

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERIA
DOCTORADO EN CIENCIAS APLICADAS**

**MODELO DE DAÑO PARA PORTICOS PLANOS
DE ACERO BAJO CARGAS HISTERÉTICAS**

por:

Rafael José Febres Cedillo

**TESIS DE GRADO PRESENTADA COMO REQUISITO PARCIAL
PARA LA OBTENCIÓN DEL DOCTORADO EN CIENCIAS
APLICADAS**

MÉRIDA, VENEZUELA

ABRIL 2002

Tutor:

Dr. Julio Flórez López

Dedico esta tesis a mis hijos, Maria Gabriela y Rafael Enrique, quienes son la razón de mi vida. Le pido a Dios me regale el tiempo suficiente para compensar todos los momentos que les he robado.

A mi esposa, Indira, mi gran amor, por el apoyo incondicional que me has dado durante tanto tiempo y sin el cual no hubiera sido posible culminar este trabajo. Gracias por compartir tu vida conmigo.

A mis padres y hermanos, por su gran ayuda y comprensión. Siempre he contado con ustedes y son parte integrante de mi corazón.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco profundamente a la Universidad de Los Andes y en especial a las autoridades de la Facultad de Ingeniería y compañeros del Departamento de Estructuras por haberme brindado la oportunidad de llevar a cabo uno de mis mas grandes anhelos.

Quiero agradecer de modo muy especial a mi tutor, Dr. Julio Flórez López por su valiosa guía en el desarrollo de este trabajo. Difícilmente se encuentra un mejor ejemplo de amor por la investigación y deseo de compartir con otros los conocimientos adquiridos. Ha sido un doble honor ser su tesista y ser su amigo.

A los compañeros del grupo de investigación que me acompañaron en esta aventura, Denis Avon, Alexis López, Maria Eugenia Marante y Ricardo Picón, quienes compartieron muchos de sus conocimientos y facilitaron el camino a la culminación de este trabajo.

A mi amigo querido, Dr. Pether Inglessis. Gracias por todos tus regaños, consejos, comentarios, discusiones, acuerdos y desacuerdos; pero sobre todo, un millón de gracias por ser mi amigo incondicional.

A mis compañeros del Laboratorio de Materiales y Ensayos de la Universidad de Los Andes, Elisaul, Oneyde y Rafael, por su desinteresada colaboración en la realización de la parte experimental en conjunto con mis queridos alumnos los Ingenieros Yesenia Lacruz y Luis B. Fargier.

Agradezco asimismo a los integrantes de mi jurado de tesis, quienes dedicaron mucho de su valioso tiempo en la revisión y mejoramiento de este trabajo.

Gracias a todos

CONTENIDO

DEDICATORIA.....	II
AGRADECIMIENTOS.....	III
LISTA DE FIGURAS.....	VI
LISTA DE TABLAS.....	IX
CAPÍTULO 1.- INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Planteamiento del problema.....	1
1.2 Normativas referentes al pandeo local.....	3
1.3 Enfoques iniciales del problema del pandeo local.....	9
1.4 Modelo basado en Resistencia de Materiales.....	10
1.5 Modelos basados en la Teoría de Cáscaras.....	12
1.6 Modelo basado en la Teoría del Daño Concentrado.....	14
1.7 El presente trabajo.....	16
CAPÍTULO 2.- ANÁLISIS EXPERIMENTAL DEL PANDEO LOCAL	
BAJO CARGAS MONOTONICAS DE FLEXION.....	19
2.1 Descripción del ensayo.....	19
2.2 Descripción de resultados.....	23
2.3 Resultados de los ensayos monotónicos.....	25
CAPÍTULO 3.- PANDEO LOCAL.....	28
3.1 Modelado del pandeo local bajo cargas monotónicas.....	28
3.2 Ley de Evolución del pandeo local.....	31
3.3 Ley de Evolución de la Rotación Plástica.....	37
3.4 Resultados de la aplicación del modelo planteado.....	41
CAPÍTULO 4.- ANÁLISIS EXPERIMENTAL DEL PANDEO LOCAL	
BAJO CARGAS CÍCLICAS.....	46
4.1 Descripción del ensayo.....	46
4.2 Descripción de resultados.....	49
CAPÍTULO 5.- MODELADO DEL PANDEO LOCAL BAJO	
CARGAS CÍCLICAS DE FLEXION.....	53
5.1 Limitaciones del modelo con una variable de daño por rótula.....	53
5.2 Unilateralidad de la Ley de Estado.....	55

5.3 Unilateralidad de la Función de Fluencia.....	60
5.4 Contrapandeo en ensayos histeréticos.....	62
5.5 Mecanismos físicos del pandeo unilateral y contrapandeo.....	69
5.6 Resumen del modelo planteado ante cargas cíclicas de flexión y resultados obtenidos de su aplicación.....	71
CAPÍTULO 6.- IMPLEMENTACIÓN Y SIMULACIÓN NUMÉRICA.....	75
6.1 Cinemática y Dinámica de Pórticos planos.....	75
6.2 Formulación de los problemas: Global y Local.....	84
6.3 Análisis de Pórticos Elastoplásticos con pandeo local.....	86
6.4 Implementación numérica.....	89
CAPÍTULO 7.- ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS APORTICADAS CON PANDEO LOCAL.....	97
7.1 Identificación de los parámetros del modelo.....	97
7.2 Verificación del modelo. Caso monotónico.....	105
7.3 Comprobación del modelo propuesto en el caso de pórticos planos- Modelo experimental.....	105
CAPÍTULO 8.- CONCLUSIONES Y REFERENCIAS.....	118
8.1 Conclusiones.....	118
8.2 Referencias.....	120
ANEXO.....	124
Artículos derivados de esta tesis.....	124

LISTA DE FIGURAS

FIGURA

1.1 Dimensiones consideradas en la tabla 1.1.....	6
1.2 Comportamientos elastoplásticos.....	8
1.3 Modelo de Sohal y Chen.....	11
1.4 Modelado de pandeo local en elementos tubulares por medio de elementos de placa o membrana.....	14
2.1 Esquema del equipo utilizado para los ensayos.....	20
2.2 a) Modelo de prueba. b) Historia de prueba monotónica.....	20
2.3 Viga-columna elástica con rótula inelástica en el extremo derecho.....	21
2.4. Etapas del ensayo. a)Etapa lineal b) Etapa no lineal c) Etapa de deterioro.....	22
2.5 Pandeo local en probeta de ensayo.....	24
2.6 Pandeo local en probeta de ensayo.....	24
2.7 Curvas Fuerza-deflexión en ensayos monotónicos.....	25 y 26
2.8 Variación de la rigidez en ensayos monotónicos.....	26
3.1 Deformaciones y esfuerzos generalizados.....	28
3.2 Modelo de inelasticidad concentrada.....	29
3.3 Modelo de inelasticidad concentrada.....	31
3.4 Pendiente de descarga elástica vs. deflexión.....	32
3.5 Daño vs. Deflexión.....	33
3.6 Daño vs. rotación plástica de la rótula en ensayos monotónicos.....	34
3.7 Obtención de valores de p_{cr} y b según Inglessis.....	36
3.8 Comparación de valores de $R(d_i)$ según modelos.....	37
3.9 Distribución de esfuerzos. a)Cuando se alcanza m_e b)Al alcanzar m_y	38
3.10 Relaciones momento-curvatura para diferentes secciones.....	39
3.11 Relaciones momento-rotación según ecuaciones 3.14 y 3.15.....	39
3.12. a)Ensayo monotónico N° 1 b)Simulación N° 1.....	42
3.13. a)Ensayo monotónico N° 2 b)Simulación N° 2.....	42
3.14. a)Ensayo monotónico N° 3 b)Simulación N° 3.....	42
3.15 a)Ensayo monotónico N° 4 b)Simulación N° 4.....	43
3.16 a)Ensayo monotónico N° 5 b)Simulación N° 5.....	43
3.17 Comportamiento general y parámetros dominantes.....	45
4.1 a) Modelo de prueba. b) Historia de prueba histerética.....	48
4.2. Etapas del ensayo. a) Lineal b) No lineal c) Etapa de deterioro.....	49

4.3 Curva Fuerza vs. Deflexión probeta histerética 1.....	50
4.4 Curva Fuerza vs. Deflexión probeta histerética 2.....	51
4.5 Curva Fuerza vs. Deflexión probeta histerética 3.....	51
4.6 Curva Fuerza vs. Deflexión probeta histerética 4.....	51
4.7 Pandeo local ante cargas cíclicas.....	52
5.1 Modelo de Ingressis ante cargas monotónicas.....	54
5.2 Modelo de Ingressis ante cargas histeréticas.....	54
5.3 Pandeo local caso monotónico.....	56
5.4 Pandeo local caso histerético.....	56
5.5 Elemento estructural con daño unilateral.....	57
5.6 Ensayo Histerético 3.....	58
5.7 Pendientes de descarga elástica ensayo histerético 3.....	58
5.8 Ensayo mixto.....	61
5.9 a) Caso Monotónico b) Caso Histerético.....	63
5.10. Comparación entre caso monotónico y caso histerético	63
5.11. a) Caso Monotónico b) Caso Histerético.....	65
5.12 Comparación entre caso monotónico y caso histerético.....	65
5.13 Comparación de caso monotónico e histerético.....	67
5.14 Probeta durante un ciclo de carga.....	68
5.15 Probeta al final del ciclo de carga.....	68
5.16 Mecanismo de pandeo local unilateral.....	70
5.17 a)Ensayo cíclico N° 1 b)Simulación N° 1.....	73
5.18 a)Ensayo cíclico N° 2 b)Simulación N° 2.....	73
5.19 a)Ensayo cíclico N° 3 b)Simulación N° 3.....	74
5.20 a)Ensayo cíclico N° 4 b)Simulación N° 4.....	74
5.21 a)Ensayo "Mixto" b)Simulación "Mixto".....	74
6.1. Sistema aporticado plano.....	75
6.2. Desplazamientos generalizados del nodo i.....	76
6.3. Deformaciones generalizadas positivas del miembro i – j	77
6.4. Deformaciones generalizadas por desplazamientos infinitesimales.....	78
6.5. Configuraciones físicas del miembro.....	80
6.6. Esfuerzos generalizados en un miembro en un pórtico plano.....	81
6.7. Flujograma general.....	90
6.8. Flujograma de Superdeg.....	91
6.9. Flujograma del módulo de deformaciones DEFTOT.....	91
6.10. Flujograma del módulo DEG.....	92

6.10. Flujograma del módulo DEG. (continuación).....	93
6.11. Flujograma del módulo de cálculo de Fuerzas Internas (RESIDU).....	94
6.12. Flujograma del módulo CAL-JACOB de cálculo del Jacobiano Local.....	95
6.13. Flujograma general simplificado.....	96
7.1. Modelo experimental e historia de carga monotónica.....	97
7.2. Ensayo monotónico en elemento de viga 1.....	98
7.3. Ensayo monotónico en elemento de viga 2.....	99
7.4. Ensayo monotónico elemento de columna 1.....	99
7.5. Ensayo monotónico elemento de columna 2.....	100
7.6. Simulación monotónica elemento de viga 1.....	101
7.7. Simulación monotónica elemento de viga 2.....	101
7.8. Simulación monotónica elemento columna 1.....	102
7.9. Simulación monotónica elemento columna 2.....	102
7.10. Ensayo y simulación elemento viga 1.....	103
7.11. Ensayo y simulación elemento viga 2.....	103
7.12. Ensayo y simulación elemento columna 1.....	104
7.13. Ensayo y simulación elemento columna 2.....	104
7.14. Características de los pórticos ensayados por Inglessis y Medina.....	106
7.15. Ensayo monotónico.....	106
7.16. Ensayo histerético.....	107
7.17. Ensayo pórtico monotónico.....	108
7.18. Simulación del ensayo monotónico.....	108
7.19. Ensayo y simulación del ensayo monotónico.....	109
7.20. Ensayo pórtico histerético 1	110
7.21. Ensayo pórtico histerético 2	111
7.22. Ensayo pórtico histerético 3	111
7.23. Simulación pórtico histerético 1.....	112
7.24. Simulación pórtico histerético 2.....	112
7.25. Simulación pórtico histerético 3.....	113
7.26. Ensayo y simulación pórtico histerético 1.....	114
7.27. Ensayo y simulación pórtico histerético 2.....	114
7.28. Ensayo y simulación pórtico histerético 3.....	115
7.29. Mapa de evolución del daño en pórtico monotónico.....	116
7.30. Mapa final de daño positivo y negativo en pórtico histerético 1.....	116
7.31. Mapa final de daño positivo y negativo en pórtico histerético 2.....	117
7.32. Mapa final de daño positivo y negativo en pórtico histerético 3.....	117

LISTA DE TABLAS

1.1 Límites de relaciones de esbeltez según código AISC/LRFD.....	5
3.1 Parámetros utilizados en las simulaciones.....	44
5.1 Parámetros utilizados en simulaciones histeréticas.....	73
7.1 Características Nominales de las Probetas de Acero.....	98
7.2 Valores de las variables internas o parámetros del modelo.....	105
7.3 Dimensiones del pórtico de ensayo monotónico.....	107
7.4 Características nominales de los miembros.....	107
7.5 Dimensiones de los pórticos de ensayo histeréticos.....	109
7.6 Características nominales de los miembros.....	109
7.7 Valores de los parámetros del modelo utilizados en las simulaciones....	110

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El análisis estructural de edificaciones es una de las ramas de la ingeniería que puede cobrar importancia primordial en nuestra vida diaria, especialmente cuando la edificación en cuestión se encuentra localizada en una región susceptible de presentar grandes movimientos sísmicos.

Hasta hace poco tiempo, las teorías de pórticos y de comportamiento elástico de los materiales eran universalmente utilizadas por los ingenieros estructurales debido al escaso conocimiento que se tenía del comportamiento de los materiales cuando éstos se veían sometidos a deformaciones superiores a aquellas que implican proporcionalidad con los esfuerzos internos del material.

Recientes avances en la informática permiten a los investigadores refinamientos importantes de los modelos basados en la teoría de pórticos, tratando de representar todas las etapas del comportamiento real en las estructuras. Es así como se desarrollan los modelos elásticos no lineales que toman en cuenta los efectos de grandes desplazamientos y deformaciones y los modelos inelásticos bajo solicitaciones estáticas y dinámicas.

Debido a la creciente importancia que los aspectos económicos poseen en el diseño, análisis y construcción de edificaciones, se hace cada vez más necesario utilizar las capacidades resistentes de los materiales de forma eficiente. Conceptos tales como Ductilidad de los materiales y Confiabilidad de las Estructuras se hacen comunes en los Códigos de Diseño y son utilizados por los ingenieros de la práctica. Sin embargo, todos los conceptos anteriores se basan primordialmente en el buen conocimiento que se tenga de dos factores fundamentales, a saber: el comportamiento de los materiales de construcción y las cargas a que se van a ver sometidos.

Se han planteado numerosos enfoques de diseño que tratan de lograr un comportamiento eficiente del material acercándose en mayor o menor medida a sus capacidades máximas, admitiendo incursiones en el rango del comportamiento inelástico e incluso un deterioro probable del sistema estructural. Las incertidumbres que se presentan en estos enfoques de tipo probabilístico se deben tanto al desconocimiento de las características reales de las cargas actuantes, como del comportamiento del material una vez éste ha incursionado fuertemente en el rango inelástico.

Las investigaciones llevadas a cabo hasta la fecha coinciden en que una vez que los elementos estructurales sufren una fuerte plastificación, entran en una etapa de deterioro en la que disminuyen las capacidades de los elementos, tanto su resistencia como su rigidez. Esta etapa, conocida como etapa de daño ha sido estudiada en diversos materiales y bajo enfoques diversos.

En este trabajo se investiga acerca de uno de los problemas que se presentan con mas frecuencia en las edificaciones, que es el pandeo local de elementos estructurales de acero con secciones conformadas por láminas delgadas, caso para el que se presenta al pandeo local como uno de los principales factores que definen el deterioro del comportamiento de los elementos estructurales.

Constantemente se reporta en la bibliografía de Ingeniería Sismorresistente el hecho de que el comportamiento de las estructuras de acero es altamente dependiente del comportamiento histerético de sus componentes. Una vez sometida una estructura a las cargas sísmicas, el pandeo local ocurre y progresa en algunos de los elementos. Esto sucede en general con la repetición de los ciclos de cargas revertidas, lo que produce una modificación sustancial en el comportamiento de dichos elementos debido al pandeo local. Para la ingeniería sismorresistente es frecuente la presencia de daños estructurales severos debidos al pandeo local de elementos y este es un fenómeno que debe estudiarse con detenimiento a fin de poder proporcionar métodos y soluciones ante este tipo de situaciones.

Se tiene como ejemplo el caso de las pilas de puentes metálicos, las que ante excitaciones sísmicas inician sus mecanismos de falla generalmente por la aparición de rótulas inelásticas localizadas en los lugares de mayor concentración

de esfuerzos. El avance de la deformación de la sección producto del pandeo local es el principal factor que gobierna el comportamiento post-pandeo. Esto es un hecho tan claro que algunos autores han enfocado su atención en reforzar las secciones sujetas a pandeo a fin de controlar de alguna manera su comportamiento ante el pandeo, reconociendo de este modo la importancia del fenómeno de pandeo local en elementos de acero.[27,36]

De igual modo se tiene que la industria aeroespacial toma muy en cuenta este fenómeno debido a que en la construcción de transbordadores espaciales y sus accesorios, se requiere el uso de elementos metálicos de secciones muy delgadas debido a sus muy especiales requerimientos de resistencia y peso, abundando en sus diseños las cáscaras reforzadas por elementos de sección hueca o tubular e incluso piezas y elementos inflables.[38]

1.2 NORMATIVAS REFERENTES AL PANDEO LOCAL

Dentro de los códigos de diseño mas utilizados actualmente por los ingenieros proyectistas debemos mencionar a las especificaciones para miembros estructurales Load and Resistance Factor Design, Manual of Steel Construction del AISC[2] y el Eurocódigo 3. El primero de los códigos enfrenta en sus artículos el problema de pandeo local en secciones de acero mediante la clasificación de las secciones de miembros estructurales en tres tipos básicos. Estos tipos son las Secciones compactas, No Compactas y Formadas por Elementos Esbeltos.

Esta clasificación se hace tomando los siguientes parámetros fundamentales:

- Si las alas de los elementos están conectadas al alma en forma continua y si las relaciones entre el ancho y espesor de los elementos comprimidos no exceden λ_p , la sección califica como compacta.
- Si la relación del ancho y espesor de al menos uno de sus elementos excede λ_p pero no excede λ_r , la sección califica como No Compacta.
- Si alguno de los elementos en compresión posee una relación entre el ancho y el espesor mayor que λ_r , ese elemento califica como de elementos esbeltos a compresión.

En el capítulo E de la especificación AISC/LRFD se tratan los elementos a flexión o flexo compresión cuya sección califica como Compacta o No Compacta, a fin de evitarles el posible pandeo lateral; las calificadas como de elementos esbeltos son tratadas en el Apéndice B5 de la especificación. Las vigas con secciones compactas y no compactas son tratadas en el capítulo F de la misma especificación y todas las demás secciones deben ser diseñadas según los apéndices B5, F1 y/o apéndice G.

Si se hace una revisión exhaustiva de los artículos que en este código consideran el pandeo local de secciones, se tiene que en general, estas especificaciones no están orientadas a tratar el problema de evaluación o tratamiento del pandeo local, sino que están destinadas al reforzamiento de las secciones que pudiesen eventualmente presentar este problema, a fin de evitar su falla por aparición del fenómeno de pandeo local.

Es claro que en secciones conformadas por elementos esbeltos, el pandeo local aparece antes de la cedencia inicial del material, limitando la capacidad del elemento e impidiendo que el elemento llegue a estar completamente plastificado.

Por su parte, las secciones no compactas alcanzan la cedencia y se inicia la plastificación de la sección antes de la aparición del pandeo, pero este último fenómeno impide también la total plastificación del material constituyente del elemento. Para el caso de las secciones compactas, que son las que presentan un comportamiento mas estable y acorde con los conceptos del cálculo plástico, se tiene que el comportamiento general del elemento estructural está basado en la formación de rótulas plásticas antes de la aparición del pandeo local.

De esta forma se pueden desarrollar al máximo las capacidades de la sección antes de la aparición del pandeo local y se garantiza una capacidad rotacional de al menos tres veces la rotación elástica antes del comienzo del pandeo local. Este código hace en consecuencia recomendaciones destinadas a limitar la esbeltez de los elementos que componen las secciones de elementos resistentes de modo que no lleguen a pandear localmente de forma prematura.

A efectos de diseño, se permite el análisis plástico de secciones, siempre y cuando éstas cumplan con ser secciones compactas, a modo de garantizar la

plastificación del material constituyente sin la presencia de efectos de pandeo local.

Para el caso que nos ocupa, que es el de secciones cerradas, el código AISC/LRFD plantea fórmulas empíricas tanto para el caso de secciones compactas como para no compactas; estas limitaciones de esbeltez de los elementos se muestran en la tabla 1.1. Todas estas relaciones están dadas en función de relaciones de esbeltez b/t , h/t_w o D/t de las láminas que componen la sección estudiada y se proponen asimismo relaciones límite de esbeltez en función del esfuerzo de fluencia F_y del material para poder calificar una sección como compacta o no compacta.

Tabla 1.1 Límites de relaciones de esbeltez según código AISC/LRFD

DESCRIPCIÓN DEL ELEMENTO	RELACIÓN ANCHO / ESPESOR	RELACIONES LÍMITE DE ANCHO/ESPESOR (λ_p)	
		(S. Compactas)	(S. No Compactas)
Alas de cajones cuadrados y rectangulares, así como secc. huecas de espesor uniforme sujetas a flexión o compresión	b/t	$\frac{190}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{238}{\sqrt{F_y}}$
Almas en flexocompresión	h/t_w	$\frac{640}{\sqrt{F_y}}$	$\frac{970}{\sqrt{F_y}}$
Secciones huecas circulares en compresión	D/t	NA	$\frac{3300}{F_y}$
Secciones huecas circulares en flexión	D/t	$\frac{2070}{F_y}$	$\frac{8970}{F_y}$

En la figura 1.1 se muestra la simbología utilizada en la tabla 1.1.

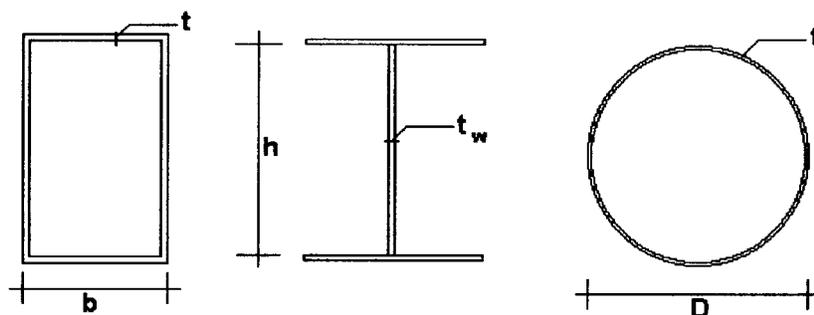


Figura 1.1 Dimensiones consideradas en la tabla 1.1

Para elementos estructurales, el código considera como aceptable una capacidad de rotación que no debe ser menor de 3 veces la rotación elástica. En el caso de zonas de alta sismicidad, los elementos estructurales se limitan aun más en lo que a su compacidad se refiere, restringiendo fuertemente al límite λ_p para lograr mayores capacidades de rotación, oscilando entre 7 y 9 veces la rotación elástica.

Por su parte el Eurocódigo 3 vigente en toda la Unión Europea, incluye entre sus recomendaciones unas destinadas a lograr un desempeño aceptable del elemento y se toman limitaciones similares a las del AISC/LRFD; para este Eurocódigo 3, la relación entre ancho y espesor debe cumplir en todos los casos la ecuación

$$\frac{b}{t} \leq 56.8\varepsilon$$

donde ε es la deformación unitaria que posee el material constitutivo del elemento estructural cuando presenta los llamados esfuerzos de trabajo.

De igual modo se tiene que la recomendación EA95[24] española indica un límite para esta relación dado por

$$\frac{b}{t} \leq 45\varepsilon$$

siendo ésta una restricción aun mayor; por su parte la norma americana AASHTO establece un límite para la esbeltez ancho/espesor de los elementos por medio de la ecuación

$$\frac{b}{t} \leq \frac{5000}{\sqrt{\sigma_{\text{psi}}}}$$

donde σ es la tensión inducida por las cargas de trabajo.

La filosofía general de estos códigos de diseño está orientada al análisis de los diferentes efectos inelásticos que pueden estar presentes en los elementos estructurales para un estado de cargas dado, sin incluir el pandeo local. Tal vez esto se deba a las dificultades existentes en el análisis de elementos con daños producto del pandeo local o a las dificultades de reparación o rehabilitación de elementos estructurales de edificios una vez que se presenta este tipo de pandeo.

En el caso de presentarse rótulas plásticas en medio de miembros de un pórtico, es posible efectuar fácilmente el análisis de la estructura, se puede obtener la redistribución de momentos y de esfuerzos internos; en cambio, en el caso de elementos que muestren pandeo local, la sección varía su geometría original, el elemento reduce bruscamente su capacidad y las barras cambian en su longitud, con lo que el análisis se complica enormemente dado que este efecto debilita al miembro afectado reduciendo tanto su resistencia como su rigidez.

Las teorías actuales de análisis de estructuras con comportamiento inelástico están basadas en la premisa de que la sección resistente es capaz de mantener su capacidad de resistir el Momento Plástico M_p , cosa que no es posible una vez iniciado el pandeo local. Los códigos antes mencionados están destinados a cubrir la mayor parte de los aspectos inherentes al análisis plástico, por lo que se centran en aquellas secciones que pueden usarse como elementos estructurales en este tipo de análisis.

En el diseño elastoplástico de estructuras es necesario que las curvas Momento-curvatura de cada uno de los elementos constituyentes posea una amplia zona horizontal al nivel de M_p , antes de que se presente la falla por reducción de la capacidad para resistir flexión, iniciada con la presencia del pandeo local en la zona comprimida de la sección, tal como se muestra en la figura 1.2. Esta zona horizontal de la curva expresa la capacidad del elemento de soportar al momento M_p incluso ante grandes curvaturas.

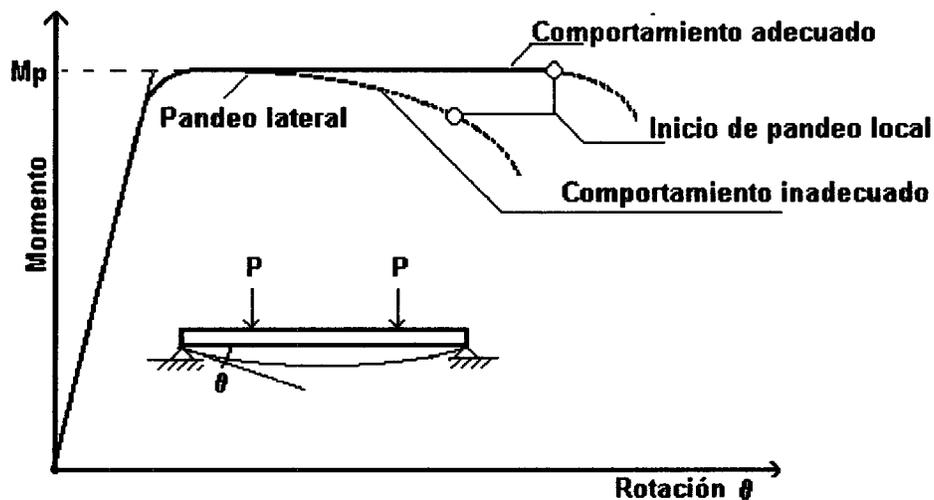


Figura 1.2 Comportamientos elasto-plásticos

En la figura anterior se puede apreciar que la meseta de comportamiento plástico puede mantenerse de forma mas o menos constante mientras no haga su aparición el pandeo local, instante en el cual se dejan de cumplir las premisas en las que se basa el método. Es fácil entender entonces los motivos por los que se evitan a toda costa estos efectos, al ser los que acotan el rango de utilización de los modelos y análisis planteados en los métodos de diseño actualmente en uso.

Resulta claro que las recomendaciones incluidas en los códigos AISC/LRFD-93, AISC/LRFD-99, Eurocódigo 3, EA95 y AASHTO antes referidos, consisten esencialmente en obligar al diseñador a utilizar secciones metálicas cuyos elementos constitutivos posean una esbeltez suficientemente baja como para evitar la presencia de pandeo local y poder de este modo, centrar sus recomendaciones en elementos cuyo comportamiento esté signado por esfuerzos suficientemente altos como para lograr la plastificación total antes de presentarse los efectos de pandeo local. No intentan estudiar el fenómeno, estimar sus efectos ni plantean ningún método de análisis del comportamiento de estructuras una vez iniciado el pandeo local de las secciones de los elementos.

De igual modo y al ver los límites impuestos en la tabla anterior, se puede intuir que las recomendaciones dadas en estos códigos han sido basadas en resultados experimentales y los coeficientes sugeridos o exigidos por cada uno de los

códigos incluyen factores de seguridad suficientemente amplios como para garantizar el comportamiento deseado y por ende, la validez del método de diseño.

El fenómeno de pandeo local ha sido considerado en los códigos de diseño, pero no como un problema que se pueda controlar, sino como una situación que pone en peligro la integridad del miembro estructural y que debe evitarse a toda costa; sin embargo resulta importante analizar el problema de pandeo local mucho mas a fondo, a fin de poder proporcionar herramientas para el análisis del comportamiento post-pandeo de elementos estructurales de acero debido a la utilización común de elementos de paredes esbeltas por parte de los diseñadores y a las necesidades de optimizar cada vez mas el uso de los materiales a fin de abaratar los costos de construcción.

1.3 ENFOQUES INICIALES DEL PROBLEMA DEL PANDEO LOCAL

El problema de pandeo local en secciones cerradas de acero ha sido tratado en forma extensiva por algunos autores, cuyo problema principal se centra en tuberías que trabajan a flexión y/o flexo compresión con la presencia de presiones hidrostáticas externas. Este problema se presenta cuando se están tendiendo tuberías subacuáticas y en caso de estructuras costa afuera generalmente destinadas a la explotación petrolera. En estos casos se deben calcular las tuberías y/o elementos estructurales de forma tal que no se presenten problemas de pandeo local que tengan carácter catastrófico.

El problema de pandeo de secciones circulares es analizado por primera vez por Brazier en 1927[3], quien trata uno de los tipos de pandeo que consiste en el problema de la ovalización de la sección de una tubería bajo esfuerzos de flexión y sin presiones externas, llegando a desarrollar expresiones que relacionan momento y curvatura considerando comportamiento elástico y secciones delgadas de material, extendiendo la solución de St. Venant mediante un tratamiento aproximado de los efectos de segundo orden. Sin embargo este tipo de pandeo no es frecuente en los elementos estructurales de pórticos planos, solo en estructuras costa afuera.

Ades en 1957 [1] avanza en este problema y presenta mediante expansión de series, una solución aproximada de la ovalización de secciones circulares, considerando a la sección deformada de una tubería ante cargas de flexión pura como una forma elíptica; en este trabajo se introducen conceptos de Teoría de Plasticidad. Esta solución de Ades fue mejorada posteriormente por Reissner[33]en 1961 y Reissner y Weinitschke[34]en 1963.

En el año 1977, Fabian[7] trata ya el problema de pandeo elástico de tuberías con paredes de grosor moderado, incluyendo posteriormente en 1981[8] algunos efectos inelásticos y el concepto de endurecimiento isotrópico, suponiendo siempre que se tiene curvatura longitudinal constante y que las secciones planas permanecen planas. Posteriores investigaciones han incluido otros conceptos tales como grandes desplazamientos y teoría no lineal de placas. Sin embargo todas estas investigaciones han sido orientadas hacia el problema de flexión con cargas hidrostáticas y aplicadas a la resolución de problemas que implican paredes con un grosor suficiente como para que no se presente pandeo local en las secciones.

Posteriores investigaciones ya consideran el pandeo local de las paredes de la sección y dan origen a nuevos modelos y soluciones mas aproximadas, que son referidas en este trabajo.

1.4 MODELO BASADO EN RESISTENCIA DE MATERIALES

En el análisis inelástico de elementos estructurales se tiene siempre como permisa que cada elemento es capaz de mantener una capacidad de momento durante todo el análisis. Sin embargo, cuando ocurren grandes deformaciones de las piezas, la presencia del pandeo local hace que la sección transversal del elemento cambie bruscamente, perdiendo de este modo gran parte de la capacidad de soportar esfuerzos debidos a momentos y/o cargas axiales.

Este efecto de distorsión de la sección al presentarse el pandeo local, ha sido estudiado en secciones circulares por Sohal y Chen[36], quienes en 1987, brillantemente enfocan al pandeo local como un problema de Resistencia de Materiales. Mediante esta teoría y apoyándose en experimentación, asumen que

una sección circular con pandeo local puede ser modelada como una porción plana que representa la zona pandeada y una porción que permanece circular, pero con una pequeña distorsión, tal como se muestra en la figura 1.3. Describen asimismo que el cambio de sección circular a sección distorsionada se presenta en aquel instante en que la fibra mas comprimida alcanza una cierta deformación crítica ϵ_c , dada por la ecuación

$$\epsilon_{cr} = 4.1 - 500\left(\frac{t}{D}\right) + 22500\left(\frac{t}{D}\right)^2$$

que logran relacionar con la curvatura por medio de la ecuación:

$$\Phi_{cr} = \frac{2\epsilon_{0,cr}}{D}$$

en la que ϵ_{cr} es obtenido en forma experimental

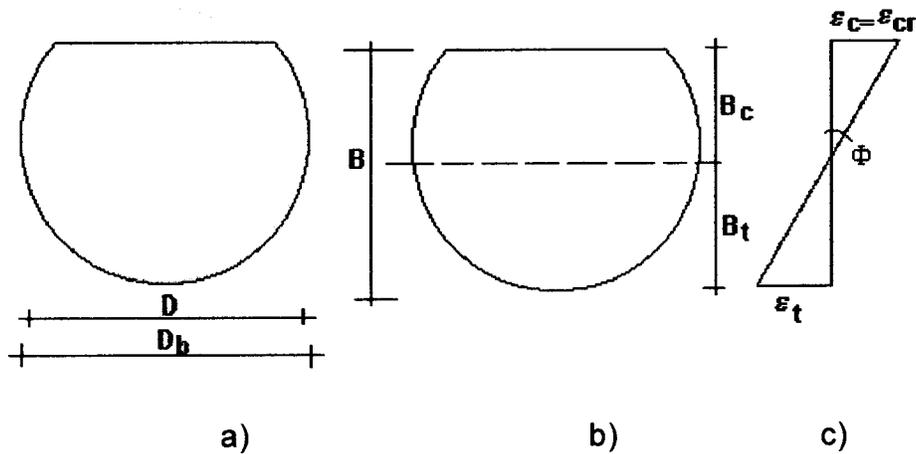


Figura 1.3 Modelo de Sohal y Chen

En la figura 1.3a, se muestra el cambio de la forma de la sección asumido por Sohan y Chen, mientras que en las figuras 1.3b y 1.3c se muestran la configuración deformada y las deformaciones asumidas por su modelo.

La altura B_c de la zona comprimida es calculada mediante la expresión

$$B_c = \frac{\epsilon_{0,cr}}{\Phi}$$

y la altura B_t de la zona de tracciones es calculada mediante la condición de equilibrio

$$P = \int_A \sigma dA$$

Los autores concluyen que la deformación normalizada ϵ_{cr} requerida para determinar la forma distorsionada es una función que depende principalmente de la relación diámetro a espesor del tubo. Obtienen una expresión para esta deformación y posteriormente para la curvatura relacionada; obtienen los momentos resistentes y miden el deterioro de la capacidad resistente de la sección relacionando diferentes combinaciones de momento, esfuerzo axial para diferentes relaciones diámetro contra espesor. Concluyen en que la reducción de la capacidad de resistir momento de una sección circular está estrechamente relacionada con el cambio de forma de dicha sección.

Sin embargo, no logran llegar a una expresión general para las diversas combinaciones que se pudiesen presentar, sino un conjunto de expresiones particulares para cada uno de los casos, perdiendo de este modo la simplicidad del modelo. Del mismo modo no se considera la posibilidad de momentos revertidos y su influencia sobre la distorsión de las secciones, que es el caso normal ante cargas cíclicas o de tipo sísmico. En definitiva, el modelo de Sohal y Chen solo podría ser válido para cargas monotónicas y no para cargas cíclicas.

1.5 MODELOS BASADOS EN LA TEORIA DE CASCARAS

Por su parte, algunos autores han enfocado el problema de pandeo local por medio de simulaciones numéricas utilizando el método de los elementos finitos basándose en configuraciones de elementos de placa o membrana. Para este enfoque han sido empleados tanto elementos planos como elementos curvos, conformando de este modo, secciones rectangulares o canales cerrados y abiertas, así como elementos de sección tubular. En la mayor parte de los estudios, el problema principal ha sido el estudio del pandeo de secciones cerradas o tubulares sometidas simultáneamente a flexión y presión externa o interna.

Chan et al. [5] modelan elementos estructurales de láminas delgadas y sección rectangular en cajón mediante el uso de conjuntos de elementos de placa. Cada uno de ellos conforma una de las caras de la sección transversal y se encuentran unidos entre sí constituyendo la sección total y proponiendo unas condiciones de contorno que simulan la continuidad entre conjuntos de elementos. El comportamiento obtenido es entonces es similar al de placas con cargas en los

bordes. El material es simulado mediante curvas modificadas de esfuerzo contra deformación que estiman el comportamiento global de la sección transversal del miembro en estudio. Estudios similares han sido llevados a cabo por Little [22,23] y Lee [20] entre otros.

Asimismo, Mulligan y Pekoz [26] estudian el comportamiento post-pandeo de elementos estructurales en canal abierto y constituidos por láminas. Los autores utilizan el método de elementos finitos, definiendo una franja finita que se encuentra sometida a fuerzas en el plano y aplicadas en los bordes. Para modelar el pandeo local, asumen que el desplazamiento fuera del plano queda representado por una función armónica en la dirección longitudinal y un vector de N funciones de aspecto en la dirección transversal, así como desplazamientos nodales desconocidos a lo largo de los bordes de la franja. Este enfoque resulta en una buena correlación entre los resultados experimentales y de las simulaciones numéricas.

En general se tiene que en los estudios en los que se considera al pandeo local como deformaciones fuera del plano en elementos planos, ya sea de placa, franja o membrana, se logran obtener resultados aceptables, buenos e incluso en algunos casos, excelentes. Sin embargo se hace notar que este tipo de enfoque carece de la practicidad necesaria para efectuar estudios estructurales a niveles prácticos. Esto se debe primordialmente a la necesidad de utilizar una gran cantidad de elementos finitos ubicados convenientemente para poder modelar el comportamiento de algún elemento estructural, tal como se muestra en la figura 1.4, tomada de Karamanos y Tassoulas [19].

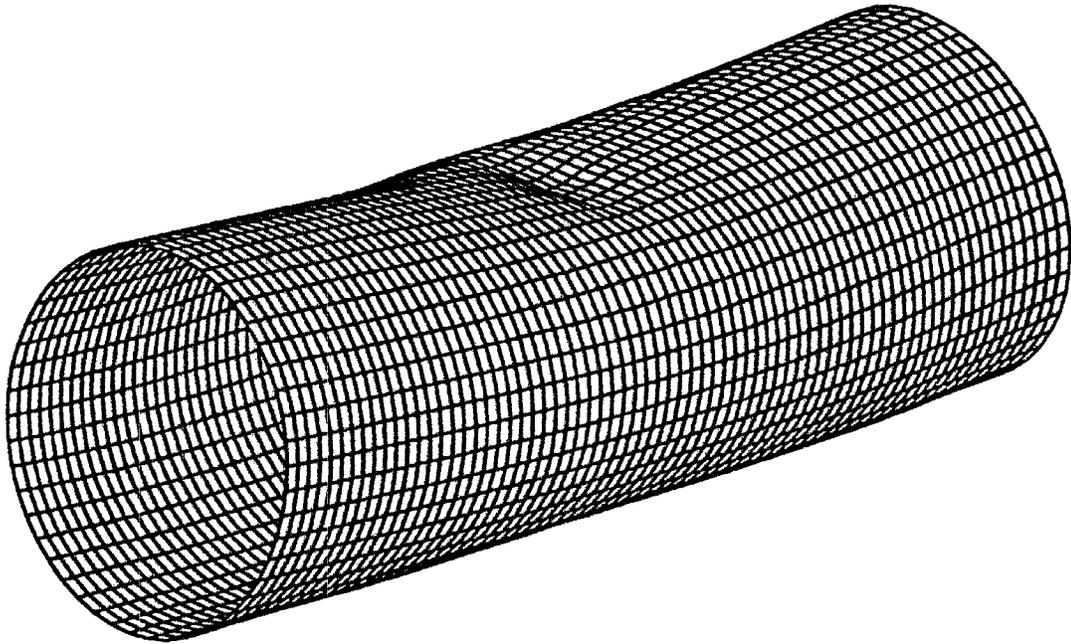


Figura 1.4. Modelado de pandeo local en elementos tubulares por medio de elementos de placa o membrana (Tomada de Karamanos y Tassoulas[19])

Esta figura nos da una clara idea de la gran cantidad de elementos en los que debe dividirse un elemento tubular o de placas delgadas, a fin de obtener una precisión aceptable; el número de elementos necesario puede incluso crecer notablemente en el caso de necesitar simular el comportamiento dentro del espesor de la lámina que conforma la barra, que debe modelarse mediante dos o tres capas de elementos de placa o membrana. Si se desean efectuar estudios a nivel práctico de elementos acoplados conformando celosías, verificar el comportamiento de uniones o analizar un sistema estructural simple, el número de elementos necesario para hacerlo es tan alto que el costo computacional se vuelve inaceptable.

1.6 MODELO BASADO EN LA TEORIA DEL DAÑO CONCENTRADO

Una vez alcanzado un cierto grado de deformación inelástica comienza a presentarse un fenómeno de deterioro irreversible del material, para el cual no solo se producen deformaciones de carácter irreversible sino también una

resistencia cada vez menor del material con la consiguiente pérdida de rigidez de los miembros estructurales, lo que complica aun más el análisis. Este deterioro de las capacidades del material es conocido como Daño y ha sido estudiado desde hace algún tiempo, especialmente en casos que involucran valores críticos de carga, deformaciones y fatiga de alto y bajo ciclaje, que conducen a la fractura o falla de elementos estructurales por agotamiento de las capacidades del material.

La Teoría del Daño Continuo, iniciada en 1958 por L.M. Kachanov[18] propone la evaluación de este deterioro progresivo a través de una variable interna, a la cual llama "continuity". Los conceptos de: Esfuerzo Efectivo y Equivalencia en Las Deformaciones, introducidos en las dos siguientes décadas por Y. N. Rabotnov [32] y J. Lemaitre [21] complementan las observaciones iniciales de Kachanov. En la década de los ochenta la Teoría del Daño Continuo es establecida sobre bases más rigurosas utilizando conceptos derivados desde La Termodinámica y Micro mecánica.

A comienzos de la década de los noventa y basado en los conceptos de la mecánica de la degradación clásica, en la Universidad de Los Andes (Mérida–Venezuela), un grupo de investigación propone la Teoría del Daño Concentrado para el análisis de sistemas estructurales planos, en donde se considera el daño como una variable interna que, combinada con los conceptos de plasticidad concentrada permite representar las deformaciones generalizadas permanentes y la disminución de los valores de rigidez y resistencia de los elementos resistentes, que son los efectos producidos por el deterioro progresivo de un sistema estructural.

Esta Teoría del Daño Concentrado fue inicialmente presentada en un contexto general para permitir la inclusión de cualquier modelo específico de daño y ha sido adaptada posteriormente para analizar estructuras de concreto armado [6,9,28,30,37] y acero estructural[12,14,15,31], incorporando pequeños y grandes desplazamientos, solicitaciones monotónicas y cíclicas formando parte de un programa comercial de elementos finitos.

Los avances mas recientes en esta área, efectuados por Inglessis [15], permiten simular las diferentes etapas del comportamiento de elementos estructurales simples de acero o que se encuentren conformando pórticos planos y sometidos a

cargas monotónicas, haciendo uso de un elemento finito acoplado a un programa comercial.

1.7 EL PRESENTE TRABAJO

En este trabajo se investiga acerca de uno de los problemas que se presentan con frecuencia en las estructuras metálicas, que es el pandeo local de elementos estructurales de acero con secciones conformadas por láminas delgadas, caso para el que se presenta al pandeo local como uno de los principales factores que definen el deterioro del comportamiento de los elementos estructurales.

Uno de los estudios mas exitosos efectuados hasta el presente es el llevado a cabo por Inglessis [15], que enfoca estos problemas mediante la aplicación de la Teoría del Daño Concentrado. Siendo que un problema particularmente importante en el campo de la Ingeniería Estructural es el comportamiento de este tipo de elemento ante solicitaciones sísmicas, se retoma este problema en el punto donde lo deja Inglessis para simular mediante esta Teoría del Daño Concentrado no solamente el comportamiento de pórticos planos de acero ante solicitaciones monotónicas, sino también solicitaciones histeréticas, que se constituye entonces en un avance hacia la solución del problema principal de simulación del comportamiento estructural ante solicitaciones sísmicas.

Dentro de las bondades del estudio del pandeo local mediante la Teoría del Daño Concentrado, se encuentra la simplicidad, pues es posible representar a cada miembro de una estructura completa con solamente un elemento finito que incluye el fenómeno de plasticidad en forma de rótulas plásticas concentradas en los extremos del miembro. Esto simplifica enormemente el trabajo y permite analizar fácilmente estructuras muy complejas sin pérdida apreciable de precisión y con un gran ahorro computacional. El modelo desarrollado por Inglessis muestra un excelente comportamiento ante cargas monotónicas, pero sobreestima los efectos del daño ante cargas histeréticas. Este fenómeno observado es el que determina el presente trabajo.

La finalidad de esta investigación queda entonces circunscrita a identificar y evaluar experimentalmente las variables internas necesarias para modificar las

funciones de fluencia y leyes de evolución que fueron descritas por Inglessis et al. para análisis de estructuras de pórticos planos de acero ante cargas monotónicas[14,15,16,17], a fin de presentar un nuevo modelo de daño concentrado que sea capaz de describir correctamente el comportamiento ante cargas monotónicas e histeréticas.

Este trabajo queda organizado entonces de la siguiente manera:

En este primer capítulo se presentan los principales enfoques que se han tomado para el estudio del problema del pandeo local en secciones metálicas de paredes delgadas.

En el segundo capítulo se describen los ensayos realizados para verificar las bondades del modelo en el caso de cargas monotónicas y se muestran las observaciones iniciales efectuadas.

El tercer capítulo presenta la formulación de nuevas leyes de evolución del modelo y se demuestra que la evolución del daño en los elementos de acero bajo sollicitaciones monotónicas obedece a una ley de evolución similar a la establecida por J. Lemaitre[21] en metales con sollicitaciones axiales, con algunas modificaciones.

En el cuarto capítulo se describen los ensayos realizados para verificar las bondades del modelo propuesto en el caso de cargas cíclicas y comprobar que no tiene grandes limitaciones para representar el caso de este tipo de cargas.

El quinto capítulo muestra las limitaciones del modelo propuesto por anteriores investigaciones con una variable de daño por rótula y se presenta el modelo propuesto y las observaciones de comportamiento que dieron origen a este nuevo modelo, así como también se identifican los fenómenos de unilateralidad del pandeo local, de la función de fluencia y el fenómeno de contrapandeo observado en los ensayos efectuados.

El sexto capítulo muestra la implementación numérica desarrollada para introducir en un programa comercial de análisis no lineal por elementos finitos [13] la

subrutina que permite hacer el análisis paso a paso del comportamiento estructural de los pórticos de acero ante cargas cíclicas.

El séptimo capítulo muestra los resultados obtenidos de la aplicación del modelo planteado en el caso de pórticos planos sometidos a cargas monotónicas e histeréticas, así como los mapas de daño que se pueden construir a partir de la aplicación de este modelo.

El octavo capítulo sintetiza las conclusiones derivadas de esta investigación e indica los lineamientos para futuras investigaciones con la finalidad de aumentar el campo de aplicación del modelo propuesto en el análisis no lineal de estructuras aporticadas de acero.

Por otro lado, se indican las referencias bibliográficas así como las publicaciones en revistas indexadas y artículos en congresos internacionales derivadas de esta tesis.

Capítulo 2

ANÁLISIS EXPERIMENTAL DEL PANDEO LOCAL BAJO CARGAS MONOTÓNICAS DE FLEXION

2.1 DESCRIPCIÓN DEL ENSAYO

Para efectuar el análisis experimental del pandeo local bajo cargas monotónicas de flexión, se construyeron probetas compuestas por tubos de acero estructural de una longitud de 489 mm, de sección circular con un diámetro externo de 60.3 mm y un espesor de pared de 2.6 mm. Estos tubos se encuentran comercialmente en Venezuela bajo la denominación CONDUVEN ϕ 2.5".

Una vez cortadas las probetas de la longitud deseada, fueron fijadas al sistema de aplicación de cargas utilizando un ensamblaje metálico al cual se une la probeta mediante cordones de soldadura contruidos con electrodos E60, a fin de lograr la completa sujeción de la probeta en uno de sus extremos, tal como se muestra en la figura 2.1.

La soldadura de la probeta a su elemento de sujeción se efectuó en dos etapas formando cordones discontinuos y permitiendo el enfriamiento de la primera etapa del cordón antes de aplicar la segunda. Este proceso en dos etapas se efectuó a fin de evitar el sobrecalentamiento de la probeta y su posible debilitamiento. Una vez soldada, la probeta se colocó en el chasis metálico que se encontraba colocado sobre la máquina de aplicación de las historias de carga, que era una Máquina Universal Tinius Olsen de transmisión hidráulica, con una capacidad máxima de 200 toneladas y una precisión de 4 kilogramos. Este montaje puede verse en la figura 2.1.

Durante cada ensayo se impusieron al extremo libre de la probeta, desplazamientos perpendiculares al eje de la misma, siguiendo un esquema de cargas y descargas previamente establecido y sin cambiar el signo de las fuerzas aplicadas, de modo de lograr historias del tipo monotónico. El esquema de las historias aplicadas se muestra en la figura 2.2.

La deformación de las probetas se midió en forma sistemática utilizando un extensómetro digital de reloj, colocado en el mismo plano de carga, como lo indica la figura 2.1.

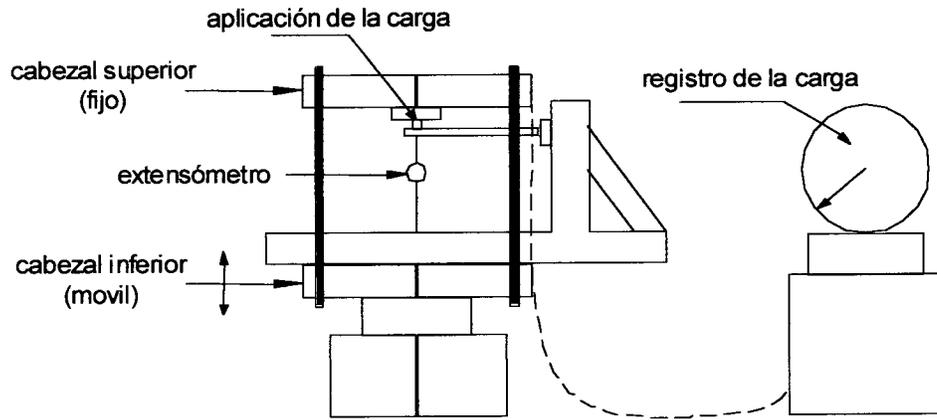


Figura 2.1. Esquema del equipo utilizado para los ensayos.

En la figura 2.2. se muestra la historia de la carga puntual aplicada en el extremo de la probeta para generar momento flector máximo en la unión.

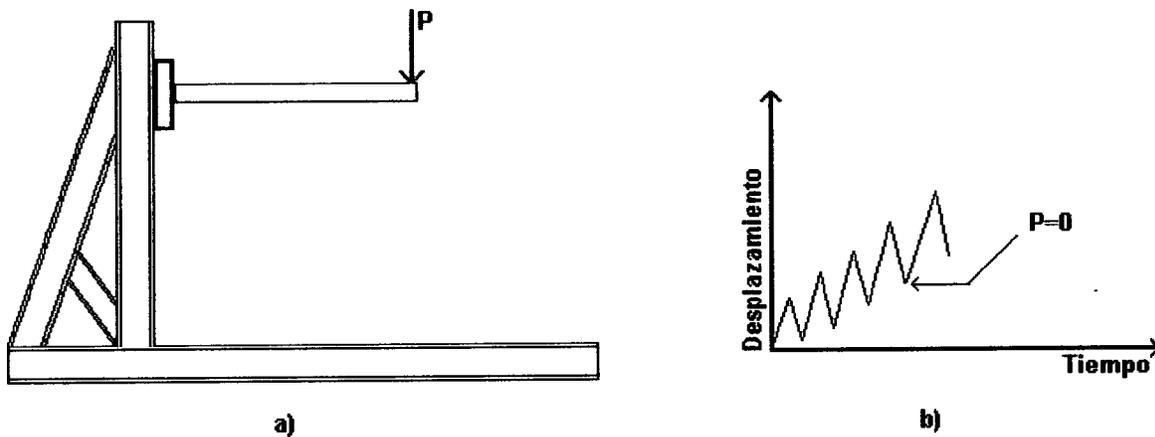


Figura 2.2 a) Modelo de prueba. b) Historia de prueba monotónica.

El procedimiento experimental propiamente dicho consistió en imponer los desplazamientos laterales del extremo libre de la probeta y registrar la carga indicada por la maquina universal en cada instante. La aplicación de estos desplazamientos se hizo con la progresividad necesaria para poder efectuar las mediciones correspondientes, pues la máquina de ensayo utilizada lo permite. Este proceso se hizo lentamente a fin de lograr curvas lo mas detalladas posible.

Estos ciclos fueron efectuados hasta cumplir con la historia de cargas establecida o en algunos casos, hasta el colapso de la probeta en su extremo fijo. En todos los casos se verificó la hipótesis de comportamiento esperada, compuesta por una viga –columna elástica y la presencia de una rótula inelástica en el extremo fijo con efectos de plasticidad y daño localizados en una pequeña zona. Este comportamiento se puede apreciar en la figura 2.3.



Figura 2.3 Viga-columna elástica con rótula inelástica en el extremo derecho.

No se tomaron en cuenta ninguno de los efectos que pudiesen existir en forma colateral, tal como falla de soldaduras o uniones, solo se tomaron las precauciones para su prevención.

No se presentaron ensayos en los que el mecanismo de falla fuese diferente al esperado, solo se presentaron algunas fallas por sobrecalentamiento de la probeta

debido a soldadura continua en los ensayos iniciales, los cuales fueron corregidos para ensayos posteriores realizando la soldadura mediante cordones intermitentes y permitiendo el correcto enfriamiento.

El comportamiento de las probetas mostró tres etapas fundamentales, una primera en la que el comportamiento era esencialmente lineal, sin deformaciones remanentes al momento de la descarga; una segunda etapa en la que se apreciaban deformaciones permanentes al momento de la descarga, signo de comportamiento no lineal; durante esta etapa, las probetas llegaron a su total o casi total plastificación y una tercera en la que se podía apreciar una disminución en la magnitud de la fuerza resistente de la probeta, lo que indicaba un deterioro en el comportamiento de la misma producto del pandeo que se evidenciaba en la zona del extremo fijo de la probeta.

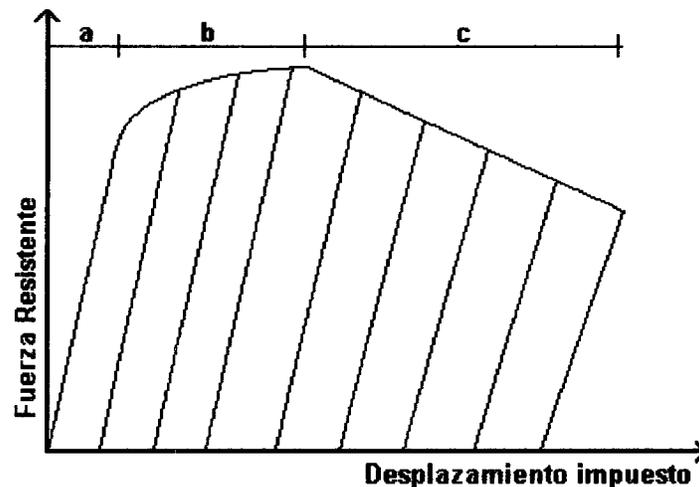


Figura 2.4. Etapas del ensayo. a) Etapa lineal b) Etapa no lineal c) Etapa de deterioro

Los resultados obtenidos en cada uno de los ensayos se ajustan al comportamiento esperado. Durante cada una de las etapas del ensayo, se efectuaron descargas y recargas a fin de poder evaluar las pendientes de descarga de las probetas y así verificar variaciones en la rigidez del elemento. Estas descargas se efectuaron a intervalos regulares dentro de cada ensayo.

La plastificación de las secciones de las probetas antes de la aparición del pandeo local indica que se estaban ensayando elementos de sección compacta, según los criterios utilizados generalmente en análisis plástico.

2.2 DESCRIPCIÓN DE RESULTADOS

Los resultados de los ensayos monotónicos se presentan en la figura 2.7; se aprecian en cada uno de ellos, las tres etapas de comportamiento descritas, es decir, existe una primera etapa en la que el comportamiento es esencialmente lineal y no se aprecian deformaciones permanentes en las descargas, la pendiente de las descargas permanece similar a la inicial, esta etapa es seguida de una segunda en la que el comportamiento ya es claramente inelástico y se caracteriza por la aparición de deformaciones no proporcionales a las fuerzas aplicadas aunque el material aumenta su resistencia, lo que indica un endurecimiento progresivo del material que tiende de forma asintótica hacia un límite superior de resistencia. Durante esta etapa no se observan cambios sustanciales de la pendiente de las descargas.

Una vez alcanzada la capacidad máxima de la probeta se inicia la tercera etapa, en la cual las probetas comienzan a presentar un decremento progresivo de su resistencia. Durante las descargas de la tercera etapa se hace evidente una disminución de la pendiente de descarga elástica, indicativa de la disminución progresiva de la rigidez del elemento; los fenómenos anteriores se pueden apreciar en la figura 2.4; del mismo modo se evidencia pandeo local de las paredes de la probeta en la zona donde los esfuerzos debidos a flexión son máximos, que es la zona cercana al extremo fijo de la misma. Este pandeo local fue determinado por observación directa, utilizando un teodolito Wild modelo T-1A que se ubicó convenientemente en el laboratorio de ensayo.

En todos los ensayos se observó en forma consistente la existencia de estos tres fenómenos y aunque existe un cierto grado de subjetividad en las observaciones del pandeo local, se observó una coincidencia en el instante de su aparición.

En la zona de las rótulas inelásticas se observaron diversos patrones de ondulación de la superficie de las probetas, indicativo de que el pandeo local

adopta una forma arbitraria producto de las debilidades, micro fisuras o irregularidades existentes en el material constitutivo del elemento ensayado, no presentando ninguna forma modal específica de pandeo local y desplazándose la zona pandeada en forma indistinta hacia el exterior o interior de la probeta, tal como se muestra en las figuras 2.5 y 2.6.



Figura 2.5 Pandeo local en probeta de ensayo.

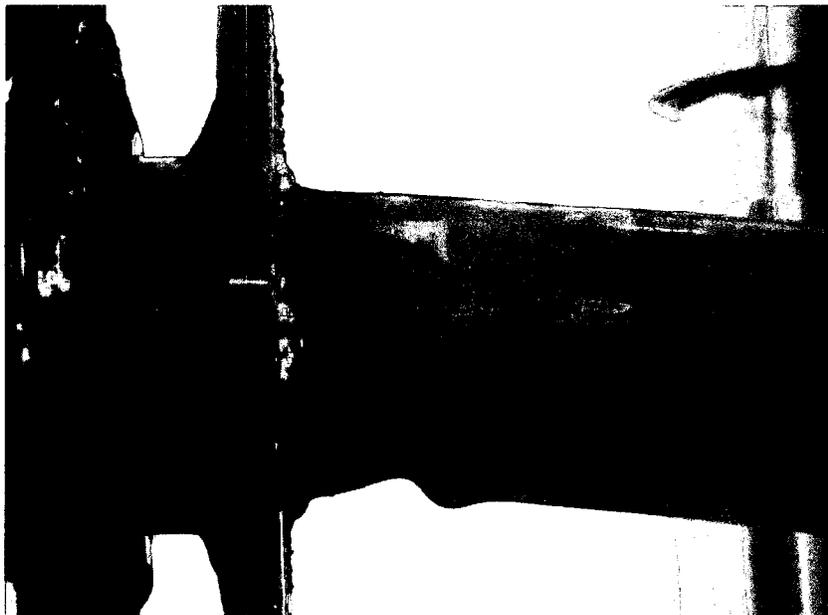


Figura 2.6 Pandeo local en probeta de ensayo.

2.3 RESULTADOS DE LOS ENSAYOS MONOTÓNICOS

En las siguientes figuras se muestran las gráficas de fuerza resistente contra desplazamiento del extremo libre para algunos de los ensayos efectuados.

En estas gráficas podemos apreciar que para todas las probetas ensayadas el comportamiento resultó similar, cumpliendo con las etapas de comportamiento esperadas. Se hace notar que las probetas 2 y 3 no culminaron la historia prevista de cargas debido a fallas en las soldaduras en el extremo fijo, sin embargo, se obtuvieron los comportamientos deseados y las rupturas de las soldaduras ocurrieron cuando ya se había iniciado el pandeo local y, por tanto, el deterioro del comportamiento, por lo que pueden tomarse en cuenta para este trabajo.

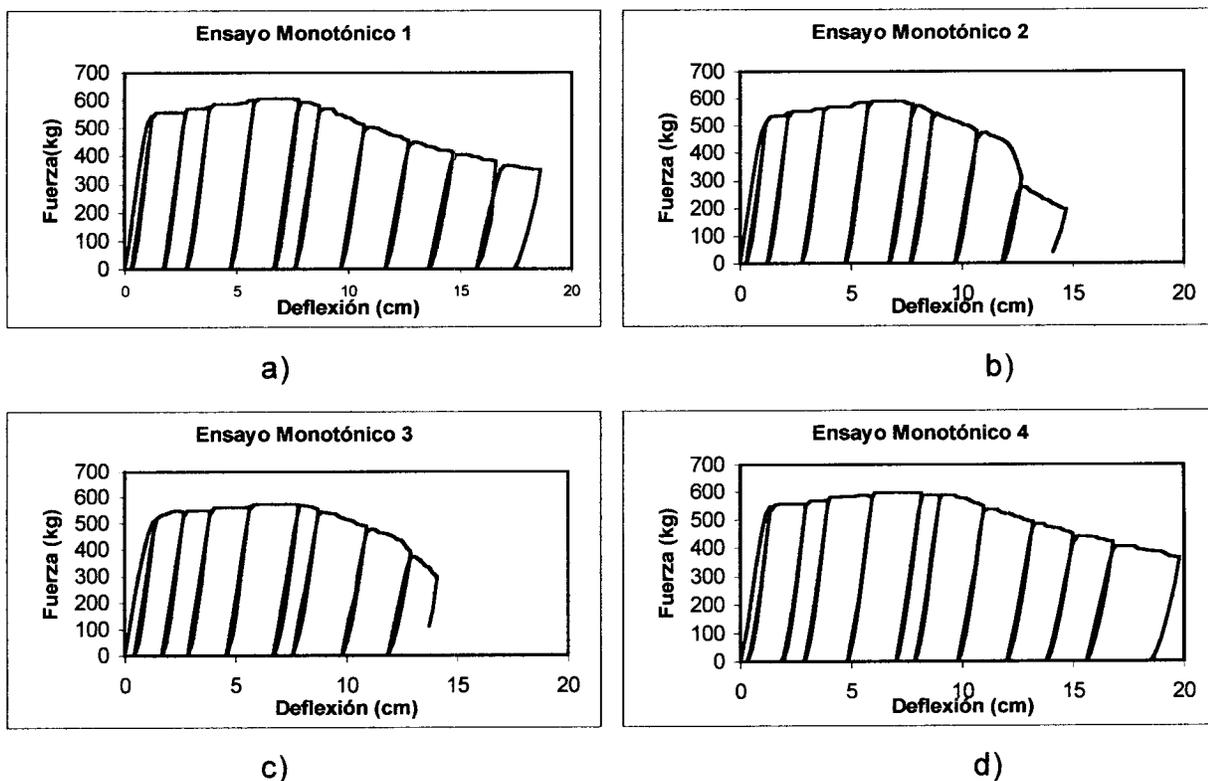
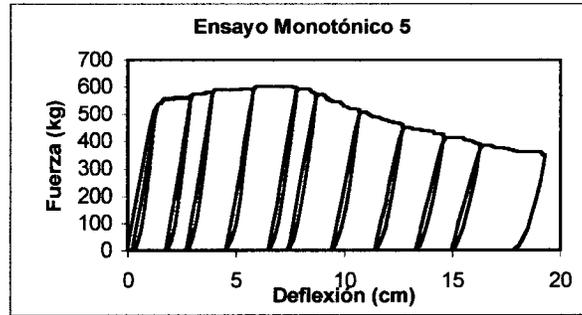
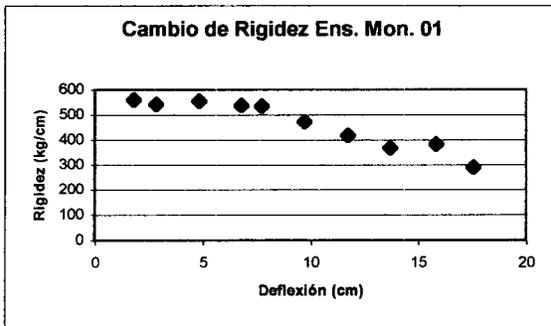


Figura 2.7 Curvas Fuerza-deflexión en ensayos monotónicos.

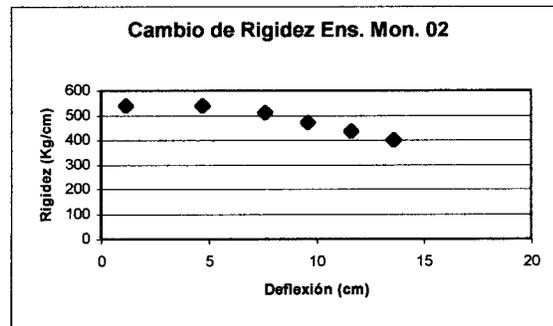


e)

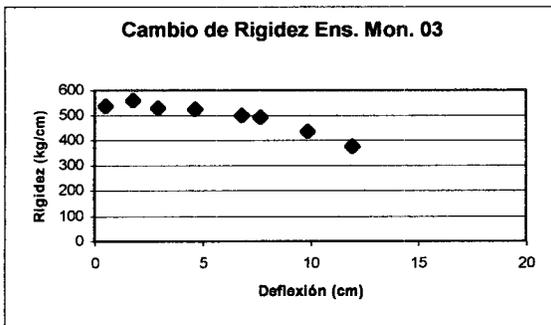
Figura 2.7 Curvas Fuerza-deflexión en ensayos monotónicos.(Continuación)



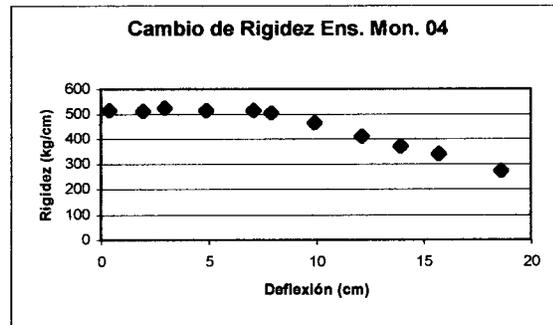
a)



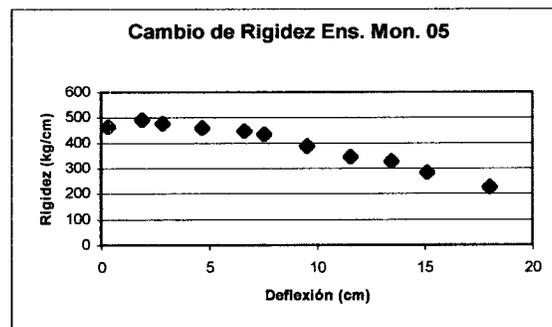
b)



c)



d)



e)

Figura 2.8 Variación de la rigidez en ensayos monotónicos

Las figuras 2.7 y 2.8 nos muestran que durante las primeras fases de los ensayos, las probetas son capaces de mantener su rigidez sin variaciones significativas, pero conjuntamente con la aparición del pandeo local, se inicia de la pérdida de resistencia que caracteriza la fase de deterioro del comportamiento y la disminución de la rigidez del elemento. Estos fenómenos caracterizan la etapa de deterioro y su aparición simultánea constituye el motivo por el cual se relaciona íntimamente al pandeo local con el daño.

Capítulo 3

PANDEO LOCAL

3.1 MODELADO DEL PANDEO LOCAL BAJO CARGAS MONOTÓNICAS

Las deformaciones y esfuerzos generalizados de un elemento estructural cualquiera de una estructura, se pueden definir como una pareja de matrices

$$\Phi^t = (\phi_i, \phi_j, \delta) \text{ y } \mathbf{M}^t = (m_i, m_j, n,)$$

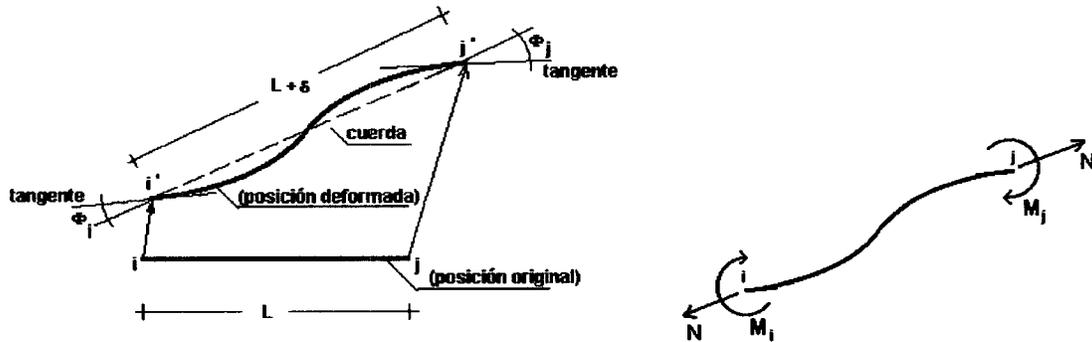


Figura 3.1. Deformaciones y esfuerzos generalizados.

La matriz Φ es el equivalente del tensor de deformaciones en la Mecánica de Medios Continuos en el sentido que ésta representa los cambios que se suceden en la forma del miembro estudiado. La matriz \mathbf{M} tiene entonces su equivalencia en el tensor de esfuerzos de Cauchy. Se conoce como "Modelo constitutivo generalizado" o modelo constitutivo para un miembro cualquiera de una estructura a la relación que existe entre la historia de las deformaciones generalizadas y la matriz general de esfuerzos. Al analizar un elemento estructural elástico, la Ley Constitutiva está dada por la ecuación

$$\mathbf{M} = \mathbf{S}^0 \Phi \text{ o su equivalente } \Phi = \mathbf{F}^0 \mathbf{M} \quad (3.1)$$

en las que \mathbf{S}^0 y \mathbf{F}^0 son las matrices de rigidez elástica y matriz de flexibilidad elástica de un miembro estructural cualquiera, respectivamente. Para poder incluir los efectos plásticos y de pandeo local, se toma al miembro estructural como un

conjunto compuesto por una viga-columna elástica con dos rótulas inelásticas en sus extremos, tal como se muestra en la figura 3.2

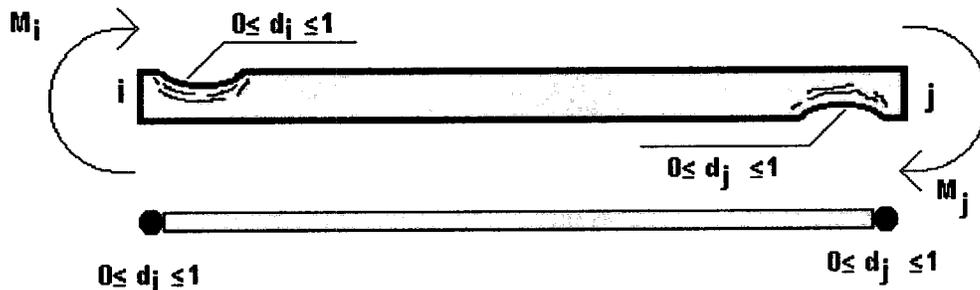


Figura 3.2 Modelo de inelasticidad concentrada.

Para tomar en cuenta efectos inelásticos, la ley de estado de un miembro estructural se obtiene haciendo una descomposición de las deformaciones generalizadas en dos componentes fundamentales, que son las deformaciones Φ^b en la viga-columna elástica y las deformaciones Φ^h de las rótulas inelásticas extremas, de modo que la deformación total es la suma de ambos términos. Esto se puede expresar como

$$\Phi = \Phi^b + \Phi^h = \mathbf{F}^0 \mathbf{M} + \Phi^h \quad (3.2)$$

Los efectos inelásticos y de pandeo local se suponen entonces concentrados en las rótulas inelásticas extremas. De este modo se puede considerar que las deformaciones de las rótulas están dadas por el término de rotación plástica definido en las teorías plásticas convencionales para pórticos planos $\Phi_p^t = (\phi_i^p, \phi_j^p, 0)$ y un término adicional relacionado con el pandeo local Φ^d . La deformación total queda así integrada por tres términos, que son la deformación elástica de la viga-columna, la rotación plástica de las rótulas y el término de pandeo local, por lo que

$$\Phi = \mathbf{F}^0 \mathbf{M} + \Phi^p + \Phi^d \quad (3.3)$$

En aras de la simplicidad del modelo y para todos los análisis se desprecian los alargamientos permanentes de la cuerda que representa al elemento estructural.

Las rotaciones debidas al pandeo local dependen del grado de pandeo local existente en las rótulas y para poder caracterizar el estado del pandeo local en cada instante, se introduce en este modelo un conjunto de variables internas $D^t=(d_i,d_j)$, donde d_i y d_j representan el grado de pandeo local de las rótulas extremas i y j de cada miembro, valor que se encuentra comprendido entre cero y uno, donde el valor cero representa una rótula convencional sin presencia de pandeo local y el valor uno representa una rótula completamente pandeada.

La pérdida de rigidez que se observa en los ensayos una vez iniciado el pandeo local, puede ser representado asimismo[10] por una matriz diagonal C función de las variables de daño, cuyos términos no nulos son $C_{11} = d_i F_{11}^0 / (1 - d_i)$ y $C_{22} = d_j F_{22}^0 / (1 - d_j)$; esta matriz está relacionada con los esfuerzos del miembro de modo que las deformaciones debidas al pandeo local quedan expresadas por

$$\Phi^d = C(D)M \quad (3.4)$$

Así, la matriz de flexibilidad de un miembro con pandeo local puede ser obtenida por sustitución de la ecuación 3.4 en la 3.3, quedando

$$\Phi - \Phi^p = F(D)M \text{ o } M = S(D)(\Phi - \Phi^p) \quad (3.5)$$

donde

$$F(D) = F^0 + C(D) \text{ y } S(D) = F(D)^{-1} \quad (3.6)$$

cuyas expresiones explícitas son las siguientes:

$$[F(D)] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI(1-d_i)} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ & \frac{L}{3EI(1-d_j)} & 0 \\ & & \frac{L}{EA} \end{bmatrix}$$

y su contraparte en función de rigideces:

$$[S(D)] = k \begin{bmatrix} 12(1-d_i) & 6(1-d_i)(1-d_j) & 0 \\ & 12(1-d_j) & 0 \\ & & \frac{EA}{kL} \end{bmatrix}; \text{ donde } k = \frac{1}{4 - (1-d_i)(1-d_j)} \frac{EI}{L}$$

Para el caso en el que se tiene que los daños d_i y d_j son iguales a cero, las matrices toman la forma:

$$[F(D)] = \begin{bmatrix} \frac{L}{3EI} & -\frac{L}{6EI} & 0 \\ & \frac{L}{3EI} & 0 \\ & & \frac{L}{EA} \end{bmatrix}$$

y

$$[S(D)] = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ & 4 & 0 \\ & & \frac{A}{I} \end{bmatrix}$$

que coinciden con las expresiones elásticas matriciales de un miembro sin daño; del mismo modo, cuando se tiene uno de los extremos totalmente dañado (Ej. $d_i=1$) y el otro indemne (Ej. $d_j=0$), la matriz de rigidez $S(D)$ resulta

$$[S(D)] = \frac{EI}{A} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & 3 & 0 \\ & & \frac{A}{I} \end{bmatrix}$$

que concuerda con las expresiones de viga con empotramiento en un extremo y articulación interna en el otro.

3.2 LEY DE EVOLUCIÓN DEL PANDEO LOCAL

Para poder modelar el comportamiento de elementos de acero bajo cargas monotónicas se utiliza entonces una probeta como la mostrada en la siguiente figura

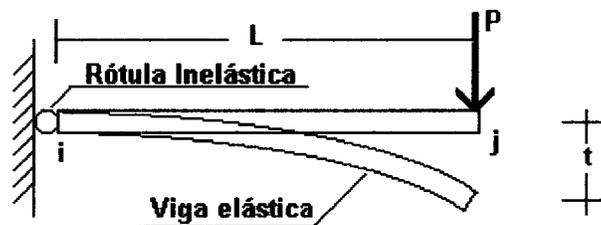


Figura 3.3. Modelo de inelasticidad concentrada

Para este tipo de probeta se tiene que todos los efectos inelásticos y de daño se concentran en el extremo i, permaneciendo intacta la probeta en su extremo j, por lo que se deben tomar en consideración las siguientes condiciones de borde del problema:

$$m_i = P.L; \quad m_j = 0; \quad \phi_i = \frac{t}{L}; \quad \phi_i^p = \frac{t^p}{L}; \quad d_i = d; \quad d_j = 0 \quad (3.7)$$

en el entendido de que t^p es la deflexión permanente al final de cada una de las descargas elásticas efectuadas durante el transcurso de los ensayos.

La Ley de estado y las anteriores condiciones de borde determinan las relaciones entre la fuerza aplicada y la deflexión obtenida en cada instante de los ensayos, de modo que

$$P = Z(d)(t - t^p) \quad \text{donde} \quad Z(d) = (1 - d)Z^0 \quad \text{y} \quad Z^0 = \frac{3EI}{L^3} \quad (3.8)$$

el término $Z(d)$ que se presenta en las expresiones 3.8 es la pendiente de las descargas elásticas efectuadas durante los ensayos realizados, siendo entonces Z^0 la pendiente inicial de descarga elástica antes de la aparición del pandeo local. El valor de la variable de daño d debe determinarse en cada caso de una gráfica de resultados experimentales como la mostrada en la figura siguiente

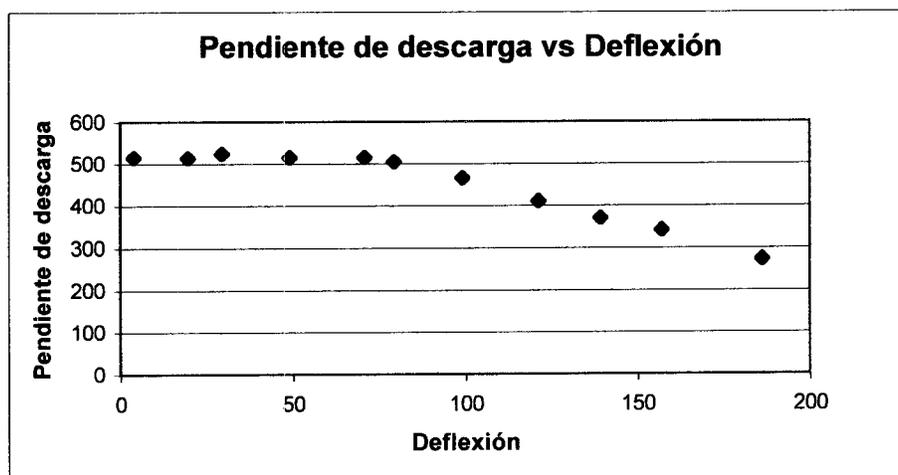


Figura 3.4. Pendiente de descarga elástica vs. deflexión.

En la figura 2.8 se muestran las gráficas correspondientes a los ensayos monotónicos efectuados.

Si se toma como variable representativa del daño a la variación que se va presentando en el valor de la pendiente de descarga elástica en cada caso respecto a la pendiente inicial de descarga elástica, se tiene que

$$d = 1 - \frac{Z(d)}{Z^0} \tag{3.9}$$

lo que nos permite graficar la evolución del daño respecto a la deflexión del extremo libre de la probeta, tal como se muestra en la siguiente figura

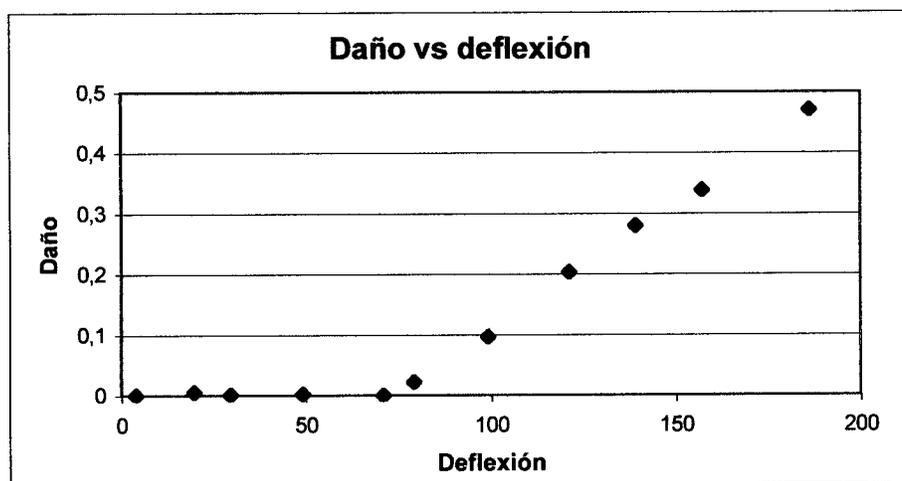
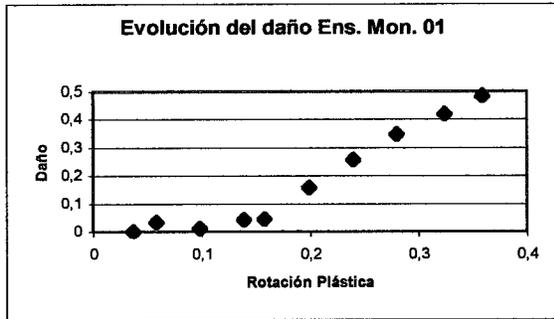
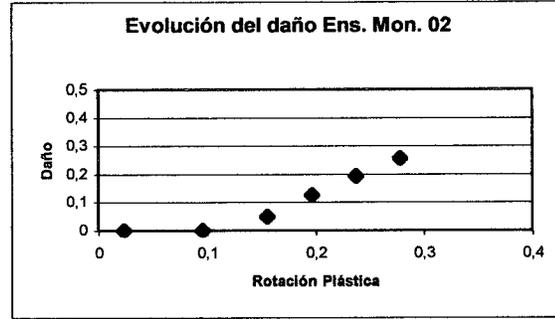


Figura 3.5 Daño vs. deflexión

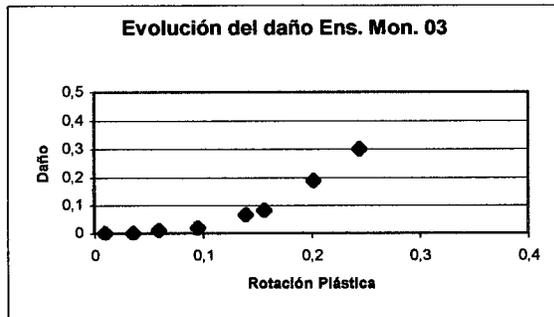
sabiendo además que $\phi_i^p = \frac{t^p}{L}$, se pueden graficar ahora los valores de la variable de daño contra la rotación plástica de la rótula, del modo que se muestra en la figura 3.6 para cada uno de los ensayos monotónicos.



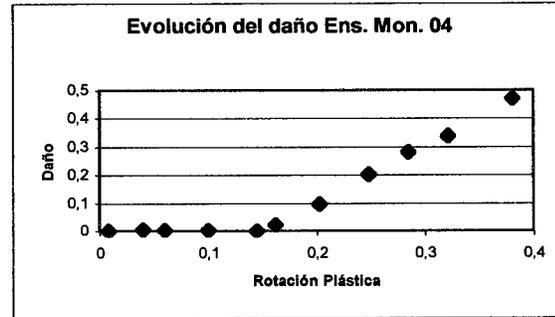
a)



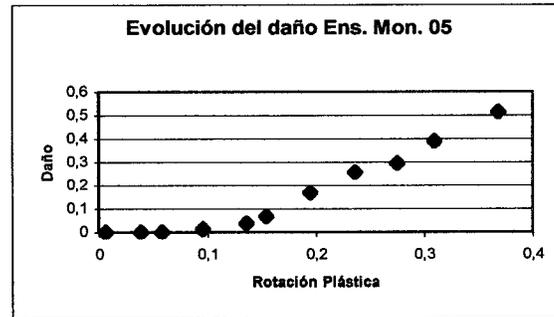
b)



c)



d)



e)

Figura 3.6 Daño vs. rotación plástica de la rótula en ensayos monotónicos.

Sin embargo, el daño producido por el pandeo local no es una variable que se encuentra en constante evolución, sino que se presentan etapas de cada ensayo en los que la variable de daño aumenta y otras en las que se detiene su avance. Por esto, para describir el comportamiento observado en las figuras anteriores, se introduce en el modelo una “función de pandeo local” para cada una de las rótulas inelásticas de la estructura estudiada, variable que para el extremo i se toma como

$$g_i = r_i - R(d_i) \leq 0 \quad (3.10)$$

en el caso del extremo i , donde r_i es la rotación plástica acumulada y se puede calcular de la expresión: $dr_i = |d\Phi_i^p|$, que para el caso de solicitaciones monotónicas implica que $r_i = |\Phi_i^p|$.

La ley de evolución del pandeo local puede ser escrita entonces como:

$$\begin{cases} \dot{d}_i = 0 & \text{si } g_i < 0 \text{ o } \dot{g}_i < 0 \\ \dot{d}_i > 0 & \text{si } g_i = 0 \text{ y } \dot{g}_i = 0 \end{cases} \quad (3.11)$$

Las expresiones anteriores indican que el pandeo local solo es posible si la rotación plástica de las rótulas alcanzan un cierto valor crítico R llamado "resistencia al pandeo local" que es una función del daño.

En una gráfica como la 3.6 que relaciona daño contra rotación, se reconocen dos etapas de comportamiento, una primera etapa en la cual no existe degradación del comportamiento del miembro y una segunda donde se observa claramente este deterioro. La segunda etapa está marcada por un valor de rotación plástica p_{cr} que inicia el daño. Esta fase del comportamiento tiene una clara tendencia hacia un daño creciente y fue considerada como lineal por Inglessis[15] en su modelo de comportamiento; para éste, el corte con el eje horizontal de rotaciones plásticas indica entonces aquella rotación plástica p_{cr} que inicia el daño y la pendiente b indica la rapidez con que evoluciona el daño del miembro en función de dicha rotación plástica, tal como se muestra en la figura 3.7. Esta estimación de Inglessis puede ser expresada como:

$$R(d_i) = p_{cr} + \frac{d_i}{b} \quad (3.12)$$

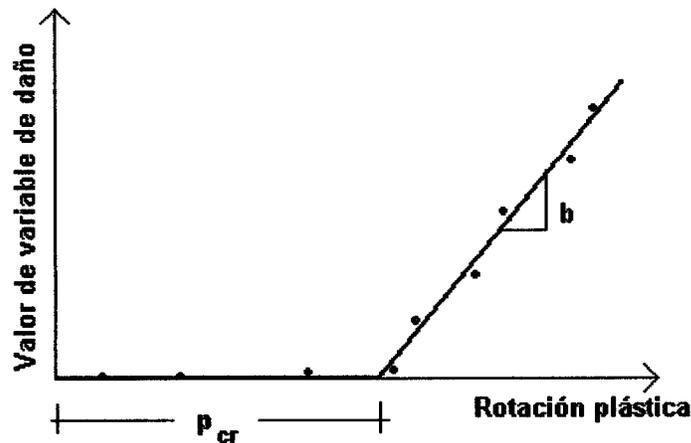


Figura 3.7. Obtención de valores de p_{cr} y b según Ingleddis[15]

Sin embargo, considerar la evolución del daño como una función lineal tiene el doble efecto de mejorar la simplicidad del modelo y pasar por alto la existencia de una capacidad remanente, que permanece en el elemento para niveles de daño muy grandes. En las figuras 3.12, 3.15 y 3.16 se nota que una vez iniciada la etapa de deterioro, la resistencia de la probeta disminuye en la medida que avanza el daño, pero tiende en forma asintótica hacia un valor de resistencia remanente, que ha sido observado como un porcentaje de la resistencia original de la pieza. Este hecho ha sido tomado en cuenta en el presente modelo incluyendo para $R(d_i)$ una función exponencial que relaciona la rapidez del avance del daño con la rotación plástica, pero considerando a la resistencia remanente, que se ha llamado d_{ult} .

La expresión de $R(d_i)$ puede entonces escribirse utilizando una función logarítmica como la siguiente:

$$R(d_i) = p_{cr} - \frac{\ln\left(1 - \frac{d_i}{d_{ult}}\right)}{b} \quad (3.13)$$

La inclusión de esta expresión exponencial no altera significativamente los valores calculados para resistencia, rigidez ni daño cuando los valores de la variable de daño son bajos o moderados, existiendo diferencias solo para valores extremos de daño. La pendiente b indica ahora la rapidez con que evoluciona inicialmente el daño del miembro en función de la rotación plástica. Esta pendiente va

decreciendo según la probeta se acerca a la resistencia remanente. El efecto de esta nueva expresión se muestra en la figura 3.8, donde se compara con la expresión de Ingressis.

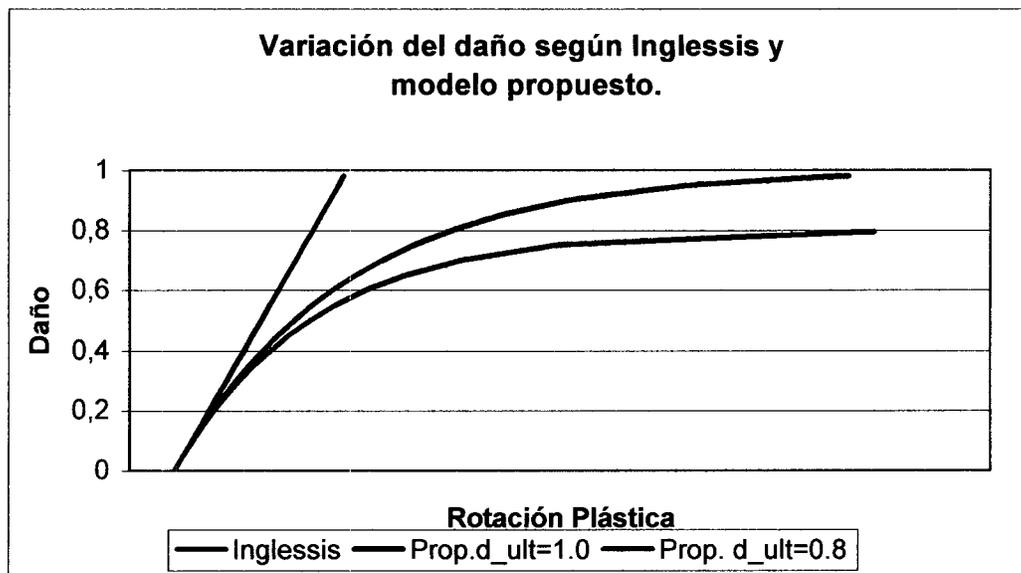


Figura 3.8. Comparación de valores de $R(d_i)$ según modelos.

3.3 LEY DE EVOLUCIÓN DE LA ROTACIÓN PLÁSTICA

La función de fluencia de una rótula plástica sin pandeo local puede ser escrita del siguiente modo:

$$f_i = |m_i - x_i| - m_e \quad (3.14)$$

donde x_i es un término de endurecimiento cinemático y m_e es el momento máximo elástico de la sección transversal del elemento. Sin embargo, se puede desarrollar un grado importante de endurecimiento plástico antes de la aparición del pandeo local. Por ese motivo se hace necesario un tipo de ley cinemática no lineal, de modo de poder describir el comportamiento de la rótula antes de la aparición del pandeo local. Esto hace que se incluya una ley de este tipo en el modelo monotónico. En este modelo se utiliza una expresión propuesta por Chaboche[4] en 1978, que tiene la forma

$$\dot{x}_i = \beta(m_y - m_e)\dot{\phi}_i^p - \beta x_i |\dot{\phi}_i^p| \quad x_i=0 \text{ para } \phi_i^p = 0 \quad (3.15)$$

donde m_y es el momento último de la sección y β es un parámetro dependiente del miembro. El significado de los términos m_e y m_y es ilustrado en la figura 3.9 haciendo uso de los conceptos de Resistencia de Materiales.

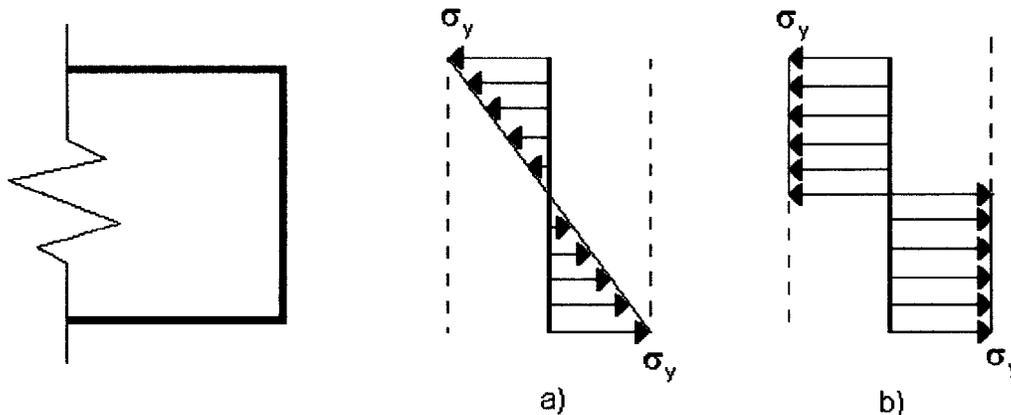


Figura 3.9. Distribución de esfuerzos. a) Cuando se alcanza m_e b) Al alcanzar m_y

La rapidez de la transición desde el momento elástico m_e hasta el momento último m_y depende de la forma de la sección transversal del elemento estudiado, tal como se muestra en la figura 3.10 de Sohal y Chen y que se presenta a continuación.

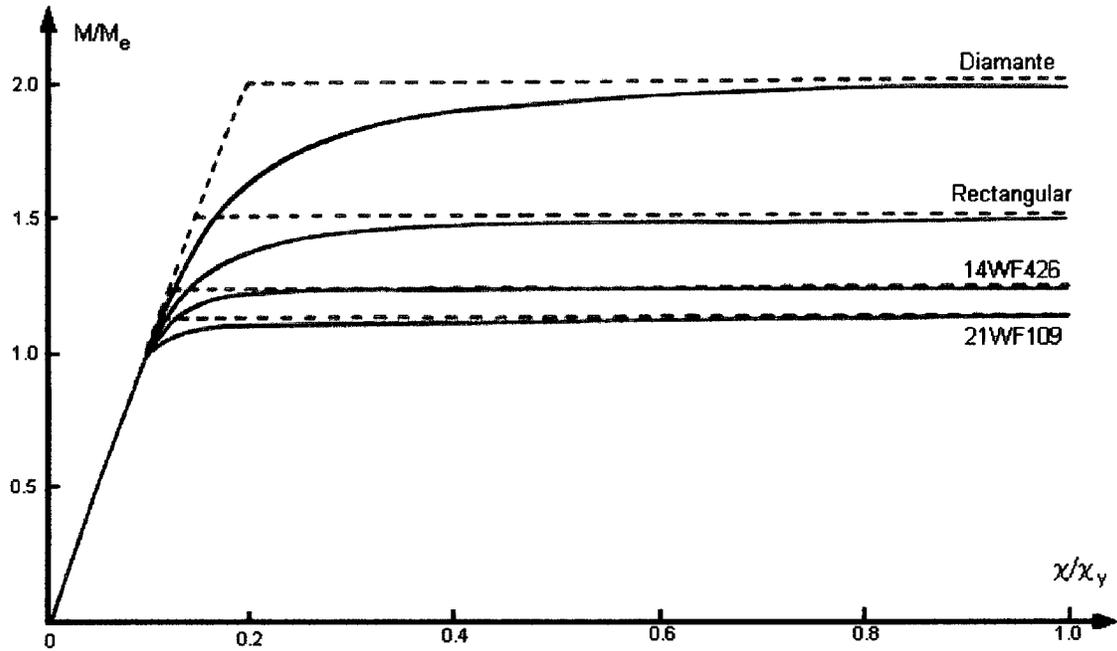


Figura 3.10. Relaciones momento-curvatura para diferentes secciones obtenidas por Sohal y Chen.

Para la ley de evolución de la rotación plástica mostrada, se tiene que la evolución desde m_e hasta m_y se puede representar mediante una ley exponencial y la rapidez de esta transición se encuentra dada por el parámetro β , tal como se muestra en la figura 3.11.

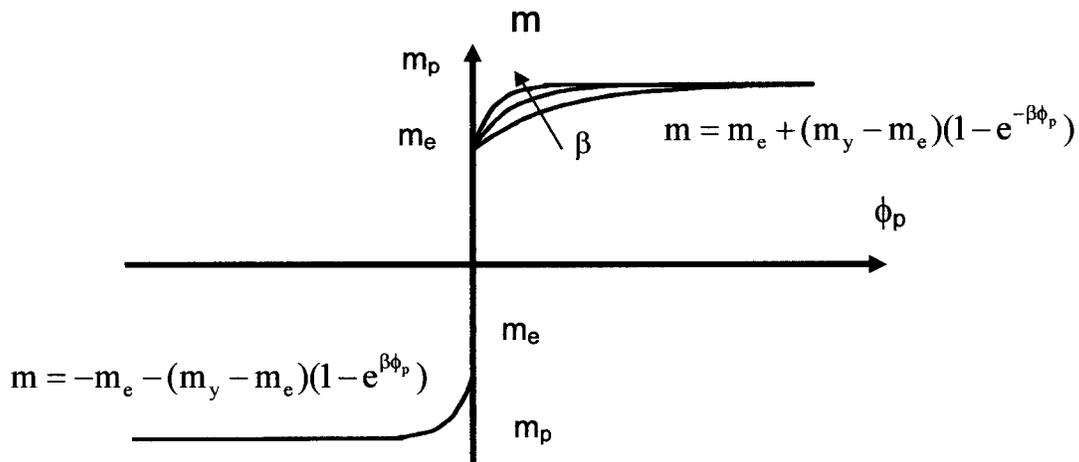


Figura 3.11 Relaciones momento-rotación según ecuaciones 3.14 y 3.15

Como los valores obtenidos para el endurecimiento tienden a saturarse entre los valores de m_e y m_y en la medida en que la rotación plástica tiende a infinito, con una velocidad que depende del parámetro β , este parámetro debe ser calculado para cada sección transversal en particular, a fin de representar correctamente la rapidez del endurecimiento en cada caso.

La ley de evolución de la rotación plástica puede ser escrita del siguiente modo:

$$\begin{cases} \dot{\phi}_i^p = 0 & \text{si } f_i < 0 \text{ o } \dot{f}_i < 0 \\ \dot{\phi}_i^p \neq 0 & \text{si } f_i = 0 \text{ y } \dot{f}_i = 0 \end{cases} \quad (3.16)$$

Se ha notado que cuando en la región de la rótula plástica hace su aparición el pandeo local, se produce una disminución súbita de la resistencia del elemento; de este modo, una vez aparece el pandeo local, el momento máximo admitido por la sección deja de ser m_y pasando a valores inferiores que dependen del estado del pandeo local; en esta etapa de comportamiento el momento m_y disminuye al tiempo que el pandeo local aumenta, constituyendo así la etapa de deterioro del comportamiento.

Para tomar en cuenta este fenómeno se introduce en el modelo el concepto de "momento equivalente", que es un concepto similar al de esfuerzo equivalente utilizado en teoría del daño y mecánica de suelos. El momento \bar{m}_i de una rótula plástica con daño queda definida como:

$$\bar{m}_i = \frac{m_i}{1-d_i} \quad (3.17)$$

y gracias a esta definición, se puede obtener entonces la función de fluencia de una rótula plástica con pandeo local al introducir en la expresión 3.14 el momento efectivo en lugar del momento convencional.

$$f_i = \left| \frac{m_i}{1-d_i} - x_i \right| - m_e \quad (3.18)$$

En la teoría del daño continuo este tipo de hipótesis es conocido como “hipótesis de equivalencia de deformaciones”. La ley de evolución de la rotación plástica queda entonces definida por las expresiones 3.15, 3.16 y 3.18.

En algunos casos, que dependen en general del espesor de las paredes del elemento, el pandeo local aparece en la zona de la rótula plástica antes de que el endurecimiento plástico alcance su saturación y esta situación puede ser reproducida por el modelo con solamente una selección apropiada de los parámetros β y p_{cr} de la expresión 3.12. Esta característica del modelo lo hace apto para una gran variedad de comportamientos, tanto de secciones compactas como secciones no compactas.

Para los casos de historias de carga monotónicas, el modelo es capaz de reproducir en forma muy eficiente el comportamiento global de cada elemento estructural y de pórticos considerados como conjunto, aunque este no es el caso para historias de carga cíclicas.

En el caso de que existan inversiones en los signos de las cargas, el modelo acumula daño en forma mas rápida que el elemento real, indicando con esto que el tomar la rotación plástica de las rótulas como una medida del daño general del elemento puede no ser tan conveniente como se supuso en un principio. Para el caso de las cargas cíclicas es importante introducir conceptos como unilateralidad del daño y contrapandeo, conceptos que serán tratados extensamente mas adelante.

3.4 RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO PLANTEADO

Una vez implementado el modelo propuesto en la forma de un elemento finito acoplado como librería en el programa ABAQUS[13], se procedió a la simulación numérica del comportamiento de los elementos ante cargas monotónicas.

Los resultados obtenidos en el ensayo de cada una de las probetas son presentados conjuntamente con sus contrapartes obtenidas por simulación numérica utilizando el modelo descrito. Estos resultados se presentan en forma de gráficas de carga contra deflexión en el extremo libre de la probeta.

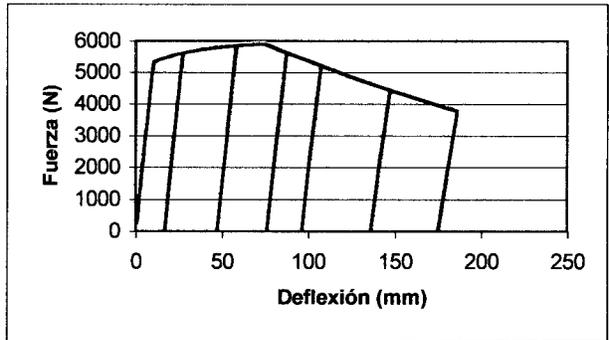
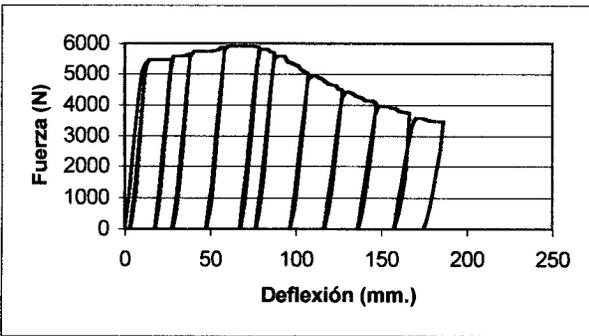


Figura 3.12. a)Ensayo monotónico N° 1 b)Simulación N° 1

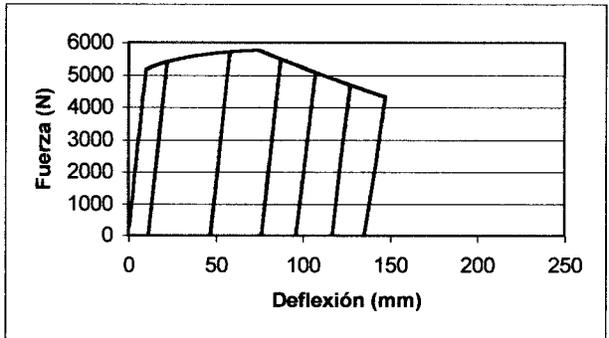
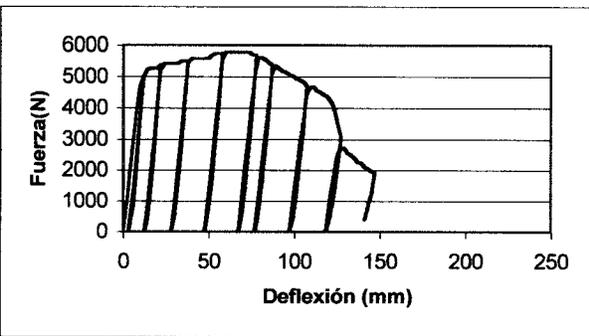


Figura 3.13. a)Ensayo monotónico N° 2 b)Simulación N° 2

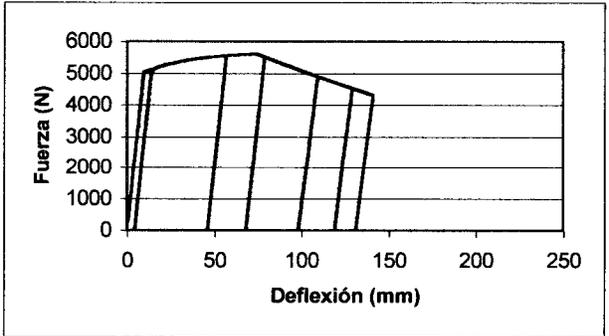
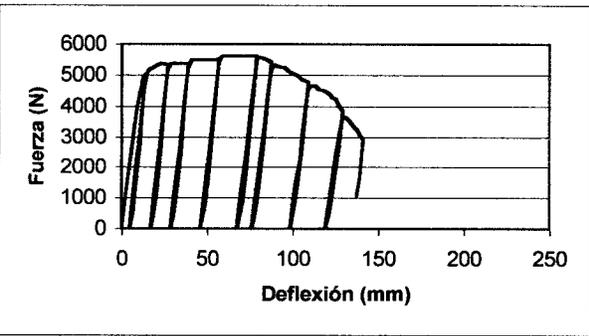


Figura 3.14. a)Ensayo monotónico N° 3 b)Simulación N° 3

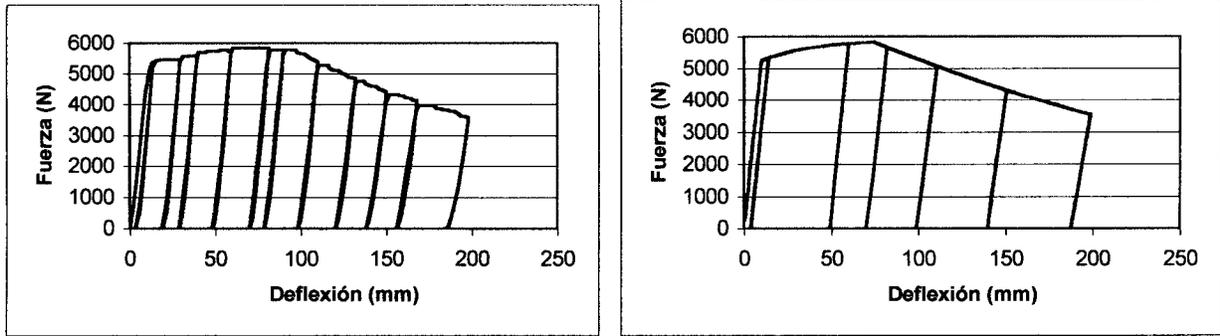


Figura 3.15. a)Ensayo monotónico N° 4 b)Simulación N° 4

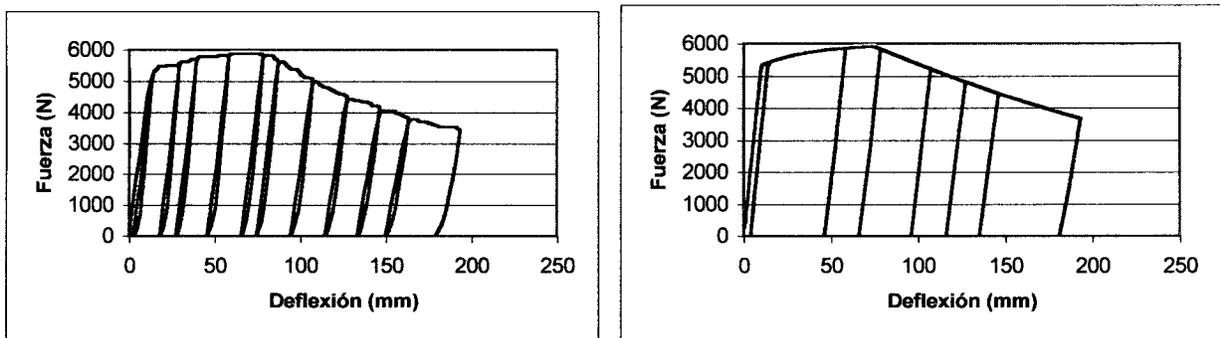


Figura 3.16. a)Ensayo monotónico N° 5 b)Simulación N° 5

De las figuras anteriores se desprende que el modelo planteado es capaz de representar correctamente el comportamiento de elementos de acero sometidos a historias de carga monotónicas. Esto indica que la variable seleccionada como representativa del comportamiento y la evolución del pandeo local es capaz de representar correctamente si no la totalidad del fenómeno, al menos una gran parte del mismo.

Las figuras 3.13 y 3.14, corresponden a los ensayos monotónicos N° 2 y 3, respectivamente. En estas figuras se nota una diferencia en la parte final del ensayo respecto a la simulación, por lo que es conveniente aclarar que esta diferencia no se debe a problemas del modelo, sino a fallas en las soldaduras de las probetas 2 y 3, las cuales fallaron luego de la formación de la rótula en el extremo restringido de la probeta y durante la etapa de evolución del pandeo local y el deterioro del comportamiento general del elemento. Estas fallas de soldadura fueron reportadas previamente.

Los parámetros identificados para las probetas ensayadas ante cargas monotónicas fueron los utilizados en las simulaciones. Los valores de cada uno de ellos para cada una de las probetas, se muestran en la tabla 3.1. Este conjunto de parámetros son los que describen el comportamiento general del modelo planteado y, por ende, definen los resultados de las simulaciones efectuadas.

Tabla 3.1 Parámetros utilizados en las simulaciones.

PROBETA	EI (Kg-cm ²)	B	P _{cr} (Rad.)	D _{ult} (%)	Me (Kg-cm)	My (Kg-cm)	β
MON.01	21000000	2,20	0,13	0,80	26534	29734	19
MON.02	21000000	2,20	0,13	0,80	25804	29004	19
MON.03	21000000	2,00	0,15	0,80	25014	28214	19
MON.04	21000000	2,20	0,15	0,80	26092	29292	19
MON.05	21000000	2,00	0,13	0,80	26534	29734	19

Cada parámetro posee influencia en una de las diversas etapas del comportamiento general de un elemento sometido a flexión. Tal como se muestra en la figura 3.17, el parámetro EI controla el comportamiento durante la fase inicial elástica hasta alcanzar el máximo momento elástico M_e , definiendo la rigidez inicial de la probeta. Una vez alcanzado este valor, se inicia el endurecimiento hasta alcanzar el momento máximo M_y . La velocidad del endurecimiento en esta etapa se encuentra controlada por el parámetro β . Una vez alcanzada una cierta rotación plástica crítica llamada P_{cr} , se inicia el pandeo, que disminuye la resistencia de la probeta según el parámetro B, quien controla la velocidad de esta disminución.

Durante la etapa de pandeo, la disminución de la capacidad tiende hacia el valor de capacidad remanente llamado d_{ult} .

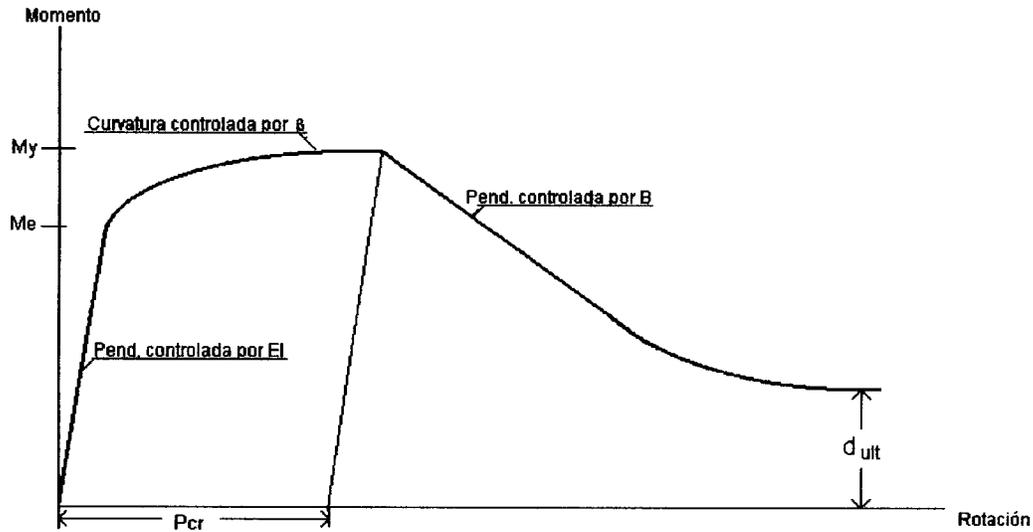


Figura 3.17. Comportamiento general y parámetros dominantes.

Como se puede observar en la tabla 3.1, los valores de EI , M_e , M_y , B , β , P_{cr} son fácilmente identificables de un conjunto de ensayos monotónicos. El valor de d_{ult} puede ser estimado de estos ensayos, observando las tendencias que se presentan en las últimas etapas de la fase de pandeo.

En los ensayos e identificaciones efectuadas no se observaron fuertes variaciones en los valores de estos parámetros de una probeta a otra para un mismo material y una misma sección transversal, motivo por el que se pueden considerar como constantes para cada sección. Sin embargo, de ensayos colaterales se ha observado que estos son parámetros que difieren de una forma o sección a otra y deben identificarse específicamente para cada uno de los tipos de elementos a estudiar.