

## Capítulo 7

### ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS APORTICADAS CON PANDEO LOCAL

Una vez efectuados los ensayos de elementos estructurales bajo cargas monotónicas y cíclicas y realizados los modelos de comportamiento propuestos, se efectuaron verificaciones de las bondades del modelo mediante la comprobación de los ensayos efectuados anteriormente por Inglessis et al. sobre pórticos planos a escala reducida. El modelo de comportamiento desarrollado por Inglessis es capaz de describir satisfactoriamente el comportamiento de pórticos planos metálicos bajo cargas monotónicas; sin embargo, no sucede lo mismo en el caso de cargas cíclicas, por lo que se consideró conveniente comprobar que un modelo de daño concentrado que considere la unilateralidad del daño y la existencia del fenómeno de contrapandeo representa mejor dicho comportamiento.

#### 7.1 - IDENTIFICACIÓN DE LOS PARÁMETROS DEL MODELO.

Para verificar el modelo sobre pórticos sometidos a cargas monotónicas e histeréticas, se deben efectuar ensayos previos con los elementos constitutivos del pórtico a ensayar. Estos ensayos de identificación se efectúan sobre probetas de acero sometidas a la acción de cargas monotónicas y tienen como finalidad identificar los diferentes parámetros de comportamiento que son incluidos en el modelo de daño propuesto. La figura 7.1 muestra el modelo experimental y la historia de desplazamientos impuestos al extremo libre de la probeta.

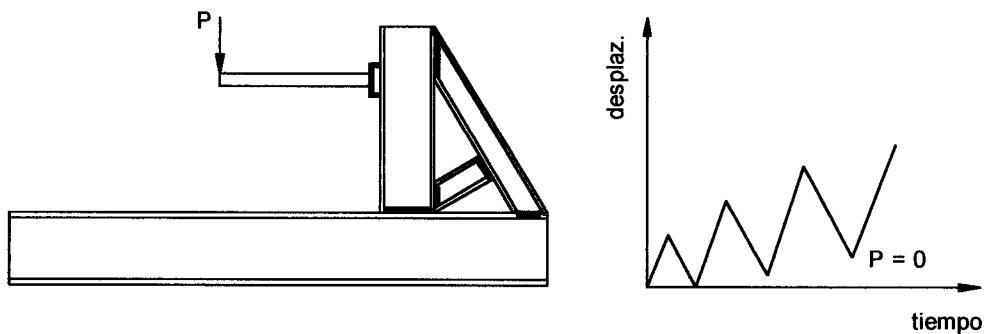


Figura 7.1. Modelo experimental e historia de carga monotónica.

La carga fue aplicada por medio de la maquina universal al igual que en los ensayos descritos previamente. Estos trabajos de identificación de los elementos utilizados en los pórticos experimentales fueron efectuados por Medina [25] y se encuentran descritos en la tesis doctoral de Inglessis[15].

Las características nominales de las probetas de acero para realizar los ensayos monotónicos están indicados en la tabla 7.1, los cuales corresponden a los elementos ensayados por Medina[25].

| TABLA 7.1  |       |        |        |                        |                                   |                                   |           |
|--|-------|--------|--------|------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------|
| CARACTERISTICAS NOMINALES DE LAS PROBETAS DE ACERO |       |        |        |                        |                                   |                                   |           |
| Elemento   | H(mm) | B (mm) | e (mm) | Area(cm <sup>2</sup> ) | I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> ) | I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> ) | Long.(cm) |
| Viga 1   | 41.00 | 24.00  | 2.50   | 3.00                   | 6.397                             | 2.6655                            | 30.00     |
| Viga 2   | 41.00 | 24.00  | 2.50   | 3.00                   | 6.397                             | 2.6655                            | 30.00     |
| Columna  | 41.00 | 24.00  | 2.50   | 3.00                   | 6.397                             | 2.6655                            | 20.00     |
| Columna  | 41.00 | 24.00  | 2.50   | 3.00                   | 6.397                             | 2.6655                            | 20.00     |

Las figuras 7.2 y 7.3 muestran los resultados experimentales de los elementos utilizados como vigas.

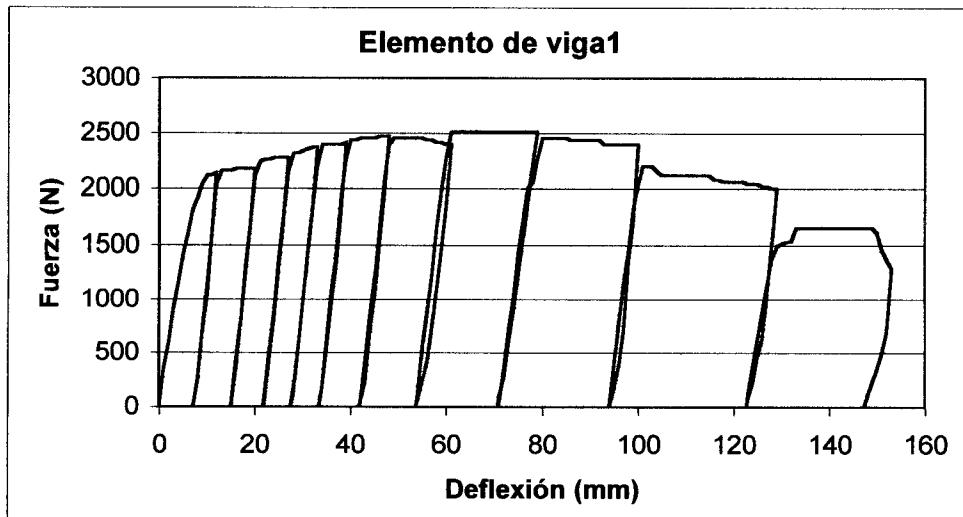


Figura 7.2. Ensayo monotónico en elemento de viga 1 [25]

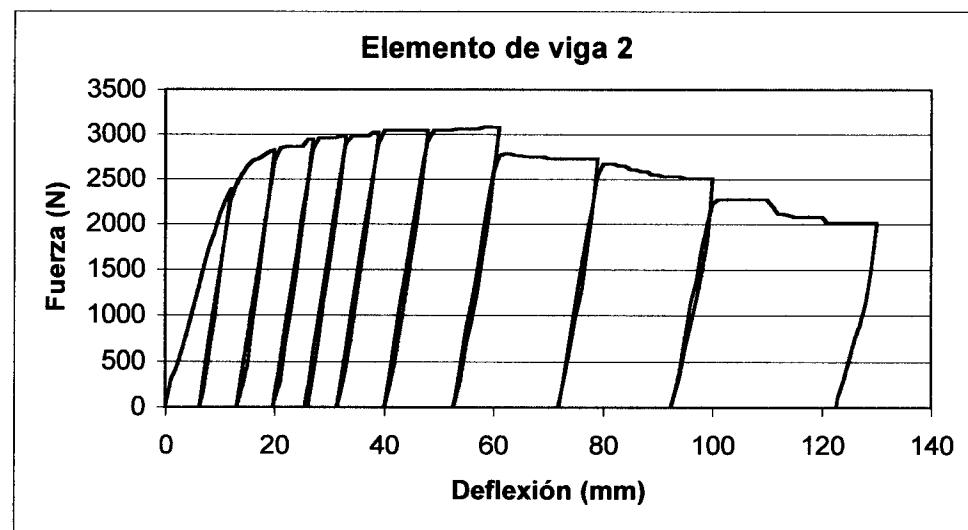


Figura 7.3. Ensayo monotónico en elemento de viga 2 [25]

Las figuras 7.4 y 7.5 muestran los resultados experimentales de los elementos utilizados como columnas.

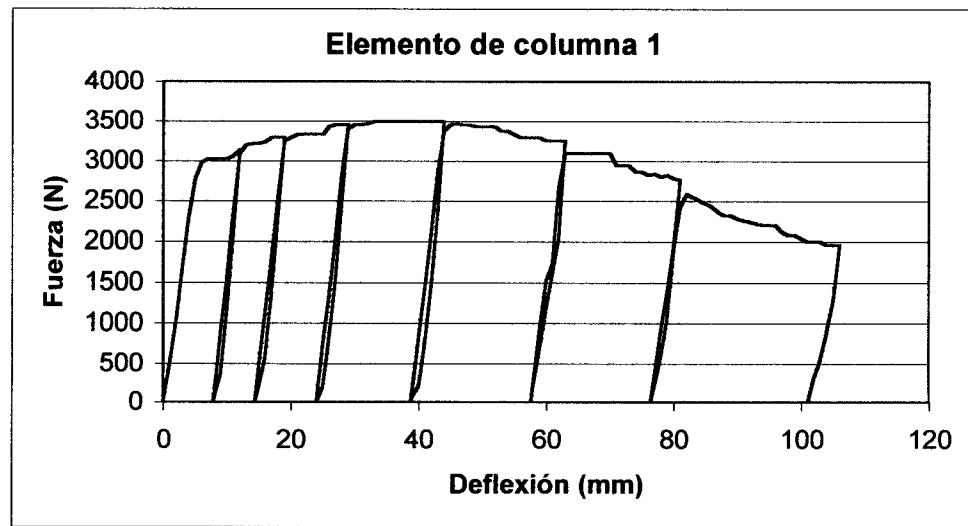


Figura 7.4. Ensayo monotónico elemento de columna 1[25]

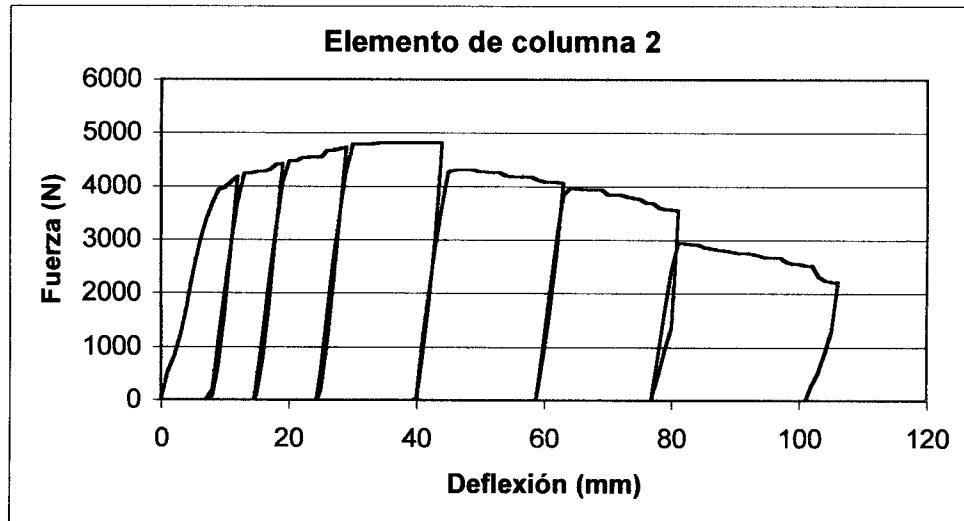


Figura 7.5. Ensayo monotónico elemento de columna 2 [25]

Tomando como base los resultados de Medina en sus ensayos de identificación, se procedió a la verificación de los parámetros del modelo obtenidos previamente (variables internas) a través de las simulaciones numéricas, efectuadas con el programa comercial de análisis no lineal por elementos finitos llamado ABAQUS (problema global) junto con el elemento librería (UEL) elaborado en esta investigación (problema local).

Es importante resaltar que los elementos vigas, columnas y pórtico ensayado para la verificación del modelo propuesto en esta investigación fueron manufacturados en su momento en el Laboratorio de Materiales y Ensayos de la Facultad de Ingeniería, por lo que sus características no corresponden a perfiles metálicos comerciales. Esto se debió a las limitaciones existentes en el laboratorio para la realización de los ensayos experimentales con los pórticos propiamente dichos.

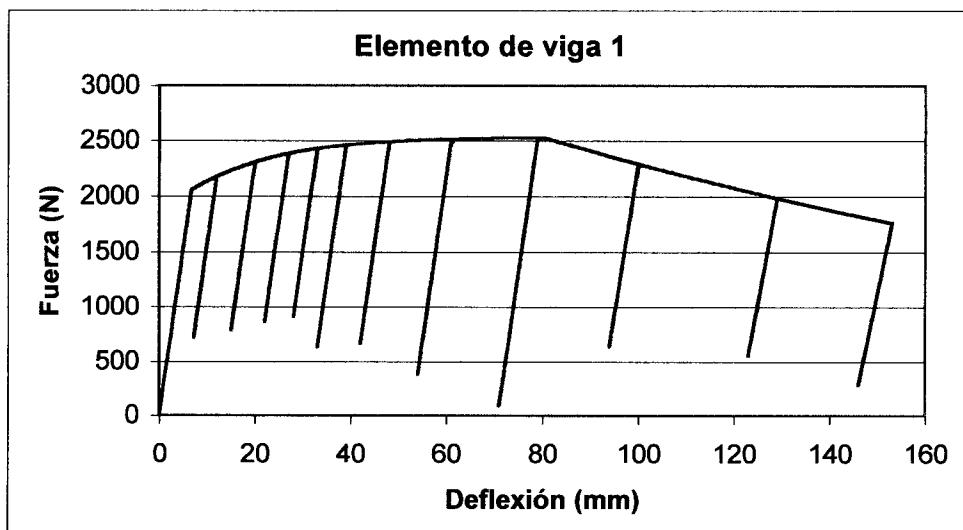


Figura 7.6. Simulación monotónica elemento de viga 1

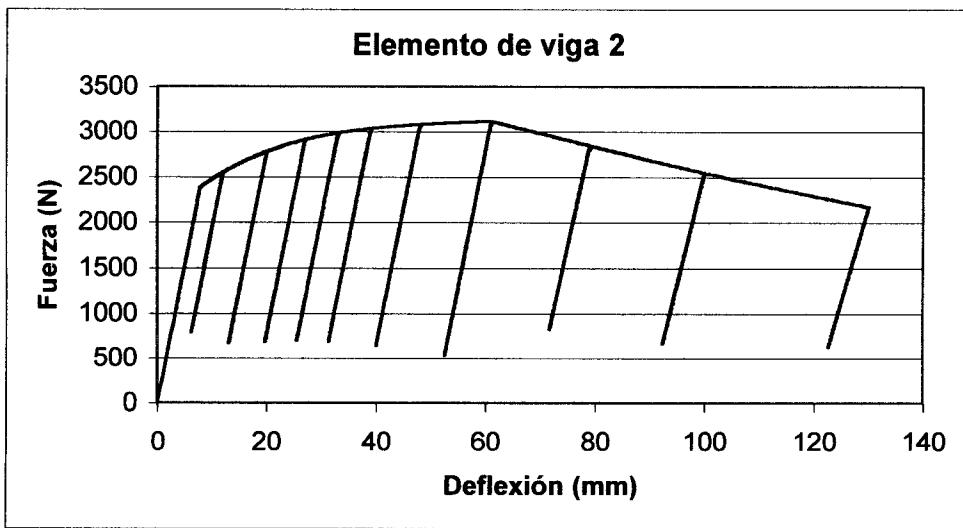


Figura 7.7. Simulación monotónica elemento de viga 2

Las figuras 7.8 y 7.9 muestran los resultados experimentales de los elementos utilizados como columnas.

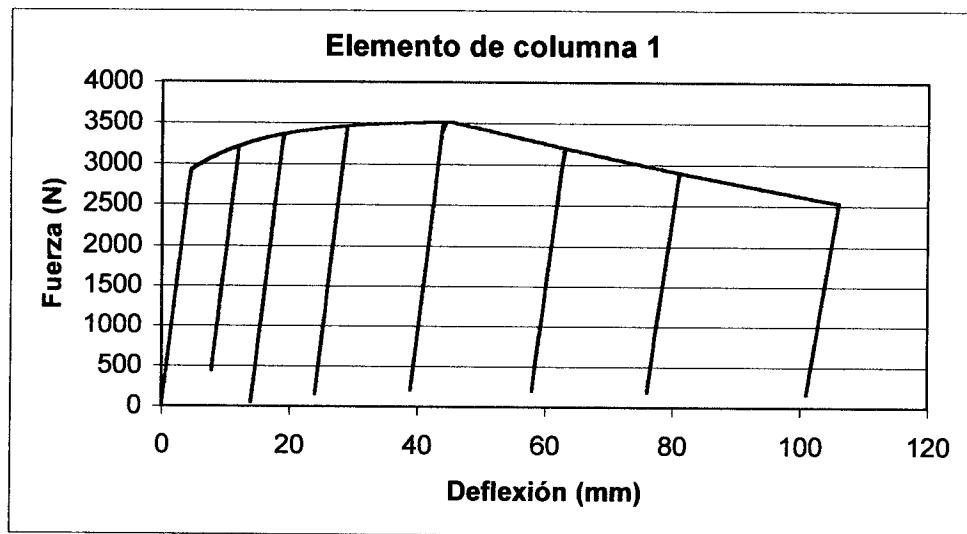


Figura 7.8. Simulación monotónica elemento columna 1

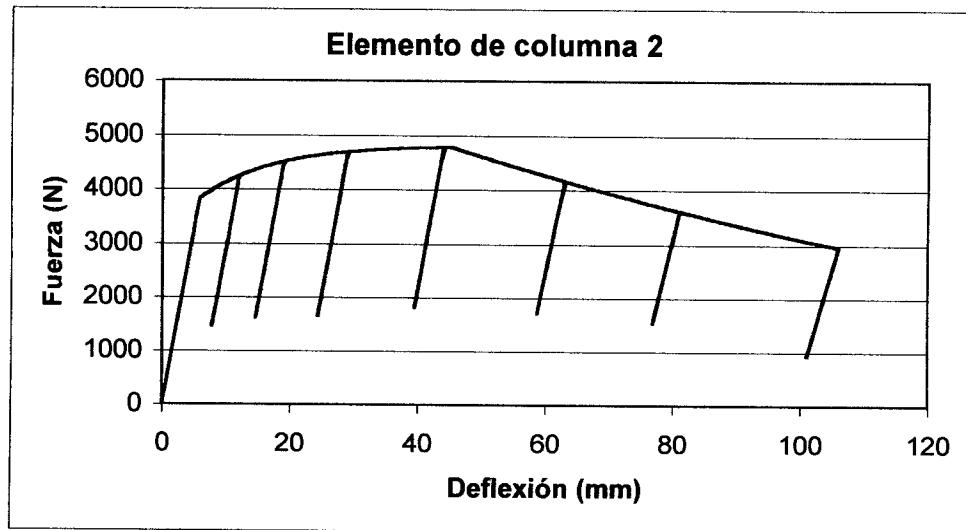


Figura 7.9. Simulación monotónica elemento columna 2

A continuación se muestran las gráficas comparativas entre las historias obtenidas experimentalmente y las obtenidas mediante la simulación con el modelo propuesto.

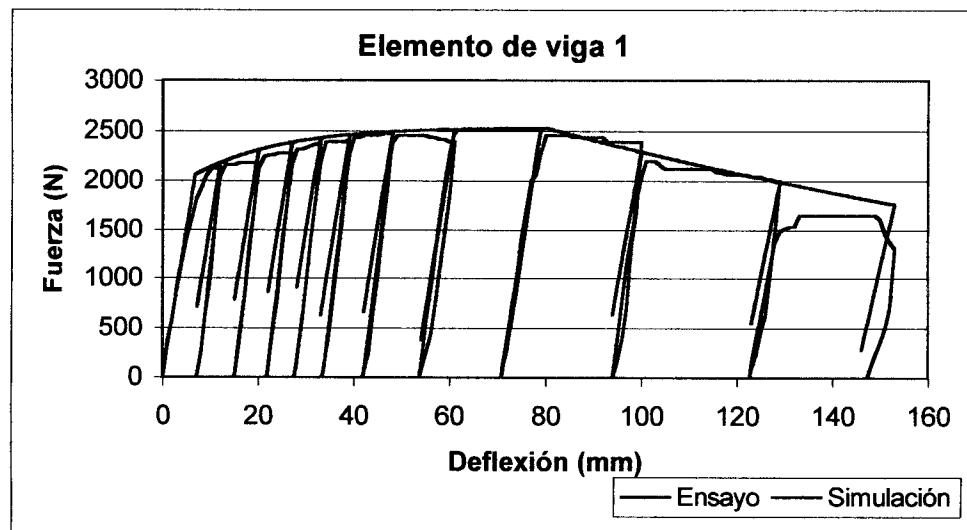


Figura 7.10. Ensayo y simulación elemento viga 1

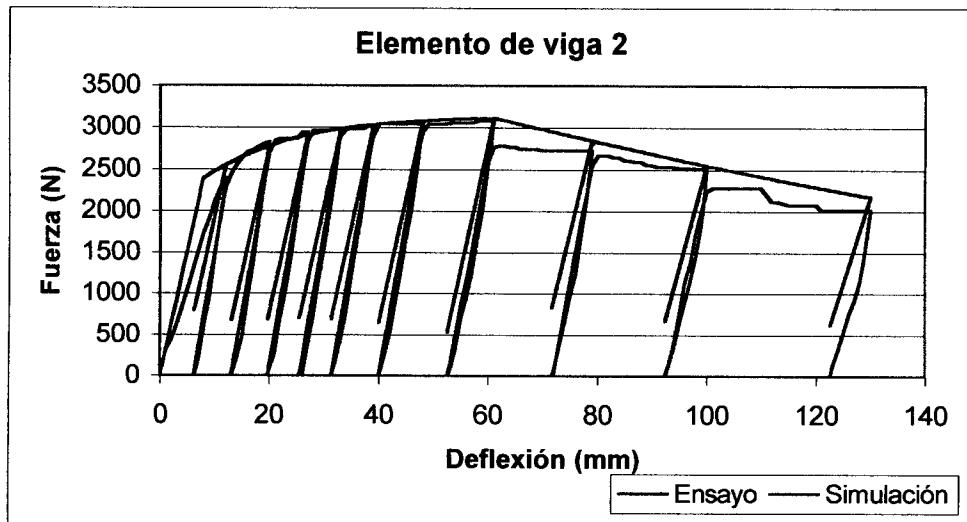


Figura 7.11. Ensayo y simulación elemento viga 2

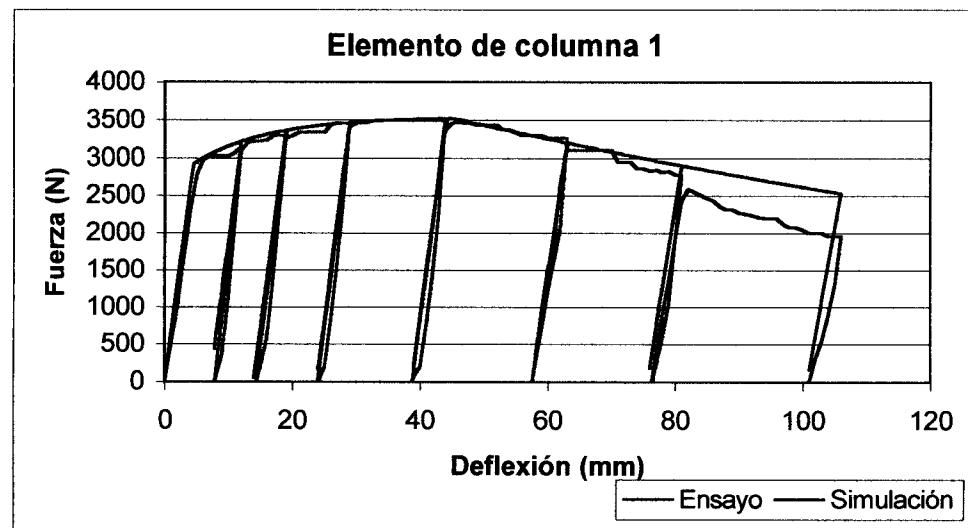


Figura 7.12. Ensayo y simulación elemento columna 1

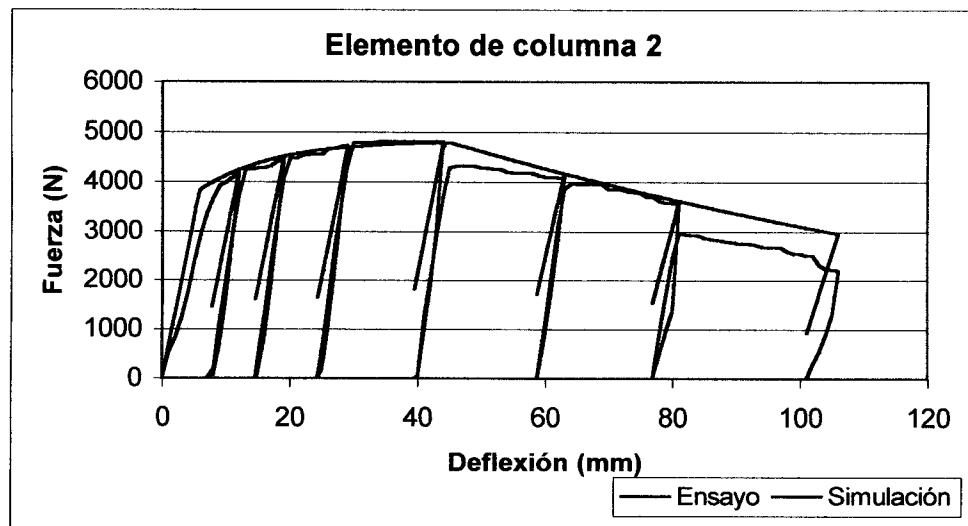


Figura 7.13. Ensayo y simulación elemento columna 2

Los resultados de estas simulaciones permitieron verificar los parámetros o variables internas a incluir en el modelo, cuyos valores se resumen en la tabla 7.2. Debido a que el modelo propuesto utiliza parámetros no identificados por Medina, estos fueron tomados de los resultados de los ensayos monotónicos e histeréticos realizados en el presente trabajo en laboratorio a fin de introducir todas las variables en el modelo propuesto.

Los parámetros en referencia son  $d_{ult}$  y  $h$ , que se incluyen en el actual modelo.

| Valores de las variables internas o parámetros del modelo |                     |      |                      |           |          |             |       |
|---|---------------------|------|----------------------|-----------|----------|-------------|-------|
| Ensayo  | $M_e(\text{Kg-cm})$ | b    | $P_{cr}(\text{rad})$ | $X\alpha$ | $\alpha$ | $d_{ult}^*$ | $h^*$ |
| Viga 1  | 6350.00             | 1.30 | 0.2100               | 1100.00   | 18.00    | 0.90        | 0.60  |
| Viga 2  | 7300.00             | 1.60 | 0.1700               | 2000.00   | 21.00    | 0.90        | 0.60  |
| Columna   | 5950.00             | 1.30 | 0.2000               | 950.00    | 18.50    | 0.90        | 0.60  |
| Columna   | 7800.00             | 1.60 | 0.1900               | 1700.00   | 20.00    | 0.90        | 0.60  |

\* (Determinado de las probetas monotónicas e histeréticas de este trabajo)

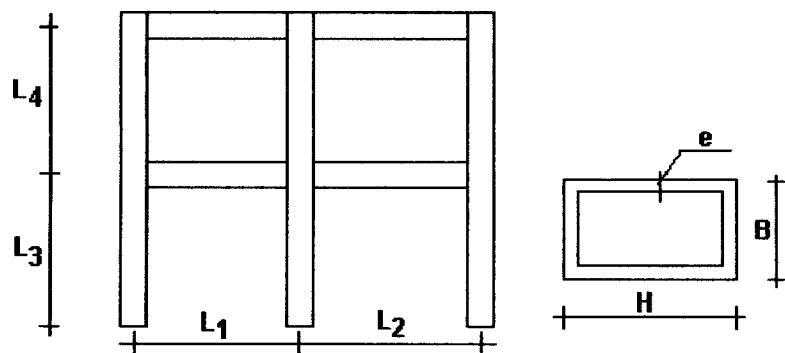
## 7.2. –VERIFICACIÓN DEL MODELO. Caso monotónico.

Con los parámetros de las tablas 7.1 y 7.2, referentes a los elementos componentes de los pórticos, se efectuaron las simulaciones indicadas en las figuras 7.6 a 7.9, ambas inclusive.

Tal como se observa en las figuras 7.10 a 7.13, ambas inclusive, el modelo en cuestión se ajusta al ensayo experimental en todas las etapas del comportamiento. Una vez iniciada la etapa de daño, el modelo se comporta razonablemente bien hasta que los valores de daño exceden del rango práctico de aplicación del modelo.

## 7.3 COMPROBACIÓN DEL MODELO PROPUESTO EN EL CASO DE PÓRTICOS PLANOS. – MODELO EXPERIMENTAL

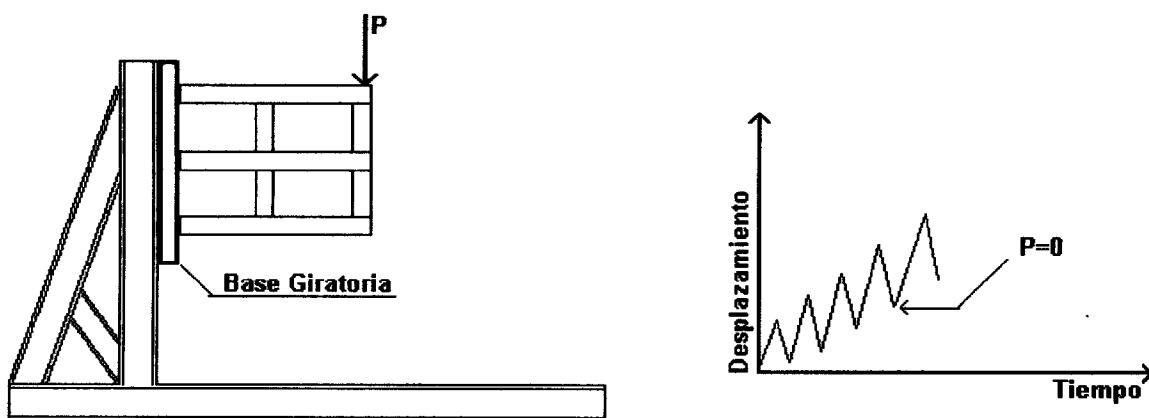
El modelo experimental utilizado en la comprobación del modelo se encuentra descrito por Inglessis[15] y fue ensayado en el Laboratorio de Materiales y Ensayos de la Universidad de Los Andes como parte del trabajo de maestría de Medina [25]. El esquema de los pórticos ensayados está representado en la figura 7.1. Este modelo consiste en un pórtico de dos tramos y dos pisos, con elementos rectangulares de sección hueca y juntas soldadas.



a) Pórtico de ensayo    b) Sección de elementos

Figura 7.14. Características de los pórticos ensayados por Inglessis y Medina

Los sistemas elaborados en el laboratorio para la aplicación de las solicitudes tanto monotónicas como histeréticas sobre el pórtico a ensayar, son las indicadas en las figuras 7.15 y 7.16. Es conveniente indicar que las limitaciones físicas presentes en el Laboratorio de Materiales y Ensayos de la Universidad de Los Andes, prácticamente obligó el tamaño de los pórticos, así como, la sección transversal de los miembros, los cuales fueron manufacturados con láminas metálicas, es decir, no se utilizó en ningún caso perfiles metálicos comerciales.



a) Modelo de prueba.    b) Historia de prueba monotónica.

Figura 7.15. Ensayo monotónico.

Los resultados obtenidos del ensayo experimental monotónico, es decir fuerza aplicada en un solo sentido y desplazamientos impuestos (deflexiones), son graficados en las figuras 7.17 a 7.19.

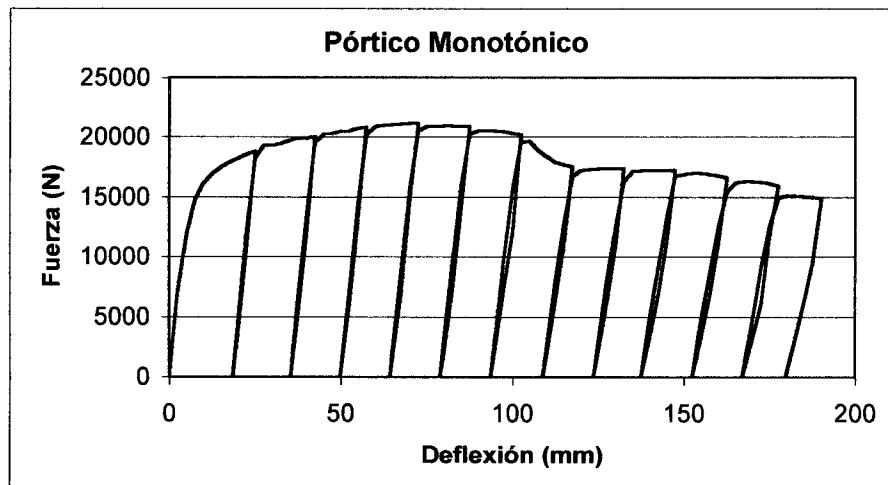


Figura 7.17. Ensayo pórtico monotónico. [15]

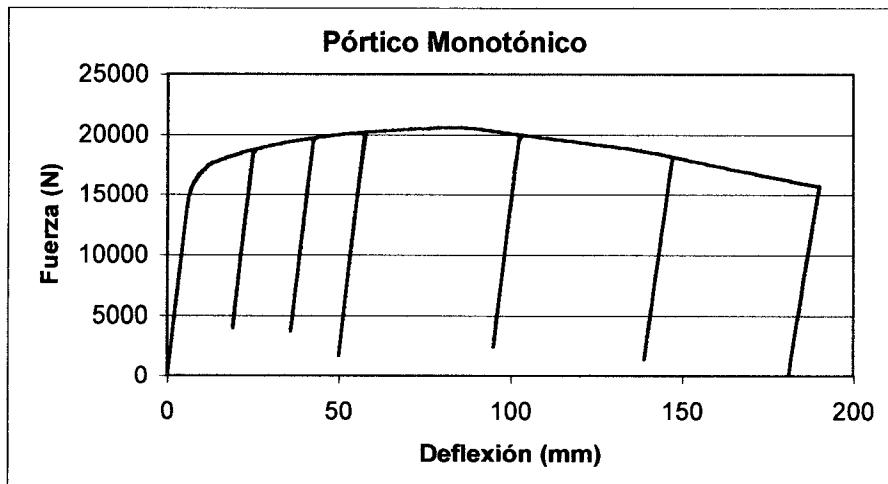


Figura 7.18. Simulación del ensayo monotónico.

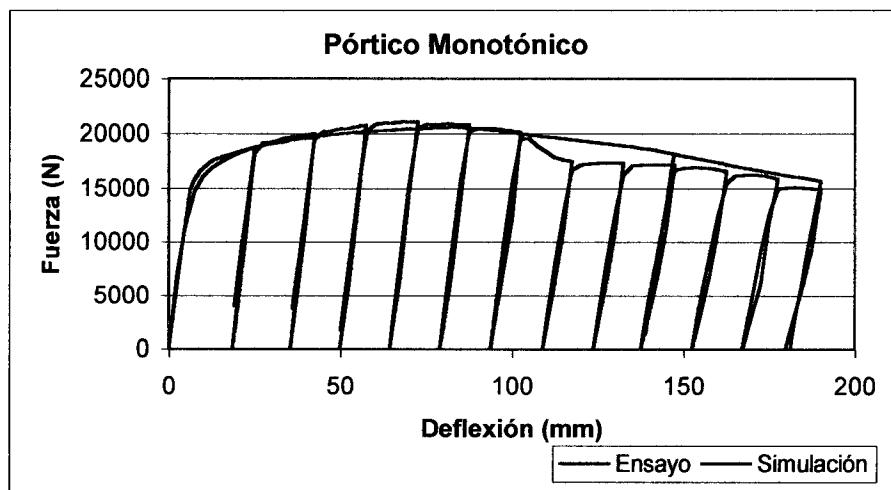


Figura 7.19. Ensayo y simulación del ensayo monotónico.

Los ensayos histeréticos fueron realizados sobre tres pórticos cuyas características geométricas y propiedades de la sección transversal de los elementos se indican en las tablas 7.5 y 7.6 respectivamente y se corresponden con la figura 7.14.

| Tabla 7.5                               |        |         |         |         |
|---|--------|---------|---------|---------|
| DIMENS. PÓRTICOS DE ENSAYO HISTERETICOS |        |         |         |         |
| Pórtico                                 | L1(cm) | L2 (cm) | L3 (cm) | L4 (cm) |
| 1 (H)                                   | 30.00  | 30.00   | 20.00   | 20.00   |
| 2 (H)                                   | 30.00  | 30.00   | 20.00   | 20.00   |
| 3(H)                                    | 30.00  | 30.00   | 20.00   | 20.00   |

| Tabla 7.6                                 |        |        |        |                         |                                   |                                   |
|---|--------|--------|--------|-------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| CARACTERÍSTICAS NOMINALES DE LOS MIEMBROS |        |        |        |                         |                                   |                                   |
| Pórtico                                   | H (cm) | B (cm) | e (mm) | Area (cm <sup>2</sup> ) | I <sub>x</sub> (cm <sup>4</sup> ) | I <sub>y</sub> (cm <sup>4</sup> ) |
| 1 (H)                                     | 4.20   | 2.40   | 2.50   | 3.05                    | 6.7975                            | 2.7235                            |
| 2 (H)                                     | 4.20   | 2.40   | 2.50   | 3.05                    | 6.7975                            | 2.7235                            |
| 3 (H)                                     | 4.20   | 2.40   | 2.50   | 3.05                    | 6.7975                            | 2.7235                            |

Los valores de los parámetros del modelo utilizado en los pórticos monotónicos e histeréticos se encuentran resumidos en la tabla 7.7 y corresponden a los valores promedio obtenidos por Medina [25]

**Tabla 7.7.**

| Valores de los parámetros del modelo utilizados en las simulaciones. |            |      |        |           |          |                |       |
|--|------------|------|--------|-----------|----------|----------------|-------|
| Ensayo   | $M_e$ (Kg- | c    | Pcr    | $X\alpha$ | $\alpha$ | $d_{ultimo}^*$ | $h^*$ |
| Vigas  | 6825.00    | 1.45 | 0.1900 | 1550.00   | 19.50    | 0.90           | 0.60  |
| Columnas   | 6875.00    | 1.45 | 0.1950 | 1325.00   | 19.25    | 0.90           | 0.60  |

\* (Determinado de las probetas monotónicas e histeréticas de este trabajo)

Siguiendo el mismo esquema metodológico aplicado a los ensayos monotónicos, a continuación se muestran las figuras 7.20 a 7.22, que muestran los resultados experimentales obtenidos por Medina[25] en pórticos sometidos a cargas reversibles o histeréticas, con desplazamientos impuestos (deflexiones).

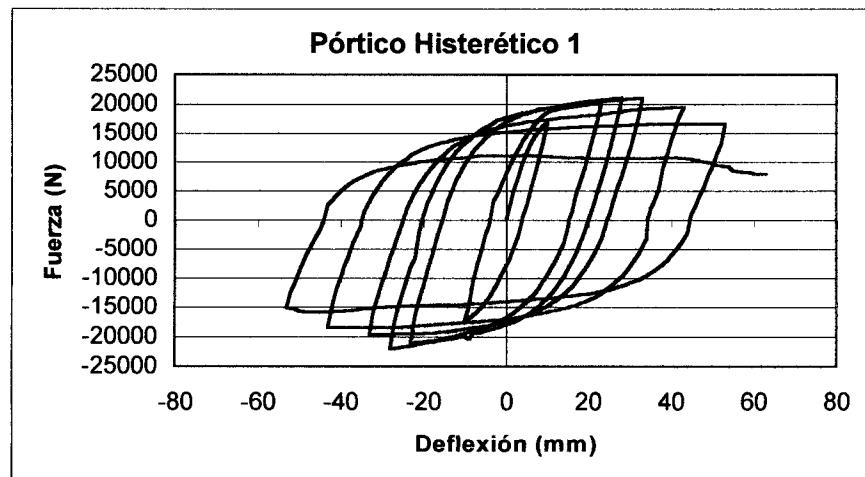


Figura 7.20. Ensayo pórtico histerético 1 [25]

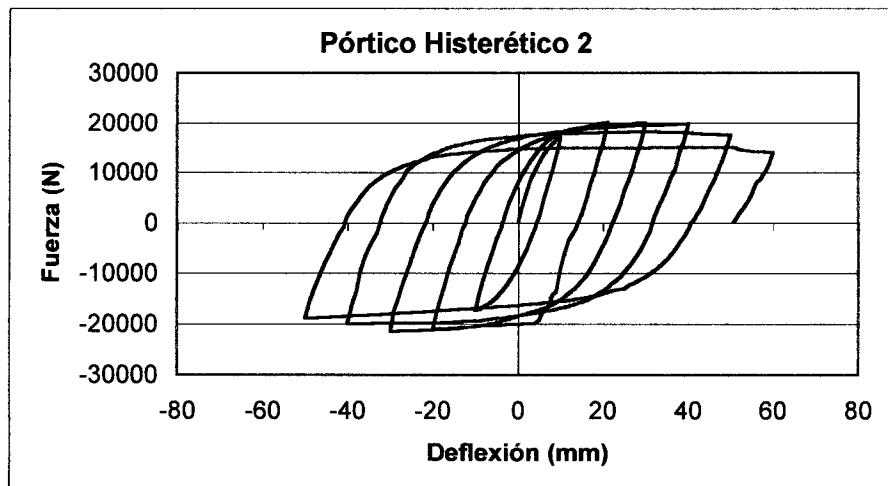


Figura 7.21. Ensayo pórtico histerético 2 [25]

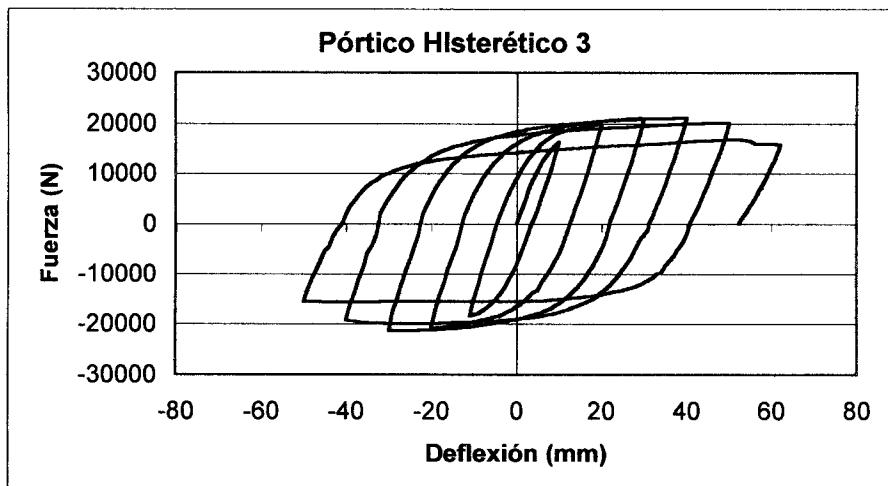


Figura 7.22. Ensayo pórtico histerético 3 [25]

Los resultados de las simulaciones efectuadas para comprobar las bondades del modelo se muestran a continuación en las figuras 7.23, 7.24 y 7.25, respectivamente para los tres pórticos metálicos ensayados por Medina [25]. Para estas simulaciones se tomaron los parámetros obtenidos de los ensayos monotónicos efectuados por Medina, excepto los que conciernen al comportamiento histerético, que no fueron determinados hasta este trabajo.

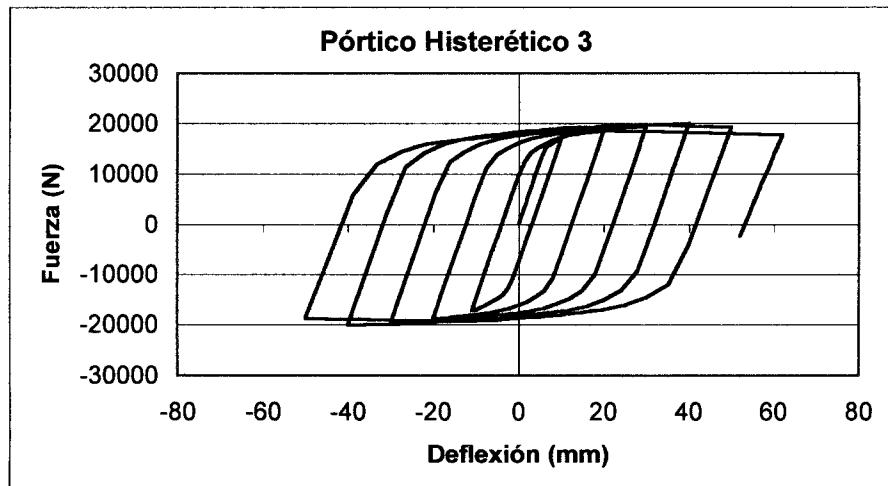


Figura 7.25. Simulación pórtico histerético 3

Las figuras 7.26 a 7.28 que siguen a continuación, muestran la superposición entre los ensayos experimentales y las simulaciones numéricas, demostrando que el modelo propuesto representa aceptablemente el comportamiento experimentado por los pórticos en el laboratorio, siempre y cuando los parámetros sean los correctos.

Los parámetros empleados en las simulaciones fueron obtenidos de los ensayos efectuados por Medina en los elementos que constituyen las vigas y columnas de los pórticos ensayados durante su tesis. En otras palabras, estos parámetros fueron seleccionados después de conocer los resultados de los ensayos en elementos simples y posteriormente comprobados en los ensayos experimentales.

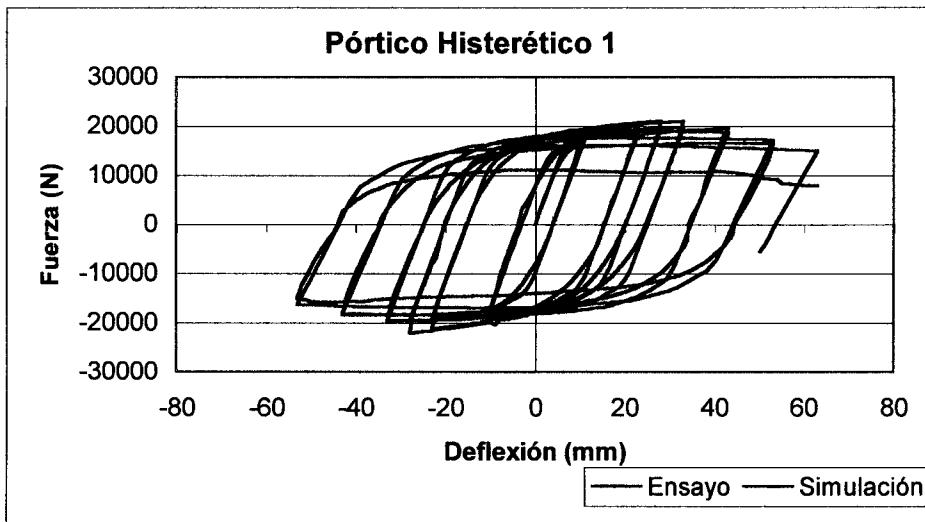


Figura 7.26. Ensayo y simulación pórtico histerético 1

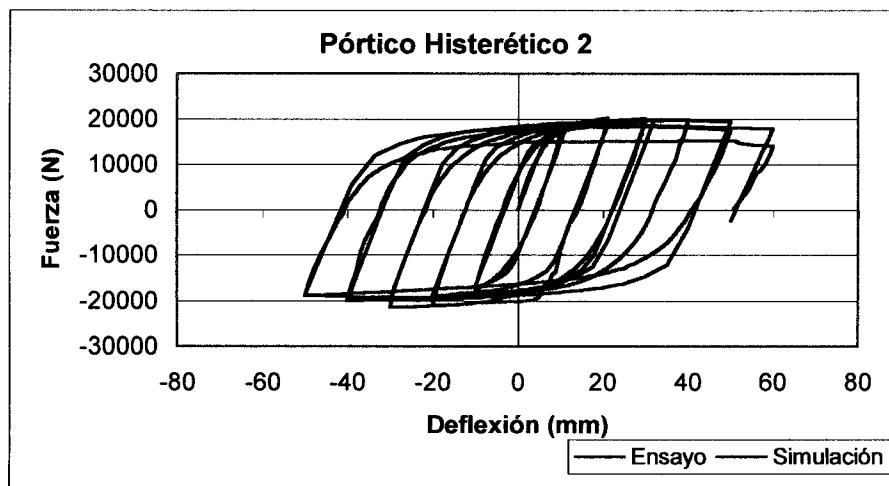


Figura 7.27. Ensayo y simulación pórtico histerético 2

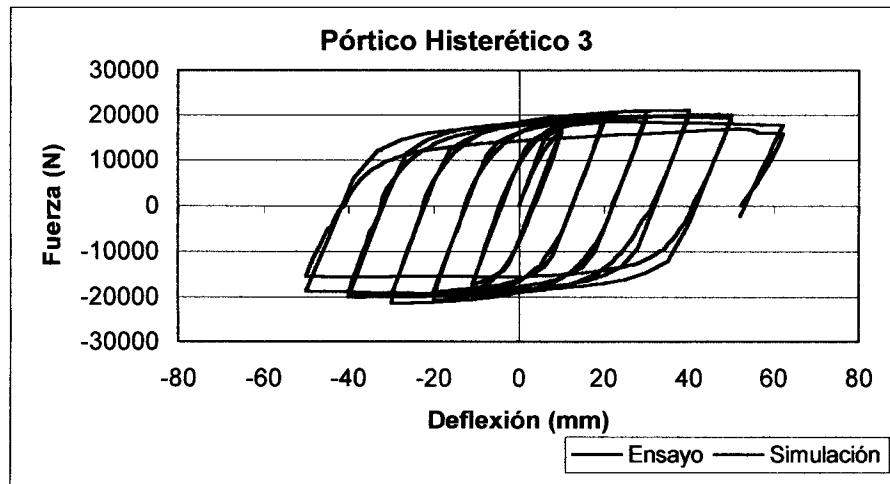


Figura 7.28. Ensayo y simulación pórtico histerético 3

Como se ha observado en las figuras anteriores, el modelo propuesto se ajusta satisfactoriamente a los ensayos experimentales, tanto en el caso monotónico como en caso histerético. Estas figuras muestran que es posible simular en forma correcta el comportamiento de pórticos planos de acero ante cargas monotónicas o revertidas, conociendo con anterioridad las características del comportamiento de las barras que los componen si se efectúan ensayos simples monotónicos e histeréticos sobre los elementos.

Se hace notar que la simulación obtenida para el pórtico histerético 1 se aleja fuertemente del comportamiento obtenido en laboratorio durante sus últimas etapas. Este fenómeno se debe posiblemente a rotura prematura de elementos, no consideradas en este modelo.

A continuación se presentan los mapas de daño obtenidos mediante la aplicación del modelo en los pórticos a escala reducida ensayados, tanto ante cargas monotónicas como histeréticas. Para el caso monotónico mostrado en la figura 7-29 se presentan los mapas de daño que corresponden al final de cada una de las descargas efectuadas, de modo de apreciar la evolución del valor de las variables de daño en las etapas intermedias del ensayo. Para los casos histeréticos mostrados en las figuras 7-30 a 7-32, ambas inclusive, se muestran los valores de daño positivo y negativo al final de cada uno de los ensayos.

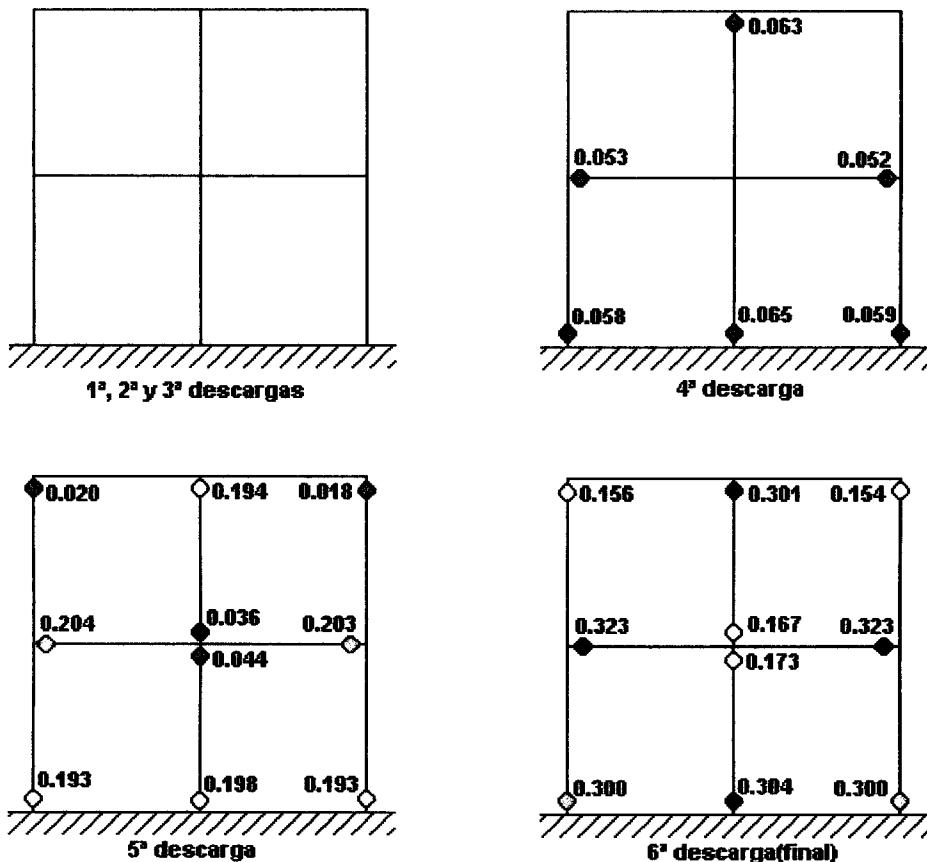


Figura 7.29. Mapa de evolución del daño en pórtico monotónico.

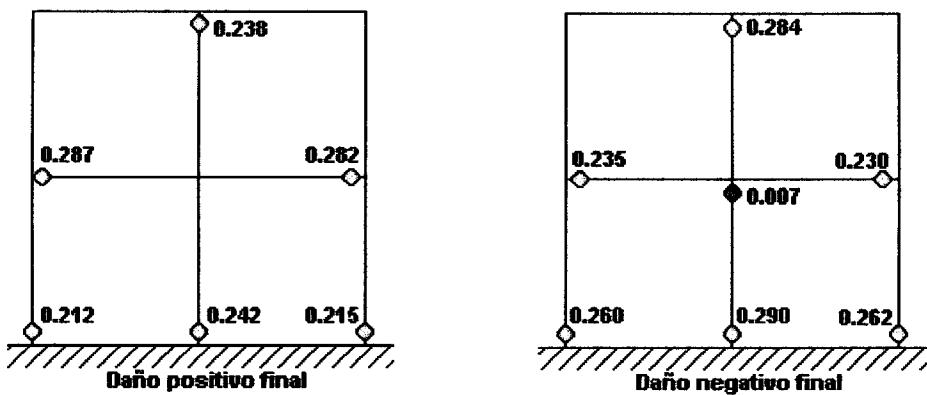


Figura 7.30. Mapa final de daño positivo y negativo en pórtico histerético 1.

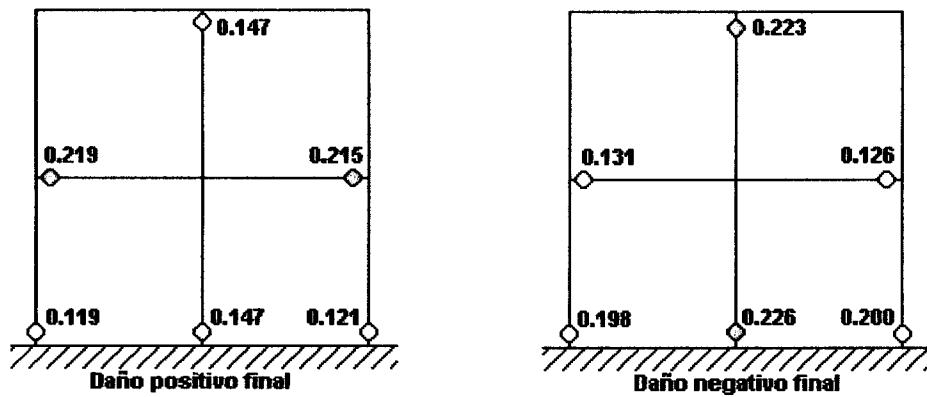


Figura 7.31. Mapa final de daño positivo y negativo en pórtico histerético 2.

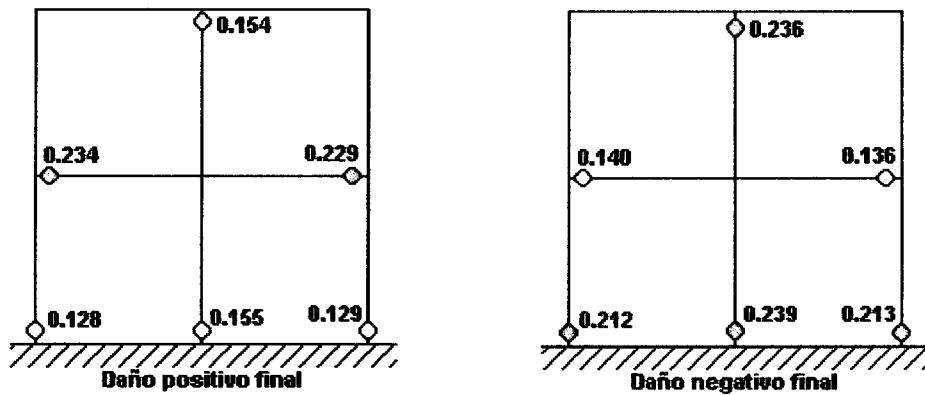


Figura 7.32. Mapa final de daño positivo y negativo en pórtico histerético 3.

## **C a p í t u l o   8**

### **8.1 CONCLUSIONES**

Esta investigación propone una nueva Ley de Comportamiento bajo los conceptos de la teoría del Daño Concentrado para el análisis de estructuras aporticadas sometidas a cargas monotónicas e histeréticas.

Este modelo permite representar algunos de los fenómenos que se encuentran incluidos en el deterioro del comportamiento de miembros estructurales de acero, una vez que se han sobrepasado los límites de comportamiento elástico y desarrollo de comportamiento dúctil del material.

A pesar de ser un modelo cuya formulación es sencilla, incluye los fenómenos de pérdida de rigidez, pérdida de resistencia, endurecimiento isótropo, endurecimiento cinemático y resistencia residual de los elementos de acero; se introducen asimismo en la formulación los conceptos de daño unilateral y contrapandeo, los que permiten representar eficientemente las diferencias de comportamiento de elementos de acero ante cargas monotónicas e histeréticas.

Una de las principales bondades del modelo propuesto es que los parámetros necesarios para definir el comportamiento de los pórticos planos y los elementos que los constituyen, pueden ser identificados de ensayos simples de elementos sometidos a cargas monotónicas.

Aunque es claro que el modelo propuesto no describe la totalidad de los fenómenos que participan en el deterioro del comportamiento de los elementos estructurales, considera los más sobresalientes de una forma sencilla, permitiendo obtener una estimación mas realista del comportamiento, que los modelos anteriores de daño. Esto supone un avance hacia la solución de problemas prácticos que se presentan en estructuras que requieran estudios inelásticos debido a su complejidad o debido a estar sometidas a cargas de tipo sísmico.

Este modelo viene a constituir una herramienta práctica para el estudio de problemas importantes como las relaciones existentes entre el daño de las

secciones estructurales de acero y su capacidad para desarrollar ductilidad, lo que permitiría establecer límites para las ductilidades admitidas por los códigos de diseño, tomando en cuenta la acumulación de los efectos de deterioro y las pérdidas de resistencia y rigidez en los miembros estructurales una vez iniciado el daño.

Mediante este modelo se pueden obtener los valores necesarios para conformar mapas de daño que muestran los diferentes grados de deterioro que se presentan en los elementos de un pórtico.

Para generalizar el modelo propuesto es necesario incluir otros efectos no tomados en cuenta en éste, tal como: Inclusión de los efectos de la fuerza cortante y/o fuerza axial en las funciones de daño y otros efectos. Asimismo debe verificarse este modelo para el caso de secciones abiertas, comunes en la práctica de la Ingeniería Estructural y no consideradas en el desarrollo de este modelo en particular.

## 8.2 REFERENCIAS

1. **Ades C S**, (1957), "Bending strength of tubing in the plastic range.", J. Aeronautical Sci., 24, pp605-610.
2. **American Institute of Steel Construction**, (1995), "Load & Resistance Factor Design" Manual of Steel Construction, Second Edition, USA
3. **Brazier L G**,(1927), "On the flexure of thin cylindrical shells and other thin sections", Proc. Royal Soc. A, London, U.K, 166, pp 104-114
4. **Chaboche J.L.**,(1978) "Description thermodynamique et phénoménologique de la viscoplasticité avec endommagement" (en Francés), Tesis Doctoral, Universidad de París VI, Francia
5. **Chan S..L., Kitipornchai S and Al-Bermani F.G.A.** (1991) "Elasto-Plastic Analysis of Box-Beam-Columns Including Local Buckling Effects", J of Struct. Eng., Vol. 117 Nº 7, 1991.
6. **Cipollina A, López-Inojosa A y Flórez-López J**, (1993), "Un modelo simplificado de daño para pórticos de concreto armado." I Jornadas andinas de Ingeniería Estructural, Mérida, Venezuela.
7. **Fabian O**, (1977), "Collapse of cylindrical, elastic tubes under combined bending, pressure and axial loads", Int. J. Sol. Struct., 24, pp 505-535.
8. **Fabian O**, (1981), "Elastic-plastic collapse of long tubes under combined bending and pressure loads", Ocean Engrg., 8, pp 295-330
9. **Flórez-López J**, (1995), "Unilateral model of damage for RC frames.", J Struc Eng ASCE, 121(12), pp 1765-72
10. **Flórez-López J.** (1998) "Frame analysis and continuum damage mechanics" J. Eur. Mech. Vol. 17, Nº 2

**ANEXOS**

**ARTICULOS DERIVADOS DE ESTA TESIS**

# Modeling of local buckling in tubular steel frames by using plastic hinges with damage

Pether Inglessis, Samuel Medina, Alexis López,  
Rafael Febres and Julio Flórez-Lopez

*Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela*

**Abstract.** A model of the process of local buckling in tubular steel structural elements is presented. It is assumed that this degrading phenomenon can be lumped at plastic hinges. The model is therefore based on the concept of plastic hinge combined with the methods of continuum damage mechanics. The state of this new kind of inelastic hinge is characterized by two internal variables: the plastic rotation and the damage. The model is valid if only one local buckling appears in the plastic hinge region; for instance, in the case of framed structures subjected to monotonic loadings. Based on this damage model, a new finite element that can describe the development of local buckling is proposed. The element is the assemblage of an elastic beam-column and two inelastic hinges at its ends. The stiffness matrix, that depends on the level of damage, the yielding function and the damage evolution law of the two hinges define the new finite element. In order to verify model and finite element, several small-scale frames were tested in laboratory under monotonic loading. A lateral load at the top of the frame was applied in a stroke-controlled mode until local buckling appears and develops in several locations of the frame and its ultimate capacity was reached. These tests were simulated with the new finite element and comparison between model and test is presented and discussed.

**Key words:**

---

## 1. Introduction

Local buckling is one of the main modes of collapse of slender metallic structures. This is why this is an important subject in fields such as earthquake and offshore engineering. Extensive experimental analysis on the subject has been carried out. Karamanos & Tassoulas (Karamanos & Tassoulas 1996), for instance, report the following references on the subject: (Reddy 1979), ("Collapse" 1985), ("Effects 1988"), ("Hydrostatic" 1989) and (Kyriakides & Ju 1992). These works describe the behavior of steel or aluminum tubular members of circular cross section. Additionally, Chan *et al.* (1991) mentioned a report by Key & Hancock (1985) that studies beam-columns of square hollow sections. More recently, the experimental research carried out for the preparation of the Eurocode 9 (1998) on aluminum structures and the tests carried out at the Salerno University (Faella *et al.* 2000) can be mentioned.

In order to predict the behavior of tubular elements with local buckling, three different approaches can be found in the literature: semi-empirical methods based experimental analysis (see for instance Mazzolani and Piluso 1992, Faella *et al.* 2000), finite elements analysis using nonlinear 3D shell elements (For instance Ju & Kyriakides 1992, Chan *et al.* 1991 and Karamanos & Tassoulas 1996) and "strength

---

†

of material approaches”, or more generally speaking, 2D analysis (Sohal & Chen 1987 and Karamanos & Tassoulas 1996). A special mention must be made to this last approach that represents a simple and effective procedure for the analysis of a complex phenomenon. All these approaches may be considered as complementary and correspond to different aspects of an engineering application.

However, none of the aforementioned references considered the possibility of lumping local buckling in plastic hinges. This paper and others by researchers of the University of Los Andes (Inglessis *et al.* 1999, Inglessis *et al.* 2000) propose a model of the behavior of steel frame members with local buckling that combines concepts of continuum damage mechanics and the notion of plastic hinge. This approach has also been used for modeling the behavior of reinforced concrete structures where the main damage mechanism is due to the cracking of the concrete (see for instance Perdomo *et al.* 1999).

The range of applications of the model proposed in this paper corresponds to the case of large and complex structures where the appearance of local buckling in one location may have a significant influence on the behavior of the remaining members of the structure and on the appearance and development of local buckling in other locations. It is clear that more detailed analysis, like those based on shell theories are inadequate for this goal. It is also important to underline that this influence may be not negligible, since local buckling changes significantly the stiffness and strength of the members affected, and therefore it may force important stress redistributions in the entire structure.

This paper is organized as follows: in section 2 some experimental results that support the model are presented. The model itself is described in sections 3, 4 and 5. Section 3 presents the stiffness matrix of a frame member with local buckling lumped in inelastic hinges. Section 4 introduces a local buckling evolution law as a function of the plastic rotation of the hinge. Section 5 describes how the yielding function of the hinge is modified by the presence of local buckling. Section 6 introduces a finite element based on this model that can be included in the library of standard structural analysis programs. Finally, section 7 presents the structural analysis of a frame with local buckling, and compares these data with experimental results.

## 2. Experimental results obtained in steel tubular members subjected to bending

Some specimens representing steel frame members were subjected to bending. The elements were supported by an enlarged end block simulating a rigid column and loaded at the tip as cantilever beams (see Fig. 1).

The specimens were subjected to series of loadings, in displacement-controlled mode, and unloadings,

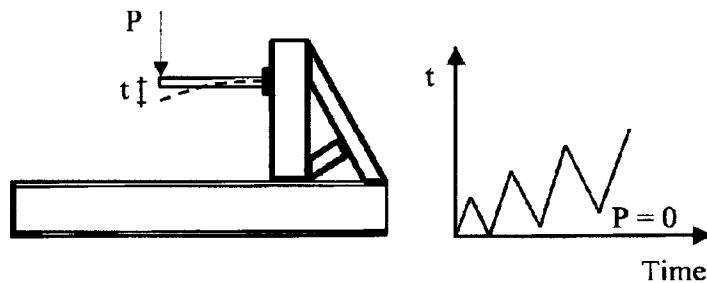


Fig. 1 Test on steel members: specimen and loading

Fig. 2 Displacement at the tip vs. force in tubular steel member

in force-controlled mode, as shown in Fig. 1, 2 shows the results obtained in a test carried out with a tube of circular cross section (external diameter 60.3 mm, 2.6 mm of thickness, length 489 mm)

It can be noticed that the behavior of the element can be divided in three stages. First a zone of quasilinear response, followed by a phase of plastic hardening that seems to stabilize and finally a softening stage. The latter presents a behavior that could be represented by a straight line of negative slope. The last assumption corresponds to an idealization of the real behavior that is in fact much more complex. In this sense, the model that will be proposed in the following sections is the equivalent of the perfect plasticity model or the linear kinematic hardening model., i.e., a simplification that allows for a qualitative representation of the real behavior although not always quantitatively accurate. Other mathematical approximations could be used. For instance, in (Febres 2002) it has been explored the advantages of the use of an exponential function instead of a linear function. However, it is important to

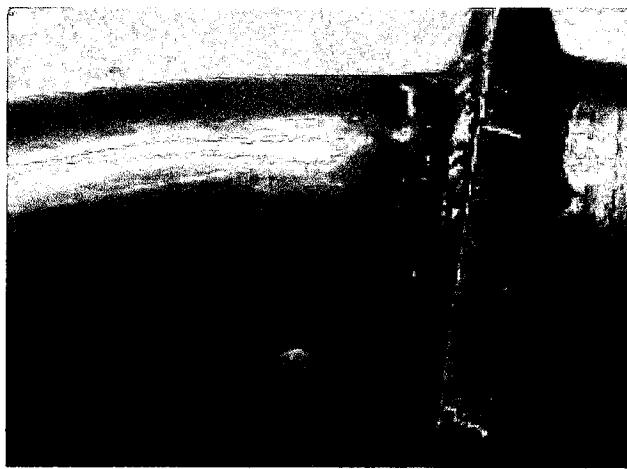


Fig. 3 Local buckling in the frame member

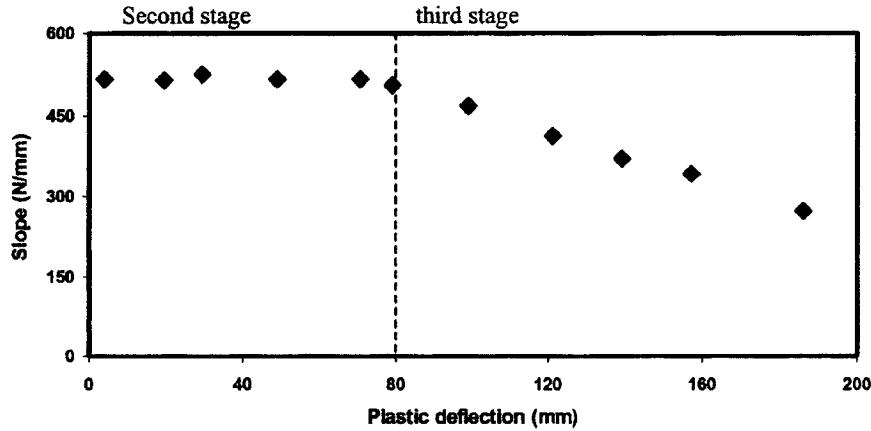


Fig. 4 Stiffness vs. permanent deflection

note that the influence of the specific softening representation is less critical as the frame is more complex.

The softening observed in the graph of Fig. 2 is due to the appearance of local buckling in the plastic hinge region (see Fig. 3). Local buckling develops decreasing the strength of the tube up to its total collapse.

Another effect associated to the apparition of local buckling is a progressive loss of stiffness, as shown in Fig. 4, that can be observed during the softening phase. In Fig. 4, the slope  $Z$  of the elastic unloading is plotted against the plastic or permanent deflection  $t^p$  that corresponds to that unloading. The meaning of the values of  $Z$  and  $t^p$  are indicated in the graph of Fig. 2.

The first part of the behavior can be modeled using the theory of elasticity; the second stage may be represented using the conventional concept of plastic hinge. This is obviously not the case of the third phase. The main goal of this paper is to propose an extension of the concept of plastic hinge that would allow the description of the three stages and the main phenomena observed during the tests, i.e. plastic deformations and the loss of stiffness and strength related to local buckling.

### 3. Modeling of local buckling in steel frame members with inelastic hinges

A member of the structure is isolated as indicated in Fig. 5. Matrices  $\Phi^t = (\phi_i, \phi_j, \delta)$  and  $M^t = (m_i, m_j, n)$  define generalized deformations and stresses of the member. The superscript  $t$  means “transposed” and the interpretation of the elements of the matrices is indicated in Fig. 5.

Matrix  $\Phi$  is the equivalent of the strain tensor in continuum mechanics in the sense that it represents changes of shape of the member. The matrix  $M$  is then the equivalent of the Cauchy stress tensor. The relationship between the history of generalized deformations and the generalized stress matrix is called in this paper “generalized constitutive model” or constitutive model for a frame member. For instance, in an elastic element, the constitutive law is given by (1):

$$M = S^0 \Phi \quad \text{or} \quad \Phi = F^0 M \quad (1)$$

Fig. 5 Generalized stresses and deformations

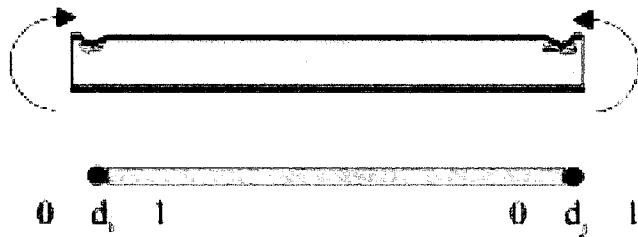


Fig. 6 Lumped inelasticity model

Where  $S^0$  is the elastic stiffness matrix and  $F^0$  the elastic flexibility of the frame member

In order to include local buckling and plastic effects, the member is assumed to be the assemblage of an elastic beam-column and two inelastic hinges as indicated in Fig. 6.

The state law of the frame member is obtained by assuming an additive decomposition of the generalized deformations in beam-column deformations  $\Phi^b$  and hinge deformations  $\Phi^h$ :

$$\Phi = \Phi^b + \Phi^h = F^0 M + \Phi^h$$

In these inelastic hinges, plasticity as well as local buckling is lumped. Therefore, it is assumed that hinge deformations result from plastic rotations  $\Phi_p^t = (\phi_i^p, \phi_j^p, 0)$ , as defined in conventional plastic theories for frames, and an additional term specifically related to local buckling  $\Phi^d$ :

$$\Phi = F^0 M + \Phi^p + \Phi^d \quad (3)$$

It can be noticed that permanent elongations of the chord are neglected. This is a simplifying assumption and not a requirement of the model. The local buckling rotations depend on the "degree of local buckling". In order to characterize the state of local buckling, a new set of internal variables is introduced:  $D^t = (d_i, d_j)$ , where parameters  $d_i$  and  $d_j$  represent the level of damage of hinges  $i$  and  $j$ . These damage parameters can take values between zero and one. Zero represents a conventional plastic hinge without local buckling. In order to represent the loss of stiffness observed in Fig. 4 due to local buckling, the following expression of the local buckling deformations  $\Phi^d$  is introduced:

$$\Phi^d = C(D) M \quad (4)$$

Where  $C(D)$  is a diagonal matrix whose non-nil terms are:  $C_{11} = d_i F_{11}^0 / (1 - d_i)$  and  $C_{22} = d_j F_{22}^0 / (1 - d_j)$ . These expressions can be justified on the basis of concepts of continuum damage mechanics (Flórez-

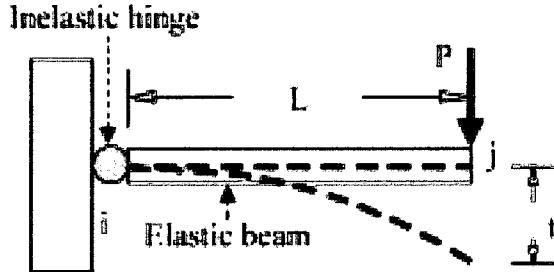


Fig. 7 Lumped inelasticity model of the test

López 1998). The flexibility matrix of a frame member with local buckling can be obtained by substitution of Eqs. (4) in (3):

$$\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Phi}^P = \mathbf{F}(\mathbf{D})\mathbf{M} \text{ or } \mathbf{M} = \mathbf{S}(\mathbf{D})(\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Phi}^P) \quad (5)$$

where

$$\mathbf{F}(\mathbf{D}) = \mathbf{F}^0 + \mathbf{C}(\mathbf{D}) \text{ and } \mathbf{S}(\mathbf{D}) = \mathbf{F}(\mathbf{D})^{-1} \quad (6)$$

#### 4. Local buckling evolution law

The test discussed in section 2 of the paper is again considered. This test can be modeled using plastic hinges with damage as represented in Fig. 7.

The following boundary conditions applies to the problem represented in Fig. 7:

$$m_i = P.L; \quad m_j = 0; \quad \phi_i = \frac{t}{L}; \quad \phi_i^P = \frac{t^P}{L}; \quad d_i = d; \quad d_j = 0 \quad (7)$$

Where  $t^P$  is again the permanent deflection measured at the end of each elastic unloading. The state law (5) and the precedent boundary conditions determine the relationship between force and deflection during the test:

$$P = Z(d)(t - t^P) \text{ where } Z(d) = (1 - d)Z^0 \quad Z^0 = \frac{3EI}{L^3} \quad (8)$$

The term  $Z$  is again the slope of the elastic unloading during the test.  $Z^0$  is the initial slope before local buckling. The second of Eqs. (8) suggest an experimental procedure for the determination of the local buckling state in the hinge from the graph of Fig. 4 (Inglessis *et al.* 1999):

$$d = 1 - \frac{Z(d)}{Z^0} \quad (9)$$

It is now possible to obtain the plot of damage in the hinge against plastic rotation as shown in Fig. 8.

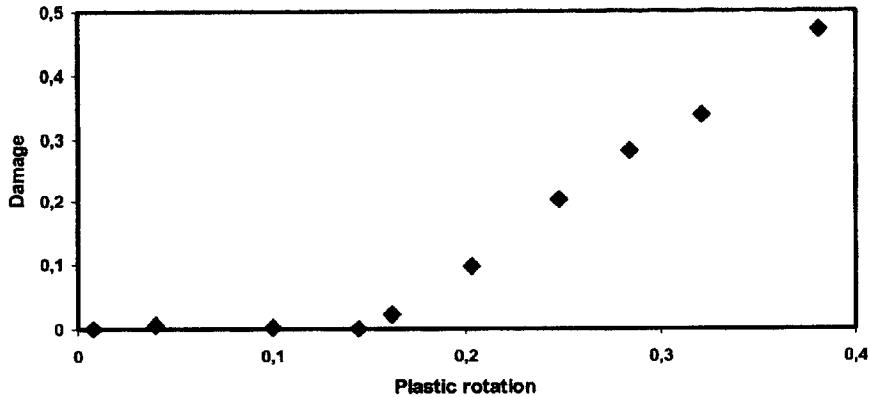


Fig. 8 Damage against plastic rotation in the hinge

In order to describe the behavior observed in Fig. 8, the following “local buckling function” is introduced for each inelastic hinge of the structure:

$$g_i = |\phi_i^p| - R(d_i) \leq 0 \quad (10)$$

The local buckling evolution law can now be written as:

$$\begin{cases} \dot{d}_i = 0 & \text{if } g_i < 0 \quad \dot{g}_i < 0 \\ \dot{d}_i > 0 & \text{if } g_i = 0 \quad \dot{g}_i = 0 \end{cases} \quad (11)$$

In other words, local buckling evolution is only possible if the plastic rotation of the hinge reaches some critical value or “local buckling resistance”  $R$ . This notation is suggested by an analogy with Fracture Mechanics. In the monotonic case, the “local buckling driving variable” is the plastic rotation of the hinge.

It is assumed that the local buckling resistance  $R$  is a function of the damage, i.e., the local buckling state, of the hinge. Function  $R$  can be identified from the graph of Fig. 8. For instance, a straight line of slope  $b$  and intersection with the plastic rotation axis  $p_{cr}$  can represent the tendency observed in the figure. In this case, the corresponding local buckling resistance has the following expression:

$$R(d_i) = p_{cr} + \frac{d_i}{b} \quad (12)$$

The evolution law defined by (11-12) is only valid in the case of monotonic loadings. In a more general case, more than one local buckling may appear in the plastic hinge region and the use of only one damage parameter and the plastic rotation as local buckling driving variable as proposed in this paper would not be sufficient.

In the examples presented in the following sections, the parameters  $p_{cr}$  and  $b$  are obtained from experimental results. This procedure is not the most convenient for real engineering applications. A systematic and rational procedure for the determination of local buckling parameters must be established if the model

In some cases, local buckling appears in the plastic hinge region before the plastic hardening reaches saturation. The model can reproduce this situation by an adequate choice of the parameters  $\beta$  in Eq. (14) and  $p_{cr}$  in expression (12).

## 6. Formulation of a finite element with local buckling

Fig. 12 shows the degrees of freedom  $q$  and the nodal forces  $Q$  in a frame element. The relationship between generalized deformations  $\Phi$  and the elements degrees of freedom can be obtained by simple geometrical considerations. In the general case, including geometrically nonlinear effects (see Fig. 13), this relationship is:

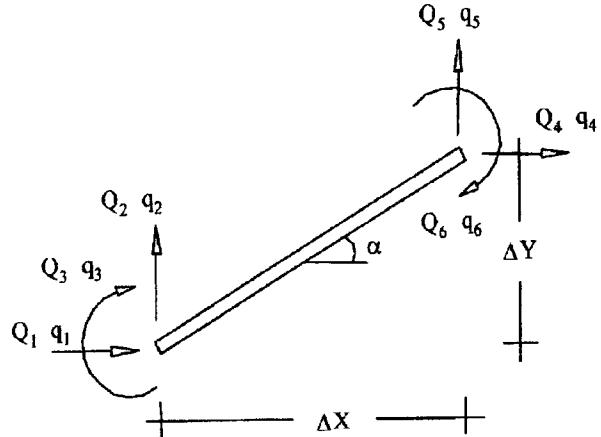


Fig. 12 Test and simulation on a planar frame

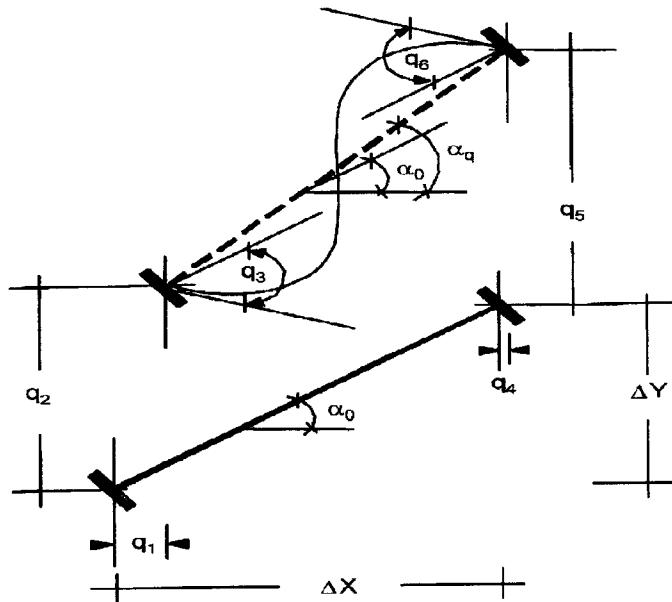


Fig. 13 Identification test and numerical simulation

$$\phi_i = q_3 - (\alpha_0 - \alpha(\mathbf{q})); \quad \phi_j = q_6 - (\alpha_0 - \alpha(\mathbf{q})) \quad \delta = L(\mathbf{q}) - L_0 \quad (18)$$

Where

$$\alpha = \tan^{-1}((\Delta Y_0 + q_5 - q_2)/(\Delta X_0 + q_4 - q_1)); \quad (19)$$

In Eqs. (18)-(19), the terms with the index 0 represent quantities in the reference configuration.

The relationship between generalized stresses  $\mathbf{M}$  and nodal forces  $\mathbf{Q}$  can be obtained by considering the equilibrium of the member in the deformed configuration:

$$\begin{aligned} Q_1 &= (m_i + m_j)(\sin\alpha/L) - n \cos\alpha; \quad Q_2 = -(m_i + m_j)(\cos\alpha/L) - n \sin\alpha; \quad Q_3 = m_i \\ Q_4 &= -(m_i + m_j)(\sin\alpha/L) + n \cos\alpha; \quad Q_5 = (m_i + m_j)(\cos\alpha/L) + n \sin\alpha; \quad Q_6 = m_j \end{aligned} \quad (20)$$

Eqs. (18)-(20) and the constitutive model defined by expressions (5,6, 10-12, 14-17) constitute a set of equations that define a conventional finite element. This element has been implemented in a commercial F.E. program that allows nonlinear analysis (Inglessis 2000).

## 7. Verification of the model

In order to verify the model, another series of tests was carried out in laboratory. (Medina 1998) This time, the specimens consisted of a steel frame of two levels and two spans (see Fig. 14). The elements had rectangular hollow cross section and were welded at the joints. Nominal characteristics and dimensions of the frame and its members are shown in Tables 1 and Fig. 14 respectively. The frame was subjected to the same class of loading that was described in section 2 of the paper and that is represented in Fig. 1. The experimental results of one of the monotonic tests are shown in Fig. 15.

Single elements of the frame were tested in order to identify the parameters of the model. Fig. 16

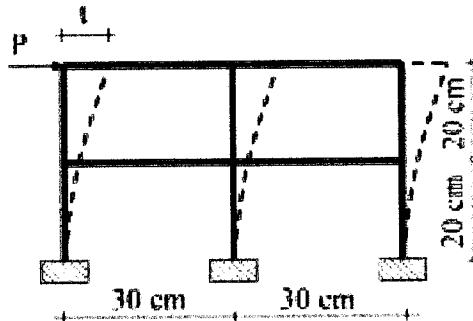


Fig. 14 Damage distribution in the frame

Table 1 Nominal characteristics of the tested frame

| Frames | $H$ (mm) | $B$ (mm) | $e$ (mm) | sect. ( $\text{mm}^2$ ) | $I_x$ ( $\text{mm}^4$ ) | $I_y$ ( $\text{mm}^4$ ) |
|--------|----------|----------|----------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 1      | 41.0     | 24.0     | 2.5      | 300                     | 63970                   | 26655                   |

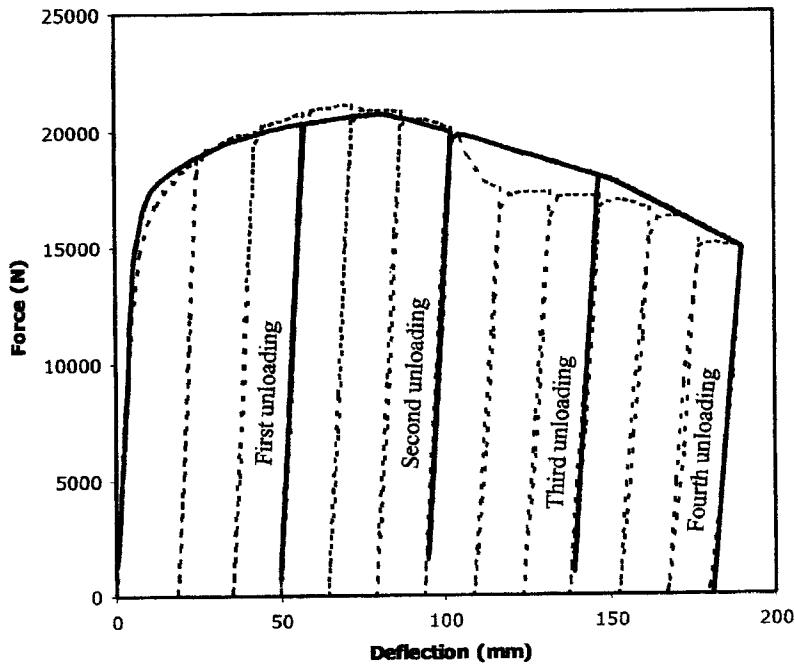


Fig. 15 Test and simulation on a planar frame

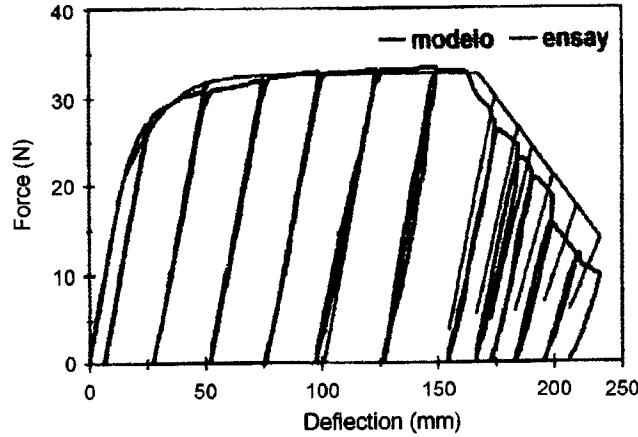


Fig. 16 Identification test and numerical simulation

shows the results of the identification in one of the member frame tests. The parameters are presented in Table 2.

Fig. 14 shows the comparison between model and experimental results in the case of a frame. For the sake of clarity, only four of the elastic unloadings are represented in the simulation. Fig. 17 indicates the state of damage at the end of the four unloadings shown in Fig. 14. The numbers beside the hinges represent the damage values. The first distribution presents six plastic hinges with no damage, i.e.

Table 2 Parameters of the model

| test     | $m_e$ (N-mm) | $b$  | $p_{cr}$ | $m_y$ (N-mm) | $\beta$ |
|----------|--------------|------|----------|--------------|---------|
| beam 1   | 622722,28    | 1,30 | 0,210    | 760015,38    | 18,00   |
| beam 2   | 715885,45    | 1,60 | 0,170    | 941438,45    | 21,00   |
| column 1 | 583495,68    | 1,30 | 0,200    | 706078,80    | 18,50   |
| column 2 | 764918,70    | 1,60 | 0,190    | 961051,70    | 20,00   |
| beam     | 669303,86    | 1,45 | 0,190    | 850726,89    | 19,50   |
| columns  | 674207,19    | 1,45 | 0,195    | 833565,25    | 19,25   |

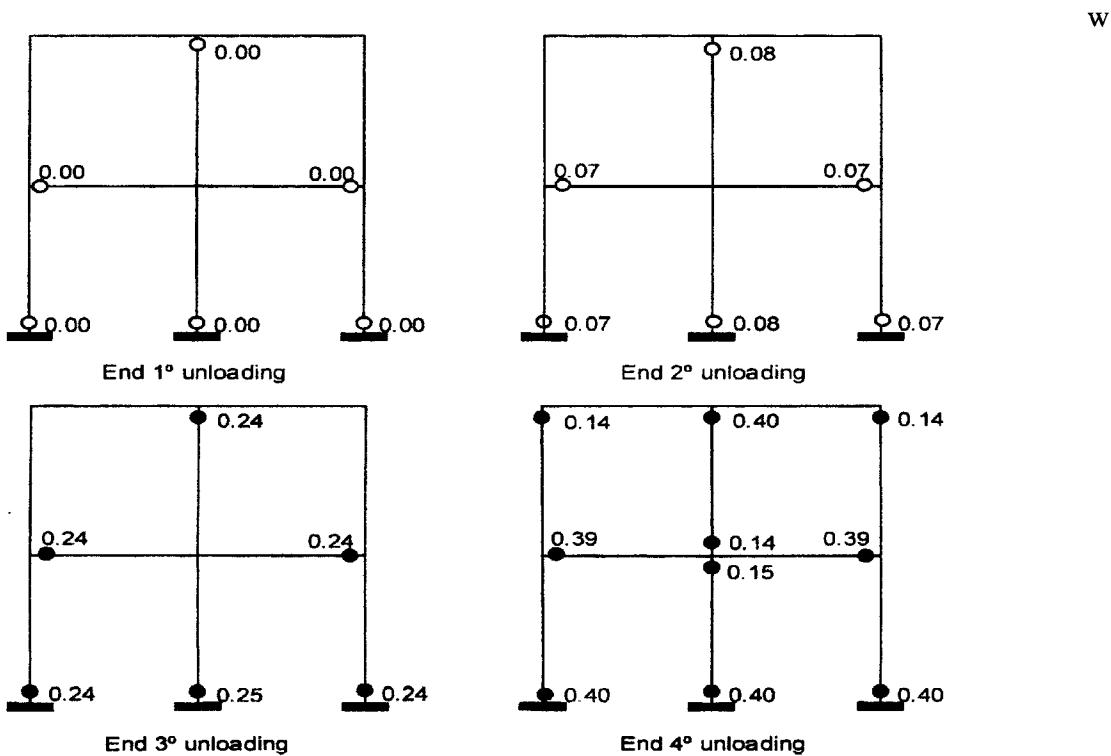


Fig. 17 Damage distribution in the frame

ithout local buckling. It can be noticed that this state corresponds to the plastic hardening phase of the test.

The maximum resistance of the frame is reached between the first and second elastic unloading of the simulation where a sudden change of the tangent slope can be appreciated. In the simulation, this modification of the tangent stiffness is due to the appearance of local buckling in the same six plastic hinges. Four new plastic hinges appear in the frame without local buckling while damage continues to evolve in the first six hinges. After the third unloading, local buckling appears also in the four remaining hinges. In the simulation, a slight additional modification in the tangent stiffness can be appreciated when that happens. The test was stopped after the fourth unloading and the computed final state of damage is shown in the last of Fig. 14.

## **8. Conclusions**

The model presented in this paper constitutes an alternative approach for the analysis of structures with local buckling. The authors believe that this alternative may be valuable in many engineering problems. It must be underlined that the structure analyzed in the precedent section corresponds to a very complex and expensive problem if, for instance, shell theory is to be used. On the other hand, only ten finite elements were needed with the use of inelastic hinges that lumps local buckling as well as plasticity. The difference of costs between both kinds of analysis may be huge: expensive commercial finite element programs vs. cheap direct stiffness programs; tens of thousands of elements or even more vs. dozens or hundreds of elements at the most; parallel computers vs. PCs and so on.

When shell theory is used, only one joint of the structure or even only one element of the structure is, usually, analyzed. Of course, this analysis is important and meaningful but one important phenomenon has to be ignored: the coupling between local buckling in different locations of the structure. This phenomenon cannot be neglected since the experimental results show important variations on the stiffness and the strength of the individual member. The stress redistribution that results from the stiffness modification changes the rate of plastic flow and local buckling in the entire structure. Probably, in strategic structures such as those of the offshore engineering both analysis, shell and lumped damage, are needed.

The use of the lumped inelasticity model for local buckling description implies that the user has some knowledge of the location where this phenomena can happen in the structure. The discretization of the frame in elements must be carried out taking into account this fact. This is also the case of the conventional lumped plasticity model without local buckling that has been extensively used in the practice. In most cases this discretization does not present difficulties for the user and refinement of the model is not customary. In this sense, the use of inelastic frame theories is more related with the direct stiffness method than with the finite element method.

One important subject is that of the parameter determination. In the example presented in this paper, these parameters were obtained via experimental identification of single elements of the frame. The authors believe that this is also possible in the case of real engineering applications, since metallic elements comes usually in a limited number of predetermined sizes. However this is probably not necessary. For instance, the strength of materials approach or even shell theory might be used for an estimation of the parameter values. In fact, this is the procedure employed for the determination of the constants in the case of conventional plastic hinges: the values of the last elastic moment  $m_e$  and the ultimate moment  $m_y$  are computed via strength of material analysis of individual elastic-plastic beams.

The model discussed in this paper do not takes into account the influence of the axial force on the development of local buckling. This influence can be determinant. A simplifying approach to this problem could be the determination of the model parameters as a function of the axial force. An even simpler approach can be the determination of these constants for a given average value of the axial force. This was the case of the frame analyzed in the last section of the paper where it was assumed a zero value of the axial force average of all the frame members. A more rigorous approach would need of the inclusion of permanent axial elongations and the use of some kind of plastic flow rule. In any case, this remains also an open problem.

It might be argued that the strength of material approach could also be used to analyze frames with local buckling and this is, of course, true. However, this is also the case of the plastic analysis of frames without local buckling and, nevertheless, practitioners usually prefer the use of plastic hinges. The

reason is that even when compared with strength of material approaches, the use of plastic or inelastic hinges is considerably simpler and cheaper and provides for very good results. It is the hope of the authors that this may be also the case for local buckling.

## Acknowledgements

The authors are grateful to CONICIT and CDCHT of the University of Los Andes for providing the financial support for the project.

## References

- Chaboche, J.-L. (1978), "Description thermodynamique et phénoménologique de la viscoplasticité avec endommagement", (in French), Doctoral Thesis, University of Paris VI, France.
- Chan, S.L., Kitipornchai S. and Faris, G.A. (1991), "Elasto-plastic analysis of box-beam-columns including local buckling effects", *J. Struct. Engrg.*, ASCE **117**(1), 1946-1962.
- Chen W.F. and Sohal I. (1995), *Plastic Design and Second-Order Analysis of Steel Frames* Springer-Verlag, NY.
- "Collapse tests of short tubular columns subjected to combined loads", (1985), *Final rep. Prepared by Penzoil/ Joint Industry Project*, Chicago Bridge and Iron, Plainfield, III.
- "Effects of external hydrostatic pressure on tubular beam-columns", (1988), *Final Rep. Proj. No. 06-1184*, American Petroleum Institute, San Antonio, Tex.
- Faella, C., Mazzolani, F.M., Piluso, V. and Rizzano, G. (2000), "Local buckling of aluminum members: testing and classification", *J. Struct. Engrg.*, ASCE **126**(3), 353-360.
- Febres, R. (2001), "A damage model for steel planar frames under hysteretic loading", (in Spanish) *PhD Thesis* University of Los Andes, Venezuela,
- "Eurocode 9: design of aluminum alloy structures. part 1.1. (1998). PrENV 1999-1.1, European Committee for Standardization, Brussels, Belgium.
- Flórez-López, J. (1998), "Frame analysis and continuum damage mechanics" *J. Eur. Mech.* **17**(2), 269-283.
- "Hydrostatic beam-column tests (phase II)", (1989). *Final Rep., Contract No C9273I*, American Petroleum Institute Project N0. 87-56, Chicago Bridge and Iron, Plainfield, III.
- Inglessis, P. (2000), "Modelado del comportamiento de pórticos de acero mediante la teoría del daño concentrado", (in Spanish). Doctoral Thesis, University of Los Andes, Venezuela.
- Inglessis, P., Gómez, G., Quintero, G., and Flórez-López, J. (1999), "Model of damage for steel frame members", *Engrg. Struct.*, **21**(10), 954-964.
- Inglessis, P., Medina, S., López, A. and Flórez-López, J. (2000), "Modeling of cracking and local buckling in steel frames by using plastic hinges with damage", *Proc. Int. Conf. On Behavior of steel structures in seismic areas STESSA 2000*, Montreal, Canada.
- Ju, G.T. and Kyriakides, S. (1992), "Bifurcation and localization instabilities in cylindrical shells under bending II. Predictions", *Int. J. Solids and Struct.*, **29**(9), 1143-1171.
- Karamanos, S.A. and Tassoulas J.L. (1996), "Tubular members. II: Local buckling and experimental verification", *J. Engrg. Mech.*, ASCE, **122**(1), 72-78.
- Key, P.W. and Hancock, G.J. (1985), "An experimental investigation of the column behavior of cold-formed square hollow section", *Res. Report No. R493*, Department of Civil and Mining Engineering, University of Sydney, Sydney, New South Wales, Australia.
- Kyriakides, S. and Ju, G.T. (1992), "Bifurcation and localization instabilities in cylindrical shells under bending I. Experiments", *Int. J. Solids and Struct.*, **29**(9), 1117-1142.
- Mazzolani, F.M., Piluso, V. (1992), "Evaluation of the rotation capacity of steel beams and beam-columns", *Proc., 1<sup>st</sup> COST C1 Workshop*, Strasbourg, 517-529.
- Medina, S. (1998), "Evaluación de un modelo de daño para pórticos de acero", (in Spanish). MsC. Thesis, University

## LEYES DE EVOLUCION DE LAS ROTACIONES PLASTICAS Y DEL PANDEO LOCAL

El pandeo local disminuye el momento resistente de la sección y por consiguiente el momento de fluencia plástica de la rótula. Este fenómeno puede ser descrito mediante la siguiente función de fluencia para la rótula plástica i:

$$f_i = \text{Sup} \left( \frac{m_i}{1 - d_i^+} - x_i - m_e; -\frac{m_i}{1 - d_i^-} + x_i - m_e \right) \leq 0 \quad (2)$$

donde  $x_i$  representa la variable de endurecimiento cinemático cuya ley de evolución corresponde al modelo de Chaboche [2]. El término Sup en la ecuación (2) implica la evaluación de las dos expresiones allí incluidas y la selección del máximo valor. Así, para momentos positivos, sólo el pandeo local positivo disminuye la resistencia de la sección y viceversa. La ecuación (2) ha sido obtenida mediante la aplicación de la hipótesis de equivalencia en deformaciones.

Para describir la ley de evolución del pandeo local, se aceptará la hipótesis de “contrapandeo”. Esta hipótesis establece por una parte que durante las fases de rotación plástica positiva sólo aumenta el pandeo local del mismo signo, y por otra que estos incrementos de rotaciones plásticas positivas contribuyen a bloquear parcialmente el progreso del pandeo local negativo. Metafóricamente hablando, la hipótesis de contrapandeo establece que el pandeo local positivo contribuye a “planchar” parcialmente “las arrugas” del pandeo negativo. Esta hipótesis puede plasmarse matemáticamente definiendo una “variable conductora del pandeo local” que para el pandeo local positivo se escribe de la manera siguiente:

$$\dot{p}_i^+ = \langle \dot{\phi}_i^p \rangle_+ - h \langle \dot{\phi}_i^p \rangle_- \quad (3)$$

donde  $p_i^+$  es la variable conductora del pandeo local positivo y  $h$  es una constante positiva menor que 1 denominada “factor de contrapandeo”. La variable conductora del pandeo local negativo se obtiene a partir de la expresión (3) substituyendo los índices + por - y viceversa. Puede observarse que durante las fases incrementos de rotación plástica positiva, la variable conductora del pandeo local aumenta mientras que su contraparte negativa disminuye. La relación entre ambas es igual al factor de contrapandeo  $h$ . Experimentalmente se ha determinado que  $h$  es aproximadamente a 0.6. La ley de evolución del pandeo local positivo se expresa ahora de la manera siguiente:

$$\begin{cases} \dot{d}_i^+ > 0 & \text{si } p_i^+ = R(d_i^+) \\ \dot{d}_i^+ = 0 & \text{si } p_i^+ < R(d_i^+) \end{cases} \quad R(d_i^+) = p_{cr} - \frac{\ln(1 - d_i^+)}{b} \quad (4)$$

La ecuación (4) establece que sólo puede haber incrementos de pandeo local si la variable conductora del pandeo local alcanza el valor crítico  $R$ . Este último es denominado “resistencia

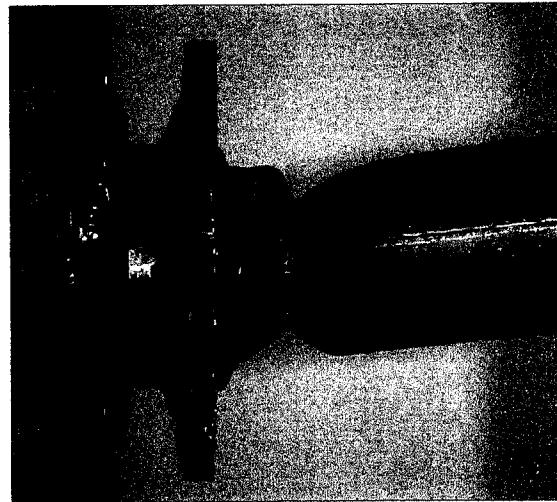


Figura 2. Pandeo local ante cargas cíclicas.

### LEY DE ELASTICIDAD EN PRESENCIA DE PANDEO LOCAL

El concepto de esfuerzo y deformación de un elemento estructural de acero puede ser definido mediante las matrices  $\mathbf{M}^t = (m_i, m_j, n)$  y  $\Phi^t = (\phi_i, \phi_j, \delta)$  cuyo significado se representa en las figuras 3a y 3b. La ley de elasticidad define la relación entre estas matrices cuando han aparecido deformaciones plásticas y pandeo local en el elemento. Estos últimos fenómenos inelásticos son tomados en cuenta suponiendo que pueden ser concentrados en rótulas inelásticas tal y como se muestra en la figura 4.

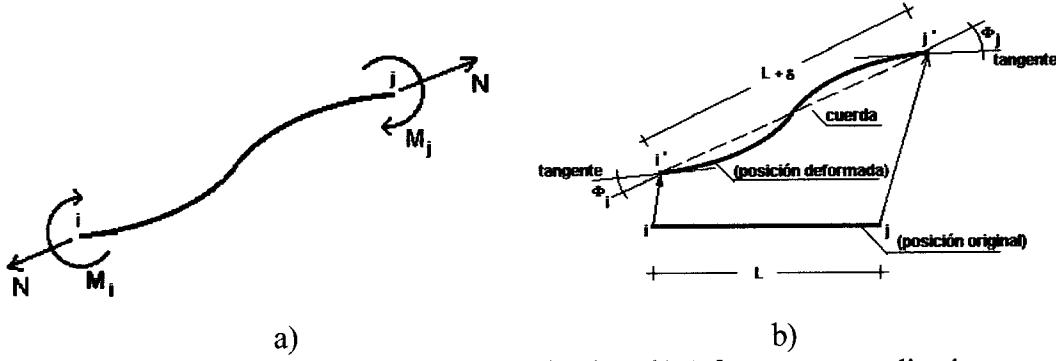


Figura 3. a)Deformaciones generalizadas b)Esfuerzos generalizados.

Con el objeto de cuantificar el nivel de plasticidad y pandeo local en el elemento, se introducen las siguientes variables: la matriz de deformaciones plásticas  $\Phi_p^t = (\phi_i^p, \phi_j^p, 0)$ , la matriz de pandeo local por momentos positivos  $\mathbf{D}^+ = (d_i^+, d_j^+)$  y la matriz de pandeo local por momentos negativos  $\mathbf{D}^- = (d_i^-, d_j^-)$ . La matriz de deformaciones plásticas contiene las rotaciones de las dos rótulas del elemento, las variables en las matrices de pandeo toman valores entre cero y uno, correspondiendo el cero a la ausencia de pandeo local y uno a un hipotético pandeo total en la rótula (figura 4). El grado de pandeo local puede ser medido experimentalmente mediante el procedimiento descrito en [1].

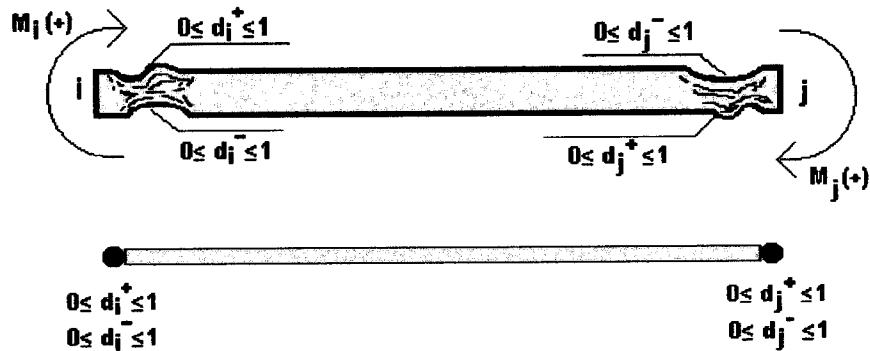


Figura 4 Elemento estructural con daño unilateral

La presencia del pandeo local reduce la rigidez de la estructura. Esta reducción puede ser observada en la figura 5 donde se grafica la fuerza contra el valor absoluto del desplazamiento durante las descargas elásticas del ensayo descrito en la sección precedente. Este comportamiento puede ser caracterizado mediante la siguiente ley de elasticidad:

$$\Phi - \Phi_p = F(D^+) \langle M \rangle_+ + F(D^-) \langle M \rangle_- \quad (1)$$

donde los símbolos  $\langle m \rangle_+$  y  $\langle m \rangle_-$  representan la parte positiva y negativa de  $m$  respectivamente.  $F$  representa la matriz de flexibilidad del elemento que depende del grado de pandeo local. Puede observarse que para momentos positivos, sólo el pandeo correspondiente influye en los valores de flexibilidad. La expresión (1) implica, por lo tanto, la hipótesis de unilateralidad del comportamiento. La expresión explícita de la matriz de flexibilidad es la propuesta y justificada en [1].

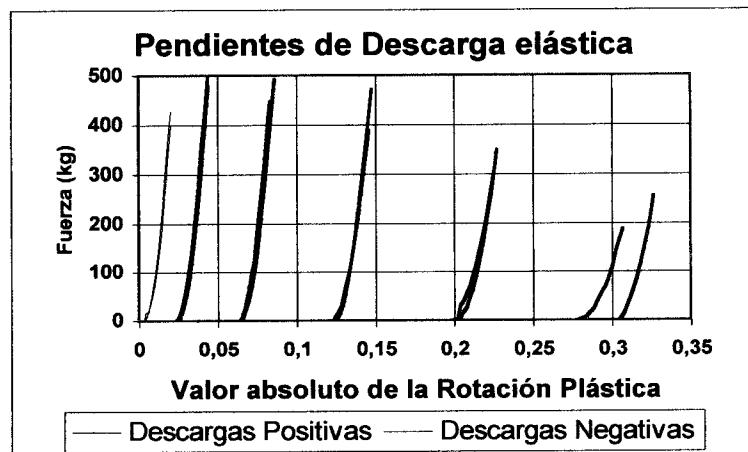


Figura 5. Pendientes de descarga elástica ensayo histerético

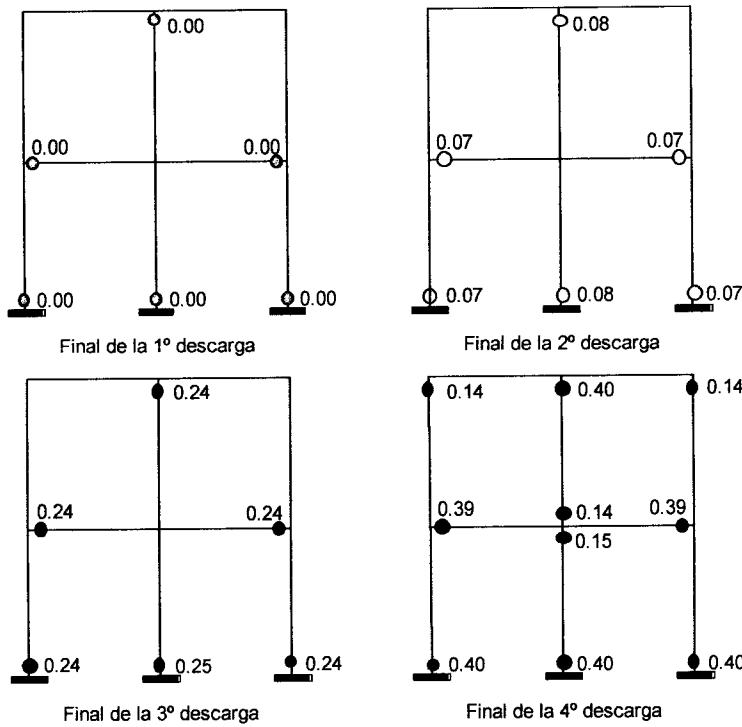


Figura 11. Mapas de daño pótico monotónico

En la figura 11 se muestran mapas de daño para el pótico monotónico en diferentes etapas del ensayo.

## CONCLUSIONES

De los resultados obtenidos se puede desprender que el modelo planteado es capaz de representar el comportamiento de elementos tubulares sometidos a cargas monotónicas e histeréticas. Con base en los parámetros obtenidos de estos elementos se procede a analizar la respuesta de pórticos construidos con los elementos anteriormente referidos y, una vez más el modelo propuesto reproduce de manera satisfactoria el comportamiento de los mismos.

Este modelo debe ser mejorado incorporándole en futuras investigaciones parámetros que tomen en cuenta: grandes deformaciones, fuerza axial, torsión, corte y cargas dinámicas, de manera tal que utilizando el mismo procedimiento se pueda evaluar la respuesta ante cargas excepcionales de estructuras aporticadas diseñada por los métodos contemplados en los códigos sísmicos.

## REFERENCIAS

1. P. Inglessis, G. Gómez, G. Quintero, J. Flórez-López. Model of damage for steel frame members. *Engineering Structures*. 21, 954-964, 1999.
2. J.-L. Chaboche Description thermodynamique et phénoménologique de la viscoplasticité avec endommagement (in French), Doctoral Thesis, University of Paris VI, France, 1978.

## INTRODUCCION

El pandeo local es el mecanismo de falla en muchos elementos estructurales tubulares o de sección delgada. El modelado de este tipo de fenómeno es por lo tanto un tema importante en el área de la evaluación de la seguridad y confiabilidad estructural. Las aplicaciones potenciales de esta clase de modelos incluyen a muchas estructuras de Ingeniería Civil y de la Industria Petrolera. Las sobrecargas puede ser de naturaleza sísmica o debidas a impactos, explosiones o asentamiento de apoyos. En este artículo se propone un modelo para la descripción de este fenómeno. El modelo esta basado en la Teoría del Daño Concentrado que consiste en combinar los métodos de la Mecánica de la Fractura y la Teoría del Daño Continuo con el concepto de rótula plástica. El pandeo local se representa mediante variables internas que toman valores entre cero (ausencia de pandeo) y uno. La ley de elasticidad de un elemento con pandeo local se basa en el concepto de unilateralidad, el comportamiento plástico de la rótula con pandeo local se obtiene a través de la hipótesis d equivalencia en deformaciones y la ley de evolución del pandeo se basa en la hipótesis de contrapandeo. La comparación entre modelo y ensayos en dos ejemplos particulares permiten comprobar la buena precisión del modelo.

## ESTUDIO EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO DE ELEMENTOS TUBULARES DE ACERO SOMETIDOS A FLEXION.

En la figura 1 puede observarse el comportamiento de un elemento tubular de acero en voladizo sometido a solicitudes cíclicas. Durante el ensayo se observaron tres etapas bien definidas. Una primera etapa de comportamiento que puede calificarse de elástica en donde los desplazamientos son proporcionales a las cargas. Seguidamente se observó una etapa elastoplástica con endurecimiento cinemático y que puede representarse mediante el concepto de rótula plástica. Finalmente se observó un proceso de ablandamiento que puede ser apreciado en la curva fuerza-desplazamiento. Este proceso de ablandamiento coincidió con la aparición del pandeo local, o más precisamente de los pandeos locales, en el elemento. Este fenómeno puede ser observado en la figura 2. En las siguientes secciones se describirá un modelo para caracterizar las tres etapas de este comportamiento.

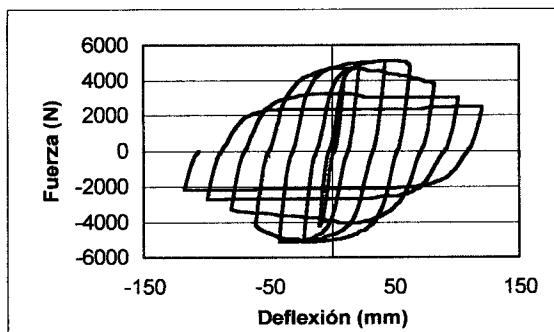


Figura 1 Ensayo histerético de elemento.