

Sistema de N cuerpos

Energía de configuración

Supóngase que un grupo de N cuerpos, que interactúan entre sí, están confinados en una región del espacio conformando una estructura estable con posiciones fijas. Es evidente que para formar dicho sistema se debió consumir o gastar una cierta cantidad de energía, la cual quedará almacenada en el sistema como la energía de la configuración (se supone que las fuerzas de interacción son del tipo conservativas). Para estimar dicha energía se puede proceder como en la sección anterior, calculando paso a paso los incrementos de energía que se originan al colocar cada cuerpo en el lugar correspondiente. Así, al traer el primer elemento, desde el infinito hasta la posición \vec{r}_1 , no habrá incremento, ya que el cuerpo se moverá sin ningún tipo de interacción, por lo que el trabajo es cero. Sin embargo, el segundo cuerpo se moverá interactuando con el primero, de esta manera se producirá un primer incremento de energía, que de acuerdo a (17) será

$$\Delta U_1 = -W_{1,2}$$

El término $W_{1,2}$ corresponde al trabajo que hace el primer cuerpo sobre el segundo mediante la fuerza de interacción entre ambos. Al suponer que inicialmente los cuerpos están infinitamente separados, se encuentra que la energía de configuración es entonces

$$U_{1,2} = -W_{1,2}$$

Así,

$$\Delta U_1 = U_{1,2}$$

Por lo que, el incremento de energía corresponde a la energía de interacción entre ambos cuerpos. El tercer cuerpo se aproximará bajo la acción del primero y el segundo, de esta manera el nuevo incremento de energía estará conformado por la energía de interacción entre los tres cuerpos, así se tiene

$$\Delta U_2 = U_{1,3} + U_{2,3}$$

Para un cuarto cuerpo se obtiene

$$\Delta U_3 = U_{1,4} + U_{2,4} + U_{3,4}$$

Siguiendo el orden, en la expresión anterior, se puede deducir una forma general, para el k -ésimo término

$$\Delta U_k = U_{1,k+1} + U_{2,k+1} + U_{3,k+1} \dots \dots + U_{k,k+1}$$

en forma más compacta,

$$\Delta U_k = \sum_{i=1}^k U_{i,k+1}$$

La energía almacenada en la configuración de los N elementos, debe ser la suma de cada una de las contribuciones, de tal forma que

$$U = \sum_{k=1}^{N-1} \Delta U_k$$

o de manera más explícita,

$$U = \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{i=1}^k U_{i,k+1} \quad (29)$$

La expresión (29) permite estimar la energía de configuración de un sistema de objetos estáticos que se encuentren interactuando mediante fuerzas conservativas. Si se considera la interacción gravitatoria (29) toma la forma

$$U = -G \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{i=1}^k \frac{m_i m_{k+1}}{d_{i,k+1}} \quad (30)$$

Energía cinética de un sistema de cuerpos

En un sistema de N cuerpos la energía cinética total se obtiene como la suma de la energía cinética de cada miembro,

$$E_{CS} = \sum_{i=1}^N E_{Ci} \quad (31)$$

donde

$$E_{Ci} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

es la energía cinética del i -ésimo cuerpo. Esta expresión puede ser rescrita como una transformación a partir de un sistema ligado al centro de masa, así, usando la ecuación (7), se encuentra

$$E_{Ci} = \frac{1}{2} m_i v_{CM}^2 + \frac{1}{2} m_i v_i'^2 + m_i \vec{v}_i' \cdot \vec{v}_{CM}$$

En esta expresión \vec{v}_{CM} es la velocidad del centro de masa respecto al sistema que se considera en reposo y \vec{v}_i' es la velocidad del cuerpo en relación al centro de masa. Sustituyendo en la ecuación (31), se obtiene

$$E_{CT} = \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2 + \frac{1}{2} \left(\sum m_i \right) v_{CM}^2 + \left(\sum m_i \vec{v}_i' \right) \cdot \vec{v}_{CM}$$

El tercer término, en el miembro derecho de esta expresión, es obviamente nulo, esto se puede demostrar partiendo de la definición de velocidad del centro de masa,

$$v_{CM} \equiv \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{M}$$

Evidentemente la velocidad del centro de masa, vista por un observador ligado a este, debe ser cero, por lo tanto, se cumple que

$$\frac{\sum m_i \vec{v}_i'}{M} = 0 \Rightarrow \sum m_i \vec{v}_i' = 0$$

Por otra parte, el segundo término, en dicho miembro, corresponde a la energía cinética del sistema cuando este se describe como un único cuerpo de masa $M_s = \sum m_i$. En algunos contextos esta es definida como la energía cinética de traslación del sistema

$$E_{CTr} = \frac{1}{2} \left(\sum m_i \right) v_{CM}^2 = \frac{1}{2} M_s v_{CM}^2 \quad (32)$$

El primer término, que corresponde a la energía cinética observada desde el centro de masa, debe ser interpretada como parte de la energía propia del sistema, pues su valor no depende del estado de movimiento del observador, sino que está referida al propio sistema, describiendo aspectos intrínsecos a este,

$$E_{Cp} = \sum \frac{1}{2} m_i v_i'^2 \quad (33)$$

La energía considerada bajo este concepto corresponde a los movimientos del sistema, que no tienen correspondencia con los desplazamientos del centro de masa. Son variados los movimientos propios que pueden identificarse en un sistema, a los cuales se les puede asociar un valor de energía cinética particular, como ejemplo de estos se encuentran, el movimiento de rotación que realizan los cuerpos rígidos, en torno a un eje que pasa por su centro de masa y que se conoce como una rotación pura o el movimiento caótico en él que se encuentran las moléculas de un gas ideal confinado, el cual es definido, en el contexto de la termodinámica, como agitación térmica. Para un sistema de partículas que rotan, en forma independiente, respecto a un eje que pasa por el centro de masa, la ecuación (33), se puede escribir de la forma

$$E_{Cp} = \frac{1}{2} \left(\sum m_i r_i^2 \omega_i^2 \right) \quad (34)$$

donde r_i es la distancia de la i -ésima partícula al eje de rotación y ω_i la correspondiente velocidad angular.

En resumen, la energía cinética de un sistema de cuerpos, descrita por la ecuación (31), puede ahora ser expresada a través de su energía cinética de traslación (23) y la energía cinética propia del sistema (33),

$$E_{CS} = \frac{1}{2} M_s v_{CM}^2 + \frac{1}{2} \sum m_i v_i'^2 \quad (35)$$

Energía potencial total de un sistema de cuerpos

La energía potencial asociada a un grupo de N cuerpos localizados en una región del espacio que, además de interactuar entre sí, reciben la acción de un agente externo, tiene dos componentes, una contribución externa, debido a la interacción con dicho agente y un componente interno, relacionado con las interacciones intrínsecas,

$$U_S = U_{ex} + U_{in} \quad (36)$$

El cálculo de la componente externa se simplifica visualizando el sistema a través de las propiedades dinámicas del centro de masa, en esta forma, la acción exógena se puede interpretar como si estuviese actuando en dicho punto y toda la masa del sistema concentrada allí. Por su parte, la fracción interna es justo la energía de configuración (29), calculada anteriormente. En esta forma se obtiene,

$$U_S = U_{ex} + \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{i=1}^k U_{i,k+1} \quad (37)$$

Energía mecánica total de un sistema de cuerpos

De acuerdo a (11), la energía mecánica total de un sistema de N cuerpos debe obtenerse como la suma de la energía potencial y la energía cinética, así se encuentra que

$$E = \underbrace{U_{ex} + \frac{1}{2} M_S v_{CM}^2}_{E_{ex}} + \underbrace{\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i v_i'^2 + \sum_{k=1}^{N-1} \sum_{i=1}^k U_{i,k+1}}_{E_{in}} \quad (38)$$

En la ecuación (38) los dos primeros términos del miembro izquierdo representan la energía mecánica del sistema asociada al movimiento de traslación cuando este es interpretado como un todo, suele llamársele energía externa. Por su parte, los dos términos

finales corresponden a la energía interna, la cual está relacionada a la interacción y movimientos intrínsecos del sistema. Entonces, una fracción de la energía transferida al sistema, mediante trabajo mecánico, es absorbida como energía externa, mientras que la otra pasará a formar parte de la energía interna,

$$W = \Delta E_{ex} + \Delta E_{in}$$

la proporción de distribución dependerá de las características del sistema y las condiciones de la acción dinámica sobre este. La movilidad de los elementos en muchos sistemas suele estar acopladas entre sí y esto, en algunos casos, permite la estimación del porcentaje de energía en los diferentes aspectos.

Rotación de un cuerpo rígido

Un cuerpo rígido se define como un sistema de partículas en el que las distancias entre cada par se mantienen fijas. En esta forma, la rotación de dicho cuerpo podrá ser caracterizada por una única velocidad angular, la cual es común para todas las partículas.

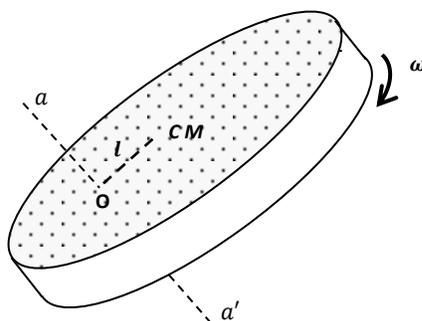


Fig. 7 Cuerpo rígido girando alrededor de un punto "O", con un eje perpendicular al plano del dibujo

La figura 7 muestra un cuerpo rígido que rota con velocidad angular ω en torno a un eje aa' , que está separado del centro de masa una distancia l . Una extensión de (34), permite obtener la energía cinética asociada a este sistema de la forma

$$E_C = \frac{1}{2} \left(\sum m_i r_i^2 \right) \omega^2$$

En esta expresión r_i representa la distancia de la i -ésima partícula al eje de rotación. El término entre paréntesis es justo el momento de inercia I_O , respecto a este eje. Así se obtiene que

$$E_C = \frac{1}{2} I_O \omega^2 \quad (39)$$

La ecuación (39) puede ser rescrita en términos de la dinámica del centro de masa, esto puede lograrse usando el llamado Teorema de los ejes paralelos:

El momento de inercia de un cuerpo rígido, de masa M , respecto a un eje que pasa por un punto O , separado una distancia l del centro de masa, está relacionado con el momento de inercia, I_{CM} , asociado a un eje que pasa por el centro de masa y con igual plano de rotación, de la forma

$$I_O = I_{CM} + Ml^2$$

Sustituyendo esta expresión en la ecuación (39), se encuentra

$$E_C = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 + \frac{1}{2} Ml^2 \omega^2 \quad (40)$$

En (40), la cantidad $l\omega$, es la velocidad del centro de masa, v_{CM} , vista desde el punto de rotación, tal que el segundo término, del miembro izquierdo, representa la energía cinética externa descrita en (38). Ahora, supóngase un observador situado en el centro de masa, este describiría el sistema rotando en torno a él con igual velocidad angular ω , tal que, para dicho observador, el sistema describe una rotación propia con energía cinética interna

$$E_{c_{int}} = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$$

este es justo el primer término, en el miembro izquierdo, de (40). Entonces, la energía cinética de un cuerpo rígido rotando en torno a un eje que pasa por un punto “O” (ver figura 7), puede describirse como energía cinética de traslación, asociada al movimiento del centro de masa, más la energía cinética interna asociada a una rotación propia

$$E_C = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 \quad (41)$$

Nótese, en la descripción anterior, que el movimiento del centro de masa está referido al sistema ligado al eje de rotación el cual se encuentra en reposo.

Trabajo mecánico en término de las variables angulares

Cuando se usa la expresión:

“el cuerpo gira sobre su propio eje”

se está haciendo referencia a un objeto, axialmente simétrico, que rota en torno al eje de simetría. Evidentemente, dicho eje pasa por el centro de la masa, por lo que, siguiendo la prescripción anterior en cuanto al sistema de referencia, la ecuación (41) se reduce solo al término de energía interna. En el entorno cotidiano son muchos los objetos, naturales a no, que, con tales características, realizan este tipo de movimiento. Cuando se hace referencia a la rotación de una rueda, un cilindro o una esfera, se entiende, mientras no se diga otra cosa, que está girando alrededor del eje de simetría, aceptándolo intuitivamente como la rotación propia del objeto en cuestión. En general, un objeto que gira libremente, realiza una rotación propia. La variación de energía cinética que experimenta un cuerpo rígido, que realiza una rotación propia debe ser, de acuerdo a (6), producto del trabajo mecánico que se hace sobre dicho cuerpo, pero ya que el sistema de referencia está asociado al centro de masa, es apropiado expresar, de trabajo mecánico, en término de las variables naturales del movimiento de rotación.

Supóngase una situación, como la mostrada en la figura 8, donde un cuerpo es sometido a un par de fuerzas de igual valor, pero sentido opuesto. En estas circunstancias, la aplicación de las ecuaciones (13) o (14), para el trabajo, resulta inapropiada, ya que la fuerza total actuando sobre el cuerpo es nula, por lo que conviene reformular la expresión para el trabajo mecánico en términos de los elementos asociados a la rotación.

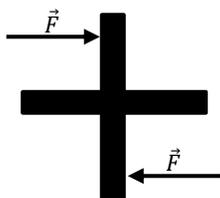


Fig.8 objeto sometido a un par de fuerzas

En la descripción del movimiento de rotación, la cinemática se expresa a través de los desplazamientos angulares, $\Delta\theta$, mientras que en la dinámica se introduce la idea del momento de la fuerza o torque τ , parece natural que el trabajo para el caso de la rotación sea expresado en término de estas variables angulares.

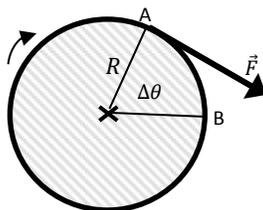


Fig.9 un disco rota sobre su propio eje, bajo la acción de una fuerza tangencial

La figura 9, representa un disco, de radio R , que rota sobre un eje fijo, sometido a la acción de una fuerza de valor constante, que se mantiene tangente al borde. De esta forma, el trabajo hecho por la fuerza, al hacer girar el disco un ángulo $\Delta\theta$, puede obtenerse aplicando (16), a través del recorrido S_{AB}

$$W = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{r} = FS_{AB}$$

donde S_{AB} es el arco que subtiende el ángulo $\Delta\theta$, tal que

$$S_{AB} = R\Delta\theta$$

de esta manera se obtiene

$$W = FR\Delta\theta$$

por otro lado,

$$FR = \tau$$

es el momento de la fuerza actuando sobre el disco, en esta forma se encuentra finalmente que

$$W = \tau \Delta\theta \quad (42)$$

Como se puede ver en (42), es a través de la acción del torque τ que se introduce o se extraer energía interna en el sistema, para provocar movimiento de rotación.

Rodadura

Cuando un objeto rueda sin resbalar se puede observar que realiza un movimiento de rotación en torno a un eje que pasa por los puntos de contacto con la vía, dichos ejes cambian continuamente en la medida en que el cuerpo se desplaza, de esta forma, en un instante cualquiera, todas sus partes están en movimiento salvo los puntos que se encuentra en contacto. Al analizar este movimiento, desde un sistema de referencia ligado a dichos puntos, como se ilustra en la figura 10, donde la región en contacto se corresponde con el punto "P", puede observarse que el centro de la masa realiza un movimiento de traslación relativamente simple, desplazándose paralelo a la vía.

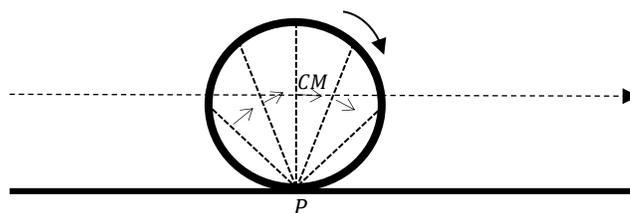


Fig.10 un objeto rodando sobre una superficie horizontal

Al aplicar la ecuación (41) a este movimiento, se puede obtener la distribución de energía (externa e interna), del objeto que esté rodando, ya que esta es determinada por la forma del objeto y la distribución de su masa, a través de los correspondientes momentos de inercia (para ejes que pasan por su centro de masa). Por ejemplo, para un aro se tiene que

$$I_{CM} = MR^2$$

(M y R representan la masa y el radio, respectivamente). Entonces la energía cinética interna (rotación) cuando rueda será

$$E_{C_{int}} = \frac{1}{2} M v_{CM}^2$$

por lo tanto, al compararla con la energía externa (traslación), se encuentra

$$\frac{E_{C_{int}}}{E_{C_{ext}}} = 1$$

Esto significa, que la energía se distribuye equitativamente en este sistema. En el caso de un disco o un cilindro macizo, para el cual, el respectivo momento de inercia es

$$I_{CM} = \frac{1}{2} MR^2$$

se encuentra que la energía cinética de traslación es el doble de la que se aprovecha como energía interna,

$$\frac{E_{C_{int}}}{E_{C_{ext}}} = \frac{1}{2}$$

Equivalencia entre la masa inercial y la energía: un resultado de la relatividad

La formulación usual de la energía cinética, ecuación (11), muestra una relación entre la masa inercial y el contenido energético que presenta un cuerpo en virtud de su movimiento. La teoría especial de la relatividad ofrece una visión más amplia de esta relación a partir de la interpretación de la masa inercial m como una cantidad relativa. Sin pretender ahondar en los temas inherentes a la relatividad, es posible lograr un entendimiento conceptual de algunos resultados en esta teoría, basándose en los principios básicos que la soportan.

La teoría especial de la relatividad, formulada por Albert Einstein en 1905, introduce una novedosa cosmovisión en la que, tanto el tiempo como el espacio, representan variables de carácter relativo. Esta teoría se basa en dos postulados:

1. El Principio de invariancia: que expresa el hecho de que las leyes físicas son iguales en todos los sistemas de referencia inerciales.
2. La constancia de la velocidad de la luz: En el vacío la luz se mueve con velocidad constante c , independiente de la velocidad del emisor o del observador.

Ambos postulados, fundamentados en observaciones previas, permitieron reconocer la velocidad c como un límite superior, lo que conllevó una nueva interpretación de la cinemática, introduciendo perspectivas tan novedosas, como la dilatación del tiempo y la contracción de las longitudes, ambos como consecuencia del movimiento relativo. Estos resultados traen implicaciones sobre los distintos aspectos dinámicos de los cuerpos en movimiento, en particular se encuentra que la masa inercial de un objeto depende de su velocidad, de la forma:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (43)$$

esta expresión, m_0 , es una constante característica de cada cuerpo, representa la masa que es medida en el sistema propio, por lo que se le conoce con el nombre de masa en reposo y es, por lo tanto, una cantidad invariante. La expresión (43) es coherente con la interpretación clásica de la masa inercial, esta se entiende como la medida de la inercia, esto es, la resistencia que ofrecen los cuerpos para ser acelerados. Bajo esta orientación, la expresión anterior muestra que la dificultad de acelerar un cuerpo crece en la medida en que aumenta

su velocidad, tal que al aproximarse a la velocidad c la inercia aumenta de tal forma que es prácticamente imposible alcanzar este límite. Este comportamiento, junto al principio de conservación de la energía, conlleva a un resultado muy interesante, se trata de la **equivalencia entre la masa y la energía**. Supóngase que un cuerpo se mueve bajo la acción de una fuerza constante, por simplicidad paralela al desplazamiento, como se muestra en la figura 11. El recorrido se ha dividido en tres segmentos, tal que, el trabajo en cada uno es

$$W_1 = F\Delta x_1; \quad W_2 = F\Delta x_2; \quad W_3 = F\Delta x_3$$

Evidentemente, si la fuerza se mantiene constante y los segmentos son de igual longitud, el trabajo en cada tramo tiene el mismo valor,

$$W_1 = W_2 = W_3,$$

de acuerdo al teorema del trabajo y la energía, expresados a través de la ecuación (6), la variación de la energía cinética debería ser de igual valor en cada tramo. Sin embargo, en la medida en que aumenta la velocidad resulta más difícil acelerar al cuerpo, en consecuencia, el cambio de velocidad en cada segmento resulta diferente,

$$\Delta v_1 > \Delta v_2 > \Delta v_3$$

por lo que la energía que se trasmite al cuerpo, no queda reflejada solo en el aumento de la rapidez del movimiento, tal como en la expresión (11), donde la ganancia o pérdida de energía está sujeta exclusivamente a la variación de la velocidad.

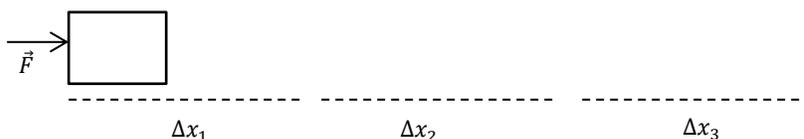


Fig.11 un objeto se desplaza bajo la acción de una fuerza constante

Entonces,

¿Qué pasa con la energía?

Bajo el particular enfoque que proporciona la teoría especial de la relatividad, la masa, en su carácter relativista, juega un papel protagónico en los cambios de la energía asociada al movimiento. En efecto, como lo muestra la ecuación (43), en la medida en que aumenta la

velocidad de un cuerpo, también aumenta su masa, por lo tanto, el cambio de velocidad que este experimenta, debido a la energía que es transferida a través del trabajo mecánico, está asociada a variaciones de la inercia, esto es, al carácter dinámico. En este sentido, el teorema del trabajo y la energía debe ser interpretado bajo un concepto más adecuado. En efecto, el cambio de energía que experimenta una partícula, como consecuencia del trabajo mecánico, no solo se refleja en su aspecto cinemático, sino que se manifiesta en todo el carácter dinámico, de forma tal, que en la ecuación (6), el término relativo a la energía cinética debe ser sustituido por un concepto más global que identifique dicha variación,

$$W = \Delta E_D$$

donde E_D , es la energía asociada a las propiedades dinámicas.

Por otro lado, la ecuación de movimiento, derivada de la segunda ley de Newton, debe ser observada con más cautela, ya que una fuerza constante no produce una aceleración constante, pues los cambios de velocidad están afectados por la variación de la masa inercial y viceversa. De hecho, la cantidad de movimiento lineal, debe ser rescrita como

$$\vec{p} = m\vec{v} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \vec{v}$$

Esto último debe ser tomado en cuenta al aplicar la ecuación de movimiento,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

Por otro lado, el trabajo hecho sobre una partícula, para producir un pequeño desplazamiento, $d\vec{r}$, es

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = d(mv)v$$

pero, en este contexto,

$$d(mv) = vdm + mdv$$

Así se encuentra que,

$$d(mv) = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} dv$$

Por lo tanto,

$$\Delta E_D = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = m_0 \int \frac{v}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}}} dv$$

Entonces, si la partícula cambia su velocidad desde un valor v_1 hasta v_2 , se obtiene que

$$\Delta E_D = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_2^2}{c^2}}} - \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$$

Cada término, en el miembro derecho en la última expresión, representa la energía de la partícula en el correspondiente estado dinámico. De esta manera la energía asociada a una partícula libre, que se mueve con velocidad v , es

$$E = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} c^2$$

Para una partícula en reposo, se observa que

$$E = m_0 c^2 \tag{44}$$

Esta es la famosa ecuación de Albert Einstein, bajo la cual se evidencia la equivalencia entre la masa y la energía. De las últimas ecuaciones se infiere que las partículas que viajan con velocidades cercanas a la velocidad de la luz, deben tener una masa en reposo muy pequeña, de lo contrario tenderían a alcanzar valores infinitos de energía. Es así como se entiende que, por ejemplo, el fotón, que se mueve con velocidad c , es una partícula sin masa.

En el ámbito cotidiano, donde las velocidades son bajas, esto es: $v \ll c$, es válida la siguiente aproximación

$$E \cong m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 v^2 + \dots$$

En esta expresión, el primer término, en el miembro derecho, es la energía que posee todo cuerpo en virtud de su masa en reposo. Por su parte, el segundo término corresponde a la usual representación de la energía asociada al movimiento: energía cinética.

Unidades de Trabajo y Energía

El concepto de energía, trasciende más allá del ámbito científico, propagándose a casi todas las áreas de la actividad social, es así como en el lenguaje cotidiano se hace referencia a la energía y el trabajo, a través de un variado número de unidades de medida, algunas de ellas expresando en forma tácita la potencialidad equivalente de ciertas sustancias para producir trabajo.

En particular, en el sistema internacional de medidas (*SI*) la unidad de trabajo y energía es el **Joul**, que se define como el trabajo, que se hace sobre un cuerpo cuando al aplicarle una fuerza constante de un newton, este se desplaza un metro en la dirección de la fuerza. Por su parte, en termodinámica y bio-ciencias es usual el uso de la **caloría**, para cuantificar la potencialidad energética de los sistemas, y es definida como la cantidad de energía necesaria para aumentar la temperatura de un gramo de agua, de $14,5^{\circ}\text{C}$ a $15,5^{\circ}\text{C}$ bajo una presión de una atmósfera. En el contexto de la física atómica, el **Electrónvoltio** es la unidad adecuada, corresponde a la energía que adquiere un electrón al atravesar una región con un voltio de diferencia de potencial. Muchos sistemas comerciales usan el **Kilovatio-hora**, para referirse a la energía consumida o suministrada, siendo esta la energía liberada o consumida por un dispositivo, de mil vatios de potencia, durante una hora. En los sistemas económicos mundiales, se usa el **Tep** y el **Tec**, que representan la energía equivalente a la quema de una tonelada de petróleo o de carbón, respectivamente. Son muy variadas las formas de cuantificar la energía y esto depende del contexto dentro el cual se este haciendo referencia. En la Tabla 1 se muestran algunas de las más conocidas unidades de trabajo y energía, así como sus conversiones.

Tabla 1: Unidades de Trabajo y Energía

	<i>Joul</i>	<i>caloría</i>	<i>Kw-h</i>	<i>e-V</i>	<i>Tep</i>	<i>Tec</i>
<i>joul</i>	1	0,24	$2,78 \times 10^{-7}$	$6,24 \times 10^{19}$	$2,39 \times 10^{-11}$	$3,41 \times 10^{-11}$
<i>caloría</i>	4,18	1	$1,16 \times 10^{-6}$	$2,61 \times 10^{20}$	$9,99 \times 10^{-11}$	$1,42 \times 10^{-10}$
<i>Kw-h</i>	$3,60 \times 10^6$	$8,60 \times 10^5$	1	$2,25 \times 10^{25}$	$8,60 \times 10^{-5}$	$1,23 \times 10^4$
<i>e-V</i>	$1,60 \times 10^{-19}$	$3,83 \times 10^{-20}$	$4,45 \times 10^{-26}$	1	$3,83 \times 10^{-30}$	$5,46 \times 10^{-30}$
<i>Tep</i>	$4,19 \times 10^{10}$	$1,01 \times 10^{10}$	11.630	$2,61 \times 10^{30}$	1	1,43
<i>Tec</i>	$2,93 \times 10^{10}$	$7,03 \times 10^9$	8.138,90	$1,83 \times 10^{30}$	0.7	1

CAPÍTULO 3

PROCESOS TERMODINÁMICOS

Los sistemas físicos considerados en las secciones anteriores exhiben un carácter relativamente simple, ya que la interacción entre los elementos que los conforman puede describirse bajo una acción mecánica, fácil de visualizar. Así la energía en cada sistema, descrita en términos de variables cinemáticas y dinámicas, pudo ser clasificada como externa, asociada al movimiento del sistema como un todo y aquella de carácter interno, al analizar el movimiento de sus partes relativo al centro de masa. En general, cuando el número de elementos de un sistema es muy grande y sus movimientos son altamente caóticos, resulta imposible la descripción mecánica de la energía interna, más aún, cuando el perfil externo tiene un aspecto macroscópico y la descripción interna resulta de carácter microscópico. Por ejemplo, imagínense que un bloque, de masa M , que se desliza por una superficie horizontal con roce, con una velocidad inicial v_0 , como se muestra en la figura 12, se detiene después de recorrer una distancia x .

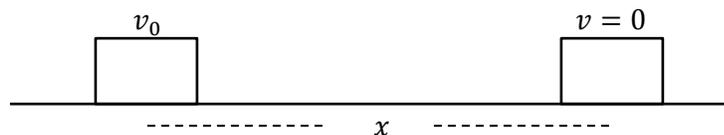


Fig.12 un bloque resbala sobre una superficie horizontal con roce

Evidentemente, cuando el bloque se detiene habrá perdido la energía cinética, como consecuencia del trabajo que realiza la fuerza de roce, pero

¿Qué pasó con dicha energía?

El principio de conservación de la energía asegura que esta no se desvaneció, sino que se transfirió a otros procesos, los cuales no se manifiestan en actividad mecánica

macroscópica del sistema. Un ligero examen muestra un aumento en la temperatura de las superficies en contacto, esto sugiere, que la energía faltante ha sido dirigida hacia procesos microscópicos, tanto del bloque como de la superficie. En particular, en el caso del bloque, bajo un enfoque simple, esta energía puede ser descrita como la energía cinética asociada a las vibraciones de los átomos o moléculas en la red cristalina que conforman el sólido, de tratarse de un líquido a gas, dentro de un recipiente, dicha energía podría asociarse al movimiento que, de acuerdo a los grados de libertad permitidos, pudiesen realizar las partículas constituyentes del sistema. En todo caso, la energía cinética, en este ejemplo, fue distribuida sobre cada molécula o átomo, que compone el sistema, pasando a engrosar la energía interna del mismo,

$$\Delta E_c = -\Delta E_{in}$$

La imposibilidad de una descripción detallada de la energía interna, en términos mecánicos, en cada componente, aun para sistemas relativamente pequeños, sugiere el análisis de esta a partir de otros parámetros de carácter externo, como por ejemplo la temperatura del sistema. La energía interna, propiamente dicha, abarca un amplio rango de ámbitos ocultos hacia (o desde) donde la energía puede fluir, y comprende:

- Energía térmica, E_T , que es proporcional a la temperatura y corresponde a la suma de la energía cinética de cada partícula, vinculada a los niveles de movimientos que estas tienen dentro del sistema.
- Energía potencial de interacción, asociada al acoplamiento entre los diferentes componentes del sistema (interacción de Van der Waals, enlaces químicos, etc.)
- Energía asociada a la estructura intrínseca de cada elemento (molecular, atómica, nuclear)

Bajo ciertas circunstancias la energía también puede transferirse entre estos ámbitos internos y provocar cambios en los rasgos macroscópicos del sistema.

Un proceso que opera bajo la transferencia de energía térmica, es lo que se conoce como **proceso termodinámico**. Dichos procesos, pueden ser de carácter endógeno, si la transferencia se produce entre ámbitos internos, y de origen exógeno, si el intercambio de energía se establece con el entorno del sistema.

En general, **La termodinámica** puede entenderse, de una manera simple y natural, como el área de la física en la que se estudia la relación entre la variación de la energía térmica y la actividad externa de los sistemas. Evidentemente, la dinámica y cinemática del sistema, visto como un todo, están fuera de este contexto.

Definiciones preliminares

Para el estudio de la transferencia de energía, en los procesos termodinámicos, es necesario hacer algunas definiciones preliminares que permitirán una descripción más didáctica de tales fenómenos.

- **Sistema termodinámico**

Se refiere a un cuerpo o un conjunto de cuerpos confinados en una región del espacio. Dicho confinamiento puede ser aislado, si el sistema no puede intercambiar ni materia ni energía con su entorno; cerrado, cuando del sistema no puede salir materia, pero puede establecerse transferencia de energía y abierto cuando se permite tanto la transferencia de materia como de energía.

- **Estado termodinámico**

El estado termodinámico de un sistema quedará especificado por el valor de las variables macroscópicas asociadas a su energía térmica. Si dichas variables, no cambian en el tiempo se dice que el sistema se encuentra en equilibrio termodinámico.

- **Entorno**

El conjunto de elementos fuera de las fronteras de un sistema, con los que este puede interactuar.

- **Contacto térmico**

Dos sistemas están en contacto térmico, cuando existe la posibilidad de transferencia de energía a través de sus paredes.

- **Equilibrio térmico**

Se dice que dos sistemas se encuentran en equilibrio térmico si, estando en contacto térmico, no se produce transferencia de energía.

- **Agitación térmica**

Este término, de apreciación cualitativa, hace referencia al movimiento caótico que pueden mostrar los componentes de un sistema en virtud de la temperatura.

Ley cero de la termodinámica y la definición de temperatura

En el ámbito cotidiano, y en lenguaje coloquial, los términos calor y temperatura son usados indistintamente para referirse a la sensación térmica que se percibe, por ejemplo, en un ambiente cerrado. Por otro lado, es usual, en la vida diaria, entrar en contacto con objetos fríos o calientes y, aunque esta condición es relativa al contexto en el cual se desarrolle la experiencia, da una vaga idea de lo que intuitivamente se concibe como temperatura. También es cierto, que la sensación térmica, puede estar sujeta a la rapidez con la que el cuerpo humano gana o pierde energía al tener contacto con un objeto o con el medio ambiente. Por ejemplo, supóngase que dos objetos, uno hecho de madera y otro de metal, se guardan en un refrigerador y al cabo de un largo rato son sacados al medio ambiente,

¿Cuál de los dos está más frío?

La respuesta a esta pregunta puede estar condicionada por lo que se siente en las manos desnudas al sostener dichos objetos. La sensación térmica que se experimenta es que el objeto de metal está más frío, sin embargo, ambos objetos deben tener la misma temperatura del interior de la nevera (aproximadamente unos tres grados). Igualmente, si los objetos se introducen en un horno y se dejan un cierto tiempo, al sacarlos de allí, la sensación térmica es que el objeto de metal se encuentra más caliente, pero, al igual que antes, ambos deben estar a la misma temperatura. Entonces, la idea de que un objeto se perciba caliente o frío, no es un buen indicativo que permita ahondar en el concepto de temperatura. Entonces cabe la pregunta:

¿Qué es la temperatura?

Para responder a esta pregunta es necesario recurrir a lo que se conoce como la ley cero de termodinámica esta, siendo el principio más fundamental, fue reconocida como tal, posterior⁷ a la formulación de la primera y segunda ley. Dicho postulado se puede entender como sigue:

“Dos sistemas que, separadamente, están en equilibrio térmico con un tercer sistema, se encuentran en equilibrio térmico entre sí”.

⁷ El nombre de ley cero, obedece a que su reconocimiento, por Ralph H. Fowler en 1936, como el principio más fundamental, fue bastante posterior a la formulación de la primera, segunda y tercera ley de la termodinámica.

Esta ley, que parece simple y obvia, resulta de trascendental importancia en la descripción de los procesos termodinámicos. A través de ella se establece la existencia de una propiedad común para todos los sistemas que, independiente de su composición, forma, tamaño o la cantidad de sustancia, caracteriza macroscópicamente el estado térmico, dicha propiedad es lo que se conoce como **temperatura**. Nótese que esta magnitud es carácter intensivo, por lo que no representa la cantidad de energía térmica contenida en el sistema, aunque guarda una estrecha relación con la agitación térmica en este. En términos de esta magnitud, la ley cero asegura que dos sistemas están en equilibrio térmico si tienen igual temperatura. La experiencia diaria nos muestra que al poner en contacto directo dos cuerpos, de diferentes temperaturas, tienden al equilibrio térmico, de tal forma que el cuerpo más caliente tiende a enfriarse, mientras que el de temperatura más baja tiende a subirla. El equilibrio se alcanza al establecerse una temperatura común, designada como la temperatura de equilibrio. La idea de la agitación térmica, asociada a la temperatura, ayuda a entender intuitivamente este proceso, proporcionando una imagen que explica, cualitativamente, el sentido en el que se transfiere la energía, en este enfoque, se interpreta que las partículas con alta rapidez cederán, mediante choques, energía cinética a aquellas de un movimiento caótico más lento, de tal forma que la agitación térmica tiende a homogenizarse en ambos cuerpos.

Es conveniente enfatizar que el equilibrio térmico entre dos cuerpos no representa igualdad en el contenido de energía, pero sí una distribución de la misma que permite que ambos alcancen igual temperatura.

La temperatura, no puede ser definida en términos de otras magnitudes, siendo reconocida en el Sistema Internacional de medidas (SI), como una de las siete magnitudes físicas fundamentales⁸.

Medida y escalas de temperatura

Algunos sistemas muestran un equilibrio térmico constante y esto puede servir para establecer patrones que permitan referenciar los estados termodinámicos de diferentes sistemas. En este sentido, si se asignan valores numéricos, en forma lógica y justificada, a las temperaturas de una serie de estos sistemas patrones, es posible establecer una escala de temperatura. De esta manera, la temperatura de cualquier sistema podrá ser establecida en esta escala, especificando el patrón con el cual el sistema estaría en equilibrio térmico. La

⁸ Se entiende por magnitud fundamental aquel rasgo físico que, por su índole primario, no puede ser derivado de la combinación otras magnitudes.

operatividad de una graduación de este tipo es posible bajo el carácter transitivo de la ley cero. En efecto, un tercer elemento con el, que se constata el equilibrio térmico entre ambos sistemas, servirá de marcador (termómetro).

Entre las escalas de temperatura más usadas se encuentra, la escala ideada por el físico alemán Daniel Fahrenheit, en 1724, en la cual se tomaron como referencias: una mezcla de hielo, cloruro de amonio, sal y agua (mezcla frigorífica), en estado de equilibrio, asignándole el valor 0 (cero) y el cuerpo humano, al cual se le asignó el valor 96. A través del fenómeno de dilatación térmica estas temperaturas pueden ser asociadas a la altura que alcanza una columna de líquido (mercurio, agua, glicerina, alcohol), contenido en un tubo capilar, cuando se establece el equilibrio térmico con los sistemas referenciales. En este sentido, admitiendo un comportamiento lineal de la altura alcanzada, con la temperatura, se logra establecer la unidad en dicha escala, al dividir la diferencia de altura entre los puntos extremos, en un número de partes iguales, en este caso 96. Entonces, la nonagésima sexta parte de esta escala es lo que se conoce como grado Fahrenheit ($^{\circ}F$). Otra de uso frecuente es la centígrada, ideada por el físico sueco Adres Celcius en 1745, en esta se toma como estados referenciales, el punto de congelación y de ebullición del agua a nivel del mar, asignándole los valores 0 y 100 respectivamente. Análogamente al caso anterior, se divide en cien partes iguales y se obtiene así la unidad de temperatura en esta escala: el grado Celcius o centígrado ($^{\circ}C$).

Temperatura absoluta

Uno de los puntos más relevantes, en relación a la temperatura, es el hecho de que existe un valor mínimo, más allá del cual no se puede enfriar un sistema. Se entiende que, en este límite, no existe agitación térmica y, por ende, el sistema no tendrá energía térmica, mostrándose como un medio totalmente inerte. En este sentido, se pueden construir escalas cuyo valor cero esté ajustado a este límite, de forma que para todas existirá un cero absoluto y las temperaturas referidas a ellas tendrán también un carácter absoluto. Por ejemplo, la escala ideada por William Thomson (Lord Kelvin) en 1848, es de este tipo y la unidad de temperatura es el Kelvin⁹ (K) el cual es de igual dimensión que el grado Celcius

$$1 K \equiv 1 ^{\circ}C$$

⁹ Algunos autores se refieren a este como grado absoluto $^{\circ}A$

Siendo esta la unidad de temperatura usada en el sistema internacional. Sobre la misma base, el físico inglés William Rankini, en 1859, propuso la escala, que ahora lleva su nombre, en la que la unidad de temperatura es de igual dimensión que el grado Fahrenheit

$$1 R \equiv 1 {}^{\circ}F$$

Tabla 2: Algunas temperaturas referenciales en diferentes escalas

Escalas de temperatura	Unidad de Temperatura	Temperatura de congelación del agua	Temperatura de ebullición del agua	Temperatura mínima absoluta
Celcius o centígrada	${}^{\circ}C$	0	100	-273,15
Fahrenheit	${}^{\circ}F$	32	212	-460
Kelvin	K	273	373	0
Rankini	${}^{\circ}R$	492	672	0

Transformación de escalas

En la tabla 2, se muestran algunas temperaturas de interés científico, expresadas en las diferentes escalas aquí presentadas, de la cual puede verificarse las siguientes relaciones

$$1 {}^{\circ}C = 1,8 {}^{\circ}F; \quad 1 {}^{\circ}C = 1K; \quad 1 {}^{\circ}F = 1 {}^{\circ}R; \quad 1K = 1,8 {}^{\circ}R$$

Entonces, si un sistema experimenta una variación de temperatura ΔT , que, expresada en la escala centígrada, corresponde a un valor χ , para la escala Kelvin, el valor numérico de dicha variación es exactamente igual, mientras que en las escalas Fahrenheit y Rankini, la misma variación corresponderá a un valor η , tal que

$$\eta = 1,8 \chi$$

Para establecer las transformaciones entre las diferentes escalas, se puede proceder bajo un razonamiento sencillo: la temperatura de cualquier sistema siempre podrá ser expresada como la temperatura, T_0 , de un estado particular, cuya selección es de libre albedrío, más, o menos según sea el caso, una variación a partir de este punto, en esta forma

$$T = T_0 + \Delta T$$

Si se elige como estado particular el punto de congelación del agua entonces se encuentra que, en la escala centígrada, cualquier temperatura podrá ser expresada como

$$T_{\text{o}_C} = (0 \pm \delta) \text{ } ^\circ\text{C}$$

siendo δ la diferencia entre el punto de congelación del agua y la temperatura a la cual se encuentra el sistema, medida en grados centígrados. Por su parte, en la escala Fahrenheit, esta misma temperatura, toma el valor

$$T_{\text{o}_F} = (32 \pm 1,8 \delta) \text{ } ^\circ\text{F}$$

en la escala Kelvin,

$$T_K = (273 \pm \delta) \text{ } K$$

Por último, en la escala Rankini, se encuentra

$$T_{\text{o}_R} = (492 \pm 1,8 \delta) \text{ } ^\circ\text{R}$$

Las últimas tres relaciones representan las transformaciones de temperatura a las diferentes escalas, a partir del valor en la escala centígrada, recombiniéndolas adecuadamente se puede establecer el resto de todas las transformaciones concernientes.

El Calor

El calor ha sido explicado de muy variadas formas a través de la historia, lo cual ha sido motivo de confusión en posteriores interpretaciones. Aún, hoy en día, es muy frecuente oír hablar del “contenido de calor”, en un cuerpo, confundiéndolo con la energía interna. Una de las teorías de mayor aceptación sobre esta materia, fue aquella en la que el calor se identificó como un fluido: *el calórico*, que se pensaba estaba contenido en todos los cuerpos y, la cantidad de este, era la responsable de las características termodinámicas de los sistemas. La teoría del calórico, tuvo una extensa y prolongada difusión en el mundo científico, bajo dicha teoría era posible explicar los estados de la materia, asumiendo que las moléculas de cualquier sustancia estaban en equilibrio entre una atracción molecular y la “presión” que

ejercía el calórico entre ellas, de esta manera un aumento de este fluido podría separarlas y hacer que la materia cambiase de fase. Por otro lado, este enfoque permitía explicar, a través del calórico, la forma en la cual se propagaba el calor de un cuerpo a otro, bajo ciertas condiciones, igualmente se consideraba que este fluido podía “derramarse” al rasgar un cuerpo, esto último explicaba el por qué, a través de la fuerza de roce se podían calentar los objetos. Muchas explicaciones, sobre el comportamiento termodinámico de los objetos, podían obtenerse a la luz de esta teoría, dándole un progresivo prestigio. Sin embargo, las observaciones y reflexiones del físico británico Benjamín Thompson (Conde Rumford), en 1798, en relación al desprendimiento de calor, marcaron una importante discrepancia con dicha teoría. Thompson observó que, bajo un prolongado proceso mecánico de fricción, al taladrar un cañón, el suministro calórico se mostraba inagotable, sin que los elementos en interacción mostraran cambios notables en sus características físicas, esta observación entró en contradicción con la idea del calórico, pues de acuerdo a esta, dicho fluido tendería a agotarse. Estas observaciones, y otras anteriores, condujeron a desechar la idea del calórico e identificar el calor como una forma de energía.

Calor y Energía Térmica

El calor es tal vez el término, de naturaleza termodinámica, de mayor uso en el vocablo popular y en una gran variedad de contextos se interpreta como una cantidad contenida en los sistemas admitiéndolo proporcional a la temperatura, siendo esto una evidente confusión con lo que se conoce como energía térmica. La calorimetría es una técnica que se desarrolló en base a la creencia del calórico, bajo la cual, se determinaba la cantidad de calor contenida en un sistema. Establecida definitivamente la naturaleza del calor, se hace necesario reinterpretar las cantidades involucradas en este contexto. Es así, como surgen las preguntas pertinentes:

¿Qué es la energía térmica?

¿Qué es el calor?

¿Qué relación hay entre ellos?

La energía térmica E_T , puede entenderse como la parte de la energía interna que está asociada a la temperatura, es esta cantidad que, se entiende, está contenida en los sistemas y que resulta de la contribución de la energía cinética, en todas sus formas (traslación, rotación, vibración), de las partículas componentes. Evidentemente, la energía térmica está asociada a la agitación térmica y por lo tanto a la temperatura, tal que

$$\Delta E_T \propto \Delta T$$

Partiendo del hecho de que en el cero absoluto la energía térmica es nula, se acostumbra expresarla en la forma,

$$E_T \propto T_A$$

donde T_A , es la temperatura absoluta y en esta forma, como es de esperar, la energía térmica solo podrá tomar valores positivos.

Por su parte, el calor es energía que, transitando entre sistemas (o entre partes internas de estos), puede ser absorbida o desprendida como energía interna, en esta forma es razonable pensar que el calor pueda modificar la temperatura de un sistema, aunque la relación con esta solo puede establecerse si se conoce la fracción que es absorbida como energía térmica. Se encuentra, que el calor transita espontáneamente, desde las zonas de temperatura relativamente alta hacia aquellas que se encuentran a menor temperatura y convencionalmente se acepta que el calor es positivo cuando se absorbe, mientras que cuando se emite se toma como negativo. Así, entre dos cuerpos, en contacto térmico, se establece la transmisión de calor, si están a diferente temperatura, tal que el calor que es emitido por el cuerpo caliente es absorbido por el cuerpo frío, la expresión:

“El calor absorbido es igual al calor emitido”

de uso muy común en el contexto termodinámico, es una consecuencia del principio de conservación y se refiere a la cantidad de energía que como calor absorbe un cuerpo, luego de que esta ha sido despedida de un primer cuerpo.

Tal como se esboza en la figura 1, la energía en tránsito no está asociada al estado de los sistemas, aunque la emisión o absorción de esta lo modifica. La ecuación (1), que fundamentalmente expresa el principio de conservación de la energía, puede ser reescrita en este contexto de la forma

$$Q + W = \Delta E_T + \Delta E_R \quad (45)$$

En esta ecuación, W representa el trabajo, que corresponde a la trasmisión de energía mediante procesos mecánico y en este contexto, solo estaría asociado a la modificación de las dimensiones del sistema por una acción dinámica sobre este, por su parte, ΔE_T , representa la variación de energía térmica, mientras que ΔE_R , representa la variación del resto de energía interna.

Trabajo debido a la variación de volumen

En la figura 13, se muestra un cuerpo que se comprime, en la dirección horizontal, mediante una fuerza constante \vec{F} . El trabajo que esta fuerza realiza, sobre el cuerpo, es

$$W = F\Delta x$$

Conviene expresar la acción del medio a través de la presión,

$$P = \frac{F}{A}$$

donde A representa el área que soporta la fuerza, en este caso corresponde a la cara izquierda del objeto en la figura, así

$$W = PA\Delta x$$

Siendo el volumen comprimido $\Delta V = A\Delta x$, se tiene que

$$W = P\Delta V \tag{46)}$$



Fig.13 un objeto comprimido por una fuerza horizontal que reduce su dimensión horizontal una distancia Δx

La ecuación (46) puede ser extendida a la acción del entorno sobre objetos de cualquier forma sometidos a la acción de una presión constante. En un caso general,

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P dV \tag{47)}$$

La última expresión, corresponde al trabajo hecho sobre el cuerpo cuando este varía sus dimensiones de un volumen V_1 hasta un volumen V_2 , bajo una presión variable ejercida uniformemente sobre la superficie.

Ya que el cuerpo no se mueve, solo cambia de forma, la transferencia de energía estará dirigida hacia la parte interna del objeto. Por otro lado, si el cuerpo se expande bajo las mismas circunstancias, es entonces este el que realiza trabajo sobre el entorno a expensa de su energía interna, en este caso, conviene expresar el trabajo en término de la presión interna del sistema P_{int} ,

$$W = \int_{V_1}^{V_2} P_{int} dV \quad (48)$$

Comportamiento termodinámico de sólidos y líquidos

La expresión (45), puede describirse como

$$P\Delta V + Q = \Delta E_T + \Delta E_R \quad (49)$$

Esta expresión permite el análisis termodinámico de cualquier sistema, pero puede simplificarse considerando las condiciones en la que se experimentan los cambios y las características físicas del sistema tratado. En general, las sustancias se pueden clasificar, de acuerdo a su estado de agregación, como: sólidas, líquidas y gaseosas. Un sólido es definido como una sustancia que posee volumen y forma propia, por su parte los líquidos, poseen volumen propio, sin embargo, toman la forma del recipiente que los contiene, los gases, por su parte, no poseen ni volumen ni forma propia. Otra característica de interés físico de las sustancias es su compresibilidad y se encuentra que sólidos y líquidos son poco compresibles mientras que los gases presentan alta compresibilidad.

Un sólido ideal puede definirse como una sustancia de compresibilidad cero, tal que no es posible que se contraiga bajo los efectos de presión. La imagen de un sólido ideal, es un buen modelo para representar el comportamiento de los cuerpos rígidos de uso cotidiano sometidos a presiones moderadas, en cuyos casos, la variación de volumen por la acción dinámica resulta insignificante ante las dimensiones del sistema. En esta condición, la ecuación (49) se reduce a

$$Q = \Delta E_T + \Delta E_R$$

El primer término, en el miembro derecho de esta última ecuación, se refiere a la energía cinética de las moléculas, que en este caso corresponde a la vibración de estas en sus posiciones en la red cristalina. Por su parte, el segundo término, representa la variación de energía que puede estar ligada a procesos como la interacción entre las moléculas o los enlaces químicos, que podrían cambiar la estructura del sistema, o a procesos intra-atómicos o nucleares, que, entre otras cosas, pueden originar la emisión o absorción de radiación. En condiciones ordinarias, y bajo ciertos rangos de variaciones, estos últimos procesos están ausentes, tal que la ecuación para describir la termodinámica de los sólidos se reduce a

$$Q = \Delta E_T \quad (50)$$

Esta ecuación describe la termodinámica de los sólidos mientras no existan cambios de estructura. Es tal vez la interpretación de esta expresión lo que conduce a la confusión entre calor y energía interna. Nótese que la energía térmica es proporcional a la temperatura, por lo tanto, no es incorrecto escribir (48) de la forma

$$Q = C\Delta T \quad (51)$$

Sin embargo, es **incorrecto** interpretar esta expresión aduciendo que

“El calor es proporcional a la temperatura”

Realmente, lo que es proporcional a la temperatura es el cambio de energía térmica, que, en estos casos, donde el trabajo es nulo y no hay transferencia de energía hacia otros procesos, es igual al calor absorbido o emitido por el sistema.

Capacidad calórica y el calor específico

La ecuación (51) muestra el comportamiento térmico de un cuerpo sólido al suministrarle (o extraerle) calor, la variable C , conocida como capacidad calórica o calorífica, expresa cuantitativamente la sensibilidad que presenta el sistema para variar su temperatura en relación a la cantidad de calor suplido y esto, puede variar de acuerdo a las características de dicho sistema. Esta variable que depende, entre otros factores, de la cantidad y el tipo de sustancias, es de carácter extensivo y experimentalmente se determinó que también depende del estado térmico en el que se encuentre el sistema, o sea de la temperatura, esto

último hace de (51) una ecuación no lineal. Sin embargo, bajo ciertos rangos de temperatura esta dependencia puede ser ignorada y así tratar la capacidad calórica como una constante, particular, de cada sistema.

Puesto que la capacidad calórica depende de la cantidad de material, esto es, de la masa o el número de moles según se haga referencia, conviene una descripción que particularice el comportamiento térmico del material constituyente. Para tal fin, se definen las cantidades

$$c_m \equiv \frac{C}{m} \quad (52)$$

y

$$c_n \equiv \frac{C}{n} \quad (53)$$

donde m y n representan la masa y el número de moles del sistema, respectivamente, siendo (52), la capacidad calórica por unidad de masa o calor específico másico, mientras que (53) representa la capacidad calórica por mol o calor específico molar de la sustancia constituyente. Ambas variables, de carácter intensivo, representan propiedades específicas del material.

Ahora la ecuación (49) puede ser reescrita en términos de estos parámetros

$$Q = mc_m\Delta T \quad (54)$$

o

$$Q = nc_n\Delta T \quad (55)$$

En el caso de las sustancias líquidas, también pueden tratarse, en buena aproximación, como sistemas de baja compresibilidad, así, bajo las mismas consideraciones anteriores, son válidas las ecuaciones (54) y (55), para el análisis calorimétrico de estos sistemas.

Ecuación calorimétrica

Las ecuaciones (54) o (55), pueden aprovecharse, en el axioma sobre el calor cedido y absorbido, para establecer una ecuación que describa el comportamiento termodinámico de un sistema aislado de N cuerpos, que estando a diferentes temperaturas, se ponen en contacto térmico. En efecto, luego de un complejo proceso de emisión y absorción de calor, al

alcanzar el equilibrio todos los cuerpos se encontrarán a igual temperatura T , en este punto, los cuerpos que inicialmente estaban más fríos finalizaran relativamente calientes y viceversa. Para el i -ésimo cuerpo, se tiene

$$Q_i = m_i c_i (T - T_i)$$

donde m_i es la masa, c_i es el calor específico y T_i es la temperatura inicial. Nótese que sí

$$\begin{cases} T > T_i & Q_i > 0, \text{ habrá absorbido calor} \\ T < T_i & Q_i < 0, \text{ habrá cedido calor} \end{cases}$$

y debe cumplirse que

$$m_1 c_1 (T - T_1) + m_2 c_2 (T - T_2) + m_3 c_3 (T - T_3) + m_4 c_4 (T - T_4) + \dots \dots \dots m_N c_N (T - T_N) = 0$$

o

$$\sum_{i=1}^N m_i c_i (T - T_i) = 0 \quad (56)$$

La expresión (56), se entiende como la ecuación fundamental en una aplicación de calorimetría: **Ecuación Calorimétrica**. Es importante aclarar que para la aplicación de esta ecuación se debe estar seguro de que no existen otros procesos que consuman energía, como cambios de fase o reacciones químicas.

Cambios de fase

La interacción entre moléculas se realiza a través de las llamadas fuerzas de Van Der Waals, estas, aunque más débiles que los enlaces químicos, logran formar las estructuras que exhiben los materiales. El estado de agregación de las sustancias está determinado por la intensidad de dichas fuerzas, tal que en los sólidos éstas son relativamente intensas y definen su rigidez y dureza, en los líquidos resultan un poco más débiles y, consecuentemente, hacen de estos un material más blando, fácil de romper y en los gases resultan prácticamente nulas, es la razón por lo que estos no poseen forma ni volumen propio.

¿Qué origina que una sustancia cambie de fase?

Es evidente que una sustancia cambiará su estado de agregación por la modificación de las fuerzas intermoleculares, estas, de muy corto alcance, son básicamente de origen electrostático y, aunque varían con el tipo de sustancia, fundamentalmente guardan una proporcionalidad con la distancia de separación intermolecular de la forma

$$F_M \propto \frac{1}{R^k}$$

donde R es la separación promedio entre moléculas y k un número de valor positivo mayor que dos. Esta fuerza decae rápidamente en la medida que las moléculas se separan, originando variaciones en los estados de agregación y, en consecuencia, provocando los cambios de fase. Para inducir la separación entre las moléculas es necesario suplir energía en el sistema que pueda ser usada para aumentar la energía potencial intermolecular.

En un cuerpo sólido, cada molécula se encuentra en movimiento vibratorio en torno a una posición promedio, de esta forma, ocupa un volumen efectivo cuyas dimensiones dependen de la amplitud de las oscilaciones, como se muestra en la figura 14 (a), al absorber calor, la agitación térmica aumenta, y consecuentemente la temperatura, aumentando también la amplitud de las vibraciones, figura 14 (b), esto explica, en términos sencillos, el fenómeno de dilatación térmica de los cuerpos. En este sentido, es posible alcanzar una situación crítica, en la cual los volúmenes efectivos se superponen, figura 14 (c), ocasionando que las moléculas comiencen a chocar, literalmente las moléculas se empujan unas contra otras, provocando una progresiva separación entre sus posiciones de equilibrio, figura 14 (d), lo cual se traduce en un aumento de energía potencial intermolecular. En esta forma, la energía que absorbe el sistema como calor, pasa a formar parte de la energía potencial intermolecular y, por lo tanto, no se modifica la agitación térmica, permaneciendo constante la temperatura hasta que se alcance una nueva configuración estable, donde las fuerzas intermoleculares serán más débiles. Es así como el sistema habrá experimentado un **cambio de fase**, pasando de un estado sólido a un estado líquido. Nótese que este proceso se inicia cuando se ha alcanzado una temperatura T_F , ajustada a la agitación térmica crítica, a esta se le denomina temperatura de fusión. Completado este ciclo, el sistema puede seguir absorbiendo calor y consecuentemente aumentando la temperatura, hasta que se alcance una nueva situación crítica, repitiéndose todo el proceso. En estas circunstancias la separación intermolecular puede ser lo suficientemente grande como para que desaparezcan las ligaduras y las moléculas se muevan libremente, ocurriendo el cambio de fase de estado

líquido a estado gaseoso. La temperatura a la cual se inicia este nuevo proceso se le conoce como temperatura de vaporización T_V . Así mismo, los cambios de fase pueden ocurrir en sentido inverso, en estos casos, los procesos, que ahora corresponden a emisión de calor, se inician con las mismas temperaturas, por ejemplo, si una sustancia pasa de gas a líquido, el proceso se llama licuefacción y se inicia cuando el sistema baja la temperatura hasta el valor T_V . Igualmente, el paso de líquido a sólido comienza cuando el sistema alcanza la temperatura T_F y se le llama solidificación o congelación. El proceso en el que la sustancia pasa directamente del estado sólido al estado gaseoso se le denomina sublimación y en sentido contrario, sublimación inversa.

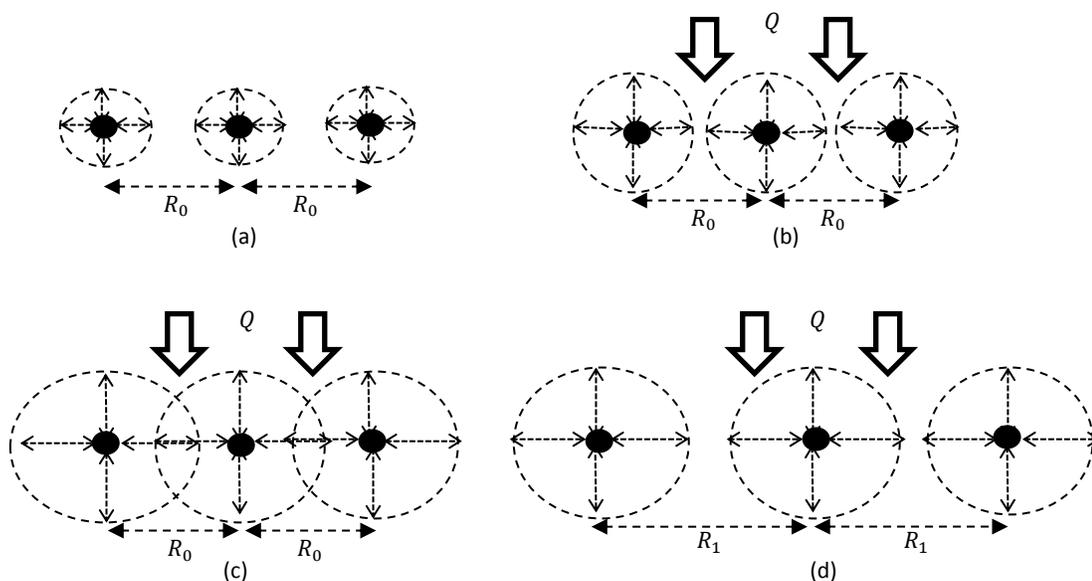


Fig.14 Moléculas vibrando en torno a su posición de equilibrio en un cuerpo sólido

Aunque las temperaturas críticas, a la cual ocurren los cambios de fase, presentan alguna dependencia con la presión circundante, estas son características de cada sustancia, estando asociadas a la estructura molecular. Sin embargo, existen situaciones en las que la temperatura no define el cambio, quedando de manifiesto que es la cantidad de calor absorbido o emitido por el sistema el motor principal que genera estos procesos. En particular, el fenómeno de vaporización puede presentarse en dos formas:

- **Evaporación.** En este caso el paso de líquido a vapor se produce en la superficie de las sustancias, debido a que las moléculas, en estas zonas, pueden adquirir la energía necesaria para vencer la atracción intermolecular a una tasa mayor de la que puede difundirse la energía a través del cuerpo. En estas circunstancias las

moléculas de la superficie se desligan del material aún, cuando este no haya alcanzado la temperatura crítica.

- Ebullición. Esta situación se origina cuando el proceso de vaporización comienza en el interior del líquido, provocando la formación de burbujas que se desplazan hacia la superficie libre. Para que esto ocurra, el sistema debe haber alcanzado la temperatura de vaporización, también es llamada temperatura de ebullición. Evidentemente, de acuerdo a lo expuesto anteriormente, mientras el líquido permanezca en este estado (hirviendo), la temperatura permanece constante.

Calores latentes

La temperatura, a la cual se producen los cambios de fase, es propia de cada sustancia, pero el calor, que debe absorber o emitir el sistema, para que se efectúen estos procesos, depende de la cantidad de material. Sin embargo, el consumo de energía, en dichos cambios, está estrechamente vinculado a la estructura molecular de las sustancias, esto sugiere la caracterización de las distintas sustancias a través de una cantidad que especifique el modo particular en el que estas emiten o ceden calor. En este sentido, se define **el calor latente L** , para un determinado cambio de fase, como el calor, que el sistema absorbe o emite, por unidad de cantidad de material (masa o números de moles),

$$L_T \equiv \frac{\Delta Q}{CM}$$

donde el subíndice T , hace referencia al tipo de transformación (fusión, vaporización, ebullición, etc.), ΔQ representa el calor absorbido o emitido por el sistema al completar el proceso y CM , la cantidad de material, representada, esta última, a través de la masa M o el número de moles n del sistema. En esta forma, si un sistema constituido por una sustancia particular S , se derrite completamente al suministrarle una cantidad de calor ΔQ_F , entonces, el calor latente de fusión por unidad de masa, de dicha sustancia, es

$$L_F = \frac{\Delta Q_F}{M}$$

o, el calor latente molar de fusión

$$L_{nF} = \frac{\Delta Q_F}{n}$$

Estos valores identifican las sustancias, en cuanto a su comportamiento calorimétrico, ante una transformación de fase. Entonces, el calor que absorbe o cede, un sistema, durante un cambio de fase está dado por

$$\Delta Q = mL_k \quad (57)$$

o

$$\Delta Q = nL_{nk} \quad (58)$$

Ya que convencionalmente se acepta que el calor absorbido es positivo y negativo cuando es cedido, es fácil la asignación de signos en los distintos procesos de cambio de fase. Así, en la ecuación (54), se deben agregar términos extras, del tipo (57) o (58), si en los procesos de intercambio de calor algunos de los elementos alcanzan las temperaturas críticas para que ocurra un cambio de fase, poniendo atención sobre la absorción o emisión calor para asignarle el respectivo signo. Por ejemplo, supóngase que se quiere calentar, hasta la temperatura ambiente T_{am} , una masa m de hielo, que originalmente se encuentra a una temperatura T_i , por debajo del cero. La fusión del agua ocurre a cero grados centígrados, entonces el hielo inicialmente se calentará hasta alcanzar cero grados, luego comenzará a derretirse manteniendo esta temperatura constante y, posterior a este proceso, se calentará nuevamente, ahora como agua líquida, hasta la temperatura ambiente, y el calor total absorbido por la muestra será,

$$Q = mc_h(0 - T_0) + mL_f + mc_a(T_{am} - 0)$$

En esta expresión, c_h es el calor específico del hielo, L_f , el calor latente de fusión del agua y c_a , representa el calor específico del agua en su fase líquida.

Es extenso el número de texto y publicaciones donde se tabulan los valores de las temperaturas y calores latentes de fusión y vaporización, además de los calores específicos, de una gran variedad de sustancias, por lo que es inmediato el acceso a la información de las características térmicas de casi todos los materiales de manejo común.

Comportamiento termodinámico de los gases

Los gases son las sustancias más emblemáticas para un estudio termodinámico, su notable compresibilidad permite la exploración completa que sugiere la ecuación (49). En un gas los componentes (moléculas o átomos), en promedio, se encuentran lo suficientemente distantes tal que las fuerzas de Van Der Waals son prácticamente nulas, así pueden moverse libremente, interactuando solo a través de choques. Un modelo para describir, en forma sencilla, el comportamiento de estas sustancias es el que se conoce como gas ideal. En este modelo los choques entre las partículas son de tipo elásticos conservándose la energía cinética, por lo que no pueden conformar estructuras y, consecuentemente, no hay posibilidad de cambios de fase. Desde el punto de vista macroscópico, las variables termodinámicas, temperatura, presión y volumen, de un gas ideal en equilibrio, guardan la siguiente relación

$$PV = nRT \quad (59)$$

donde P , es la presión que ejerce el gas sobre el contenedor: presión interna, n es el número de moles y R , la constante de los gases. Esta expresión, que corresponde a una manifestación macroscópica del comportamiento interno de las partículas, se conoce como ecuación de estado de un gas ideal y se ajusta muy bien a la conducta de los gases reales, bajo condiciones moderadas de presión y temperatura.

Supóngase un gas ideal, constituido por N partículas de masa m que se mueven en todas las direcciones con diferentes velocidades, confinado en un cubo de volumen V , como el mostrado en la figura 15 (a). La energía térmica en dicho gas es la suma de las energías cinéticas individuales, entonces

$$E_T = \frac{1}{2} m \sum_{i=1}^N v_i^2 \quad (60)$$

en esta expresión v_i es la velocidad de la i -ésima partícula respecto al centro de masa del sistema. Por otro lado, la cantidad de movimiento lineal total es nula, tal que

$$\sum p_{x_i} = 0; \quad \sum p_{y_i} = 0; \quad \sum p_{z_i} = 0;$$

Para un sistema de muchas partículas, se encuentra que, estadísticamente, esto es equivalente a que un sexto del número de partículas se mueva en la dirección $+x$, con igual velocidad v_c , mientras que otro sexto se mueva en sentido opuesto, con igual velocidad, lo mismo para las direcciones y y z , figura 15 (b).

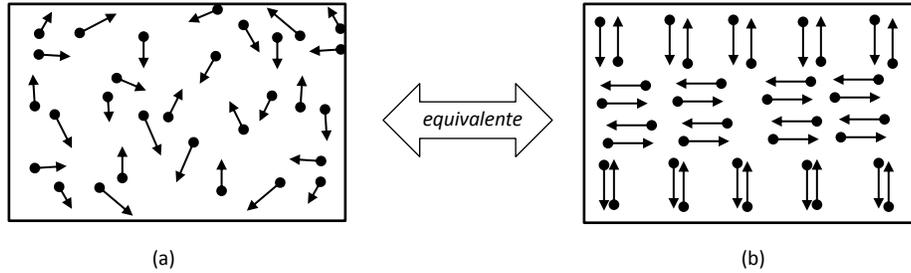


Fig.15 (a) gas confinado en un volumen V; (b) Equivalente estadístico

Por otro lado, la energía cinética, en el sistema equivalente estadístico, corresponde a

$$E'_c = N \frac{p^2}{2m} = N \left(\frac{1}{2} m v_c^2 \right) \quad (61)$$

donde $p = m|v_c|$, es el módulo de la cantidad de movimiento de cada partícula. Ahora bien, si v_c^2 , coincide con la velocidad cuadrática promedio del sistema real,

$$v_c^2 = \overline{v^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N v_i^2,$$

entonces la energía cinética E'_c , en el sistema equivalente, es la misma que en el sistema real,

$$E'_c = E_T \propto T$$

Es así, como ambos sistemas, real y equivalente, tienen las mismas características macroscópicas, esto es, el mismo volumen V , igual temperatura T y, consecuentemente, de acuerdo a (57), la misma presión.

La presión es consecuencia de los incesantes choques que reciben las paredes del contenedor, estos generan una fuerza que, en promedio, se mantiene constante, mientras el sistema está en equilibrio. Evidentemente la magnitud de tal fuerza dependerá de la

frecuencia y la intensidad de los choques, o sea de la cantidad de sustancia y de la agitación térmica. La presión está definida como la fuerza por unidad de área,

$$P \equiv \frac{F}{A}$$

La fuerza, en cada cara del cubo, puede obtenerse a partir de la segunda ley de Newton,

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

En el sistema equivalente, en todo momento, un sexto del total de partículas se dirige hacia alguna de las caras del cubo, con velocidad v_c , de tal forma que el tiempo que tarda una partícula en ir de una cara a otra, es

$$\Delta t_l = \frac{l}{v_c},$$

donde l es la arista del cubo, en este intervalo se producirán $\frac{N}{6}$ choques contra alguna de las paredes. En la medida en que ocurren las colisiones las partículas van invirtiendo progresivamente su cantidad de movimiento lineal. De esta manera, el grupo de partículas, que inicialmente se mueven en un sentido, con una cantidad de movimiento total,

$$p_{0T} = -\frac{N}{6}mv_c,$$

después de un intervalo Δt_l , se encontrará moviéndose en sentido contrario, y la cantidad de movimiento será

$$p_{fT} = \frac{N}{6}mv_c,$$

Entonces, el cambio total de la cantidad de movimiento será,

$$\Delta p_T = p_{fT} - p_{0T} = \frac{N}{3}mv_c$$

Así, la fuerza promedio que soporta cualquiera de las caras del cubo, en el tiempo Δt_l , es

$$F = \frac{N}{3} \frac{mv_c}{\Delta t_l} = \frac{N}{3} \frac{mv_c^2}{l}$$

y la presión interna, por lo tanto, será

$$P_{in} = \frac{F}{l^2} = \frac{N m v_c^2}{3 V}$$

En términos de la energía térmica, se obtiene

$$P_{in} = \frac{2 E_T}{3 V} \quad (62)$$

Al comparar (62) con la ecuación de estado (59), se deduce que, para un gas ideal,

$$E_T = \frac{3}{2} nRT$$

la ecuación (47), ahora toma ahora la forma

$$P\Delta V + Q = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

el primer término de esta ecuación, representa el trabajo que hace el entorno sobre el sistema, mediante la presión externa, tomada aquí como constante; por otra parte, el cambio de temperatura pareciera ser uniforme y simultáneo en todo el sistema, lo que no es cierto, pues la temperatura solo será homogénea en los estados de equilibrio. Para una descripción más precisa conviene escribir esta relación en términos diferenciales,

$$PdV + dQ = \frac{3}{2} nRdT \quad (63)$$

de esta forma, se interpreta que los cambios que se producen en el sistema son lo suficientemente pequeños como para considerar que este se aleja muy poco de los estados de equilibrio. Bajo esta prescripción se puede analizar la evolución de un sistema, como una secuencia de estados en equilibrio.