante la manipulación de expresiones simbólicas y numéricas.

En este trabajo se trata de dar un cambio, en la enseñanza tradicional de las ciencias exactas, basado en la utilización del software libre, que incentive al estudiante a construir su propio conocimiento y se obtenga como resultado una mejora en el rendimiento académico.

En este trabajo, de describe la experiencia llevada a cabo con estudiantes del primer semestre de las carreras de la carreras técnicas de la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Extensión Latacunga, entre ellas Ingeniería Automotriz, Electromecánica, Electrónica, Petroquímica, Mecatrónica y Software. Tal experiencia consistió en enseñar la definición formal de límite a dos grupos homogéneos de estudiantes en la asignatura de Cálculo Diferencial e Integral, cada grupo con un diferente enfoque.

Durante el desarrollo de esta investigación, se realizó un seguimiento continuo de los estudiantes, no sólo para determinar el grado de comprensión de las definiciones que se trataba en clase con la metodología propuesta, sino también permitió identificar las dificultades que los estudiantes presentaban. Este seguimiento, permitió retroalimentar la labor docente.

Metodología

El uso de materiales didácticos para el estudio de la matemática no es una idea nueva. Comenius en su Di-

dáctica Magna, señala el uso de diversos recursos que ayudan en la labor del aprendizaje al más alto nivel.

La presencia de materiales de instrucción en las clases de matemática se ha alentado, y actualmente, es imposible argumentar la enseñanza de la ciencia sin mencionar recursos didácticos. Después de todo, el alumno es un sujeto activo en la construcción del conocimiento, que aprende de sus experiencias y acciones, ya sea individual o compartida con otros [6].

La metodología usada para el desarrollo de esta investigación fue:

Descriptiva: para conocer el nivel de conocimientos de los estudiantes alcanzarán: utilizando la metodología tradicional y los que utilizan el recurso didáctico.

Correlacional: para determinar si existe una mejora en el nivel educativo de los estudiantes que utilizaron el recurso didáctico versus aquellos que siguieron con la metodología tradicional.

Estadístico: por el análisis estadístico de los datos y el corte no interpretativo de la validación de las hipótesis planteadas en la investigación.

La población total para el estudio fue de 1200 estudiantes de todas las carreras que oferta la universidad durante el semestre abril-agosto de 2016. Mediante la ecuación 1 (muestra en una proporción), se calculó una muestra representativa de la población [7]:

$$n = \frac{NZ^2}{4(N-1)e^2+Z^2} \quad (1)$$

Con un 95% de nivel de confianza y un error permisible de 0,09 se determinó que la muestra sería de 108 estudiantes, divididos en seis cursos que se escojieron de forma aleatoria de las carreras de la universidad clasificados en: 3 cursos de 36, 38 y 34 estudiantes como grupo de control y 3 cursos de 34, 35 y 39 estudiantes como grupo experimental.

Los datos obtenidos para su análisis, se obtuvieron de una serie de evaluaciones periódicas aplicadas a los dos grupos de investigación. Para que no exista un sesgo en la informción recolectada, se realizó durante las tres unidades de estudio, cuya ponderación se muestra en la Tabla I:

Tabla I. Ponderación de puntajes de los estudiantes

ACTIVIDAD	PONDERACIÓN
Trabajo fuera de clase	1
Talleres en clase	2
Participación en clase	1
Deberes	2
Pruebas	6
Examen	8
Total	20

Fuente: Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE- Extensión Latacunga

Las evaluaciones se la hicieron sobre 6 puntos, las pruebas escritas (2 por cada unidad) y 8 puntos es las ponderación de los exámenes finales de cada unidad. Las otras actividades extra clase tienen una ponderación inferior,

debido a que pueden ser hechas en casa, o a su vez el estudiante puede plagiar información.

Al final del semestre se determinó el número de estudiantes que aprobaron el curso de Cálculo Diferencial e Integral fueron de 60 estudiantes para el grupo experimental (utilizando el software Máxima) y de 45 para el grupo de control (utilizando la metodología tradicional).

Para deteminar el impacto de esta investigación, en primer lugar se verificó la normalidad de los datos obtenidos en la investigación. Para lo cual se planteó las siguientes hipótesis:

H_O: las distribuciones de promedio de notas de los grupos experimental y de control siguen una distribución normal ($p \geq 0.05$).

H_1: las distribuciones de promedio de notas de los grupos experimental y de control siguen una distribución diferente ($p < 0.05$).

Para verificar la normalidad de los datos se realizaron dos pruebas con estadísticos diferentes: la primera la prueba de Kolmogorov-Smirnovy la segunda la de Shapiro-Wilk. Como se puede observar en la Tabla II dado que el nivel de significancia de la prueba de Shapiro es 0,052 que es superior al nivel de significancia planteado en la hipótesis, se acoge la hipótesis nula, es decir que las notas tienen una distribución normal, por lo tanto, se puede validar mediante estadística paramétrica.

Tabla II. Prueba de normalidad de los datos obtenidos

Pruebas de normalidad						
	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Rendimiento	0,063	93	0,200*	0,973	93	0,052
*. Este es un límite inferior de la significación verdadera.						
a. Corrección de la significación de Lilliefors						

Fuente: SPSS

Una vez comprobada la normalidad de los datos se procedió a plantear la hipótesis de investigación como:

"El número de estudiantes aprobados de los grupos experimentales, es decir donde se aplicó el recurso didáctico (Software Máxima) es mayor que el número de aprobados de los cursos en donde se aplicó la metodología tradicional".

Esta hipótesis se puede dividir como:

H_O: No existe una diferencia significativa entre el número de aprobados del grupo experimental y el número de aprobados del grupo de control.

H_1: Existe una diferencia significativa entre el número de aprobados del grupo experimental y el número de aprobados del grupo de control.

Mediante la prueba de normalidad de la diferencia de dos proporciones siendo los valores de proporción calculados para la prueba $p_1 = \frac{60}{108} = 0{,}556$ para el grupo experimental y $p_2 = \frac{45}{108} = 0{,}417$ para el grupo de control, con una proporción conjunta dada por la fórmula (2):

$$P = \frac{p_1+p_2}{n_1+n_2} \quad (2)$$

Con los valores de $n_1 = n_2 = 108$ el valor calculado por la ecuación (2) es de 0,486; se calcula el estadístico de prueba Z dada por la ecuación (3)

$$Z = \frac{p_1-p_2}{\sqrt{P(1-P)\left[\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right]}} \quad (3)$$

El valor calculado por la ecuación (3) es de 2,044. El nivel de confianza para la prueba de hipótesis $\alpha - 0,05$ nos da un punto crítico $Z\alpha = 1,65$. Ya que 2,044>1,65, se rechaza H_O, es decir la diferencia entre el número de aprobados que utilizaron el recurso didáctico comparado con el número de aprobados que utilizaron la metodología tradicional es significativo.

Resultados y discusión

La recolección de los datos se las hizo mediante las evaluaciones periódicas realizadas durante el semestre, se obtuvo un promedio por unidad de cada estudiante, finalmente un promedio general de las tres unidades. Del número total de estudiantes, que para cada grupo fue de 108. El número de estudiantes 60 que es el 55,55% del grupo experimental aprobó el curso de Cálculo Diferencial e Integral, es decir mediante la aplicación de las clases magistrales con la inclusión del software Máxima; mientras que 45 estudiantes del grupo de control que es un 41,67% aprobó el curso solamente utilizando la metodología tradicional, o sea únicamente mediante clases magistrales.

Se procedió a comparar si la proporción de estudiantes que aprobaron siguiendo la nueva metodología en relación con los que habían seguido el método tradicional de enseñanza tenía una diferencia significativa entre las dos, dando como resultado que el parámetro estadístico $p = 0,0207$ es menor al nivel de significancia propuesto $\alpha = 0,05$ por lo tanto comprobamos que si existe una diferencia significativa entre los aprobados que utilizan la nueva metodología y los que utilizan la metodología tradicional.

Entre los aspectos más relevantes que se encontraron en la investigación es que el rendimiento académico entre los estudiantes del grupo experimental comparados con los del grupo de control es mayor, al igual que el grado de deserción de los estudiantes, que para el un caso es menor en el grupo experimental comparado con los del grupo de control.

En la figura 1 se puede observar el comportamiento del rendimiento académico de los grupos de investigación, se observa que el grupo experimental crece en un 33,33% comparado con el otro grupo control.

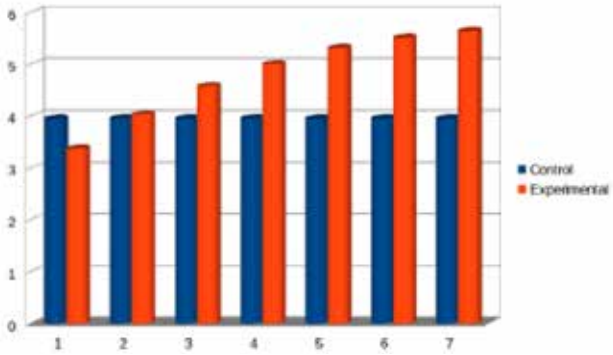

Figura 1. Análisis comparativo del rendimiento académico.

Fuente: autores, 2018.

En la Universidad de las Fuerzas Armadas ESPE Extensión Latacunga, se tienen muchos inconvenientes con los estudiantes que llegan a primer semestre procedentes de la nivelación, debido a las falencias que tienen en la parte algebraica, con la ayuda del software Máxima se les puede nivelar en este aspecto, debido a que les ayuda a visualizar mejor los cálculos algebraicos. También mediante gráficos generados por el software, les da una visión diferente de las funciones

que son temas de discución en análisis funcional, les da las nociones de límites y de derivadas de funciones, al mismo modo con la ejecución paso a paso que incorpora el software, les facilita la comprensión del cálculo de integrales, esto lleva a que su rendimiento sea mejor y con las clases magistrales que cada docente imparte en los cursos, ayuda a que los estudinates adquieran los conocimientos de una manera más atractiva y fácil.

Conclusión

En el proceso de enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral se comprobó que la metodología más óptima, es combinar el software Máxima con las clases magistrales, ya que permite a los estudiantes adquirir sus propios conocimientos mediante la experimentación en tiempo real.

Como el número de estudiantes que utilizaron el recurso didáctico junto con las clases magistrales y el número de estudiantes que siguieron la metodología tradicional es el mismo, se verificó que el rendimiento académico del grupo experimental comparado con el de control hay una mejora del 33,33%.

Las hipótesis planteadas en la investigación fueron debidamente validadas mediante un proceso estadístico, que permite sustentar el incremento en el rendimiento académico.

Un sistema interactivo como estrategia metodológica, permite que los estudiantes realicen una manipulación dinámica del conocimiento, coadyuvando al docente en el proceso enseñanza aprendizaje.

Referencias

[1] Dubinsky E., (1999*). Reflective abstractions in advance mathematical thinking, Dordrecht, Vol. 95 -123*

[2] C. H. JR. Edwards, (1999). *The historical development of the calculus.* Springer Vela.

[3] K. Ito. (1998). *Encyclopedic dictionary of mathematics.* Second Edition. MIT Press.

[4] Cornu B. (1991). Limits. *Kluwer Academic Publisher.* Vol 1, pp. 153-166.

[5] Instituto Nacional de Planeamiento de la Educación IIPE UNESCO. (2002). *La integración de las tecnologías de información y la comunicación en los sistemas educativos.* p. 86.

[6] L. Serrasina. (1999). *Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemátican um contexto de reforma curricular no. 1º ciclo*. Brasil, Quadrante, pp. 139-168.

[7] R. Moya and G. Saravia. (1988). *Probabilidad e inferencia estadística,* San Marcos, 2da Ed.