

Spectral analysis of electromagnetic torque in fault detection of eccentricity of three-phase induction motors by means of canonical discriminant

Ledy Guerra*, Francis Barboza, Rubén Terán, Irahis Rodríguez y Eva Monagas

Departamento de Potencia, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo. Valencia, Venezuela

Abstract.- In this paper, it performs the detection of the eccentricity failure in induction motors, through the spectral analysis of electromagnetic torque; for this, it is necessary obtain the electromagnetic torque of the induction motor in different levels of the eccentricity failure. For this purpose, experimental tests were done in a three phase induction motor to get the stator currents and the supply voltages to process in LabView software and obtain the electromagnetic torque spectra. Once those spectral were got, a logarithm was realized in MatLab to generate the canonical discriminant functions, which ones determines if the motor presents eccentricity failure or not and, in case of it presents it, it is specified if it is static or dynamic.

Keywords: static and dynamic eccentricity; canonical discriminant; spectral analysis of electromagnetic torque.

Análisis espectral de torque electromagnético en la detección de fallas de excentricidad de motores de inducción trifásicos mediante el discriminante canónico

Resumen.- En este trabajo se realiza la detección de falla de excentricidad en motores de inducción, mediante el análisis espectral de torque electromagnético; para ello es necesario obtener el torque electromagnético del motor de inducción a distintos niveles de falla de excentricidad. En este sentido, se realizaron pruebas experimentales en un motor de inducción trifásico donde se obtuvo las corrientes del estator y las tensiones de alimentación a fin de procesarlas en un software en LabView y obtener así los espectros de torque electromagnético. Una vez obtenidos estos espectros se realizó un algoritmo en MatLab para generar las funciones discriminantes canónicas con las cuales se determina si el motor presenta falla de excentricidad o no y, en caso de presentar falla de excentricidad, se especifica si es excentricidad estática o dinámica.

Palabras claves: excentricidad estática y dinámica; discriminante canónico; análisis espectral de torque electromagnético.

Recibido: febrero 2018

Aceptado: junio 2018

1. Introducción

Considerando que actualmente las industrias centran su interés en tener altas tasas de producción minimizando los costos y pérdidas que puedan presentarse en el proceso productivo y garantizando la alta calidad en los productos finales, es necesario desarrollar planes de mantenimiento que permitan cumplir con estos objetivos. En este

sentido, el desarrollo de técnicas de mantenimiento predictivo es relevante, ya que consisten en realizar el monitoreo continuo de las variables de estado a fin de establecer el momento óptimo en el cual realizar la intervención de mantenimiento. Con ello se aprovecha al máximo la vida útil de los elementos que constituyen el sistema y se evita las interrupciones no planificadas, que en algunos casos pueden causar mayores daños en el proceso y llevar a pérdidas económicas considerables.

Por otro lado se tiene que uno de los elementos que constantemente está presente en los procesos productivos es el motor de inducción de jaula de ardilla, que en algunos casos representa un elemento de vital importancia en dichos procesos y

*Autor para correspondencia:

Correo-e: ledylauraguerra@gmail.com (Ledy Guerra)

se encuentran en puntos vitales de los mismos. Por consiguiente, aplicar técnicas de mantenimiento predictivo para dicho motor cobra gran importancia en la actualidad. La mayoría de las técnicas de mantenimiento predictivo que actualmente se aplican para el motor de inducción son de carácter mecánico, entre las que se pueden mencionar el análisis de vibraciones y el ultrasonido.

Para mejorar la detección de fallas de origen eléctrico, donde la validez del análisis de vibraciones es limitado o como complemento en la detección de fallas de origen mecánico, surgen técnicas como el análisis espectral de corriente, termografía, análisis de descargas parciales, análisis estroboscópico, corriente de absorción y fuga, el análisis espectral de torque electromagnético, entre otros.

En la presente investigación se utiliza el análisis espectral de torque electromagnético para detectar una falla de asimetría rotórica, caracterizada por la modificación en el tamaño del entrehierro conocida como Excentricidad Estática y/o Dinámica, utilizando como herramienta de análisis de datos el método multivariado discriminante canónico, ya que de esta forma se considera la variabilidad que introduce el cambio en las condiciones bajo las cuales se miden las variables respectivas y a su vez clasifica la unidad experimental disminuyendo la desviación en el análisis de resultado.

2. Excentricidad en Motores de Inducción

La excentricidad es un tipo de falla de asimetría rotórica, la cual se caracteriza por la desigualdad en el entrehierro de la máquina. La presencia de ésta, incrementa los niveles de vibración tanto en dirección axial como radial, debido a las desigualdades magnéticas creadas entre rotor y estator; que de no ser corregido oportunamente pueden resultar en el movimiento excesivo del devanado del estator, provocando el aumento en la fricción, posible falla entre espiras y/o tierra, desgaste de rodamientos, desviando o aumentando la desviación del eje y por lo tanto la fricción entre el rotor y el estator (pérdidas mecánicas).

Adicionalmente, la falta de uniformidad del entrehierro trae consigo valores de reluctancia

variables, lo cual genera armónicos en el campo magnético [1, 2].

Este tipo de falla se clasifica en:

Excentricidad estática: este tipo de excentricidad se presenta cuando el centro transversal del rotor no coincide con el centro transversal del estator, sin embargo el rotor gira alrededor de su propio centro. Una de las causas de la excentricidad estática es el inapropiado montaje del rotor con respecto al centro del estator. En la Figura 1 se muestra esta anomalía.

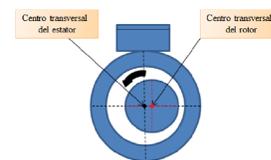


Figura 1: Excentricidad estática

Excentricidad dinámica: la excentricidad dinámica ocurre cuando el rotor gira alrededor del centro del estator mientras que el eje de rotación no coincide con el eje del rotor. Este tipo de excentricidad se presenta debido a curvatura del eje, malformación del rotor, rodamientos desgastados o desalineados, entre otros. En la figura 2 se muestra esta anomalía.

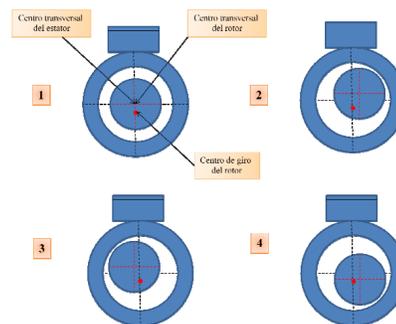


Figura 2: Excentricidad dinámica

Un motor nunca presenta un solo tipo de excentricidad: “la fabricación del motor no puede ser perfecta, por lo que siempre existen excentricidades estáticas y dinámicas residuales.

Además los procesos térmicos a los que se ve sometido el rotor pueden provocar su deformación causando, por tanto, una variación del entrehierro del motor en el tiempo y el espacio” [1]. Inclusive la existencia desde el ensamblaje de excentricidad estática, puede ocasionar la curvatura en el eje y/o desgaste en los rodamientos, dando origen a la excentricidad dinámica.

3. Torque Electromagnético en el Motor de Inducción

El torque de un motor de inducción se genera a partir de la interacción de series de armónicos estatóricos y rotóricos [3]. Algunos de estos armónicos interactúan para la generación de un par neto, el cual produce el giro de la máquina, mientras que otros lo hacen para producir pares pulsantes que simplemente producen ligeras oscilaciones en la velocidad y potencia mecánica suministradas por el motor [1].

Del mismo modo que la corriente se modifica al aparecer asimetrías rotóricas, cabe esperar que lo haga el par de la máquina [1].

La principal limitación en la utilización del torque electromagnético en la detección de anomalías en el motor de inducción es la dificultad de su medición dado que los transductores de par son relativamente costosos. Una forma sencilla de solventar tal situación consiste en el cálculo del torque electromagnético a partir de los voltajes y corrientes de la máquina. De este modo, mediante un método no invasivo es posible obtener el torque electromagnético instantáneo para luego ser utilizado con fines de diagnóstico [4].

Para obtener el par electromagnético desarrollado por el motor a partir de las tensiones y corrientes instantáneas, se hace uso de la teoría de transformación de ejes de referencia. Esta transformación convierte las magnitudes *abc* del sistema trifásico de la máquina a otro sistema de referencia *dq0*, con la ventaja fundamental que las variables que dependen del tiempo en los modelos de máquinas eléctricas: coeficientes de autoinducción e inducción mutua entre devanados (dependientes de la posición del rotor) se transforman en parámetros constantes [5].

El cambio de variable que representa una transformación de las variables trifásicas de los elementos de un circuito estacionario a un sistema de referencia arbitrario se expresa según la relación (1) [6, 7]:

$$\begin{bmatrix} f_{d_s} \\ f_{q_s} \\ f_{0_s} \end{bmatrix} = K_s \begin{bmatrix} f_{a_s} \\ f_{b_s} \\ f_{c_s} \end{bmatrix} \tag{1}$$

Donde:

$$K_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\theta = \int_0^t \omega(\xi) d(\xi) + \theta(0)$$

f_a, *f_b* y *f_c*: son las variables asociadas a las fases a, b y c respectivamente, del sistema de referencia estacionario.

f_d, *f_q* y *f₀*: son las variables asociadas a las fases d, q y 0 respectivamente, del sistema de referencia arbitrario.

s: subíndice, asociado con el circuito estacionario (estator).

θ: es desplazamiento angular del sistema de referencia *dq0*.

ω: es velocidad angular del sistema de referencia *dq0* en rad/s.

ξ: es una variable de integración ficticia.

En la Figura 3 se muestra la relación trigonométrica entre los ejes del sistema trifásico y del sistema de referencia *dq0*.

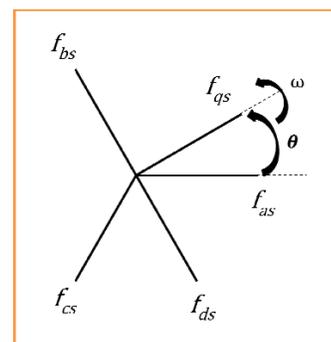


Figura 3: Relación trigonométrica entre los ejes del sistema trifásico y del sistema de referencia *dq0* [7]

No se debe confundir a f_{a_s} , f_{b_s} y f_{c_s} con fasores, ellos son cantidades instantáneas que pueden representar cualquier función del tiempo [6].

Por otra parte, es importante resaltar que al escoger adecuadamente la velocidad del sistema de referencia se puede obtener características específicas en el modelo del motor de inducción [4]. A continuación se muestran los casos más comunes:

Sistema de referencia estacionario: el sistema de referencia se encuentra fijo en el estator, por lo tanto $\omega = 0$. Planteado por primera vez por H.C. Stanley.

Transformación de Park: el sistema de referencia se encuentra fijo en el rotor ($\omega = \omega_r$). Planteada por D.S. Brereton para motores de inducción.

Sistema de referencia sincrónico: El sistema de referencia gira a la velocidad sincrónica ($\omega = \omega_e$). Planteado por primera vez por G. Kron.

Claramente, la condición del sistema eléctrico es independiente del de referencia desde donde sea observado. Sin embargo, las variables lucirán diferentes en cada sistema de referencia, excepto en el caso de la forma de onda de la potencia eléctrica instantánea que tendrá la misma forma en todos los casos [6].

Cabe destacar que las variables θ_s son independientes de ω y por lo tanto no están asociadas con un sistema de referencia en particular.

La Figura 4 muestra el modelo del motor de inducción trifásico y simétrico visto desde un sistema de referencia arbitrario (ejes $dq0$).

A partir de la Figura 4 se determinan las ecuaciones de voltaje y corriente necesarias para obtener la expresión del torque electromagnético [6].

4. Ecuación del Torque Electromagnético en el Motor de Inducción

La expresión general del torque electromagnético está dada por la ecuación (2).

$$T_e = \left(\frac{p}{2}\right) (i_{abc_s})^T \frac{\partial}{\partial \theta_r} \left(\frac{N_s}{N_r} L_{sr}\right) i'_{abc_r} \quad (2)$$

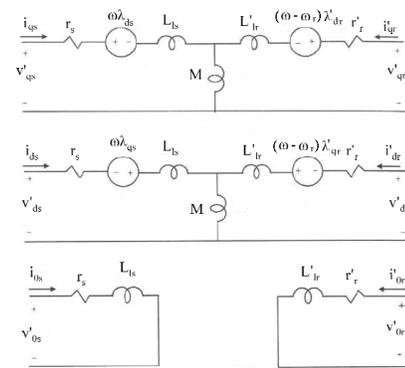


Figura 4: Modelo del motor de inducción trifásico y simétrico visto desde un sistema de referencia arbitrario [6]

Obtenida a partir de la energía del campo magnético de acoplamiento y donde:

T_e : es el torque electromagnético en Nm.

p : es el número de polos.

L_{sr} : Inductancia mutua entre el estator y el rotor en H.

N_s : es el número de espiras del estator.

N_r : es el número de espiras del rotor.

Ahora, para obtener la expresión de torque electromagnético referida al sistema de referencia $dq0$ se sustituyen las ecuaciones de transformación en la ecuación(2) para dar lugar a la ecuación (3) (en función de los flujos magnéticos y las corrientes) y la ecuación (4) (en función de los flujos magnéticos por segundo y las corrientes).

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{p}{2}\right) (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) \quad (3)$$

$$T_e = \left(\frac{3}{2}\right) \left(\frac{p}{2}\right) \frac{1}{\omega_b} (\psi'_{qr} i'_{dr} - \psi_{dr} i_{qr}) \quad (4)$$

Donde:

T_e : es el torque electromagnético en Nm.

p : es el número de polos.

λ_{ds} : son los enlaces de flujo magnético en el estator, eje d en Wb.

λ_{qs} : son los enlaces de flujo magnético en el estator, eje q Wb.

ω_b : es la velocidad angular base seleccionada para el cálculo de reactancias en rad/s.

ψ'_{qr} : es el flujo magnético por segundo de rotor referido al estator, eje q en V.

ψ'_{dr} : es el flujo magnético por segundo de rotor

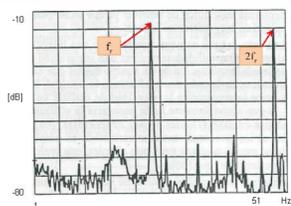
referido al estator, eje d en V.

i'_{dr} : es la corriente rotor referida al estator, eje d en A.

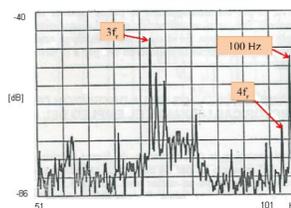
i'_{qr} : es la corriente rotor referida al estator, eje q en A.

5. Espectro de torque electromagnético en motores de inducción sin falla

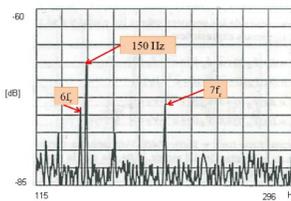
A partir de la expresión genérica del par electromagnético de un motor de inducción de p pares de polos se determinan las frecuencias de oscilación características de una máquina sin averías las cuales se resumen en: el doble de la frecuencia de alimentación, múltiplos de la velocidad de giro y combinación de los anteriores [1].



(a) Espectro de torque electromagnético entre 0 a 51Hz.



(b) Espectro de torque electromagnético entre 51 a 101Hz.



(c) Espectro de torque electromagnético entre 115 y 296Hz.

Figura 5: Espectro de torque electromagnético

Como ejemplo, en la Figura 5a, 5b y 5c, se presenta un espectro de torque electromagnético obtenido de un motor de inducción sin falla, cuya potencia es 11 kW (trabajaba a 80% de su potencia nominal) y 2 pares de polos (frecuencia de alimentación 50Hz) [1].

Las Figuras 5a, 5b y 5c corroboran que el espectro de torque electromagnético de un motor de inducción sin falla tiene como frecuencias predominantes las frecuencias antes mencionadas.

6. Criterios para la clasificación de la falla de excentricidad a través del espectro de torque electromagnético

Para discriminar fallas de excentricidad se realizaron pruebas de laboratorio en un motor de inducción trifásico cuyas características se indican en la Tabla 1.

Tabla 1: Datos del motor de inducción

| Motor de inducción trifásico. Marca SIEMENS | |
|---|----------------|
| Tipo | 1LA7 090-4YA60 |
| Potencia (Hp/kW) | 2,0/1,5 |
| Voltaje (V) | 220Y-440Y |
| Corriente (A) | 7,0-3,5 |
| Factor de potencia | 0,8 |
| Velocidad (rpm) | 1700 |
| Nivel de protección IP | IP55 |
| Servicio | S1 |

Las pruebas realizadas se clasificaron en tres grupos, a saber: motor sin falla de excentricidad, motor con excentricidad estática y motor con excentricidad dinámica. En cada una de las condiciones establecidas anteriormente se realizó la adquisición de las tres corrientes estáticas, por medio del prototipo electrónico desarrollado en la Universidad de Carabobo [8, 9], de los tres voltajes de alimentación y de la velocidad del rotor.

La obtención de la señal de torque electromagnético consiste en la aplicación de la transformación de ejes al sistema de referencia $dq0$ a partir de las señales trifásicas en el tiempo de corrientes y tensiones adquiridas. Luego a partir de éstas se calculan los flujos correspondientes a dicho sistema de referencia, para así hacer uso de la expresión propia del torque electromagnético en función de los flujos y de las corrientes.

Una vez obtenido dicho torque se aplica la Transformada Rápida de Fourier y se obtiene el espectro en frecuencia de la señal, seguidamente dichos espectros son almacenados en archivos tipo *.txt, los cuales serán utilizados por un software desarrollado en MatLab para generar las funciones discriminantes canónicas.

El software desarrollado en Matlab basado en el método discriminante canónico como método de clasificación de la unidad experimental (motor de inducción de jaula de ardilla) a través de sus espectros de torque electromagnético contempla cuatro poblaciones de estudio, las cuales son manejadas por pareja dando como resultado análisis independientes de los casos: bajo falla sin falla de excentricidad y bajo falla excentricidad estática falla excentricidad dinámica. Por tanto, se trata de dos análisis de dos poblaciones posibles de clasificación cada uno.

Para este caso, el análisis discriminante canónico es equivalente a la evaluación de las poblaciones correspondientes junto con los espectros a ser clasificados en la función de densidad de probabilidad normal multivariada. Antes de realizar dicha evaluación, se lleva a cabo la manipulación de los datos, lo cual incluye apertura de archivos, creación de matrices de datos y reducción de variables a utilizar (método de regresión paso a paso [10, 11, 12]). Posterior a la evaluación, se realiza el proceso de clasificación de cada espectro.

El esquema básico utilizado para realizar la clasificación de cada espectro se muestra en la Figura 6.

Una vez realizada la evaluación de los datos de espectros de torque electromagnético, como se especificó anteriormente, se procede a analizar los resultados obtenidos y a cuantificar el número de clasificaciones correctas realizadas, información que fue almacenada en los archivos tipo texto dentro de las carpetas correspondientes al análisis.

7. Resultados

La adquisición de datos se realizó para los tres casos bajo estudio: sin falla, bajo falla de excentricidad estática y falla de excentricidad dinámica. En todos los casos bajo estudio, la

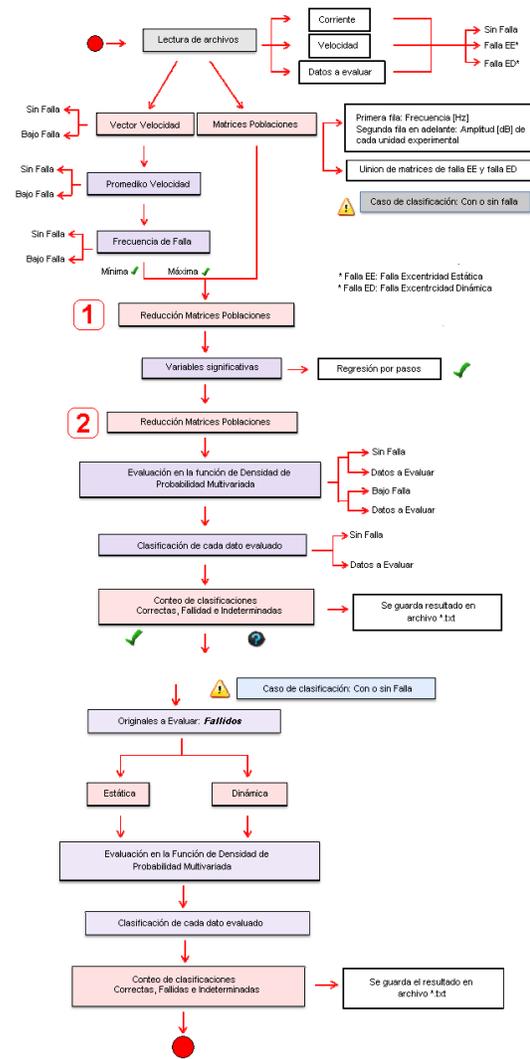


Figura 6: Esquema de clasificación

carga del motor se fijó en su valor nominal (7 A), ya que con esta condición los cambios en los espectros obtenidos presentan amplitudes mayores en comparación con otras condiciones de carga. Para cada caso, se adquirieron 2478 señales almacenadas en días diferentes (1239 señales cada día) con el fin de considerar las fluctuaciones que ocurren en el sistema. Posteriormente se seleccionaron 1200 señales en forma aleatoria para realizar el análisis estadístico. Adicionalmente se establecieron cuatro condiciones de matrices de datos distintas para generar las funciones discriminantes, tal como se muestra en la Tabla 2.

En la Figura 7 se muestra un espectro de torque electromagnético para el caso sin falla y en dicha figura se observa que los picos de mayor amplitud

Tabla 2: Condiciones establecidas para generar las funciones discriminantes

| Caso | Condición |
|------|--|
| 1 | 1000 espectros sin falla, 500 bajo falla de excentricidad estática y 500 bajo falla de excentricidad dinámica. |
| 2 | 700 espectros sin falla, 350 bajo falla de excentricidad estática y 350 bajo falla de excentricidad dinámica. |
| 3 | 500 espectros sin falla, 500 bajo falla de excentricidad estática y 500 bajo falla de excentricidad dinámica. |
| 4 | 1200 espectros sin falla, 600 bajo falla de excentricidad estática y 600 bajo falla de excentricidad dinámica. |

se presentan a la frecuencia fundamental (60Hz) y al doble de ella (120Hz).

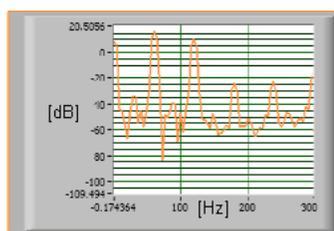


Figura 7: Espectro de torque electromagnético sin falla

Las magnitudes correspondientes a dichas frecuencias se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3: Magnitud del espectro de torque electromagnético del motor de inducción sin falla

| Frecuencia (Hz) | Magnitud (dB) |
|-----------------|---------------|
| 60 | 16 |
| 120 | 10 |

En la Figura 8 se muestra la forma de onda del torque electromagnético para el espectro de la Figura 7.

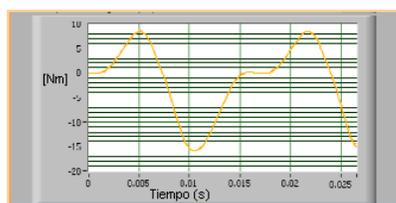


Figura 8: Forma de onda del torque electromagnético para el motor de inducción sin falla.

En la Tabla 4 se muestra el porcentaje de clasificaciones correctas obtenidas para cada condición. En este caso se realiza la clasificación sin falla–bajo falla de excentricidad.

Tabla 4: Porcentaje de clasificaciones correctas. Caso: sin falla–bajo falla de excentricidad.

| Caso | Clasificaciones correctas |
|------|---------------------------|
| 1 | 51,33 % |
| 2 | 63,67 % |
| 3 | 52,17 % |
| 4 | 39,00 % |

Como se evidencia los resultados de clasificación en la mayoría de las condiciones establecidas son superiores al 50 % obteniéndose como mayor resultado 63,67 %.

Tabla 5: Porcentaje de clasificaciones correctas. Caso: Bajo falla de excentricidad estática–Bajo falla de excentricidad dinámica.

| Caso | Clasificaciones correctas |
|------|---------------------------|
| 1 | 43,50 % |
| 2 | 51,50 % |
| 3 | 65,25 % |
| 4 | 41,25 % |

En la Tabla 5 se muestra el porcentaje de clasificaciones correctas obtenidas para cada condición. En este caso se realiza la clasificación bajo falla de excentricidad estática–bajo falla de excentricidad dinámica.

Como se evidencia el mayor resultado de clasificación que se obtuvo fue de 65,25 %.

8. Conclusiones

Mediante la realización de la presente investigación se concluye que la técnica de análisis espectral de torque electromagnético diagnostica correctamente un alto porcentaje de espectros tanto para el caso de clasificación sin falla-bajo falla (63.67 %) como para las poblaciones bajo falla de excentricidad estática–bajo falla de excentricidad dinámica (65.25 %). Dado el caso, se corrobora la utilidad de esta técnica en el diagnóstico de esta falla de excentricidad, incluso en el caso de no disponer de transductores de par, ya que

es posible calcularlo a partir de las corrientes y tensiones instantáneas de la máquina utilizando la teoría de vectores espaciales y posteriormente la Transformada Rápida de Fourier para obtener su espectro.

Adicionalmente, a partir del análisis estadístico se observó cómo el aumento en la cantidad de señales que conforman las poblaciones no garantiza que aumente el porcentaje de clasificaciones correctas así como también la incidencia de la variabilidad de las poblaciones en el proceso de clasificación.

Para contribuir con las posibilidades de discriminación de fallas de excentricidad en motores de inducción, se plantea la realización de este estudio aplicando máquinas de vector soporte como algoritmo de clasificación.

9. Referencias

- [1] Gonzalo Alonso Orcajo, Manés Fernández Cabanas, and Manuel García Melero. *Técnicas para el mantenimiento y diagnóstico de máquinas eléctricas rotativas*. Marcombo, 1998.
- [2] Abolfath Nikranjbar, M. Ebrahimi, and Alastair S. Wood. Model-based fault diagnosis of induction motor eccentricity using particle swarm optimization. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 223(3):607–615, 2009.
- [3] Jesús Fraile. *Máquinas eléctricas*. Pearson Educación, 2003.
- [4] E. Suárez and E. Clavijo. Diagnóstico de fallas en rodamientos utilizando el análisis espectral de torque. Trabajo Especial de Grado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Venezuela, 2006.
- [5] J. Matos and V. Peraza. Aplicación de mantenimiento predictivo a una data de señales eléctricas de motores de inducción (34 HP–69 HP) en el área de trefila gruesa de la empresa vicson S.A. Trabajo Especial de Grado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Venezuela, 2008.
- [6] Paul Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, and Steven Pekarek. *Analysis of electric machinery and drive systems*, volume 75. John Wiley & Sons, 2013.
- [7] Jorge Landázuri Mera and Andrés Quintanilla Arboleda. Análisis y simulación matemática de motores usados en sistemas de bombeo electrosumergible. Trabajo Especial de Grado, Escuela Politécnica del Ejército, Ecuador, 2011.
- [8] M. Camacho and R. Ramírez. Construcción de un prototipo electrónico para la adquisición, acondicionamiento y digitalización de las señales de tensión, corriente, flujo axial de dispersión y velocidad asociadas a motores trifásicos de inducción de jaula de ardilla. Trabajo Especial de Grado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Venezuela, 2009.
- [9] A. Centeno and M. Martínez. Plan de mantenimiento predictivo para las máquinas del laboratorio de máquinas eléctricas de la facultad de ingeniería de la Universidad de Carabobo a partir del análisis espectral de señales eléctricas. Trabajo Especial de Grado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Carabobo, Venezuela, 2010.
- [10] Dallas E. Johnson. *Métodos multivariados aplicados al análisis de datos*. Number 519.5 J6. I.T.P. Latin America, 2000.
- [11] César Pérez López. Técnicas de análisis multivariante de datos. *Aplicaciones con SPSS, Madrid, Universidad Complutense de Madrid*, 2004.
- [12] L. Piña. Clasificación por variedad de pisum sativum usando métodos estadísticos y técnicas inteligentes. Trabajo Especial de Grado, Facultad de Ingeniería, Universidad de Los Andes, Venezuela, 2005.