



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
MÉRIDA, VENEZUELA**

www.bdigital.ula.ve

**ESTUDIO DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS
DE POTENCIA – GENERACIÓN**

Br. Javier E. Vásquez A.

Mérida, Noviembre de 2010

Reconocimiento-No comercial-Sin derivar

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
MÉRIDA, VENEZUELA**

www.bdigital.ula.ve

**ESTUDIO DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS
DE POTENCIA – GENERACIÓN**

Trabajo de Grado presentado como requisito parcial para optar al Título de Ingeniero
Electricista.

**Br. Javier E. Vásquez A.
Tutor: PhD. Jean C. Hernández M.**

Mérida, Noviembre de 2010

Reconocimiento-No comercial-Sin derivar

ESTUDIO DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA – GENERACIÓN

Br. Javier E. Vásquez A.

Trabajo de Grado Titulado “**ESTUDIO DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA – GENERACIÓN**”, presentado por el **Br. Javier E. Vásquez A.**, en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al Título de Ingeniero Electricista, aprobado en nombre de la Universidad de Los Andes por el siguiente jurado:

www.bdigital.ula.ve

Prof. Jean Carlos Hernández Mejía
C.I.: 12.778.547

Prof. Ricardo Isaac Stephens Labrador
C.I.: 15.175.313

Prof. José Gregorio Contreras Dávila.
C.I.: 4.490.926

DEDICATORIA

A mis Padres Luis y Nelly, quienes han sido los pilares fundamentales del desarrollo de mi vida y parte indispensable de cada uno de mis logros. Para ustedes mi eterno amor y agradecimiento; he aquí el fruto de lo que han sabido cosechar.

A mis hermanos, Nailleth, Luis y Jesús, con quienes crecí compartiendo mis triunfos y mis derrotas; siempre han sabido colocar su grano de arena como parte de todas las cosas buenas que me ha dado la vida. Gracias por su apoyo incondicional y por el amor que me han brindado.

A mis sobrinos Nelly y Luis a quienes tanto quiero, que sirva como ejemplo este sacrificio para que sigan adelante con sus estudios, se tracen metas y luchan por alcanzarlas con perseverancia, empeño y dedicación, siendo siempre personas de bien. Cuenten conmigo!.

A la gran familia Vásquez – Andara por el apoyo y cariño que han podido brindarme siempre y que también forma parte de la obtención de éste logro; para ustedes mi cariño y mi reconocimiento.

A mis amigos más cercanos con quienes he compartido cada uno de los tropiezos y aciertos a lo largo de mi carrera; los considero como una familia más pues siempre he encontrado en ustedes una palabra de aliento para seguir adelante; no es fácil, pero sé que pueden lograr esto y mucho más. Los quiero y admiro a cada uno, cada cual sabe a quién me refiero.

AGRADECIMIENTOS

Primeramente a Dios Todopoderoso, por mostrarme siempre el camino correcto, darme entendimiento para alcanzar las metas que me he propuesto y por haber llenado mi vida de oportunidades, ilusiones, esperanzas y éxitos.

Al profesor Tutor Jean Hernández por su colaboración y aporte en la realización de éste trabajo; comparto con usted éste logro.

A la Ilustre Universidad de Los Andes donde desarrolle mis estudios de Ingeniería, motivo de orgullo para mí. A su personal Académico, Administrativo y Obrero, parte indudable del alcance de ésta meta.

www.bdigital.ula.ve

Vásquez Andara Javier Enrique. **Estudio de Confiabilidad en Sistemas Eléctricos de Potencia – Generación.** Universidad de Los Andes. Tutor: PhD. Jean C. Hernández M. Noviembre, 2010.

RESUMEN

Uno de los aspectos más importantes al momento de generar, transmitir y distribuir la energía eléctrica primaria es el de la confiabilidad del sistema eléctrico visto como un todo; no sólo debe garantizarse la correcta generación y transmisión de la energía sino que también debe procurarse que ésta se distribuya entre los usuarios de una manera eficiente, eficaz y efectiva con el más alto grado posible de confiabilidad y seguridad. Se realizó la presente investigación dada la marcada relevancia de conocer cómo podrían diseñarse sistemas eléctricos de potencia que cumplan a cabalidad con estos requerimientos, e incluso aplicar mejoras sustanciales a los ya existentes y disponer así de un suministro de energía capaz de cumplir de forma satisfactoria con la exigencia de una demanda creciente con el tiempo, según como se requiera y en un lugar determinado. Se estudian herramientas matemáticas probabilísticas para lograr el diseño específico de sistemas confiables de generación de potencia eléctrica las cuales a su vez, también podrían conducir a la optimización de sistemas de generación ya existentes con miras a un mejor aprovechamiento del recurso energético generado y a la obtención de una mejor calidad del servicio de energía eléctrica. Se observan y analizan resultados obtenidos de simulaciones mediante software, que ayudan a afianzar la base teórica y metodológica descrita y que sirven como posible herramienta para el comienzo de posteriores estudios respecto al tema de confiabilidad en sistemas de generación.

La realizada investigación abarca el campo del diseño de nuevos sistemas de potencia así como también el mejoramiento y renovación de sistemas ya existentes, todo con el propósito de obtener un servicio eléctrico de la más alta calidad posible. Se desarrolló fundamentalmente una revisión bibliográfica respecto al tema de confiabilidad en sistemas eléctricos de potencia y, de igual modo, se implementaron modelos de sistemas a manera de ejemplos ilustrativos que ayudan al entendimiento óptimo del marco teórico descrito a lo largo del trabajo.

Descriptor: Confiabilidad, sistemas eléctricos de potencia, generación, métodos probabilísticos.

ÍNDICE GENERAL

APROBACIÓN.....	ii
DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTO.....	iv
RESUMEN.....	V
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO	PP
I. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	3
1.1 Planteamiento del problema.....	3
1.2 Justificación.....	4
1.3 Objetivos.....	4
1.3.1 Objetivo general.....	4
1.3.2 Objetivos específicos.....	4
1.4 Metodología.....	5
II. CONCEPTOS BÁSICOS DE CONFIABILIDAD.....	6
2.1 Introducción.....	6
2.2 Disponibilidad.....	7
2.3 Mantenibilidad.....	7
2.4 Soporte logístico.....	7
2.5 Calidad.....	8
2.6 Seguridad.....	8
2.7 Fiabilidad.....	8
2.8 Resumen.....	8
III. TEORÍA DE CONJUNTOS, PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA.....	10
3.1 Introducción.....	10
3.2 Conjuntos.....	10
3.2.1 Notación de conjuntos.....	10
3.2.2 Relación de pertenencia de conjuntos.....	11
3.2.3 Determinación de conjuntos.....	11
3.2.4 Diagrama de Venn.....	12
3.3 Conjuntos particulares.....	12
3.3.1 Conjunto vacío.....	12
3.3.2 Conjunto unitario.....	13
3.3.3 Conjunto finito.....	13
3.3.2 Conjunto infinito.....	13
3.3.2 Conjunto universal.....	13
3.4 Relaciones entre conjuntos.....	13
3.4.1 Inclusión.....	13
3.4.2 Conjuntos comparables.....	14
3.4.3 Igualdad de conjuntos.....	14
3.4.4 Conjuntos disjuntos.....	15
3.4.5 Conjunto de conjuntos.....	15

3.4.6	Conjunto potencia.....	15
3.5	Operaciones entre conjuntos.....	16
3.5.1	Unión de conjuntos.....	16
3.5.1.1	Representación gráfica.....	16
3.5.1.2	Propiedades.....	16
3.5.2	Intersección de conjuntos.....	17
3.5.2.1	Representación gráfica.....	17
3.5.2.2	Propiedades.....	18
3.5.3	Diferencia de conjuntos.....	18
3.5.3.1	Representación gráfica.....	18
3.5.4	Diferencia simétrica de conjuntos.....	19
3.5.5	Complemento de un conjunto.....	19
3.5.5.1	Propiedades.....	20
3.6	Probabilidad.....	20
3.6.1	Espacio muestral.....	21
3.6.2	Fenómeno probabilístico.....	22
3.6.3	Fenómeno determinístico.....	22
3.7	Evento y tipos de evento.....	22
3.7.1	Evento elemental.....	23
3.7.2	Evento seguro.....	23
3.7.3	Evento imposible.....	23
3.7.4	Evento compuesto.....	24
3.7.5	Evento contrario o complementario.....	24
3.8	Probabilidad frecuencial.....	24
3.9	Probabilidad clásica, axiomas y teoremas.....	25
3.10	Probabilidad condicional.....	27
3.10.1	Independencia de eventos.....	28
3.10.2	Ley multiplicativa de la probabilidad.....	29
3.11	Variable aleatoria.....	29
3.11.1	Definición de variable aleatoria y tipos.....	29
3.12	Funciones de probabilidad para variables aleatorias discretas.....	30
3.12.1	Función de densidad de probabilidad $f(t)$	31
3.12.2	Distribución acumulada de probabilidad $F(t)$	31
3.12.3	Valor esperado o valor medio.....	32
3.12.4	Varianza y desviación estándar.....	32
3.12.5	Distribución de probabilidad tipo binomial.....	32
3.12.6	Distribución de probabilidad de Poisson.....	33
3.13	Funciones de probabilidad para variables aleatorias continuas.....	34
3.13.1	Función de densidad de probabilidad $f(t)$	34
3.13.2	Distribución acumulada de probabilidad $F(t)$	35
3.13.3	Valor esperado o valor medio.....	35
3.13.4	Varianza y desviación estándar.....	36
3.13.5	Distribución de probabilidad tipo normal.....	36
3.13.6	Distribución de probabilidad tipo exponencial.....	37
3.13.7	Distribución de probabilidad tipo Weibull.....	37
3.13.8	Distribución de probabilidad tipo Lognormal.....	38
3.14	Estadística descriptiva y estadísticos principales.....	39

3.15	Resumen.....	40
IV.	CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE POTENCIA ELÉCTRICA.....	42
4.1	Introducción.....	42
4.1.1	Elemento reparable.....	43
4.1.2	Elemento no reparable.....	43
4.2	Principales medidas de confiabilidad en sistemas de potencia.....	43
4.2.1	Falla y tasa de falla.....	44
4.2.2	Tiempo de mantenimiento (Mdt).....	44
4.2.3	Tiempo medio fuera de servicio (MDT).....	45
4.2.4	Tiempo medio entre fallas (MTBF).....	45
4.2.5	Tiempo medio entre mantenimiento (MTBM).....	45
4.2.6	Tiempo medio para mantenimiento (MTTM).....	45
4.2.7	Tiempo medio de reparación (MTTR).....	46
4.2.8	Disponibilidad operacional (A_0).....	46
4.2.9	Disponibilidad inherente (A_i).....	46
4.3	Funciones para el cálculo de medidas de confiabilidad.....	47
4.3.1	Variable de estado.....	47
4.3.2	Tiempo a falla (T).....	48
4.3.3	Función de confiabilidad $R(t)$	48
4.3.4	Función de tasa de fallas $z(t)$	49
4.3.5	Concepto de la curva de bañera.....	50
4.3.6	Tiempo medio a falla (MTTF).....	52
4.3.7	Vida media residual (MRL).....	53
4.3.8	Frecuencia y duración de fallas.....	54
4.4	Funciones de distribución y parámetros de confiabilidad.....	54
4.4.1	Distribución exponencial.....	54
4.4.2	Distribución Weibull.....	55
4.4.3	Distribución normal.....	55
4.4.4	Distribución lognormal.....	56
4.5	Sistemas multi-estado.....	56
4.5.1	Concepto de redundancia.....	57
4.6	Resumen.....	58
V.	MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE GENERACIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA.....	59
5.1	Introducción.....	59
5.2	Índice de probabilidad de pérdida de carga o Loss of Load Probability (LOLP).....	60
5.3	Método de Markov.....	62
5.3.1	Proceso de Markov y matriz de estados.....	65
5.3.2	Cadena de Markov para sistemas de tres estados con posibilidad de reparación.....	67
5.3.3	Combinación de estados en el método de Markov.....	67
5.4	Método de análisis de redes.....	69
5.4.1	Sistema con conexión serie.....	69
5.4.2	Sistema con conexión en paralelo.....	70
5.4.3	Sistema en configuración k-de-n.....	72
5.4.4	Función de estructura.....	72

	pp
5.4.5 Estructuras representadas por secciones y cortes.....	73
5.5 Método de frecuencia y duración.....	75
5.5.1 Representación de la carga diaria en un gráfico de dos niveles.....	75
5.5.2 Combinación de los estados de carga y generación.....	76
5.6 Método de Monte Carlo.....	78
5.6.1 Modelado de los recursos generados.....	79
5.6.2 Modelado de demanda.....	79
5.6.3 Simulaciones Monte Carlo en sistemas de generación.....	80
5.7 Resumen.....	81
VI. EJEMPLOS PRÁCTICOS DE CÁLCULO DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE GENERACIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA.....	82
6.1 Caso de estudio 1, simulación y análisis.....	82
6.2 Caso de estudio 2, simulación y análisis.....	85
6.3 Caso de estudio 3, simulación y análisis.....	88
CONCLUSIONES.....	94
RECOMENDACIONES.....	96
REFERENCIAS.....	97
APÉNDICE	

www.bdigital.ula.ve

ÍNDICE DE FIGURAS

Fig.		pp
3.1	Diagrama de Venn de dos conjuntos cualesquiera A y B.....	12
3.2	Diagrama de Venn para el ejemplo de conjuntos separables.....	14
3.3	Diagrama de Venn para el ejemplo de conjuntos disjuntos.....	15
3.4	Representación gráfica de la unión de conjuntos.....	16
3.5	Representación gráfica de la intersección de conjuntos.....	17
3.6	Representación gráfica de la diferencia de conjuntos.....	18
3.7	Representación gráfica de la diferencia simétrica de conjuntos.....	19
3.8	Representación gráfica de un conjunto A y su complemento A^C	20
3.9	Gráfico de la densidad de probabilidad de la variable discreta.....	31
3.10	Distribución acumulada de probabilidad de una variable discreta.....	32
3.11	Gráfico de una distribución binomial para varios valores de n.....	33
3.12	Gráfico de una distribución de Poisson para distintos valores de λ	34
3.13	Gráfico de la densidad de probabilidad de la variable continua.....	35
3.14	Distribución acumulada de probabilidad de una variable continua x.....	35
3.15	Distintos gráficos de distribución normal de probabilidad.....	36
3.16	Gráfico de distribuciones de probabilidad exponencial para distintos valores de λ	37
3.17	Distribución Weibull para distintos valores de los parámetros α y β	38
3.18	Distribución lognormal para distintos valores de μ y σ	38
3.19	Histograma para la representación gráfica de un número de datos.....	39
4.1	Representación gráfica de la variable de estado de un elemento.....	47
4.2	Ilustración gráfica de la función de confiabilidad $R(t)$ de un ítem.....	48
4.3	Curva de bañera para el análisis de tasas de falla $z(t)$ en escala logarítmica.....	51
5.1	Modelo simple de un sistema de generación G con su respectiva carga L.....	60
5.2	Diagrama de transición de estados.....	63
5.3	Trayectoria de un proceso de Markov.....	66
5.4	Diagrama de Markov para un sistema de tres estados.....	67
5.5	Combinación de estados i en estados I.....	68
5.6	Representación de un componente i mediante un diagrama de bloque.....	69
5.7	Representación de un sistema con estructura serie.....	70
5.8	Representación de un sistema con estructura en paralelo.....	71
5.9	Sistema en configuración de funcionamiento 2-de-3.....	72
5.10	Representación de carga en dos estados.....	75
5.11	Diagrama de combinación carga-generación.....	77
5.12	Curva de capacidad de un generador.....	79
6.1	Diagrama de estados para el caso de estudio 1.....	82
6.2	Diagrama de estados para el caso de estudio 2.....	85
6.3	Diagrama de estados equivalente para el caso de estudio 2.....	86
6.4	Curva de carga para el cálculo del índice LOLP.....	88
6.5	Diagrama de estados combinados para el caso de estudio 3.....	91

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla		pp
4.1	Relación entre las funciones $F(t)$, $f(t)$, $R(t)$ y $z(t)$	53
4.2	Parámetros de confiabilidad de la distribución exponencial.....	54
4.3	Parámetros de confiabilidad de la distribución Weibull.....	55
4.4	Parámetros de confiabilidad de la distribución normal.....	56
4.5	Parámetros de confiabilidad de la distribución lognormal.....	56
5.1	Diagramas de bloque con su respectiva función de confiabilidad.....	74
5.2	Cálculo de índices de confiabilidad mediante simulación de Monte Carlo.....	81
6.1	Intensidades de falla y reparación entre estados para el caso de estudio 1.....	83
6.2	Probabilidades de estado para el caso de estudio 1.....	83
6.3	Parámetros relacionados con el sistema de generación, caso de estudio 1.....	84
6.4	Probabilidades de estado para el caso de estudio 2.....	87
6.5	Data del modelo de carga para el caso de estudio 3.....	89
6.6	Valores obtenidos de la simulación para los modelos combinados de carga-generación...	90
6.7	Resultados obtenidos para la frecuencia de falla en caso de estudio 3.....	92

www.bdigital.ula.ve

INTRODUCCIÓN

Dentro del campo de la Ingeniería Eléctrica se ha procurado la continua realización de importantes estudios con el propósito de lograr, en la manera de lo posible, abastecer la demanda presentada por los usuarios de energía eléctrica de una manera eficiente, eficaz y efectiva, de buena calidad y con el mínimo número posible de interrupciones, las cuales a su vez, podrían traducirse en grandes gastos económicos y pérdidas sustanciales para productores y consumidores de un determinado país o región. Tomando en cuenta que, a medida de que aumenta la población también aumenta la demanda de servicios como el de electricidad, se presenta la necesidad de contar con sistemas de generación de potencia eléctrica mucho más confiables y de mayor envergadura; es por ello que, no solo se debe pensar en éste aspecto a la hora de diseñar nuevas alternativas sino, que también es menester la búsqueda de herramientas para lograr fortalecer los sistemas ya existentes de manera satisfactoria, es decir, que contrasten en buena manera con los que son objeto de nuevos diseños.

Los estudios de confiabilidad se realizan de manera cuantitativa basados principalmente en principios de probabilidad y estadística; es por ello que, partiendo del estudio y utilización de esas herramientas, se procede en la búsqueda de sistemas que cumplan en mejor manera con este aspecto. En lo que al sistema de generación respecta, es necesario cubrir los métodos específicos a estudiar, considerando siempre que debe contarse con alta confiabilidad pues se trata del escalón más alto dentro de la jerarquización del sistema de potencia eléctrica; el encargado de producir la energía a ser transmitida y distribuida finalmente a los usuarios. A lo largo del presente trabajo de investigación se estudian a profundidad los rasgos y características de confiabilidad para sistemas eléctricos de potencia en el área de generación. Está estructurado de la manera siguiente:

El Capítulo I contiene los objetivos que se plantearon para llevar a cabo el estudio, la justificación del mismo y la metodología a seguir.

El Capítulo II presenta los rasgos conceptuales fundamentales que deben ser manejados al momento de tratar temas de confiabilidad tanto de sistemas eléctricos como de sistemas de

otra índole.

El Capítulo III describe todo lo referente a la probabilidad y estadística descriptiva relacionada con los estudios de confiabilidad, donde se estudian el tipo de funciones de probabilidad asociadas a comportamientos temporales de los elementos a lo largo de su vida útil.

El Capítulo IV define los aspectos de carácter propio de sistemas de potencia y la manera en que éstos se relacionan con los cálculos de confiabilidad.

El Capítulo V presenta un estudio a fondo de los métodos de cálculo de índices de confiabilidad mediante herramientas matemáticas, particularizados para sistemas de generación de potencia eléctrica.

Finalmente, se muestra en el Capítulo VI los resultados obtenidos a partir de simulaciones hechas a un sistema de generación sencillo, en el cual se aplican los conceptos anteriormente descritos y se llega a una serie de interpretaciones y conclusiones presentadas a manera de recomendaciones derivadas del análisis realizado.

CAPÍTULO I

OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Dentro de todo el conjunto de procesos que involucra un sistema de potencia eléctrica se encuentra incluido un aspecto relevante denominado confiabilidad del servicio, el cual, puede ser medido en términos de la calidad del mismo y el nivel de satisfacción y confort que aporte a los usuarios o consumidores. En lo que al subsistema de generación de potencia eléctrica respecta hay una cantidad amplia de factores influyentes en la medida de la confiabilidad y calidad de la energía generada; está el factor ambiental reflejado en el bajo o elevado caudal en las fuentes de generación hidroeléctrica, fallas en los generadores debidas generalmente a la falta de mantenimiento de los materiales y equipos, fallas de sincronismo en los generadores y, entre otros, la incorrecta distribución de la energía eléctrica generada.

Por otra parte, hay que tomar en consideración que un sistema de generación que presente insuficiente confiabilidad afecta, lógicamente, a los restantes subsistemas; el subsistema de transmisión y el subsistema de distribución. A nivel de usuarios o consumidores, los cortes de generación de energía eléctrica traen como consecuencia pérdidas significativas de índole económica o social afectando también el uso habitual de la misma en cualquier actividad y la calidad de vida de las personas. El trabajo realizado está enfocado principalmente al estudio de problemas en la calidad y continuidad del servicio de generación de energía eléctrica, lo cual a su vez, implica el uso de indicadores y métodos matemáticos apropiados en pro de la búsqueda de soluciones y mejoras sustanciales al mismo.

1.2 JUSTIFICACIÓN.

Dadas las repercusiones negativas que trae consigo un sistema de generación de potencia eléctrica con bajo grado de confiabilidad, se da la necesidad de realizar estudios con miras al diseño e implementación de sistemas más confiables así como también al mejoramiento de éste aspecto en sistemas ya existentes, garantizando así la correcta generación, transmisión y distribución de la energía eléctrica. Un sistema de generación de potencia eléctrica debe ser capaz de suplir de energía, en forma satisfactoria, a un determinado número de suscriptores quienes a su vez integran la demanda; es importante que esa energía llegue a ellos con los niveles de tensión y frecuencia estandarizados y con el menor índice de interrupciones posibles. Anteriormente existía un nivel alto de confiabilidad dado el reducido tamaño de los sistemas; actualmente, con el crecimiento habitual de la demanda de energía eléctrica, se da la necesidad de implementar modelos que permitan afrontar esta situación y lograr ampliar las capacidades de suministro. Se indicará cómo deben determinarse ciertos índices de confiabilidad que, complementados con modelos matemáticos y probabilísticos apropiados, permiten evaluar el comportamiento del sistema de generación de potencia eléctrica como un todo y aplicar mejoras o correcciones en caso de ser posible y necesario.

1.3 OBJETIVOS.

1.3.1 Objetivo general.

Determinar, mediante métodos matemáticos, probabilísticos y estadísticos, el grado de confiabilidad en sistemas de generación de potencia eléctrica y, en lo posible, promover el diseño y creación de nuevos sistemas generadores de energía eléctrica enfocados en atender de manera eficiente, eficaz y efectiva la demanda creciente con el tiempo presentada por los usuarios.

1.3.2 Objetivos específicos.

- Realizar una exhaustiva revisión bibliográfica sobre los estudios de confiabilidad existentes en referencia a sistemas de generación de potencia eléctrica.

- Establecer las herramientas, básicas y técnicas, que conduzcan a un estudio productivo avanzado de confiabilidad en sistemas de generación de potencia eléctrica.
- Estudiar y analizar los índices de confiabilidad aplicados a sistemas de generación de potencia eléctrica.
- Evaluar el grado y los índices de confiabilidad de un sistema de generación de potencia eléctrica tipo sencillo llevando a cabo simulaciones.
- Interpretar los resultados de la investigación y de las simulaciones aplicadas al sistema de generación de potencia eléctrica propuesto.

1.4 METODOLOGÍA.

- Recopilar la información necesaria respecto a la confiabilidad en sistemas eléctricos de potencia, especialmente en el sub sistema de generación.
- Establecimiento de modelos matemáticos y probabilísticos para el cálculo de confiabilidad, índices y características más relevantes.
- Desarrollo de los modelos establecidos.
- Desarrollo de simulaciones para los modelos implementados y análisis de los resultados obtenidos.

Cada uno de los objetivos descritos y planteados para llevar a cabo la investigación, siguiendo lógicamente la metodología de la misma, se verán cubiertos conforme se avance en la estructura del trabajo. Se comienza con la definición de bases teóricas necesarias para el estudio de confiabilidad en sistemas y su aplicación al caso específico de los sistemas de generación de potencia eléctrica, continuándose luego con la aplicación de dichos conceptos a unos ejemplos ilustrativos sencillos, los cuales podrían surgir del modelado de sistemas en fase de diseño o de sistemas ya existentes para los que se desee lograr mejorías.

CAPÍTULO II

CONCEPTOS BÁSICOS DE CONFIABILIDAD

2.1 INTRODUCCIÓN.

La confiabilidad puede ser definida como la probabilidad de que un sistema o elemento mantenga su funcionalidad y operatividad durante un período de tiempo determinado ejecutando un proceso para el cual fue creado o diseñado; cuando se evalúa la confiabilidad de un proceso, realizándole una serie de pruebas, se dice que es confiable si esas pruebas se aproximan o son iguales a otra serie de pruebas tomadas de un proceso similar realizado en un sistema de idénticas características y bajo las mismas condiciones de trabajo, siendo tomado este último como marco de referencia de óptimo funcionamiento. El valor medido de éste parámetro depende en gran manera de la cuota de mantenimiento de los equipos, tanto preventivo como correctivo, así como también de los costos de inversión y operación del sistema (Acuña, 2003).

Es necesario hacer una observación de cómo ha sido el desenvolvimiento del sistema en el tiempo, si es posible desde el mismo momento en que comienza a funcionar, y así poder evaluar su desempeño en cuanto a fallas, aplicar pruebas y realizar comparaciones. Todos estos aspectos pueden y deben ser cuantificados con valores numéricos los cuales servirán para su posterior análisis mediante técnicas probabilísticas. Para que tenga sentido, el valor cuantitativo medido de confiabilidad debe estar acompañado por definición de la función requerida, las condiciones de operación a las cuales está sujeto el elemento y las labores para las cuales este debe funcionar; de igual manera sería ventajoso conocer las condiciones en que estaba el elemento al momento de entrar en servicio, si era nuevo o usado y los aspectos relacionados con ello (Birolini, 2007).

2.2 DISPONIBILIDAD.

El hecho de que un elemento dentro de un sistema falle y deba ser reparado o reemplazado trae repercusiones en la mayoría de los casos negativos; esa es una de las razones por las cuales, uno de los factores más importantes a los que está ligada la confiabilidad de un sistema es el de disponibilidad el cual, a su vez, es definido como la capacidad que tiene un elemento para ejecutar una tarea indicada por un tiempo estimado dado o por un período aún más prolongado que el esperado (Biolini, 2007).

2.3 MANTENIBILIDAD.

Se conoce como mantenibilidad a la habilidad que presenta un elemento o sistema para ser reparado o colocado de nuevo en funcionamiento dentro de un determinado proceso luego de que haya presentado fallas o haya salido de servicio. Desde el punto de vista cuantitativo, está definida como la probabilidad de que un elemento pueda ser sometido a mantenimiento preventivo o reparaciones dentro de un intervalo determinado de tiempo bajo ciertas condiciones dadas. Debido al acelerado incremento de los costos de mantenimiento, este aspecto ha cobrado importancia en la actualidad; de igual modo la mantenibilidad se ha hecho dependiente de los recursos de los cuales se disponga para realizar el mantenimiento, de carácter tanto humano como material, así como de la manera en que es tratado el elemento o equipo al momento en que es instalado y puesto en servicio (Biolini, 2007).

2.4 SOPORTE LOGÍSTICO.

Se define como soporte logístico al conjunto de actividades destinadas a proveer el uso efectivo y económico de un elemento o sistema durante su ciclo de vida útil; es necesario aclarar que, por razones de efectividad, el soporte logístico debe estar integrado dentro del concepto y labores de mantenimiento del ítem o elemento en estudio. Uno de los principales aspectos que presenta la actividad logística es el manejo del cambiante mundo tecnológico y el aseguramiento de la operatividad de los elementos por periodos de tiempo prolongados; este hecho podría verse afectado, por ejemplo, en el momento en que se necesiten ciertos componentes para reemplazo que hayan sido discontinuados o sacados del mercado por ser

considerados obsoletos. Estos aspectos tecnológicos deben de ser considerados cuando se quiera diseñar cualquier sistema; hay que garantizar que los equipos puedan ser reemplazados a lo largo de su vida útil sin la necesidad de rediseños considerables (Biolini, 2007).

2.5 CALIDAD.

El concepto de calidad podría verse desde distintos puntos de vista según sea el campo donde se genere el estudio, pero en general, puede definirse como el grado de capacidad intrínseca que tiene un ítem o elemento para llenar los requerimientos del proceso para el cual es diseñado; también se puede definir como la totalidad de rasgos y características propios del elemento que lo hagan capaz de poseer la habilidad de satisfacer una necesidad dada o implicada (Hoyland, 2004).

2.6 SEGURIDAD.

Un ítem es seguro cuando se encuentra libre de condiciones que puedan causar daños considerables a humanos tales como lesiones, problemas ocupacionales e incluso la muerte (Hoyland, 2004); también entra en consideración el hecho de que el elemento no cause problemas a otros equipos o elementos con los que pueda estar interactuando, provocando su propio colapso o el del sistema entero.

2.7 FIABILIDAD.

Muchas veces el concepto de fiabilidad es tomado como sinónimo de confiabilidad; incluso, en bastantes casos se prefiere hablar de fiabilidad en vez de hablar de confiabilidad. En general, éste término es utilizado para describir el desempeño de la disponibilidad y los factores que la influyen: el comportamiento de un ítem o sistema en cuanto a confiabilidad, mantenimiento, mantenibilidad y soporte al mantenimiento (Hoyland, 2004).

2.8 RESUMEN.

Dentro del concepto general de confiabilidad y sus aspectos primordiales, deben estudiarse las

herramientas estadísticas y probabilísticas necesarias para la caracterización de fenómenos aleatorios y de duración variable; esto con el fin de poder plantear modelos matemáticos que permitan describir y conocer el funcionamiento de sistemas simples o complejos de manera cualitativa y cuantitativa. El capítulo III de la presente investigación expresa las bases fundamentales de dichas herramientas, con miras a ser utilizadas en el modelado de sistemas o elementos en general así como para fenómenos específicos a ser estudiados posteriormente.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO III

TEORÍA DE CONJUNTOS, PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

3.1 INTRODUCCIÓN.

El estudio de sistemas de cualquier índole involucra sin duda alguna, en términos de medidas de confiabilidad, la selección adecuada de modelos, la estimación de parámetros de carácter estadístico y el uso de herramientas probabilísticas. Debe hacerse una colección de datos de forma tal que se pueda evaluar el comportamiento temporal de elementos y sistemas, permitiendo esto último el diagnóstico acertado, mediante el uso de la probabilidad y la estadística, de fallas que pudiesen suceder a corto, mediano o largo plazo. Los tópicos de interés con respecto a las mencionadas herramientas se definen a lo largo del presente capítulo.

3.2 CONJUNTOS.

Desde el punto de vista matemático no existe un concepto específico preciso para describir a ciencia cierta lo que es un conjunto; más aún, a los efectos de su posterior utilización, podría verse como una colección o agrupación definida de objetos de una determinada clase y característica. Con base en la noción que se tenga de conjuntos y en el uso de sus herramientas, relaciones y resultados podría entonces realizarse el estudio de determinados eventos o experimentos de interés, relacionados en la mayoría de los casos con la teoría de probabilidades (Hernández, 2010). Ejemplo de conjunto es el conformado por un grupo de personas seleccionadas, ya sea con alguna característica en particular o no.

3.2.1 Notación de conjuntos.

Para la notación de conjuntos se utilizan letras mayúsculas, con sus elementos encerrados

entre llaves y separados entre sí con un punto y coma. Ejemplo de ello podría ser el conjunto conformado por las posibles notas que puede obtener un alumno luego de la aplicación de un examen, lo cual se denotaría de la manera siguiente: $\mathbf{N} = \{1;2;3;\dots;18;19;20\}$. En lo referente a la teoría de conjuntos no es adecuado repetir elementos dentro de éstos, en otras palabras, sería incorrecto escribir un conjunto de la forma: $\mathbf{A} = \{1;2;3;1;1;4\}$; la manera correcta de representar el conjunto dado es entonces como sigue: $\mathbf{A} = \{1;2;3;4\}$. Puede definirse también el número cardinal $\mathbf{n(Q)}$ de un conjunto, el cual, es aquel que expresa la cantidad de elementos que posee éste; así puede notarse que el conjunto \mathbf{A} , tomado como ejemplo, tiene como número cardinal $\mathbf{n(Q) = n(A) = 4}$ (Hernández, 2010).

3.2.2 Relación de pertenencia de conjuntos.

Como ya se ha dicho, un conjunto está formado por una cantidad determinada de elementos; se puede decir entonces que la relación que existe entre los elementos y el conjunto es una relación de pertenencia pues cada uno de ellos pertenecen al conjunto (Hernández, 2010). La relación de pertenencia se denota con el símbolo \in y, de forma análoga, la no pertenencia se expresa con el negado de ese símbolo, es decir \notin . Supóngase que se tiene un conjunto $\mathbf{B} = \{a;b;c;d;g\}$; puede asegurarse entonces que el elemento “a” pertenece a \mathbf{B} , es decir, $a \in \mathbf{B}$ y que, efectivamente, el elemento “e” no pertenece a \mathbf{B} , es decir, $e \notin \mathbf{B}$.

3.2.3 Determinación de conjuntos.

Básicamente existen dos maneras de determinación de conjuntos; la determinación por extensión y la determinación por comprensión; la primera de ellas está referida a la indicación de cada uno de los elementos del conjunto y la segunda aporta solo una característica común a todos los elementos que se encuentran dentro del conjunto (Hernández, 2010). Ejemplo de ello son los siguientes casos:

- a) El conjunto \mathbf{B} conformado por los números naturales impares mayores que 0 y menores que 10, es decir, $\mathbf{B} = \{1;3;5;7;9\}$. Como se indica la naturaleza de cada elemento se dice que el conjunto está determinado por extensión.

- b) El conjunto **C** conformado por los jugadores de fútbol presentes en la cancha al instante de disputarse un juego, es decir, $C = \{\text{jugadores en cancha}\}$. No se indica la propiedad de cada elemento en particular sino que se expresa una característica común a todos ellos; se dice entonces que el conjunto está determinado por comprensión y puede entenderse que está conformado por veintidós elementos.

3.2.4 Diagrama de Venn.

Es una herramienta utilizada para la representación gráfica de conjuntos mediante el uso de dibujos, esquemas o diagramas que podrían ser de forma triangular, circular o cuadrada según convenga (Hernández, 2010); se denominan de esa manera en homenaje al nombre de su creador, un filósofo inglés llamado John Venn (1834 – 1883). Son utilizados, generalmente, para hacer más comprensible y visible de forma gráfica la relación existente entre los conjuntos y sus elementos. Las siguientes figuras son ejemplos de diagrama de Venn:



Fig. 3.1. Diagrama de Venn de dos conjuntos cualesquiera **A** y **B**.

3.3 CONJUNTOS PARTICULARES.

3.3.1 Conjunto vacío.

Es aquel conjunto carente de elementos, también conocido como conjunto nulo. Se denota mediante el símbolo \emptyset o mediante el uso de llaves al igual que los demás conjuntos; si se tiene el conjunto vacío **Z** podría denotarse como $Z = \{ \}$ o $Z = \emptyset$ leyéndose esto como “**Z** es el conjunto vacío” o “**Z** es el conjunto nulo” (Hernández, 2010). Ejemplo claro de éste tipo de conjuntos sería, si $B = \{x \mid x \text{ sea un factor par de } 7\}$; puede observarse que $B = \emptyset$, dado que los únicos factores posibles de 7 son los números impares 1 y 7 (Walpole, 1999).

3.3.2 Conjunto unitario.

Aquel conjunto que solo posea un elemento es denominado conjunto unitario (Hernández, 2010). Ejemplo de conjunto unitario podría ser el conjunto $\mathbf{R} = \{x \mid x - 3 = 0\}$ ya que en este caso el elemento en cuestión x tomaría un solo valor el cual sería $x = 3$.

3.3.3 Conjunto finito.

Se dice que un conjunto es finito si posee un número limitado de elementos, es decir, se conoce en su totalidad la cantidad de elementos que conforman al conjunto (Hernández, 2010). Ejemplo de ello es un conjunto $\mathbf{D} = \{x \mid x \text{ es el número de días en una semana}\}$ o también un conjunto $\mathbf{F} = \{c \mid c \text{ el número de caras que posee un dado}\}$. Puede observarse que en cada caso se expresa con claridad el número de componentes de cada conjunto.

3.3.4 Conjunto infinito.

Es aquel conjunto que posee o contiene un número ilimitado de elementos (Hernández, 2010). Como ejemplo de este hecho podría ser considerar el conjunto $\mathbf{I} = \{x \mid x \text{ sea un número entero positivo}\}$ u otro denominado $\mathbf{J} = \{y \mid y > 1/2\}$; puede afirmarse que es imposible definir la cantidad total de elementos que conforman a los conjuntos mencionados.

3.3.5 Conjunto universal.

Un conjunto referencial que contenga una serie de elementos involucrados en una situación en particular es denominado conjunto universal; generalmente es denotado con la letra \mathbf{U} (Hernández, 2010). Por ejemplo, el conjunto universal de todos los números es el conjunto de los números complejos ya que contiene, tanto a los números reales como a los complejos.

3.4 RELACIONES ENTRE CONJUNTOS.

3.4.1 Inclusión.

Considérese dos conjuntos cualquiera **F** y **G**; puede decirse que **F** está incluido en **G**, si y solo si, todo elemento de **F** también forma parte de los elementos de **G**. El hecho antes mencionado se denota como $F \subset G$ y se lee “**F** está contenido en **G**”, “**F** es un subconjunto de **G**” o “**F** es una porción de **G**”. La inclusión de dos o más conjuntos está regida por una serie de propiedades, las cuales son (Hernández, 2010):

- Todo conjunto está incluido en sí mismo, es decir, en el ejemplo dado $F \subset F$.
- Todo conjunto incluye al conjunto vacío, por ello se tiene que $\emptyset \subset F$.
- El hecho de que $F \subset G$ implica también que $G \supset F$.
- El hecho de que **F** no esté incluido en **G** o que **F** no sea un subconjunto de **G** quiere decir que existe por lo menos un elemento en **F** no perteneciente a **G**.

3.4.2 Conjuntos comparables.

Sean dos conjuntos cualesquiera **M** y **D**. Se dice que **M** es comparable con **D** siempre que entre ellos exista una relación de inclusión mutua, es decir, que $M \subset D$ y $D \subset M$ (Hernández, 2010). Considérese por ejemplo que $M = \{\text{blanco; amarillo; verde; rojo; azul}\}$ y que $D = \{\text{amarillo; rojo; azul}\}$; utilizando diagramas de Venn se expresaría según la Fig. 3.2, en la cual se puede observar que como **D** está incluido en **M**, son conjuntos comparables.

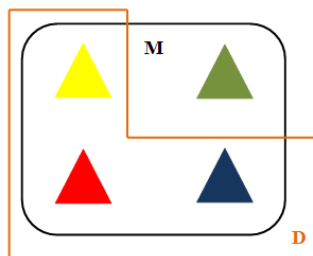


Fig. 3.2. Diagrama de Venn para el ejemplo de conjuntos comparables.

3.4.3 Igualdad de conjuntos.

Dos conjuntos **A** y **B** son iguales si y solo si ambos contienen los mismos elementos (Hernández, 2010). Supóngase que $A = \{x \mid x^2 - 1 = 0\}$ y que $B = \{x \mid (x + 1)(x - 1)\}$; puede

verse que, resolviendo la incógnita de la ecuación interna en cada conjunto, se obtienen valores similares para ésta en ambos casos, probándose así que efectivamente $\mathbf{A} = \mathbf{B} = \{1: -1\}$.

3.4.4 Conjuntos disjuntos.

Dos conjuntos \mathbf{A} y \mathbf{B} son mutuamente excluyentes o disjuntos cuando los elementos de \mathbf{A} no tienen similar en \mathbf{B} , es decir, cuando \mathbf{A} y \mathbf{B} no posean elementos en común (Walpole, 1999). Este caso puede ser representado mediante los diagramas de Venn de la Fig. 3.3.

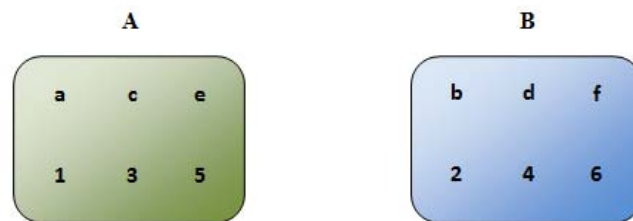


Fig. 3.3. Diagrama de Venn para el ejemplo de conjuntos disjuntos.

3.4.5 Conjunto de conjuntos.

Es aquel conjunto cuyos elementos integrantes son otros conjuntos (Hernández, 2010). Sea por ejemplo el conjunto $\mathbf{A} = \{\{1;2\};\{a,b\};\{m;n\};\{7;9\}\}$; puede observarse que los elementos integrantes de \mathbf{A} también son conjuntos. Podrían afirmarse los siguientes hechos:

- $\{1;2\}$ es uno de los elementos dentro de \mathbf{A} , es decir, $\{1;2\} \in \mathbf{A}$.
- $\{a;b\}$ está en \mathbf{A} , por ello $\{a;b\} \in \mathbf{A}$.

3.4.6 Conjunto potencia.

Supóngase que se tiene un conjunto cualquiera $\mathbf{C} = \{1;2;3\}$. El conjunto de potencia de \mathbf{C} , cuya notación es $P(\mathbf{C})$ o $\text{Pot}(\mathbf{C})$, es aquel formado por todos y cada uno de los subconjuntos de \mathbf{C} (Hernández, 2010). Puede notarse que los subconjuntos de \mathbf{C} son: $\{1\}$, $\{2\}$, $\{3\}$, $\{1;2\}$, $\{1;3\}$, $\{2;3\}$, $\{1;2;3\}$, \emptyset ; luego el conjunto potencia de \mathbf{C} es $P(\mathbf{C}) = \{\{1\};\{2\};\{3\};\{1;2\};\{1;3\};\{2;3\};\{1;2;3\};\emptyset\}$. Puede saberse de antemano cuántos elementos

tiene el conjunto de potencia de un conjunto mediante la aplicación de la siguiente propiedad:

- Dado el conjunto **C**, cuyo número de elementos es $n = 3$, se tiene que el número de elementos del conjunto de potencia serán 2^n , es decir $2^3 = 8$.

3.5 OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS.

3.5.1 Unión de conjuntos.

La unión de dos conjuntos **A** y **B** denotada como $A \cup B$ y leída como “**A** unido **B**” es aquel conjunto que contiene los elementos que están, ya sea en **A** o en **B** o en ambos simultáneamente, lo que quiere decir que la unión incluye elementos que estén en por lo menos uno de los dos conjuntos (Devore, 2001). Supóngase que se tienen los conjuntos $C = \{2;4;6;8\}$ y $D = \{1;3;5;7\}$ para los cuales se desee determinar el conjunto unión $C \cup D$. Realizando el análisis respectivo resulta: $C \cup D = \{2;4;6;8\} \cup \{1;3;5;7\} = \{1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

3.5.1.1 Representación gráfica de la unión de conjuntos.

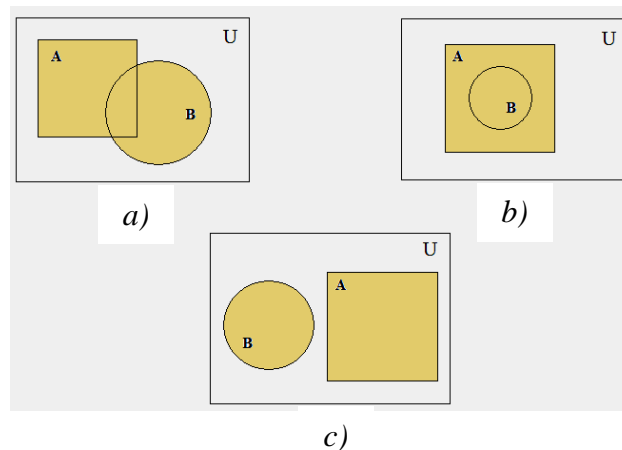


Fig. 3.4. Representación gráfica de la unión de conjuntos (Hernández, 2010): a) Conjuntos no comparables, b) Conjuntos comparables, c) Conjuntos disjuntos.

3.5.1.2 Propiedades de la unión de conjuntos.

Para realizar la unión de conjuntos hay que tener en cuenta lo siguiente (Hernández, 2010):

- $A \cup A = A$.
- $A \cup B = B \cup A$.
- $A \cup \emptyset = A$.
- $A \cup U = U$.
- $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$.
- Si $A \cup B = \emptyset$ entonces $A = \emptyset$ y $B = \emptyset$.

3.5.2 Intersección de conjuntos.

La intersección de dos conjuntos cualesquiera, llámense **A** y **B**, es aquel conjunto cuyos elementos son solo los que forman parte de **A** y parte de **B** de manera simultánea; se denota como $A \cap B$ y se lee “**A** intersección **B**” (Devore, 2001). Por ejemplo, considérese un conjunto **M** el cual consiste en que una persona seleccionada al azar mientras cena en un concurrido restaurant sea de sexo masculino y, otro conjunto **N**, que consista en que la persona seleccionada sea mayor de 35 años; entonces se tiene que el conjunto intersección $M \cap N$ está formado por las personas de sexo masculino presentes en el restaurant con más de 35 años (Walpole, 1999).

3.5.2.1 Representación gráfica de la intersección de conjuntos.

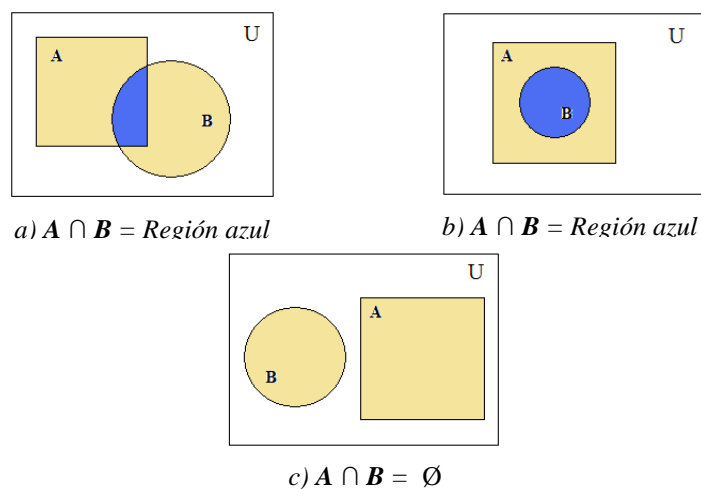


Fig. 3.5. Representación gráfica de la intersección de conjuntos (Hernández, 2010): a) Conjuntos no comparables, b) Conjuntos comparables, c) Conjuntos disjuntos

3.5.2.2 Propiedades de la intersección de conjuntos.

Al realizar la intersección de conjuntos es necesario saber las propiedades (Hernández, 2010):

- $A \cap A = A$.
- $A \cap B = B \cap A$.
- $A \cap \emptyset = \emptyset$.
- $A \cap U = A$.
- $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$.
- $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$.
- $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$.

3.5.3 Diferencia de conjuntos.

El conjunto diferencia de dos conjuntos **A** y **B** cualesquiera es aquel que posee los elementos pertenecientes a **A** y no pertenecientes a **B**. Se denota como $A - B$ y se lee “A menos B”. Al momento de realizar la diferencia de conjuntos debe tenerse en cuenta el orden de los mismos ya que, como podrá notarse más adelante, $A - B$ no es equivalente a $B - A$ (Hernández, 2010).

3.5.3.1 Representación gráfica de la diferencia de conjuntos.

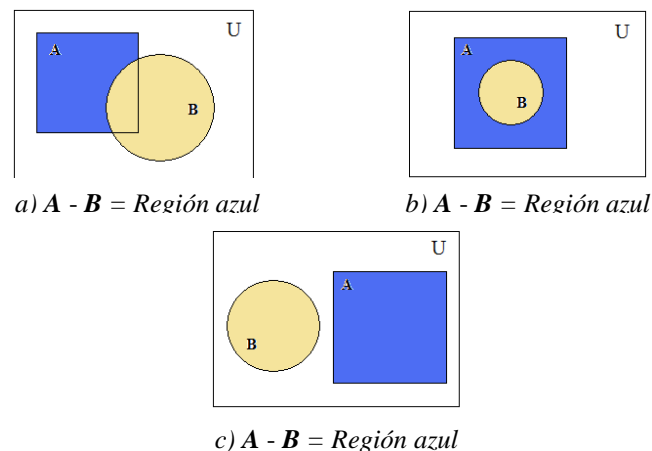


Fig. 3.6. Representación gráfica de la diferencia de conjuntos (Hernández, 2010): a) Conjuntos no comparables, b) Conjuntos comparables, c) Conjuntos disjuntos.

3.5.4 Diferencia simétrica de conjuntos.

Considérese dos conjuntos cualesquiera **A** y **B**. Se define el conjunto de diferencia simétrica entre **A** y **B** aquel que contiene todos los elementos pertenecientes a la operación $\mathbf{A} - \mathbf{B}$ y todos los elementos pertenecientes a la operación $\mathbf{B} - \mathbf{A}$. Se lee “**A** diferencia simétrica **B**” y se denota $\mathbf{A} \Delta \mathbf{B}$ (Hernández, 2010). Por ejemplo, si se tienen dos conjuntos siendo el primero de ellos $\mathbf{A} = \{1;2;3;4;5\}$ y el segundo $\mathbf{B} = \{3;4;5;6;7\}$ se dice que: $\mathbf{A} - \mathbf{B} = \{1;2\}$ y $\mathbf{B} - \mathbf{A} = \{6;7\}$, por tanto, el resultado de la diferencia simétrica es $\mathbf{A} \Delta \mathbf{B} = \{1;2\} \cup \{6;7\}$.

A partir de la teoría de la diferencia simétrica de conjuntos pueden afirmarse dos hechos; que $\mathbf{A} \Delta \mathbf{B} = (\mathbf{A} - \mathbf{B}) \cup (\mathbf{B} - \mathbf{A})$ así como también que $\mathbf{A} \Delta \mathbf{B} = (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) - (\mathbf{A} \cap \mathbf{B})$. En forma gráfica, podría expresarse tal como se muestra en la Fig. 3.7.

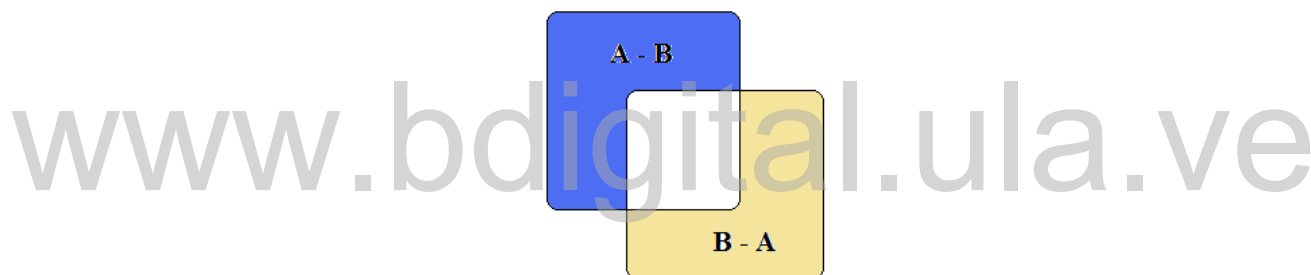


Fig. 3.7. Representación gráfica de la diferencia simétrica de conjuntos (Hernández, 2010).

3.5.5 Complemento de un conjunto.

Si se tiene un conjunto universal **U** y otro conjunto cualquiera **A** puede definirse, como complemento de ese conjunto **A**, aquel conjunto cuyos elementos pertenecen al universo pero no pertenecen al conjunto **A**; su notación es \mathbf{A}^c y se lee “**A** complemento” (Hernández, 2010).

Se calcula mediante la expresión $\mathbf{A}^c = \mathbf{U} - \mathbf{A}$, lo que claramente demuestra que la suma de **A** y su complemento \mathbf{A}^c daría como resultado la totalidad del universo **U**. Gráficamente podría denotarse como se muestra en la Fig. 3.8.

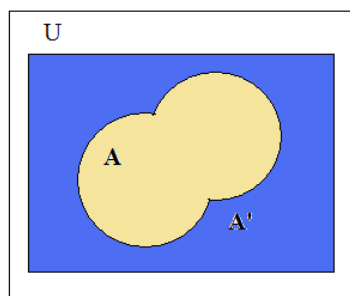


Fig. 3.8. Representación gráfica de un conjunto A y su complemento A^c (Hernández, 2010)

Considérese el siguiente ejemplo: de un universo U formado por un mazo de naipes se quiere hacer un conjunto A conformado por los naipes de color negro, se dice entonces, que A^c es el conjunto de los naipes restantes de color rojo y que, sumados con los primeros, integran la totalidad del mazo (Walpole, 1999).

3.5.5.1 Propiedades del complemento de conjuntos.

- $(A^c)^c = A$.
- $A \cup A^c = U$.
- $A \cap A^c = \emptyset$.
- $U^c = \emptyset$.
- $\emptyset^c = U$.

3.6 PROBABILIDAD.

El concepto de probabilidad está ligado en gran manera con el convivir diario de las personas; las cosas en la naturaleza siempre presentan variaciones con respecto a otras y los hechos tienen cierta posibilidad de ocurrencia, con un determinado nivel de incertidumbre y aleatoriedad; del estudio de esos hechos se trata la probabilidad. Ejemplo de ello es el hecho de que dos personas tengan diferente peso y altura a pesar de tener similar edad y sexo, que reciban un sueldo diferente a pago de sus servicios prestados sin importar que se dediquen a la misma labor y otros por el estilo (Hernández, 2010).

Cada vez que se realizan pruebas de carácter matemático con el fin de estudiar fenómenos observables es necesario e indispensable partir de la creación de un modelo matemático para esos fenómenos, ya sea de índole determinista o probabilista; claro está que el modelo ideado debe ser capaz de simplificar el estudio y expandir posibilidades de entendimiento, así como también, de adaptarse lo mejor posible a la realidad de los hechos. La mayoría de los métodos comúnmente utilizados para el cálculo de confiabilidad en forma cuantitativa requieren conocimientos de teoría de probabilidad y estadística, los cuales, permiten evaluar efectivamente los resultados obtenidos respecto al comportamiento de un elemento a través del tiempo (Meyer, 1992).

3.6.1 Espacio muestral.

Todo análisis probabilístico está basado en experimentos. Un experimento es cualquier acción o conjunto de acciones que generan algún tipo de observación; por lo general, un experimento sugiere un conjunto de ensayos o pruebas de laboratorio planeadas y controladas, dirigidas a algún estudio en particular.

El espacio muestral está definido como el conjunto de todos los posibles resultados que pueden llegar a arrojar dichos experimentos; es un concepto base en el cálculo de probabilidades y se denota por el símbolo S . Los elementos contenidos en un espacio muestral se denotan con símbolos, letras, palabras o números dentro de llaves y separados por comas entre sí (Devore, 2001).

Como ejemplo, considérese el experimento de lanzar un dado; si se está interesado en el número que muestre la cara superior luego del lanzamiento el espacio muestral estaría compuesto por seis elementos y se denotaría de la manera siguiente: $S_a = \{1,2,3,4,5,6\}$. Si el interés se enfoca en que el número mostrado por el dado sea par o impar, el espacio muestral estaría conformado solo por dos elementos y podría denotarse como $S_b = \{\text{par}, \text{impar}\}$. En el ejemplo explicado se puede ver que se podría utilizar más de un espacio muestral para analizar los resultados de un mismo experimento; aun así puede observarse que el conocimiento del resultado de S_a conduce al conocimiento del resultado de S_b y no al revés, lo cual enfatiza la necesidad de buscar y utilizar un espacio muestral adecuado para los mismos (Devore, 2001).

3.6.2 Fenómeno probabilístico.

Se conoce como fenómeno probabilístico, estocástico o no determinista a aquel que presenta un carácter aleatorio, teniendo presente que la aleatoriedad está dada en el hecho de que no se sabe que va a ocurrir, por ende, se dice que está relacionado con el azar y la probabilidad; en experimentos de tipo aleatorio es notable que sus resultados no son necesariamente iguales conforme se repiten las pruebas, así como también, que pueden ser efectuados el número de veces que se considere necesario, idealmente bajo las mismas condiciones (Hernández, 2010).

Como ejemplo de fenómeno probabilístico se puede proponer el siguiente: supóngase que se posee un trozo de material radiactivo, emisor de partículas. Si se dispone además de un dispositivo de medición apropiado se podría llevar un registro del número de partículas emitidas durante un lapso de tiempo dado; claro está que no se puede predecir con exactitud el número de partículas a ser emitidas a pesar de conocer por completo las características del objeto sometido a consideración. He allí la necesidad de la aplicación de un modelo probabilístico para inferir dicho comportamiento (Meyer, 1992).

3.6.3 Fenómeno determinístico.

Un modelo en el cual se utilicen consideraciones específicas para predecir el resultado de un experimento dado es denominado determinista o determinístico; ejemplo de ello sería lanzar una moneda al aire, fenómeno que podría modelarse de forma determinista dado que ya se sabe de antemano cuántos y cuáles resultados podrían obtenerse. Por ejemplo, si colocamos una batería en un circuito serie simple, el modelo matemático que describiría la intensidad medida de corriente vendría dado por la relación $I = V/R$, que es la conocida Ley de Ohm; entonces se dice que, mientras se conozca el valor de la tensión suministrada por la batería V y el valor de resistencia R , el modelo describe suficientemente el valor de I (Meyer, 1992).

3.7 EVENTO Y TIPOS DE EVENTO.

Cuando se desea emprender estudios probabilísticos, por lo general, se le da importancia no solo a cada uno de los resultados de S sino que también se presta atención a cualquier conjunto

que pueda ser obtenido a partir de éste. Se define como evento a cualquier colección o subconjunto de datos contenida en S , sabiéndose que es simple si está conformado por exclusivamente un dato o resultado y denominándose compuesto cuando está integrado por dos o más resultados (Devore, 2001).

3.7.1 Evento elemental.

Es aquel evento cualquiera E cuya característica principal es que contiene un solo punto muestral de S . Cada elemento integrante del espacio muestral S es un evento elemental, por ende, puede ser llamado también punto muestral y su cantidad se expresa como $N(E) = 1$ (Hernández, 2010). Por ejemplo, si se tiene un espacio muestral $E = (E_1, E_2, E_3)$, puede afirmarse que como E_1, E_2, E_3 pertenecen a dicho espacio son, cada uno, eventos elementales.

3.7.2 Evento seguro.

Es aquel evento que es efectivamente verificado luego de un experimento aleatorio realizado y, por definición, son equivalentes a los del espacio muestral del mismo; en otras palabras, es aquel que siempre ocurre como resultado del experimento, por tanto, se dice que es equivalente al espacio muestral: $E = S$ y $N(E) = N(S)$ (Hernández, 2010). Ejemplo de evento seguro sería extraer una esfera blanca de una caja llena de esferas de solo ese color así como también lo sería el hecho de que, lanzando tres dados y sumando los valores de las caras superiores, se obtenga un número mayor que 1 y menor que 18.

3.7.3 Evento imposible.

Es el tipo de evento que, dado que nunca ocurre, no tiene elementos de interés para su experimento; esto causa que nunca pueda ser verificado como resultado de ningún experimento aleatorio. El evento imposible forma parte del espacio muestral S y, de la única manera en la cual puede hacerlo, es siendo representado por el conjunto vacío \emptyset (Hernández, 2010). De allí que, como $\emptyset \subset S$, se cumple que $N(\emptyset) = 0$. Ejemplo de evento imposible es el de una persona que quiera trasladarse de un continente a otro sin tener que viajar o que en dado momento quiera ganar el premio de la lotería sin siquiera comprar un ticket que le dé

opción al mismo.

3.7.4 Evento compuesto.

Como ya se ha mencionado, un evento compuesto cualquiera \mathbf{E} , es aquel que está integrado por dos o más resultados; se afirma entonces que, debido a que tiene más de un punto muestral dentro de S , se cumple la identidad $N(\mathbf{E}) > 1$ (Hernández, 2010). Ejemplo de ello son los posibles eventos que pueden ocurrir al momento de lanzar una moneda; se sabe que dicho experimento tiene dos posibles resultados, cara o cruz; en éste caso se afirma que el evento está compuesto por esos dos posibles resultados y, por ende, que $N(\mathbf{E}) = 2$.

3.7.5 Evento contrario o complementario.

Supóngase un evento dado denominado \mathbf{A} . Se define como evento complemento aquel evento que puede verificarse en caso de que no sea posible verificarse \mathbf{A} . Se denota como \mathbf{A}^c , se lee “ \mathbf{A} complemento” y efectivamente se tiene, dado que los eventos son también conjuntos, que $\mathbf{A}^c = \{s \in \Omega \text{ tal que } s \notin \mathbf{A}\}$ (Hernández, 2010). Por ejemplo, si se tiene un grupo numeroso de personas y de éstas se quiere tomar al azar una que no sea fumadora; el evento satisfactorio sería poder tomar una persona que cumpla los requerimientos esperados, mientras que, el complemento del mismo estaría conformado por las personas que si fuman y que podrían eventualmente ser elegidas también como parte del experimento.

3.8 PROBABILIDAD FRECUENCIAL.

A medida de que el número de observaciones de un experimento aumenta, puede observarse que las frecuencias relativas de los eventos tienden a estabilizarse alrededor de un valor en específico. Considérese por ejemplo un dado ordinario lanzado varias veces; a medida de que el número de lanzamientos crece la frecuencia relativa de aparición que tendría cada cara tiende a estabilizarse en el valor de $1/6$. En base a esto, podría definirse la probabilidad frecuencial de un evento \mathbf{A} , cuya denotación es $P(\mathbf{A})$, como el valor en que las frecuencias relativas de \mathbf{A} se estabilizan, a medida de que las observaciones del experimento aumentan. Este hecho se expresa según (3.1) citado de Hernández, (2010).

$$P(A) = \frac{\text{No. de elementos del evento } A}{\text{No. de elementos del espacio } \Omega} \quad (3.1)$$

3.9 PROBABILIDAD CLÁSICA, AXIOMAS Y TEOREMAS.

La probabilidad de un evento, definida en forma clásica, es la relación entre el número de casos favorables y el número total de casos posibles; esto es así mientras que se asegure que ninguno de los casos posibles tenga ventaja o preferencia por encima de los demás, es decir, que todos sean igualmente posibles. Considerando que se tiene un evento cualquiera **A** y su respectivo espacio muestral **S**, se define la probabilidad de **A** como sigue (Hernández, 2010):

$$P(A) = \frac{\text{No. de casos favorables para } A}{\text{No. total de casos en } S} \quad (3.2)$$

Por ejemplo, considérese un experimento que consiste en lanzar un dado ordinario (Santaló, 1970). Al ser soltado de manera aleatoria sobre el mismo plano cada vez, se tiene que la probabilidad de que salga el número 4 es de 1/6; como puede observarse, se asume que el dado es un cubo bien construido, lo que obliga a que ninguna de sus caras tenga más posibilidad de ocurrencia que las demás, de allí que la probabilidad de ocurrencia de cualquiera de las otras caras también sea de 1/6. Éste y todos los demás casos de probabilidad clásica están regidos por una serie de axiomas y teoremas que determinan sus resultados, ellos son:

- **Axioma 1:** Dado un espacio muestral **S** cualquiera y un evento contenido en éste denominado **A**, puede asegurarse según Hernández, (2010) que:

$$0 \leq P(A) \leq 1 \quad (3.3)$$

- **Axioma 2:** La probabilidad de un espacio muestral cualquiera, llámese θ , es la de un evento seguro; por ende, le corresponde el valor de 1 (Hernández, 2010). Es decir:

$$P(\theta) = 1 \quad (3.4)$$

Si se lanza un dado y quiere medirse la probabilidad de un evento **E** el cual consiste en que salga un número cualquiera desde el 1 hasta el 6. Como **E** abarca todo el espacio muestral del experimento ocurrirá con total seguridad, por tanto, $P(\mathbf{E}) = 1$.

- **Axioma 3:** Siendo $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3, \dots, \mathbf{A}_k$ una colección finita definida de eventos excluyentes entre sí, se dice que la probabilidad total de todo el conjunto es equivalente a la suma de las probabilidades particulares de cada uno de los elementos (Devore, 2001); la expresión (3.5) describe éste hecho.

$$P(\mathbf{A}_1 \cup \mathbf{A}_2 \cup \dots \cup \mathbf{A}_k) = \sum_{i=1}^k P(\mathbf{A}_i) \quad (3.5)$$

Quiere estudiarse, por ejemplo, la posibilidad de obtener una suma total de 7 u 11 al lanzar dos dados ordinarios (Walpole, 1999); llámese **A** al hecho de que resulte un 7 y **B** al evento en que ocurra un 11. Puede observarse que 7 está contenido seis veces dentro del espacio muestral del experimento mientras que 11 esta contenido solo dos veces en el mismo; por tanto, al ser mutuamente excluyentes y asignando a cada uno su valor de probabilidad, $P(\mathbf{A}) = 1/6$ y $P(\mathbf{B}) = 1/18$ respectivamente, resulta:

$$P(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) + P(\mathbf{B}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} = \frac{2}{9}$$

- **Teorema 1:** Si se tiene un conjunto equivalente al conjunto vacío \emptyset , entonces puede asegurarse que la probabilidad de dicho conjunto es igual a cero (Hernández, 2010); por ejemplo, la probabilidad de que una persona mida 5 metros o que pueda vivir por 20 décadas. Matemáticamente se expresa según (3.6).

$$P(\emptyset) = \frac{N(\emptyset)}{N(\mathcal{S})} = 0 \quad (3.6)$$

- **Teorema 2:** Es conocido también como la ley aditiva de la probabilidad (Hernández, 2010). Si se tienen dos eventos cualesquiera **A** y **B** que no sean mutuamente excluyentes entre sí, es decir $\mathbf{A} \cap \mathbf{B} \neq \emptyset$, se cumple entonces que:

$$P(\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) + P(\mathbf{B}) - P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \quad (3.7)$$

Ejemplo: Considérese que la probabilidad de que un alumno apruebe solo matemáticas es de $2/3$, que apruebe solo química es $4/9$ y, de que apruebe ambas simultáneamente, es de $1/4$ (Walpole, 1999). Si se estudia la probabilidad de que dicho alumno apruebe por lo menos uno de los cursos, siendo \mathbf{G} el evento de aprobar matemáticas y \mathbf{H} el evento de aprobar química, se procede de la manera siguiente:

$$P(\mathbf{G} \cup \mathbf{H}) = P(\mathbf{G}) + P(\mathbf{H}) - P(\mathbf{G} \cap \mathbf{H}) = \frac{2}{3} + \frac{4}{9} - \frac{1}{4} = \frac{31}{36}$$

- **Teorema 3:** Supóngase un evento cualquiera llamado \mathbf{A} y un espacio muestral \mathbf{S} tal que $\mathbf{A} \subset \mathbf{S}$; conocido su complemento, es decir \mathbf{A}^c , se tiene que la probabilidad del mismo es igual a uno menos la probabilidad del evento \mathbf{A} (Hernández, 2010). Matemáticamente se expresa según (3.8).

$$P(\mathbf{A}^c) = 1 - P(\mathbf{A}) \quad (3.8)$$

Por ejemplo, se tiene que las probabilidades de que un mecánico automotriz pueda dar servicio a tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho o más vehículos en cierto día de labor son, 0.14, 0.18, 0.25, 0.20, 0.15, 0.09 respectivamente (Walpole, 1999). Quiere estudiarse la posibilidad de que dé servicio por lo menos a cinco vehículos al siguiente día de trabajo; asumiendo que un primer evento \mathbf{E} consiste en que por lo menos cinco vehículos reciban servicio y, un segundo evento formado por su complemento \mathbf{E}^c , el cual consiste en que dé servicio a menos de cinco vehículos. Se obtiene:

$$P(\mathbf{E}^c) = 0.14 + 0.18 = 0.32 \text{ y}$$

$$P(\mathbf{E}) = 1 - P(\mathbf{E}^c) = 1 - 0.32 = 0.68$$

3.10 PROBABILIDAD CONDICIONAL.

Dentro del campo de la probabilidad es común encontrar casos en que un suceso dado depende de la ocurrencia de algún otro, creando una especie de condicionamiento entre ellos. La probabilidad de que un evento cualquiera \mathbf{B} ocurra cuando ya ha tenido lugar la ocurrencia de

otro evento **A** se denomina probabilidad condicional y se denota como $P(\mathbf{B} | \mathbf{A})$; esta expresión se lee “Probabilidad de B dado A” o “Probabilidad de B dado que ocurrió A” (Walpole, 1999). Siempre que $P(\mathbf{A}) > 0$ puede expresarse $P(\mathbf{B} | \mathbf{A})$ mediante (3.9).

$$P(\mathbf{A} | \mathbf{B}) = \frac{P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})}{P(\mathbf{B})} \quad (3.9)$$

Supóngase que se lanza un dado ordinario y se está interesado en hallar la probabilidad de que se obtenga un número tres una vez obtenida una cara de número impar (Hernández, 2010). Se designa como **A** al hecho de que salga efectivamente un 3 y, dado que el espacio muestral del experimento es $S = \{1,2,3,4,5,6\}$, puede notarse que $P(\mathbf{A}) = 1/6$; de forma análoga se designa como **E** al hecho de se obtendrá una cara de número impar, cuya probabilidad de ocurrencia es $P(\mathbf{E}) = 1/2$. Luego, tomando en cuenta que $(\mathbf{A} \cap \mathbf{E}) = 3$, resulta:

$$P(\mathbf{A} | \mathbf{E}) = \frac{P(\mathbf{A} \cap \mathbf{E})}{P(\mathbf{E})} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$

3.10.1 Independencia de eventos.

A pesar de que la probabilidad condicional considera el caso en que un evento pueda o no ocurrir, dada la ocurrencia de otro, permite también comprender el concepto de independencia o eventos independientes (Walpole, 1999). Se dice que dos eventos cualesquiera, llámense **A** y **B** respectivamente, son independientes cuando la ocurrencia de uno de ellos no afecta para nada la ocurrencia o no del otro, es decir, cuando se cumplan lo siguiente (Hernández, 2010):

- $P(\mathbf{A} | \mathbf{B}) = P(\mathbf{A})$.
- $P(\mathbf{B} | \mathbf{A}) = P(\mathbf{B})$.
- $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) \cdot P(\mathbf{B})$.

Si se estudia, por ejemplo, el hecho de lanzar un dado ordinario definiéndose para ello los eventos $\mathbf{A} = \{2,4,6\}$, $\mathbf{B} = \{1,2,3\}$ y $\mathbf{C} = \{1,2,3,4\}$ (Devore, 2001). Del estudio se obtienen entonces los valores de probabilidad $P(\mathbf{A}) = 1/2$, $P(\mathbf{A} | \mathbf{B}) = 1/3$ y $P(\mathbf{A} | \mathbf{C}) = 1/2$, donde puede observarse que los eventos **A** y **B** son dependientes mientras que **A** y **C** son independientes

entre sí dado que $P(\mathbf{A} | \mathbf{C}) = P(\mathbf{A})$.

3.10.2 Ley multiplicativa de la probabilidad.

Multiplicando la ecuación (3.9) por $P(\mathbf{A})$, se obtiene lo que se define como regla multiplicativa de la probabilidad, la cual, permite el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de dos eventos (Walpole, 1999). La probabilidad de que ocurra \mathbf{A} multiplicada por la probabilidad de ocurrencia de otro evento \mathbf{B} , luego de que efectivamente ocurra \mathbf{A} , es equivalente a la probabilidad de que ocurran \mathbf{A} y \mathbf{B} . Esto es:

$$P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = P(\mathbf{A}) * P(\mathbf{B}|\mathbf{A}) \quad (3.10a)$$

De igual manera, teniéndose la equivalencia entre $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = P(\mathbf{B} \cap \mathbf{A})$ y partiendo de la ecuación (3.9), también es un hecho que:

$$P(\mathbf{B} \cap \mathbf{A}) = P(\mathbf{B}) * P(\mathbf{A}|\mathbf{B}) \quad (3.10b)$$

3.11 VARIABLE ALEATORIA.

Cuando se realizan experimentos que produzcan resultados, tanto cualitativos como cuantitativos, es necesario también prestar atención a ciertos aspectos numéricos de los datos, tales como, por ejemplo, desviación estándar, proporciones y media muestral. El concepto de variable aleatoria puede ser dividido en dos partes (Devore, 2001): Variable aleatoria discreta y variable aleatoria continua, de las cuales, se estudiarán los aspectos más comunes y básicos con miras en el interés de la investigación.

3.11.1 Definición de variable aleatoria y tipos.

En cualquier experimento, por lo general, existen numerosas características medibles y observables; no obstante, muchas de las veces se enfoca el interés en algún aspecto específico de las muestras involucradas aparte de esas características. Dado el determinado espacio muestral S de un experimento, se define como variable aleatoria (*va*) a cualquier regla de

relación entre un número y cada elemento de dicho espacio S ; en otras palabras, una variable aleatoria es aquella que tiene como posibles valores al conjunto de los números reales y cuyo dominio es el mismo espacio muestral S . Una variable aleatoria se denota usualmente mediante las últimas letras del alfabeto, utilizando mayúsculas para indicar la variable en sí y su respectiva minúscula para representar un determinado valor que pueda tomar ésta (Devore, 2001). Como se mencionó con anterioridad, se tienen dos tipos de variable aleatoria:

- **Variable aleatoria discreta:** Es aquel tipo de variable aleatoria cuyo conjunto de posibles valores conforman un conjunto finito o, lo que es lo mismo, aquella variable aleatoria que puede tener por conjunto solución una serie interminable con tantos valores como números enteros existen (Walpole, 1999).
- **Variable aleatoria continua:** Está definida como aquel tipo de variable cuyos posibles valores están en una escala continua; pudiendo tomar cada uno de los valores que conforman la recta numérica o un determinado intervalo de ésta. Para el estudio de las propiedades básicas de variables de ésta naturaleza es necesario conocer algunas de las herramientas de cálculo lineal tales como integrales y derivadas (Devore, 2001).

3.12 FUNCIONES DE PROBABILIDAD PARA VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS.

Con el hecho de asignar probabilidades a varios de los resultados contenidos en un espacio muestral S se determinan también las probabilidades relacionadas con cualquier variable aleatoria en particular. Las distribuciones de probabilidad de dicha variable, llámese por ejemplo X , establecen también como se reparte la probabilidad total de uno (1) asignada y dividida entre cada uno de sus posibles valores (Devore, 2001).

Por lo general, conviene representar a una variable aleatoria cualquiera mediante una fórmula matemática; se da la necesidad entonces de que sea una función de valores numéricos, escrita de la forma:

$$f(x) = P(X = x) \quad (3.11)$$

3.12.1 Función de densidad de probabilidad $f(t)$.

El conjunto de parejas ordenadas $(x, f(x))$ es en efecto una función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria X siempre que se cumplan una serie de condiciones relativas a cada resultado posible x , las cuales son (Walpole, 1999):

- $f(x) \geq 0$.
- $\sum_x f(x) = 1$.
- $P(X = x) = f(x)$.

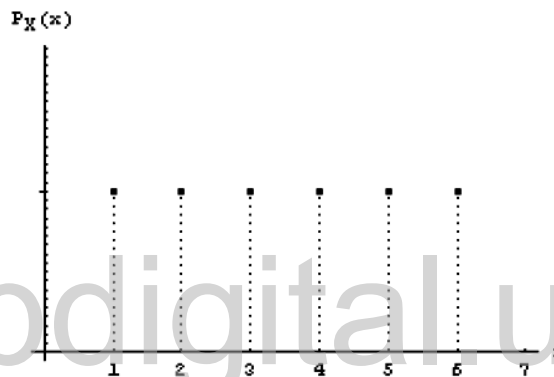


Fig. 3.9. Gráfico de la densidad de probabilidad de la variable discreta (Zylberberg, 2004).

3.12.2 Distribución acumulada de probabilidad $F(t)$.

Muchas de las veces en que se realizan estudios donde se desea calcular la probabilidad de que el valor medido de la variable aleatoria X sea igual o menor a algún número real x de interés. Partiendo del conocimiento la densidad $f(x)$ de cierto estudio, se define entonces la función de distribución acumulada de probabilidad $F(x)$ para todo x tal como se indica en la expresión (3.12) según Walpole, (1999).

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{t \leq x} f(t) \quad (3.12)$$

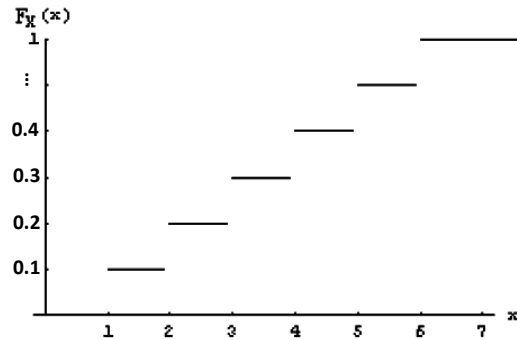


Fig. 3.10. Distribución acumulada de probabilidad de una variable discreta (Zylbererg, 2004).

3.12.3 Valor esperado o valor medio.

Sea una variable aleatoria cualquiera X cuyo conjunto solución \mathbf{D} se encuentra definido al igual que su densidad de probabilidad $f(x)$; se define el valor esperado o valor medio de la variable $E(X) = \mu$, según la ecuación (3.13) tomada de la obra de Devore, (2001).

$$\mu = E(X) = \sum_{x \in D} x * f(x) \quad (3.13)$$

3.12.4 Varianza y desviación estándar.

Según Devore (2001), para una variable X a la cual se le ha calculado el valor medio μ y su respectiva densidad de probabilidad $f(x)$, puede definirse la varianza según la expresión (3.14).

$$\sigma^2 = \sum_D f(x) * (x - \mu)^2 \quad (3.14)$$

De igual modo y partiendo de la definición de varianza puede obtenerse la desviación estándar la cual se comporta según la expresión (3.15).

$$D_E = \sqrt{\sigma^2} \quad (3.15)$$

3.12.5 Distribución de probabilidad tipo binomial.

Un experimento con distribución binomial de probabilidades, es aquel que cumple con las

siguientes condiciones (Devore, 2001):

- Está formado por una secuencia de n experimentos más pequeños denominados ensayos, siendo fijado n antes de comenzar la experiencia.
- Cada ensayo produce alguno de los dos únicos resultados posibles: un éxito (S) o un fracaso (F).
- Hay independencia entre los ensayos, es decir, ningún resultado influye en la orientación de otro y las posibilidades de éxito p son constantes entre ellos.

Según Devore (2001), una variable aleatoria discreta X está relacionada con los mencionados ensayos mediante la relación (3.15a).

$$X = \frac{\text{Número de éxitos (S)}}{\text{Número de ensayos (n)}} \quad (3.15a)$$

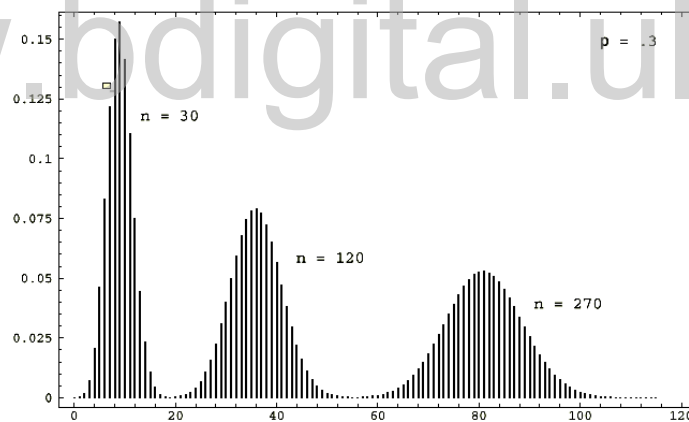


Fig. 3.11. Gráfico de una distribución binomial para varios valores de n (<http://terra.es>).

3.12.6 Distribución de probabilidad de Poisson.

La distribución de probabilidad de Poisson no está definida mediante experimentos simples como la mayoría de las funciones de probabilidad; aun así, puede expresarse mediante operaciones limitantes. Se indica que una variable aleatoria X tiene distribución de Poisson siempre que pueda ser expresada según Devore (2001) mediante (3.16).

$$P(x, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots \quad (3.16)$$

Debe tenerse en cuenta de que el parámetro λ dentro de la ecuación (3.16) es, por lo general, utilizado para valores de tiempo o valores de área para cualquier experimento probabilístico (Walpole, 1999).

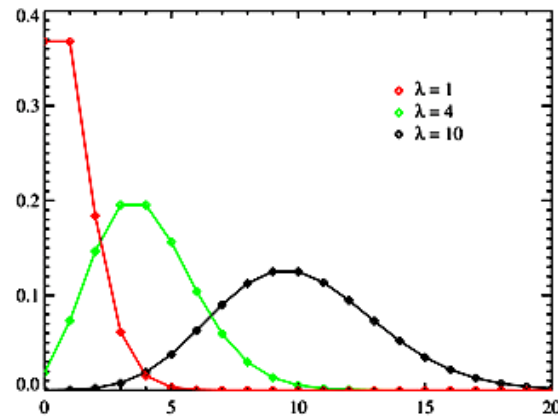


Fig. 3.12. Gráfico de una distribución de Poisson para distintos valores de λ (<http://terra.es>)

3.13 FUNCIONES DE PROBABILIDAD PARA VARIABLES ALEATORIAS CONTINUAS.

3.13.1 Función de densidad de probabilidad $f(t)$.

Considérese la variable aleatoria continua X . Se define entonces la función de densidad de probabilidad como aquella función $f(x)$ que para dos números cualesquiera llámense a y b , en el intervalo $a \leq b$, para la cual se cumple lo indicado en (3.17) según Devore (2001).

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) * dx \quad (3.17)$$

Una indicación importante que debe hacerse para el gráfico de la fig. 3.13 es que el área total bajo la curva vale como máximo 1, es decir, el 100% total de probabilidad (Hernández, 2010).

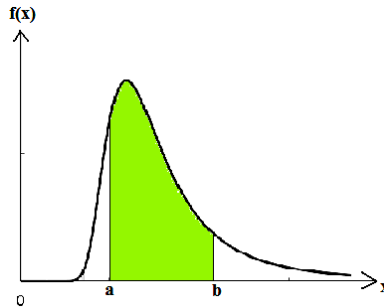


Fig. 3.13. Gráfico de la densidad de probabilidad de la variable continua (Zylberberg, 2004).

3.13.2 Distribución acumulada de probabilidad $F(t)$.

Para el caso de una variable aleatoria continua X se tiene que, para algún número en especial x , la probabilidad $P(X \leq x)$ puede ser obtenida por medio de la distribución acumulada de frecuencia $F(x)$; dicha distribución es el resultado de integrar la función de densidad de probabilidad entre los límites $-\infty$ y x (Devore, 2001), esto es:

$$P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(x) * dx \quad (3.18)$$

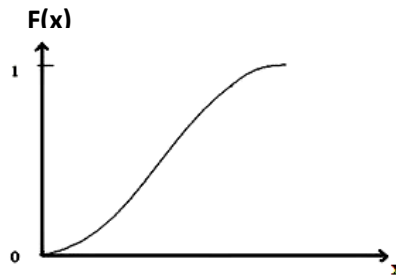


Fig. 3.14. Distribución acumulada de probabilidad de una variable continua x (<http://terra.es>).

Como puede observarse en la figura 3.14, $F(x)$ es el área bajo la curva de densidad a la izquierda del valor x , este hecho se evidencia en la forma continua en que crece $F(x)$ conforme crece x (Devore, 2001).

3.13.3 Valor esperado o valor medio.

Para una variable continua X con una función densidad de probabilidad definida $f(x)$ se tiene que según Devore (2001) el valor promedio se calcula mediante la expresión (3.19).

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x * f(x) * dx \quad (3.19)$$

3.13.4 Varianza y desviación estándar.

Conociendo la variable X , su respectiva función $f(x)$ y su media μ , puede calcularse mediante (3.20) el valor de la varianza. (Devore, 2001).

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 * f(x) * dx \quad (3.20)$$

de donde puede calcularse también la desviación estándar mediante:

$$D_E = \sqrt{\sigma_x^2} \quad (3.21)$$

3.13.5 Distribución de probabilidad tipo normal.

Es la distribución de probabilidad más importante y por ende la más utilizada en los cálculos de probabilidad y estadística. Según Devore (2001), aún cuando se realicen estudios de variables aleatorias discretas pueden obtenerse muy buenas aproximaciones mediante la curva de distribución normal dado que, bajo condiciones específicas, los promedios y sumas de las variables tendrán aproximadamente una distribución similar a la normal. X presenta una distribución normal de probabilidad si su densidad $f(x)$ puede ser expresada mediante (3.22).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 * \pi * \sigma}} * e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2 * \sigma^2}} \quad (3.22)$$

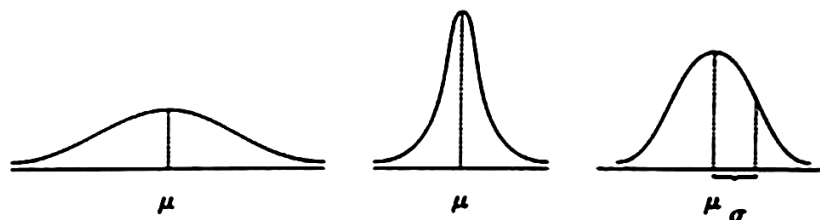


Fig. 3.15. Distintos gráficos de distribución normal de probabilidad (Devore, 2001).

3.13.6 Distribución de probabilidad tipo exponencial.

Las distribuciones exponenciales de probabilidad tienen una gran variedad de aplicaciones; juegan un papel determinante en la teoría de confiabilidad pues podrían modelar tiempos de funcionamiento, tiempos de falla en elementos o sistemas o variables similares (Walpole, 1999). Se dice que una variable aleatoria X tiene una distribución exponencial, con parámetro $\lambda > 0$ y media $\mu = 1/\lambda$, cuando su función de densidad se comporta según la relación (3.23).

$$f(x) = \lambda * e^{-\lambda * x} \quad (3.23)$$

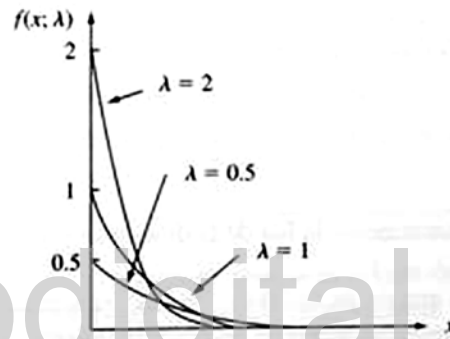


Fig. 3.16. Gráfico de distribuciones de probabilidad exponencial para distintos valores de λ (Devore, 2001).

3.13.7 Distribución de probabilidad tipo Weibull.

Debe su nombre a su creador Waloddi Weibull quien introdujo éste valioso aporte en el año de 1939. Con los avances tecnológicos de la actualidad se diseñan complejos sistemas en los cuales el correcto funcionamiento depende de la confiabilidad asociada a cada uno de los elementos que conforman dicho sistema; la distribución Weibull es utilizada en gran manera para estudios dentro del mencionado campo de la tecnología y en muchos otros donde el comportamiento aleatorio de los elementos es inevitable (Walpole, 1999). Una variable aleatoria X presenta una distribución Weibull, con parámetros característicos α y β , cuando su densidad de probabilidad se comporta según (3.24).

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta^\alpha} * x^{\alpha-1} * e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} \quad (3.24)$$

La expresión (3.24) es válida siempre que $\alpha > 0$ y $\beta > 0$ (Walpole, 1999). Gráficamente, una distribución Weibull es de la forma indicada en la figura 3.17.

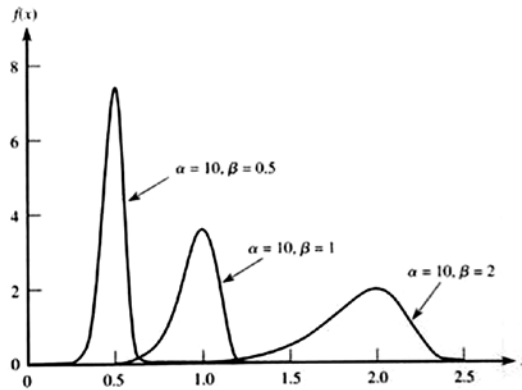


Fig. 3.17. Distribución Weibull para distintos valores de los parámetros α y β (Devore, 2001).

3.13.8 Distribución de probabilidad tipo Lognormal.

Dada una variable aleatoria positiva X se afirma que presenta una distribución lognormal si otra variable $Y = \text{Ln}(X)$ tiene una distribución de probabilidad normal. La función de densidad de probabilidad que se obtiene para X a partir de una variable $Y = \text{Ln}(X)$, de tipo lognormal para los parámetros μ y σ , se comporta según, Devore (2001), mediante (3.25).

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 * \pi * \sigma * x}} * e^{-\frac{(\text{Ln}x - \mu)^2}{2 * \sigma^2}} \quad (3.25)$$

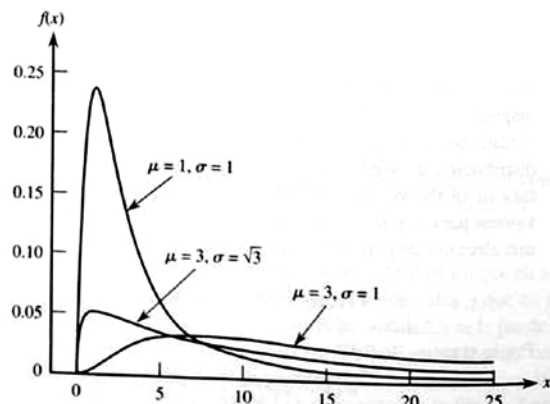


Fig. 3.18. Distribución lognormal para distintos valores de μ y σ (Devore, 2001).

3.14 ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA Y ESTADÍSTICOS PRINCIPALES.

Para resumir grandes cantidades de datos y explicar cualidades interesantes de los mismos es necesario el uso de la estadística descriptiva; la cual para algunos métodos comprende la utilización de gráficos tales como histogramas, diagramas de dispersión y, para otros, el cálculo de cantidades numéricas tales como la media y la desviación estándar. Estas mencionadas cantidades forman parte de lo que se conoce como estadísticos, los cuales, permiten dar paso a la implementación de lo que se conoce como estadística inferencial en el estudio de la confiabilidad (Devore, 2001).

La inferencia estadística aporta un número considerable de herramientas de análisis que permiten al investigador conocer, en mejor medida, los sistemas que generan los datos utilizados, así como también, ir más allá de la recolección de datos hasta el punto en que puedan llegarse a conclusiones o inferencias sobre el sistema científico en estudio (Walpole, 1999).

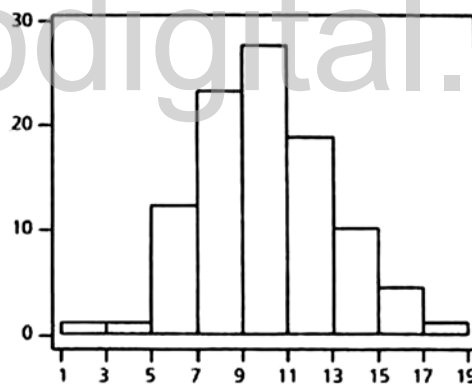


Fig. 3.19. Histograma para la representación gráfica de un número dado de datos (Devore, 2001).

Los estadísticos más calculados con miras a la utilización de la inferencia estadística son los definidos a continuación:

- **Media muestral:** se denota como \bar{x} y para un conjunto definido de observaciones, llámense x_1, x_2, \dots, x_n , viene definida por (3.26) según Devore (2001).

$$\bar{x} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n x_i \quad (3.26)$$

- **Varianza muestral:** la varianza muestral, cuyo símbolo es s^2 , es una medida de la variabilidad de los datos y se define mediante (3.27) por Walpole (1999).

$$s^2 = \frac{1}{(n-1)} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (3.27)$$

- **Desviación estándar:** se simboliza mediante la letra s , y viene definida como la raíz cuadrada de la varianza muestral según (3.28) publicada por Devore (2001).

$$s_e = \sqrt{s^2} \quad (3.28)$$

- **Coefficiente de sesgo:** indica la medida de la simetría que presentan los datos alrededor de un punto en específico, generalmente la media. Se calcula mediante la expresión (3.29), tomada de las notas de clase de Hernández (2010).

$$\alpha_3 = \frac{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3} \quad (3.29)$$

- **Coefficiente de curtosis:** igualmente señalado por Hernández (2010), es el que indica la medida de la forma o agudeza de la distribución de datos; puede calcularse mediante el uso de la ecuación (3.30).

$$\alpha_4 = \frac{\frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{s^4} \quad (3.30)$$

3.15 RESUMEN.

El capítulo III expone de manera puntual los aspectos más importantes de la teoría de probabilidad y estadística utilizados en el cálculo de confiabilidad; tomando en cuenta la complejidad de algunos sistemas, en especial el caso de los sistemas de generación de potencia eléctrica, se hace necesario conocer un poco más a fondo su estructura y sus características para agilizar el cálculo de índices que permitan medir su desempeño y llegar a conclusiones al

respecto que permitan la toma de decisiones acertadas en cuanto a diseño y replanteo de los mismos. El capítulo IV explora los principios necesarios para la realización de estudios de confiabilidad en sistemas de potencia eléctrica.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO IV

CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE POTENCIA ELÉCTRICA

4.1 INTRODUCCIÓN.

Los sistemas de potencia eléctrica necesitan contar con un alto grado de confiabilidad debido a su costo de inversión en infraestructura y a las significativas pérdidas económicas que produce alguna falla en el mismo. Están divididos según su rango de alcance en tres subsistemas, subsistema de generación, subsistema de transmisión y subsistema de distribución, a los cuales se aplica herramientas de confiabilidad específicas del caso que permiten determinar el comportamiento particular de cada uno y mejorar la calidad de servicio; el objeto de la presente investigación es enfocar el estudio hacia el subsistema de generación, encargado de producir la energía manejada por los otros dos subsistemas y por ende la entregada a los usuarios. Para realizar cálculos de confiabilidad en cualquier sistema, en especial el sistema de potencia eléctrica, es necesario tener presente los siguientes aspectos (Elmakias 2008):

- Debe conocerse la estructura del sistema y de cada uno de sus componentes así como la manera en que funciona y realiza sus procesos, para así saber las capacidades con las que se cuenta y así no excederlas.
- Realizar el cálculo de los respectivos índices de confiabilidad que expresen satisfactoriamente el comportamiento del sistema bajo distintas condiciones de operación incluyendo fallas y salidas de servicio por mantenimiento.
- Estar al tanto de los tipos de fallas que eventualmente puedan ocurrir en el sistema o en alguno de sus elementos y que haga necesaria su salida de servicio para mantenimiento o reparación.

- Estimar el impacto que provocan las fallas al sistema y la capacidad del mismo para continuar sus tareas sin perder la estabilidad a pesar de la salida de servicio o ausencia de uno o más de sus componentes.

La calidad de un sistema de potencia eléctrica es medida según parámetros técnicos tales como la tensión y la frecuencia; la estructura de cada uno de los subsistemas que lo conforman se ve sujeta a consideraciones de tipo tecno-económicas y está relacionada en gran manera con los niveles de redundancia o reserva existente dentro de ellos. Respecto al subsistema de generación, se hace énfasis en la importancia de su confiabilidad dado que debe ser capaz de balancear la potencia generada con la demanda creada por los usuarios (Elmakias, 2008).

4.1.1 Elemento reparable.

Se conoce como elemento o sistema reparable a aquel que puede presentar múltiples fallas a lo largo de su vida útil sin perder la capacidad de ser reparado y colocado de nuevo en servicio. Luego de aplicar reparaciones a uno o más elementos se asume que éstos, una vez que vuelvan a su estado funcional, podrían llegar a comportarse tan bien como un elemento nuevo realizando satisfactoriamente todas sus tareas (Blischke, 2003).

4.1.2 Elemento no reparable.

No todo elemento tiene la capacidad de ser puesto nuevamente en servicio luego de que sufre algún daño o falla; ésta es la principal característica de los elementos conocidos como no reparables. Un elemento no reparable debe ser sustituido por otro elemento en buen estado una vez que se avería, teniendo en cuenta que este nuevo elemento repuesto debe tener las mismas capacidades de trabajo que el fallado, garantizando así la continuidad satisfactoria de los procesos que éste último estaba llevando a cabo hasta el momento de la falla; se procura que el tiempo invertido en reemplazos sea lo más bajo posible (Blischke, 2003).

4.2 PRINCIPALES MEDIDAS DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE POTENCIA.

Dentro de los procesos para el cálculo de confiabilidad relacionados a sistemas y en particular

a sistemas de potencia eléctrica, se encuentran incluidos términos de uso común y cuyo conocimiento es fundamental al momento de implementar modelos de estudio; a continuación se listan los principales con su respectiva definición, todos basados en la misma referencia bibliográfica (IEEE Std 493, 2007).

4.2.1 Falla y tasa de falla.

Se define como falla la terminación o interrupción de la habilidad que presenta determinado sistema o elemento para realizar sus actividades. Como se da la necesidad de realizar estadísticas con los datos de falla en los equipos, se realiza el cálculo de la llamada tasa de fallas (λ) la cual consiste en la media aritmética del número de fallas (t_f) del elemento o sistema por unidad (U_t) de tiempo en funcionamiento. La tasa de fallas podría llegar a ser alta para algunos elementos y baja para otros sin importar que pertenezcan al mismo sistema; se expresa en fallas por hora o fallas por año y se denota matemáticamente según (4.1).

$$T_f = \lambda = \frac{t_f}{U_t} \quad (4.1)$$

4.2.2 Tiempo de mantenimiento (Mdt).

El desempeño de un elemento o un grupo de ellos no solo está sujeto a la calidad de su diseño y operación; también depende del mantenimiento que se le aplique a lo largo de su ciclo de vida útil. El tiempo total en que el sistema o elemento está fuera de servicio por labores programadas de mantenimiento para un tiempo dado (T_p) se conoce como tiempo de mantenimiento. Se denota como Mdt (*Maintenance downtime*) e incluye el tiempo por logística, disponibilidad de piezas de reemplazo y disponibilidad de personal. El mantenimiento a su vez puede clasificarse en dos principales tipos:

- **Mantenimiento preventivo:** Son acciones que requieren momentáneas salidas de servicio del sistema y que van dirigidas al alargue de la vida útil y, por ende, el incremento de la confiabilidad del mismo. Éste tipo de mantenimiento comprende desde labores de servicio menor como pruebas y reemplazamiento planeado de piezas hasta acciones preventivas de mayor envergadura para las cuales se necesite un mayor

tiempo fuera de funcionamiento.

- **Mantenimiento correctivo:** Comprende las labores destinadas a la recuperación de elementos o sistemas que hayan fallado con la intención de volver a colocarlos en funcionamiento; involucran reparaciones o reemplazo de piezas averiadas (por piezas no necesariamente nuevas pero sí funcionales) y equipos necesarios para la ejecución de tareas que se encuentren dañados.

4.2.3 Tiempo medio fuera de servicio (MDT).

El tiempo medio fuera de servicio o MDT (*Mean Downtime*) es el promedio del tiempo utilizado en para realizar mantenimiento al sistema o elemento ya sea programado o no, incluyendo cualquier labor de logística. Es conocido también como tiempo medio de restauración del sistema MTTRS (*Mean Time to Restore System*).

4.2.4 Tiempo medio entre fallas (MTBF).

Es el tiempo medio entre las fallas consecutivas que puedan presentarse en un elemento o sistema a lo largo de un periodo de tiempo establecido. Sus siglas provienen de su escritura en inglés (*Mean Time Between Failures*). Es calculable para elementos con carácter reparable.

4.2.5 Tiempo medio entre mantenimiento (MTBM).

El tiempo medio entre mantenimiento o MTBM (*Mean Time Between Maintenance*) es aquel promedio obtenido entre cada uno de los eventos de mantenimiento aplicados al elemento o sistema, sean planificados o no, incluyendo cualquier instante empleado con fines de logística; es comúnmente utilizado para describir la confiabilidad de elementos reparables.

4.2.6 Tiempo medio para mantenimiento (MTTM).

El MTTM (*Mean time to maintain*) es el tiempo promedio que toma el aplicar mantenimiento a un elemento teniendo en cuenta también aquel tiempo invertido en logística; se considera

que el MTTM refleja principalmente la duración y la frecuencia de las labores de mantenimiento preventivo realizado.

4.2.7 Tiempo medio de reparación (MTTR).

Es comúnmente utilizado en los estudios de confiabilidad aplicados a elementos o sistemas no reparables. El parámetro conocido como MTTR (*Mean Time To Repair*) está definido como la media del tiempo que se invierte en reemplazar o reparar algún elemento una vez que haya fallado; en la mayoría de los casos se expresa en horas por falla (h/f).

4.2.8 Disponibilidad operacional (A_o).

Se conoce como disponibilidad operacional A_o (*Operational Availability*) a la probabilidad instantánea que tiene un elemento o sistema de estar en funcionamiento en determinado momento, incluyendo todo el tiempo en que éste se encuentre fuera de servicio por reparaciones, mantenimiento programado y no programado así como tiempo para logística. La A_o puede ser expresada matemáticamente mediante (4.2).

$$A_o = \frac{MTBM}{(MTBM + MDT)} \quad (4.2)$$

4.2.9 Disponibilidad inherente (A_i).

La disponibilidad inherente A_i (*Inherent Availability*) se define como la probabilidad que presenta un componente o sistema de estar funcionando en momento dado tomando en cuenta solo el MTTR. Cuando un sistema falla se convierte en disfuncional e indisponible para el usuario, por ende, para contar con una disponibilidad elevada es indispensable contar con un MTTR tan corto como sea posible. Matemáticamente se expresa mediante la ecuación (4.3).

$$A_i = \frac{MTBF}{(MTBF + MTTR)} \quad (4.3)$$

4.3 FUNCIONES PARA EL CÁLCULO DE MEDIDAS DE CONFIABILIDAD.

Las funciones estudiadas y planteadas en éste trabajo de investigación están referidas a los elementos o ítems de carácter no reparables; pudiendo ser éstos un simple elemento o un sistema en su totalidad. Al ser considerados ítems no reparables el interés se dirige hacia el estudio del comportamiento de los mismos hasta que fallan por primera vez, en otras palabras, como si fueran a ser descartados luego de ocurrida la primera avería. Según la bibliografía consultada para éste caso (Hoyland, 2004) se tienen, entre las más importantes, las funciones siguientes:

- Tiempo a falla (T).
- Función de confiabilidad $R(t)$.
- Función de tasa de fallas $z(t)$.
- Vida media residual (MRL).

4.3.1 Variable de estado.

El estado de un elemento en un instante determinado t puede ser determinado por una variable de estado $X(t)$, la cual generalmente es una variable aleatoria cuyas características fueron expuestas en el Capítulo III de la presente investigación. Se considerarán dos posibles estados (Hoyland, 2004):

- $X(t) = 1$, si el elemento se encuentra funcionando en el instante t .
- $X(t) = 0$, si el elemento se encuentra en un estado fallido en el instante t .

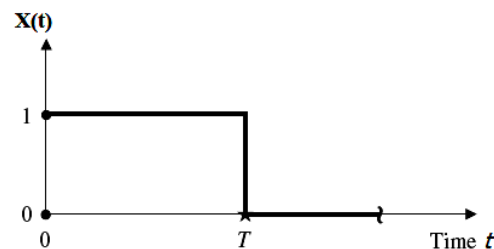


Fig. 4.1. Representación gráfica de la variable de estado de un elemento (Singpurwalla, 2006).

4.3.2 Tiempo a falla (T).

Se define como tiempo a falla de un elemento al tiempo que transcurre desde el momento en que el mismo es puesto en funcionamiento hasta que presenta una falla por primera vez; tomando en cuenta que el proceso comienza en $t = 0$ se tiene que de allí en adelante la curva de falla puede sufrir variaciones, por lo cual, el tiempo a falla T es interpretado como una variable aleatoria (Hoyland, 2004). La relación existente entre las variables $X(t)$ y T puede observarse en la fig. 4.1; se asumirá que T presenta una distribución continua, con función de densidad de probabilidad $f(t)$ y función de distribución $F(t)$ tales como las estudiadas en el Capítulo III.

4.3.3 Función de confiabilidad $R(t)$.

Para un elemento o ítem determinado se tiene que la función de confiabilidad es la probabilidad de que dicho elemento sobreviva por un intervalo de tiempo $(0,t]$ y continúe funcionando en el instante t . Para el mencionado intervalo donde $t > 0$, se define la función de confiabilidad por medio de la expresión (4.4), tomada de Hoyland (2004).

$$R(t) = 1 - F(t) = \int_t^{\infty} f(u) * du \quad (4.4)$$

Como puede deducirse de la ecuación (4.4), la forma que toma la curva de $R(t)$ podrá modelarse según el tipo de distribución $F(t)$ utilizada, siendo las distribuciones exponencial, Weibull y normal las de más común uso en el cálculo de la confiabilidad (Meyer, 2010).

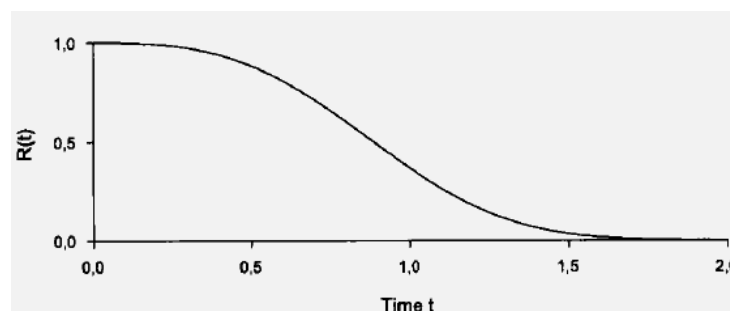


Fig. 4.2 Ilustración gráfica de la función de confiabilidad $R(t)$ de un ítem (Hoyland, 2004).

4.3.4 Función de tasa de fallas $z(t)$.

Para formular la función de tasa de fallas $z(t)$ se considera en principio la probabilidad de que un ítem falle en el intervalo $(t, t + \Delta t]$ cuando se sabe que dicho ítem está en funcionamiento en el instante t , la cual es:

$$P = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)} \quad (4.5)$$

Dividiendo la expresión (4.5) por la longitud del intervalo de tiempo considerado Δt y haciendo que el mismo tienda a 0 ($\Delta t \rightarrow 0$) se obtiene la denominada función de tasa de fallas $z(t)$ del elemento (Hoyland, 2004). El resultado está expresado en la ecuación (4.6).

$$z(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} * \frac{1}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \quad (4.6)$$

Dado que Δt en la expresión 4.6 es pequeño, se pueden hacer dos afirmaciones: La primera es, que la probabilidad de que el ítem falle en el intervalo $(t, t + \Delta t]$ tiene asociada un valor aproximado al de la función de probabilidad $f(t)$ en el instante t multiplicado por la longitud del intervalo de estudio Δt ; el segundo hecho es que la probabilidad de que el elemento falle en el intervalo siguiente a $(t, t + \Delta t]$ se aproxima al valor del producto entre la función de tasa de fallas $z(t)$ y el intervalo Δt (Hoyland, 2004). Tales afirmaciones se representan en las ecuaciones (4.7) y (4.8) respectivamente.

$$P(t < T \leq t + \Delta t) \approx f(t) * \Delta t \quad (4.7)$$

$$P(t < T \leq t + \Delta t | T > t) \approx z(t) * \Delta t \quad (4.8)$$

Si se tiene en funcionamiento un número considerable de ítems idénticos, puestos en servicio en el instante $t = 0$, entonces la relación $z(t) \cdot \Delta t$ representa una proporción de los elementos que aún funcionan para el momento t y fallan en $(t, t + \Delta t]$ (Hoyland, 2004). Luego, se cumple el siguiente desarrollo:

$$z(t) = \frac{1}{R(t)} * \frac{d}{dt} (1 - R(t)) = -\frac{R'(t)}{R(t)} \quad (4.9a)$$

$$z(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt} \ln R(t) \quad (4.9b)$$

Integrando ambos lados de la expresión (4.9b) y conociendo que $R(0) = 1$ se obtiene la ecuación (4.10). Puede observarse el hecho de que la función $R(t)$ y la función de distribución $F(t)$ son determinadas por la función de tasa de fallas $z(t)$; en lo que respecta a la función de densidad de probabilidad $f(t)$ ésta puede ser expresada mediante la combinación de las ecuaciones (4.6) y (4.10) como se muestra en la relación (4.11).

$$\int_0^t z(t) * dt = -\ln R(t) \quad (4.9c)$$

$$R(t) = \exp \left(\int_0^t z(u) * du \right) \quad (4.10)$$

$$f(t) = z(t) * \exp \left(-\int_0^t z(u) * du \right) \quad (4.11)$$

4.3.5 Concepto de la curva de bañera.

Uno de los conceptos principales referentes a la estimación de confiabilidad en un elemento es el de la curva de bañera, mostrada en la figura 4.12. Es una manera alternativa de analizar el número cumulativo de fallas de uno o varios elementos operados durante un tiempo determinado; se estudia por medio de ésta herramienta el comportamiento de $z(t)$ respecto a un periodo de observación lo cual revela cierta información útil al momento de caracterizar las fallas que se deben solventar (Levin, 2003).

En la curva de bañera de la fig. 4.3 se observa que la vida de un elemento o equipo tiene tres periodos bien diferenciados: el periodo de mortalidad infantil (*infant mortality period*), el periodo de vida útil (*useful time period*) y el periodo de salida de servicio (*wear-out period*);

cada una de éstas etapas presenta sus particularidades con respecto a la tasa de fallas $z(t)$ y su comportamiento con el tiempo por ello pueden definirse por separado (Chowdhury, 2009).

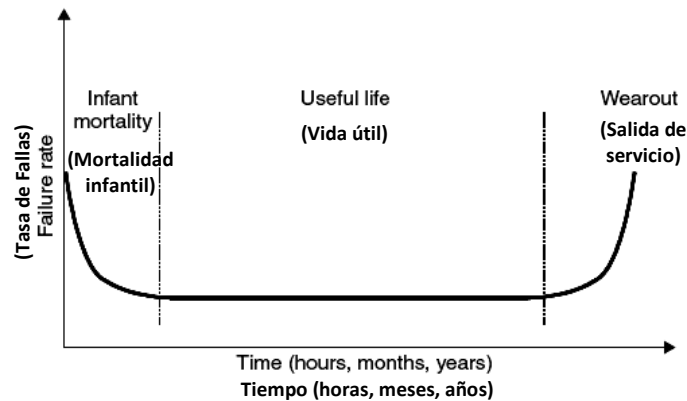


Fig. 4.3. Curva de bañera para análisis de tasa de fallas $z(t)$ en escala logarítmica (Levin, 2003).

- **Periodo de mortalidad infantil (*Infant mortality*):** Es el primer tramo de la curva; en él se observa que el elemento tiene asociada una tasa de fallas elevada a pesar de que teóricamente se encuentra nuevo y recién va a ser accionado, esto se debe a errores humanos al momento de la elaboración, utilización de piezas con baja tolerancia, márgenes de diseño insuficiente o procesos de prueba inadecuados (Blischke, 2003).
- **Periodo de vida útil (*Useful life*):** Si el ítem supera el periodo de mortalidad infantil se tiene que su tasa de fallas tiende a estabilizarse, en un cierto nivel en el cual se mantiene constante hasta que cambia al periodo de salida de servicio. En éste periodo pueden ocurrir fallas en cualquier momento y de manera aleatoria, sin embargo, a pesar de lo irregular de la aparición de las mismas se tiene que para una serie de largos intervalos de tiempo de igual longitud, se registran idéntica cantidad de fallas. Cada falla ubicada dentro de éste periodo es independiente de la vida que posea el elemento (Chowdhury, 2009).
- **Periodo de salida de servicio (*Wear-out*):** Luego de salir de la vida útil, el elemento entra en la zona donde la tasa de fallas comienza a subir hasta alcanzar de nuevo valores bastante elevados; esto se debe principalmente a la deterioración del elemento por efectos del envejecimiento sufrido por el mismo con el paso del tiempo. En esta

etapa también existe el fenómeno de aleatoriedad de las fallas pero el aspecto predominante es el desgaste presentado por el ítem o sistema (Chowdhury, 2009).

4.3.6 Tiempo medio a falla (MTTF).

Es un término utilizado generalmente para describir la confiabilidad de un elemento o sistema no reparable. El MTTF (*Mean Time To Failure*) consiste en la media del tiempo entre instalaciones o reemplazos consecutivos de un elemento luego de una falla y el tiempo en que tarda dicho elemento en fallar de nuevo (IEEE Std 493, 2007). El MTTF de un elemento es definido por la ecuación (4.12).

$$MTTF = \int_0^{\infty} t * f(t) * dt \quad (4.12)$$

Siempre que el tiempo requerido para realizar reparaciones o reemplazo de elementos sea muy corto con respecto al MTTF, éste último representará también al MTBF; en caso de que el tiempo de reparación no pueda ser despreciable se tiene entonces que el MTBF es el que incluye al MTTF (Hoyland, 2004). Partiendo de que $f(t) = -R'(t)$ se obtiene:

$$MTTF = - \int_0^{\infty} t * R'(t) * dt \quad (4.12a)$$

Mediante integración por partes resulta

$$MTTF = -[t * R(t)]_0^{\infty} + \int_0^{\infty} R(t) * dt \quad (4.12b)$$

Si el $MTTF < \infty$ puede determinarse que $[t * R(t)]_0^{\infty} = 0$, lo que conduce a la ecuación (4.13) la cual es otra manera más sencilla para el cálculo del MTTF.

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) * dt \quad (4.13)$$

Las funciones mencionadas con anterioridad $R(t)$, $f(t)$ y $z(t)$ pueden relacionarse según la

tabla 4.1 donde se muestran las equivalencias existentes entre ellas (Hoyland, 2004).

	$F(t)$	$f(t)$	$R(t)$	$z(t)$
$F(t)$	---	$\int_0^t f(u) * du$	$1 - R(t)$	$1 - \exp(-\int_0^t z(u) * du)$
$f(t)$	$\frac{d}{dt}F(t)$	---	$-\frac{d}{dt}R(t)$	$z(t) * \exp(-\int_0^t z(u) * du)$
$R(t)$	$1 - F(t)$	$\int_t^\infty f(u) * du$	---	$\exp(-\int_0^t z(u) * du)$
$z(t)$	$\frac{dF(t)/dt}{1 - F(t)}$	$\frac{f(t)}{\int_t^\infty f(u) * du}$	$-\frac{d}{dt} \ln R(t)$	---

Tabla 4.1. Relación entre las funciones $F(t)$, $f(t)$, $R(t)$ y $z(t)$ (Hoyland, 2004).

4.3.7 Vida media residual (MRL).

La vida media residual o MRL (*Mean Residual Life*) está definida como la probabilidad que tiene un elemento de sobrevivir un tiempo adicional x luego de haber servido a lo largo de un intervalo de tiempo t dado (Hoyland, 2004). Considérese un elemento cualquiera con un tiempo de falla T , puesto en operación en $t = 0$ y en estado activo en el instante t ; entonces:

$$R(x|t) = \frac{P(T > x + t)}{P(T > t)} = \frac{R(x + t)}{R(t)} \quad (4.14)$$

El término $R(x|t)$ de la expresión (4.14) es conocido como la función de supervivencia condicional del elemento en el momento t ; la vida MRL(t) del mismo, en ese preciso instante t viene dada por la expresión 4.15 (Hoyland, 2004).

$$MRL(t) = \frac{1}{R(t)} * \int_t^\infty R(x) * dx \quad (4.15)$$

En el caso particular de que el elemento no se haya puesto aun en funcionamiento, es decir, se encuentre nuevo ($t = 0$) se tiene que $\mu(0) = \mu = \text{MTTF}$; si éste ha sobrevivido hasta un instante dado t entonces la expresión (4.16) tiene como resultado para MRL(t) el equivalente a un

porcentaje del MTTF inicial (Hoyland, 2004).

$$g(t) = \frac{MRL(t)}{MTTF} = \frac{\mu(t)}{\mu} \quad (4.16)$$

4.3.8 Frecuencia y duración de fallas.

El análisis acertado de la data asociada con la frecuencia y duración de las fallas es de suma importancia para la correcta medición de la confiabilidad en sistemas de potencia. La selección de los métodos utilizados para caracterizar fallas y tiempos destinados a reparación están ligados a los datos utilizados para generar la estadística; ésta a su vez permitirá el escogimiento de las funciones de distribución adecuadas para el estudio de confiabilidad (IEEE Std 493, 2007). La mencionada función de distribución podría ser una o varias de las estudiadas en el capítulo III de la presente investigación.

4.4 FUNCIONES DE DISTRIBUCIÓN Y PARÁMETROS DE CONFIABILIDAD.

4.4.1 Distribución exponencial.

Es comúnmente utilizada en los estudios de disponibilidad dado que su función de densidad de probabilidad se adapta con bastante exactitud al comportamiento de muchos de los elementos que forman parte del sistema de potencia. Puede observarse que para el cálculo mediante el uso de éste tipo de distribución se requiere sólo del MTBF (IEEE Std 493, 2007).

	Expresión
Función de densidad de probabilidad $f(t)$	$f(t) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot t}$
Función de confiabilidad $R(t)$	$R(t) = e^{-\lambda \cdot t}$
Función tasa de fallas $z(t)$	$z(t) = \lambda$
Función tiempo medio entre fallas	$MTBF = \frac{1}{\lambda}$
Parámetros	λ : Tasa de Fallas.

Tabla 4.2. Parámetros de confiabilidad de la distribución exponencial (IEEE Std 493, 2007).

4.4.2 Distribución Weibull.

Es considerada la más versátil en el campo del análisis de data; esto se debe a que puede tomar características propias de otros tipos de distribución, basándose en el valor del parámetro de forma (β). Si $\beta > 1$ se está en presencia de una falla debida a la edad o el desgaste del elemento, si $\beta < 1$ se hablaría de elementos con mortalidad infantil y si $\beta = 1$ se da el caso de la igualdad matemática con la distribución exponencial, lo que sugeriría un modo de falla aleatorio. Otro de los parámetros de éste tipo de distribución es el representado por la letra griega η , el cual es conocido como factor de escala o ubicación; el parámetro β indica cómo será la falla y el η es indicativo del momento en que ésta ocurrirá (IEEE Std 493, 2007).

	Expresión
Función de densidad de probabilidad $f(t)$	$f(t) = \frac{\beta}{\eta} \cdot \left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$
Función de confiabilidad $R(t)$	$R(t) = e^{-\left(\frac{t}{\eta}\right)^\beta}$
Función tasa de fallas $z(t)$	$z(t) = \beta \cdot t^{\beta-1}$
Función tiempo medio entre fallas	$MTBF = \eta \cdot \Gamma \cdot \left(\frac{1}{\beta} + 1\right)$
Parámetros	η : escala; β : forma.

Tabla 4.3. Parámetros de confiabilidad de la distribución Weibull (IEEE Std 493, 2007).

4.4.3 Distribución normal.

Dado que la mayoría de los eventos de tipo natural tienden a comportarse como éste tipo de distribución, es la más utilizada en el campo de la confiabilidad. Es una muy buena aproximación de muchas otras distribuciones incluso de aquellas donde la población o cantidad de data es numerosa.

Consta de ecuaciones que involucran a la media μ , conocida como parámetro de localización y la desviación estándar σ tomada como escala (Chowdhury, 2009). Las expresiones propias de ésta distribución pueden observarse en la tabla 4.4.

	Expresión
Función de densidad de probabilidad $f(t)$	$f(t) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2}$
Función de confiabilidad $R(t)$	$R(t) = \int_{z(t)}^{\infty} \Phi(z) \cdot dz$
Función tasa de fallas $z(t)$	$z(t) = \frac{\Phi(z)}{\sigma \cdot R(z)}$
Función tiempo medio entre fallas	$MTBF = \mu$
Parámetros	σ : escala; μ : media; $z(t) = (t-\mu)/\sigma$; $\Phi(z) = f(t)$

Tabla 4.4. Parámetros de confiabilidad de la distribución normal (Hernández, 2010).

4.4.4 Distribución lognormal.

Éste tipo de distribución ayuda en gran manera al estudio de los tiempos invertidos en reparación de elementos o equipos fallados; presenta dos parámetros de importancia: la media μ tomada también como escala y la desviación estándar σ (forma). Es utilizada de igual modo para medir la fatiga en metales y desgaste de partes metálicas (Hernández, 2010); la tabla 4.5 indica los parámetros y funciones de la distribución lognormal.

	Expresión
Función de densidad de probabilidad $f(t)$	$f(t) = \frac{1}{t \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\ln(t)-\mu}{\sigma}\right)^2}$
Función de confiabilidad $R(t)$	$R(t) = \int_{z[\ln(t)]}^{\infty} \Phi(z) \cdot dz$
Función tasa de fallas $z(t)$	$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$
Función tiempo medio entre fallas	$MTBF = e^{(\ln(t)+0.5\sigma^2)}$
Parámetros	σ : forma; μ : media o escala; $z[\ln(t)] = (\ln(t)-\mu)/\sigma$; $\Phi(z) = \text{pdf normal estándar}$

Tabla 4.5. Parámetros de confiabilidad de la distribución lognormal (Hernández, 2010).

4.5 SISTEMAS MULTI –ESTADO.

Los sistemas técnicos tales como los sistemas de potencia están ideados para que realicen una determinada labor en un entorno dado de trabajo; algunos de ellos pueden llevar a cabo sus

tareas con distintos niveles de eficiencia, conocidos generalmente como tasas de rendimiento. Un sistema que tenga un número finito de tasas de desempeño es conocido como sistema multi-estado siendo el sistema binario el caso más simple de éste tipo de sistemas, en el cual el perfecto funcionamiento o la falla total son sus dos estados característicos (Elmakias, 2008).

Existen diferentes situaciones en las cuales un sistema debe ser tratado como un sistema multi-estado; una de ellas sería cuando estuviese formado por diferentes unidades las cuales presenten un efecto acumulativo en el comportamiento del mismo. Pueden definirse varios tipos de sistema multi-estado en el campo de los sistemas de potencia, sin embargo, podrían resumirse en dos tipos o modelos básicos de interés: el sistema con estructura en serie (o sistema sin redundancia) y el sistema con estructura en paralelo (Elmakias, 2008).

4.5.1 Concepto de redundancia.

En muchas ocasiones, los altos niveles de confiabilidad, disponibilidad y seguridad en elementos o sistemas pueden ser alcanzados sólo con la ayuda de la redundancia. Se conoce como redundancia a la existencia de dos o más elementos dentro de un sistema a los cuales se les ha asignado cumplir la misma tarea; no implica esto necesariamente que la redundancia es una duplicación de elementos a nivel físico ya que puede ser implementada a nivel de programas o software. Desde el punto de vista de la operatividad, la redundancia puede ser subdividida en redundancia activa, redundancia parcial y redundancia en espera (Biolini, 2007).

- **Redundancia activa:** Los elementos que están en redundancia están sujetos desde su instalación a la misma carga manejada por los elementos en operación; podría considerarse el reparto de carga pero éste no es tomado en cuenta pues se asume que los elementos en funcionamiento son independientes (Biolini, 2007).
- **Redundancia pasiva:** Cada elemento redundante maneja solo una fracción de la carga presente en el elemento operativo, condición la cual, se mantendrá hasta que dicho elemento operativo falle. Existe reparto de carga, sin embargo, la tasa de falla para los elementos redundantes en estado de reserva es más baja que en estado operativo

(Biolini, 2007).

- **Redundancia en espera:** En este tipo de redundancia, los elementos redundantes no están sujetos a ningún tipo de carga hasta que el elemento principal en operación presente fallas; no hay reparto de carga posible y el valor asumido para la tasa de fallas de los mismos en el estado de espera es asumido nulo (Bioloni, 2007).

4.6 RESUMEN.

Dada la envergadura de los sistemas de potencia, no es posible estudiarlos como un todo; cada subsistema tiene sus particularidades y características fundamentales. Si bien todos los aspectos relativos a la confiabilidad en sistemas de potencia tienen que ir de la mano para asegurar un abastecimiento de energía satisfactorio, llega un punto en que se debe particularizar el estudio para cada subsistema en específico y sus respectivos indicadores. El capítulo V expone los índices de confiabilidad aplicados al subsistema de generación de potencia y la manera en que deben calcularse y analizarse.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO V

MÉTODOS PARA EL CÁLCULO DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE GENERACIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA

5.1 INTRODUCCIÓN.

La energía eléctrica generada la cual a su vez es transferida y distribuida entre los usuarios debe ser, necesariamente de buena calidad y de altos niveles de confiabilidad. Mediante el uso de modelos matemáticos y aproximaciones probabilísticas puede medirse y calcularse los niveles de generación y reserva necesarios para suplir la demanda existente en un determinado momento; en la actualidad se utilizan distintos métodos para evaluar la confiabilidad en generación tales como los que serán abordados en el presente capítulo de la investigación. Es necesario aclarar que los índices de confiabilidad obtenidos mediante la implementación de estos modelos parten de la idea de que el resto del sistema de potencia es completamente confiable (Elmakias, 2008).

El cálculo de los índices de confiabilidad requeridos para el diseño y mejoramiento de sistemas de generación de energía eléctrica se basa en dos métodos principalmente; estos permiten la determinación de los niveles de reserva requeridos en el sistema tomando como base el comportamiento predictivo de la carga y un determinado valor de confiabilidad. El primero método es el llamado LOLP (*loss of load probability*) o de probabilidad de pérdida de carga, consistente en la probabilidad de que en algún determinado momento la carga supere en magnitud a la generación disponible; el segundo método es conocido como de Frecuencia y Duración el cual permite, aparte de calcular la probabilidad, calcular también la frecuencia y duración de eventos donde la carga supere a la generación. La principal diferencia entre los mencionados métodos radica en el modelado de la carga y los parámetros de confiabilidad de los generadores. Un tercer método para el cálculo de confiabilidad en generación está basado

en la simulación de Monte Carlo (Elmakias, 2008); las principales características de cada uno de estos modelos son estudiadas a continuación.

5.2 ÍNDICE DE PROBABILIDAD DE PÉRDIDA DE CARGA O *LOSS OF LOAD PROBABILITY (LOLP)*.

Al momento del cálculo de cualquier índice de confiabilidad en generación se debe tener presente el hecho mencionado con anterioridad; se asume que el resto del sistema de potencia presenta el más alto nivel de confiabilidad, asegurando así que cualquier tipo de indisponibilidad de servicio que pueda ser eventualmente enfrentada por los usuarios se deba por completo a fallas de generación. En el funcionamiento normal del sistema (estado estacionario) debe de existir un balance de energía, es decir, la carga conectada L debe ser de igual magnitud que la capacidad de generación G ; sin embargo, este equilibrio se ve afectado en el momento en que ocurra alguna falla, creando ésta última la posibilidad de que en determinado momento la carga supere la generación disponible: $G < L$. La relación entre la capacidad de generación y la carga correspondiente al estado fallido puede ser representada mediante la llamada función de pérdida de carga *LLF (Load Loss Function)*, expresada según su naturaleza en las relaciones (5.1a) y (5.1b) respectivamente (Elmakias, 2008).

$$LLF(G, L) = (G < L) = 1 \quad \text{si } G < L \quad (5.1a)$$

$$LLF(G, L) = (G < L) = 0 \quad \text{si } G \geq L \quad (5.1b)$$

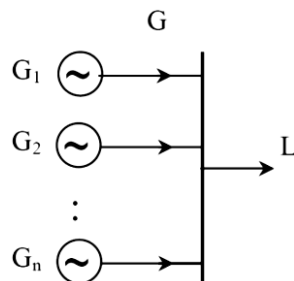


Fig. 5.1. Modelo simple de un sistema de generación G con su respectiva carga L . (Elmakias, 2008)

Puede observarse de (5.1a) y (5.1b) que la *LLF* arroja valores binarios para cualquier

combinación posible entre L y G ; el valor esperado de dicha función binaria es equivalente a la probabilidad de que $LLF = 1$, es decir, la probabilidad de que el sistema de generación sea incapaz de suplir la totalidad de la carga. Según Elmakias (2008), este índice es conocido comúnmente como LOLP y matemáticamente se expresa según la ecuación (5.2).

$$LOLP(G, L) = \Pr\{LLF(G, L) = 1\} = \Pr\{G < L\} \quad (5.2)$$

Usualmente, la capacidad total de generación G se comporta de manera discreta y por ende puede ser representada por una función de probabilidad $g_j, p_j = \Pr\{G = g_j\}$ para $1 \leq j \leq n$. De manera análoga, la curva de carga también podría ser caracterizada mediante su función de probabilidad $l_i, q_i = \Pr\{L = l_i\}$ en el intervalo $1 \leq i \leq k$. Obtenidas ambas funciones de probabilidad para cada variable aleatoria puede procederse a la obtención de la función de probabilidad de su $LLF(G, L)$; con éste propósito cada una de las funciones de probabilidad obtenidas tanto para G como para L debe ser representada por u-funciones como se muestra en las expresiones (5.3) y (5.4) expuestas por Elmakias (2008).

$$U_G(z) = \sum_{j=1}^n p_j z^{g_j} \quad (5.3)$$

$$U_L(z) = \sum_{i=1}^k q_i z^{l_i} \quad (5.4)$$

Realizando la composición de las u-funciones (5.3) y (5.4) se tiene que ahora el LOLP puede ser obtenido mediante la ecuación (5.5).

$$LOLP = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^k p_j q_i * LLF(G_j, L_i) = \sum_{i=1}^k P(L = G_i) * P(L > G_i) \quad (5.5)$$

El índice de expectativa de pérdida de carga o **LOLE** (*Loss Of Load Expectation*) representa el tiempo esperado (minutos, horas o días) en el cual la carga supera el nivel de generación disponible; asúmase para el cálculo del mismo un tiempo de funcionamiento T , dividido en intervalos de igual magnitud S . En cada uno de dichos intervalos la carga alcanza un valor

aleatorio cualquiera L considerado invariante; el tiempo en el cual la carga constante L no es abastecida totalmente τ_s es, $\tau_s = T/S \cdot LLF(G,L)$, pudiendo esta última variable tomar valores entre 0 y T/S . Finalmente, el LOLE puede ser obtenido, según Elmakias (2008) mediante la expresión (5.6).

$$LOLE = \frac{T}{S} * S * E(LLF(G,L)) = T * LOLP \quad (5.6)$$

Otros de los índices importantes que pueden obtenerse mediante el estudio del manejo de la carga por parte del sistema son el denominado E_t (*Mean Instantaneous Capacity*) o capacidad media instantánea y el D_t (*Mean Instantaneous Capacity Deficiency*) o valor instantáneo de la deficiencia de capacidad; estos a su vez pueden ser determinados mediante las funciones expresadas en las ecuaciones (5.7) y (5.8) respectivamente (Elmakias, 2008).

$$E_t = \sum_{k=1}^n G_k * P_k(t) \quad (5.7)$$

$$D_t = \sum_{k=1}^n P_k(t) * \max(L - G_k, 0) \quad (5.8)$$

5.3 MÉTODO DE MARKOV.

Es uno de los métodos más utilizados para el análisis de confiabilidad, cuyo nombre lo debe a su creador, el ruso Andrei Markov (1856-1922). Está enfocado principalmente al estudio de elementos reparables y no reparables con tasas de falla y tasas de reparación constantes (Dhillon, 2006); para su correcto empleo se toman en consideración las siguientes suposiciones:

- La probabilidad de transición entre estados en un intervalo finito de tiempo t está definida como λt , siendo λ la tasa constante de transición de un estado a otro del sistema.

- Cada cambio u ocurrencia es independiente de las demás.
- La probabilidad de que ocurra más de una transición entre estados mientras transcurre el intervalo finito Δt es despreciable.

Considérese, para el mejor entendimiento del método, el ejemplo de un sistema eléctrico para cual son admisibles solo dos estados: operación normal y falla, teniendo como tasa de fallas λ_m y como tasa de reparación μ_m . Se requiere determinar para el mencionado sistema las expresiones para las disponibilidades e indisponibilidades utilizando para ello el método de Markov. El diagrama de estados del sistema es mostrado en la figura 5.2 (Dhillon, 2006).

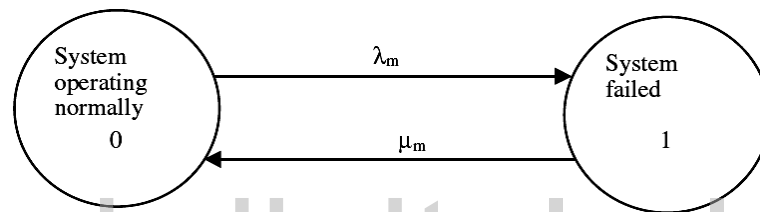


Fig. 5.2. Diagrama de transición de estados del sistema ejemplo (Dhillon, 2006).

Se tiene que mediante el método de Markov se cumplen las relaciones probabilísticas (5.6) y (5.7) tomadas de la obra de Dhillon (2006).

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t) \cdot (1 - \lambda_m \Delta t) + \mu_m \Delta t \cdot P_1(t) \quad (5.6)$$

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t) \cdot (1 - \mu_m \Delta t) + \lambda_m \Delta t \cdot P_0(t) \quad (5.7)$$

En las expresiones anteriores, $P_0(t+\Delta t)$ corresponde a la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado operativo 0 en el instante $(t+\Delta t)$; $P_1(t+\Delta t)$ es la probabilidad de que el sistema se encuentre en el estado fallido 1 en el instante $(t+\Delta t)$; t es el tiempo; $P_0(t)$ equivale a la probabilidad que tiene el sistema de encontrarse en el estado 0 en el instante t ; $P_1(t)$ representa la probabilidad que tiene el sistema de encontrarse en el estado fallido 1 en el tiempo t ; $\lambda_m \Delta t$ es la probabilidad de que el sistema falle en el intervalo finito Δt ; $\mu_m \Delta t$ corresponde a la probabilidad que tiene el sistema de necesitar reparaciones en el intervalo Δt ;

$(1 - \lambda_m \Delta t)$ es la probabilidad de que no ocurran fallas en el intervalo finito Δt y finalmente $(1 - \mu_m \Delta t)$ equivale a la probabilidad de que el sistema no necesite reparaciones en el intervalo Δt (Dhillon, 2006).

En el caso límite, dividiendo entre dt , las ecuaciones (5.6) y (5.7) se convierten en:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} + \lambda_m P_0(t) = \mu_m P_1(t) \quad (5.8)$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} + \mu_m P_1(t) = \lambda_m P_0(t) \quad (5.9)$$

Para $t = 0$ se tiene que $P_0(0) = 1$ y $P_1(0) = 0$. Tomando en cuenta ese hecho y resolviendo las relaciones (5.8) y (5.9) se obtiene:

$$P_0(t) = \frac{\mu_m}{\lambda_m + \mu_m} + \frac{\lambda_m}{\lambda_m + \mu_m} * e^{-(\lambda_m + \mu_m)*t} \quad (5.10)$$

$$P_1(t) = \frac{\lambda_m}{\lambda_m + \mu_m} - \frac{\lambda_m}{\lambda_m + \mu_m} * e^{-(\lambda_m + \mu_m)*t} \quad (5.11)$$

$P_0(t)$ y $P_1(t)$ representan respectivamente la disponibilidad y la indisponibilidad del sistema en función del tiempo; si dicho tiempo es un intervalo considerable grande, entonces (5.10) y (5.11) se transforman en (5.12) y (5.13) respectivamente (Dhillon, 2006). Luego:

$$P_0(\infty) = \frac{\mu_m}{\lambda_m + \mu_m} \quad (5.12)$$

$$P_1(\infty) = \frac{\lambda_m}{\lambda_m + \mu_m} \quad (5.13)$$

Las ecuaciones (5.12) y (5.13) conducen al cálculo de la probabilidad de residencia o no del sistema en el estado operativo o en el estado de falla, siendo modelado el mismo como un elemento único. Según Elmakias (2008), si las probabilidades mencionadas no dependen del

tiempo t sino de la diferencia de tiempo Δt existente entre ellas, entonces se tiene el caso de un proceso homogéneo, en el cual se cumple, dado que las tasas de fallas y reparación no dependen del tiempo, lo expresado en (5.14) y (5.15) para cada caso.

$$\lambda = MTTF^{-1} \quad (5.14)$$

$$\mu = MTTR^{-1} \quad (5.15)$$

De manera alternativa, los valores obtenidos para P_0 y P_1 en las ecuaciones (5.12) y (5.13) respectivamente, pueden hallarse mediante el planteo de (5.16) donde se utiliza la matriz de intensidades de cambio para los dos posibles estados del sistema de la figura 5.2 (Dhillon, 2006).

$$[1 \quad 0] = [P_0 \quad P_1] \begin{bmatrix} 1 & \lambda_m \\ 1 & -\mu_m \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

5.3.1 Proceso de Markov y matriz de estados.

Considérese un proceso de Markov $\{X(t), t \geq 0\}$ con una variable de estado conocida, definida como $X = \{0, 1, 2, \dots, r\}$ y probabilidades de transición estacionaria. Las probabilidades de transición de Markov siguen la regla de la expresión (5.17) definidas por Hoyland (2004); luego, para cada i y $j \in X$ se tiene:

$$P_{ij}(t) = (Pr(X(t) = j | X(0) = i)) \quad (5.17)$$

Las probabilidades señaladas en la ecuación (5.17) pueden ser organizadas en forma de matriz, tal como está expresado en (5.18).

$$\mathbb{P} = \begin{pmatrix} P_{00}(t) & \cdots & P_{0r}(t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{r0}(t) & \cdots & P_{rr}(t) \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

Dado que cada elemento de la matriz $\mathbb{P}(t)$ es una probabilidad, se cumple que:

$$0 \leq P_{ij}(t) \leq 1 \quad \text{para todo } t \geq 0, i, j \in X$$

Cada vez que un proceso se encuentre en el estado i en el instante 0 éste debe permanecer en dicho estado hasta un tiempo dado t a menos que haga una transición a un estado diferente (Hoyland, 2004). Esto se refleja en la expresión (5.18), pues para todo $i \in X$ se tiene:

$$\sum_{j=0}^r P_{ij}(t) = 1 \quad (5.19)$$

La suma de cada fila de la matriz \mathbb{P} debe ser equivalente a la unidad, pudiendo notarse que cada elemento en la fila i representa un cambio de estado i (para $j \neq i$) y cada elemento de la columna j representa una transición en el estado j (para $i \neq j$). Considérese $0 = S_0 \leq S_1 \leq S_2 \dots$ como los tiempos en que cada transición ocurre, siendo $T_i = S_{i+1} - S_i$ el intervalo permanencia para $i = 1, 2, \dots, n$. Al considerar un proceso de Markov donde los cambios de estado son independientes del tiempo, es necesario adicionar (5.18) al sistema de ecuaciones diferenciales que describen al mismo. Un posible patrón o trayectoria de Markov es el ilustrado en la figura 5.3.

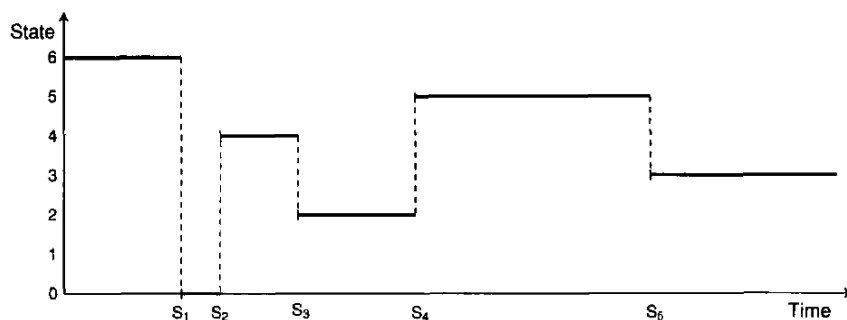


Fig. 5.3. Trayectoria de un proceso de Markov (Hoyland, 2004).

Definiendo S_i de forma tal que la transición i ocurra justamente luego de S_i (lo cual hace que se considere un patrón continuo) ocurre: la trayectoria comienza en $t = 0$ donde se encuentra en el estado 6 permaneciendo allí por un tiempo T_1 ; en el instante $S_1 = T_1$ el proceso presenta una transición, cambiando al estado 0 donde permanece una cantidad de tiempo T_2 ; así ocurrirá para el resto de los tiempos donde cada uno de los intervalos tendrá asociado su correspondiente estado (Hoyland, 2004).

5.3.2 Cadena de Markov para sistemas de tres estados con posibilidad de reparación.

Para este particular debe considerarse, no solo si el sistema está operando o no, sino que también cabe la posibilidad de un tercer estado, el cual puede ser utilizado para reparación de eventuales averías o labores de mantenimiento en los equipos. Las transiciones de estado para este tipo de estudio se miden mediante el tiempo a mantenimiento (o a falla) los cuales comprenden dicho cambio particular de estado partiendo desde la condición inicial, tomada como la de funcionamiento. Asumiendo un proceso de Markov homogéneo con parámetros de distribución exponenciales λ y μ para los estados de falla y reparación respectivamente y teniendo en cuenta que las transiciones se realizan solo entre el estado de funcionamiento y cualquiera de los otros dos posibles, podrían plantearse las ecuaciones (5.20) para las probabilidades de cada estado de la figura 5.4 (Hoyland, 2004).

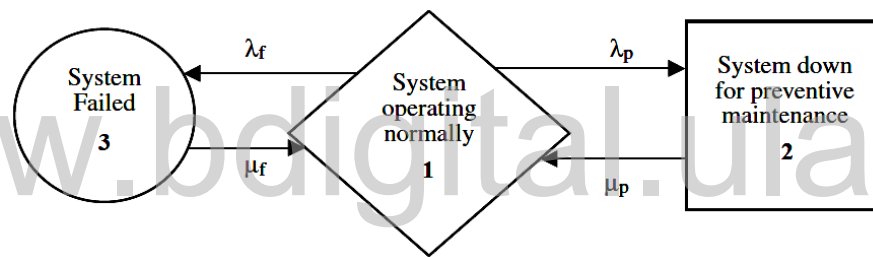


Fig. 5.4 Diagrama de Markov para un sistema de tres estados (Dhillon, 2006).

$$[1 \ 0 \ 0] = [P_1 \ P_2 \ P_3] \begin{bmatrix} 1 & \lambda_p & \lambda_f \\ 1 & -\mu_p & 0 \\ 1 & 0 & -\mu_f \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

5.3.3 Combinación de estados en el método de Markov.

En muchas oportunidades, la solución para modelos y aplicaciones con un largo número de posibles estados puede ser realizada mediante una simplificación justa del modelo que permita manejar más fácilmente la información con la que se cuenta; hay que considerar que al momento de realizar dichas simplificaciones los parámetros λ y μ , correspondientes a las tasas de transición de estado particulares desaparecerán para dar paso a valores equivalentes, razón por la cual solo podría pensarse en realizar equivalencias para el caso en que se conozca

totalmente el valor de dichas tasas y no se consideren relevantes para el estudio (Endrenyi, 1980).

Un grupo de estados puede ser unido a otro si se cumple la condición de que las tasas de transición hacia otro estado ajeno a los dos mencionados son idénticas para cada miembro integrante de los grupos; de allí resulta que para efectos de simplificación se calcularán las probabilidades y frecuencias de los estados combinados. Considérese el diagrama mostrado en la figura 5.5 donde un número determinado de estados i son combinados para formar un solo estado equivalente denotado por I , siendo su probabilidad total la expresada en (5.21), es decir, la sumatoria de las probabilidades de cada elemento i del esquema original (Endrenyi, 1980).

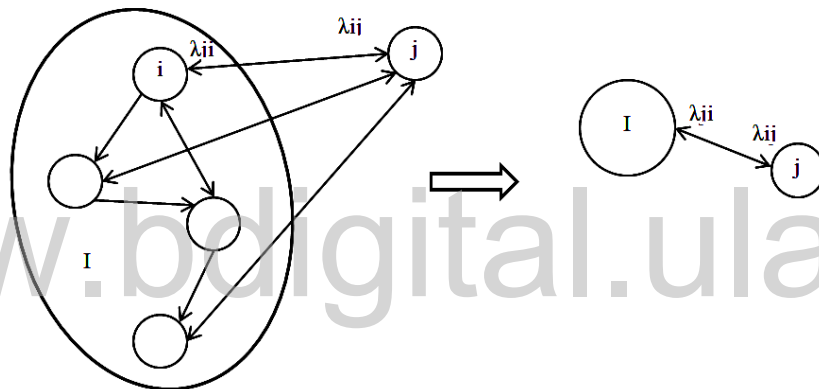


Fig. 5.5. Combinación de estados i en estados I (Endrenyi, 1980).

$$P_I = \sum_{i \in I} P_i \quad (5.21)$$

Para una solución directa del esquema de estados obtenidos mediante la combinación de los estados originales, es necesario el cálculo de las tasas de transición λ_{ji} y λ_{ij} mostradas en la figura 5.5. Partiendo del hecho de que la frecuencia de transferencia desde I hasta j debe ser la misma que la existente en una transición de i a j antes de la transformación, pueden obtenerse las tasas de cambio de estado según las relaciones (5.22) y (5.23), tomadas de Endrenyi, (1980).

$$\lambda_{Ij} = \sum_{j \in J} \lambda_{ij} \quad (5.22)$$

$$\lambda_{ji} = \frac{\sum_{i \in J} P_j * \lambda_{ji}}{\sum_{j \in J} P_j} \quad (5.23)$$

5.4 MÉTODO DE ANÁLISIS DE REDES.

Este tipo de estudio parte de una estructura o sistema conformado por diagramas de bloques de confiabilidad o RBD (*Reliability Block Diagram*); un RBD consiste en una red donde el comportamiento de un conjunto de componentes determina el funcionamiento o no del sistema en su totalidad. En dichos diagramas se representa la conexión lógica de los elementos necesarios para desempeñar alguna tarea considerando que, si el sistema tiene más de una función, debe estudiarse cada una de ella por separado y de forma particular, lo que por ende implicaría la necesidad de describir un diagrama específico por cada función distinta que se tenga (Hoyland, 2004).

Una característica importante del método de análisis de redes, es que se utiliza principalmente para estudiar la confiabilidad en sistemas conformados por elementos no reparables, en los cuales, el orden de ocurrencia de las posibles fallas no es importante; de lo contrario, si el sistema está compuesto por elementos reparables en el cual se considere el orden en que ocurren las fallas es recomendable acudir al método de Markov para resultados más apropiados. Considérese un sistema con n componentes distintos, cada uno señalado con un bloque como el de la figura 5.6; cuando existe conexión entre los terminales a y b se tiene que dicho elemento i se encuentra en funcionamiento (Hoyland, 2004).



Fig. 5.6. Representación de un componente i mediante un diagrama de bloques (Hoyland, 2004).

5.4.1 Sistema con conexión en serie.

Un sistema serie es aquel en el cual, para llevar a cabo las funciones requeridas, deben trabajar

correctamente todos y cada uno de los elementos que lo conforman. Los mencionados elementos integrantes del sistema poseen, cada uno, sus propios índices de confiabilidad y su propia tasa de fallas; teniéndose entonces que la confiabilidad de todo el sistema depende de la confiabilidad de cada uno de los elementos y su capacidad para funcionar simultáneamente. El esquema de un sistema serie es mostrado en la figura 5.7 (Chowdhury, 2009).



Fig. 5.7. Representación de un sistema con estructura serie (Chowdhury, 2009).

Dado el hecho de que las posibles fallas en los elementos son independientes puede asegurarse que la probabilidad que el sistema funcione es equivalente al producto de la probabilidad de funcionamiento de cada elemento; este hecho podría expresarse, según la ley multiplicativa de la probabilidad, mediante la expresión (5.24) tomada de la obra de Chowdhury (2009).

$$R_{sistema}(t) = R_1(t) * R_2(t) * R_3(t) * \dots * R_n(t) \quad (5.24)$$

Si es el caso de que cada componente de la figura 5.7 presente, por ejemplo, una probabilidad de falla tipo exponencial con tasas de falla λ_1 , λ_2 y λ_3 respectivamente, entonces se tiene que la confiabilidad del sistema obedece a la relación (5.25).

$$R_{sistema}(t) = e^{-\lambda_1 t} * e^{-\lambda_2 t} * e^{-\lambda_3 t} * \dots * e^{-\lambda_n t} = e^{-\lambda_s t} \quad (5.25)$$

Dado el hecho de que la suma ($\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \dots + \lambda_n = \lambda_s$) es constante, se tiene que el tiempo medio entre fallas del sistema completo se calcula mediante la relación (5.26).

$$MTTF_s = \frac{1}{\lambda_s} \quad (5.26)$$

5.4.2 Sistema con conexión en paralelo.

Es un sistema conformado por varios elementos en el cual, como están conectados en paralelo,

solo se requiere que por lo menos uno de ellos se encuentre en funcionamiento para que el sistema pueda desempeñar sus tareas. En términos esquemáticos, es un sistema en el cual hay varias vías o caminos desde la entrada hacia la salida; dado que solo se requiere la operatividad de uno de los elementos se tiene que los demás son redundantes, incrementándose así la confiabilidad ya que para que el sistema colapse deberían fallar todos los elementos simultáneamente. Un sistema con estructura en paralelo es mostrado en la figura 5.8 (Chowdhury, 2009).

Si $Q(t)$ es la probabilidad de falla dada para determinado periodo de tiempo, representaría entonces la falta de confiabilidad del sistema expuesto en la figura 5.8. Luego:

$$Q(t)_s = Q_1(t) * Q_2(t) * Q_3(t) * \dots * Q_n(t) \quad (5.27)$$

Asumiendo que cada elemento del sistema es idéntico a los demás, presentando por ende la misma probabilidad de falla Q , se cumplen entonces según Chowdhury (2009) las relaciones (5.28) y (5.29). Matemáticamente:

$$Q(t)_s = Q^n(t) \quad (5.27a)$$

$$R(t) = 1 - Q(t)_s \quad (5.27b)$$

$$R(t)_s = 1 - (R(t))^n \quad (5.28)$$

$$MTTF_s = \frac{1}{n * \lambda} \quad (5.29)$$

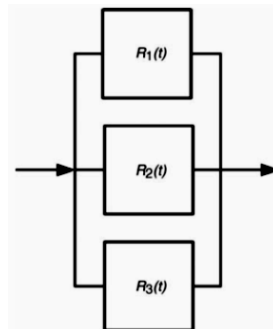


Fig. 5.8. Representación de un sistema con estructura en paralelo (Chowdhury, 2009).

5.4.3 Sistema en configuración “ k ” de “ n ”.

Un sistema que se encuentre en funcionamiento cuando por lo menos k de los n elementos que lo conforman se encuentra en estado activo es conocido como sistema en configuración k -de- n . El caso más sencillo de éste tipo de configuración es la conexión en paralelo de dos o tres elementos tal como se muestra en la figura 5.8; un ejemplo un poco más elaborado se vería como el que se tiene en la figura 5.9 donde se toleraría el fallo de uno de los elementos siempre que el resto de ellos continúe trabajando (Hoyland, 2004).

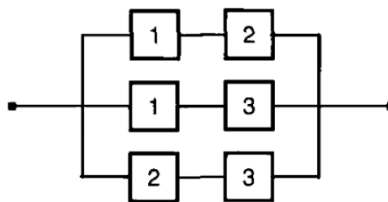


Fig. 5.9. Sistema en configuración de funcionamiento 2-de-3 (Hoyland, 2004).

5.4.4 Función de estructura.

Un sistema compuesto por una cantidad n de elementos puede ser conocido como sistema de orden n donde dichos elementos son enumerados consecutivamente desde 1 hasta n . Las situaciones a considerar son aquellas donde puedan distinguirse solo dos estados: uno de funcionamiento y otro de falla; siempre va a ser de esa manera ya sea que se trate con elementos en particular o con sistemas completos. De forma similar a lo explicado en el capítulo 4 de la presente investigación para las variables de estado, el estado del componente i , $i = 1, 2, \dots, n$ puede ser representado entonces por x_i , siendo ésta última una variable binaria (Hoyland, 2004). Luego:

- $x_i = 1$ si el componente i se encuentra en funcionamiento.
- $x_i = 0$ si el componente se encuentra fuera de servicio o fallado.

De igual modo, el estado de un sistema puede ser caracterizado mediante (5.30) donde la variable x es denominada vector de estado y está definido como $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$; es también

una función binaria conocida usualmente como *función de estructura* o simplemente *estructura* para la cual también se verifican las condiciones anteriores.

$$\phi(\mathbf{x}) = \phi(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (5.30)$$

A partir de (5.30) puede expresarse las estructuras más básicas de conexión de elementos en un sistema: La estructura en serie de la figura 5.7 y la estructura en paralelo de la figura 5.8, regidas por (5.31) y (5.32) respectivamente (Hoyland, 2004).

$$\phi(\mathbf{x}) = x_1 \cdot x_2 \cdots x_n = \prod_{i=1}^n x_i \quad (5.31)$$

$$\phi(\mathbf{x}) = 1 - (1 - x_1)(1 - x_2) \cdots (1 - x_n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i) \quad (5.32)$$

En el caso de la función de estructura para un sistema con conexión *k-de-n* no resulta tan sencillo como en los casos anteriores pues depende de cómo se interrelacionen los elementos.

Refiriéndose al caso particular del sistema mostrado en la figura 5.9 se tiene:

$$\phi(\mathbf{x}) = 1 - (1 - x_1x_2)(1 - x_1x_3)(1 - x_2x_3) \text{ y, } \quad \text{finalmente:}$$

$$\phi(\mathbf{x}) = (x_1x_2) + (x_1x_3) + (x_2x_3) - 2x_1x_2x_3 \quad (5.33)$$

5.4.5 Estructuras representadas por enlaces o cortes.

Como se ha mencionado con anterioridad en el numeral 5.4.4 de la presente investigación, una estructura de orden *n* consiste de *n* componentes enumerados desde 1 hasta *n* donde dicho conjunto de componentes se denota mediante $C = \{1, 2, \dots, n\}$. Puede tenerse alguno de los dos patrones; según Hoyland (2004):

- **Enlace y mínimo set de enlaces:** Un enlace *P* es un set o conjunto de componentes dentro de *C* cuyo funcionamiento asegura la continuidad del servicio brindado por el

sistema; se dice que es mínimo si no puede reducirse sin perder su condición de enlace funcional.

- **Cortes y cortes mínimos:** Un corte K consiste en un conjunto de componentes pertenecientes a C cuyo estado fallido causan la salida de servicio del sistema. Se habla de corte mínimo si K no puede ser reducido sin que esto implique la pérdida de sus condiciones de operación.

Considérese por un momento la estructura de la figura 5.9. El mínimo set de enlaces es: $P_1 = \{1,2\}$, $P_2 = \{1,3\}$ y $P_3 = \{2,3\}$ y de igual manera, los cortes mínimos son: $K_1 = \{1,2\}$, $K_2 = \{1,3\}$ y $K_3 = \{2,3\}$. Puede observarse que en este caso en particular los cortes mínimos coinciden con el set mínimo de enlaces; no es el caso para todas las configuraciones, resulta a manera de coincidencia para este sistema en particular. Son muchas las formas en que pueden estar interconectados los elementos de un sistema de potencia; en la tabla 5.1 se hace un resumen de las configuraciones más comunes y su respectiva función de probabilidad (Birolini, 2007).

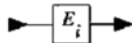
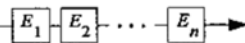
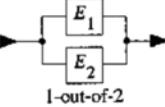
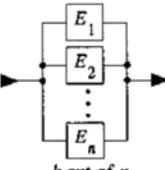
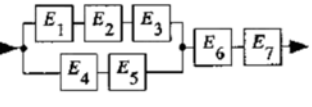
Reliability Block Diagram	Reliability Function ($R_S = R_{S0}(t)$; $R_i = R_i(t)$, $R_i(0)=1$)	Remarks
1 	$R_S = R_i$	One-item structure, $\lambda_i(t) = \lambda \Rightarrow R_i(t) = e^{-\lambda t}$
2 	$R_S = \prod_{i=1}^n R_i$	Series structure, $\lambda_S(t) = \lambda_1(t) + \dots + \lambda_n(t)$
3  1-out-of-2	$R_S = R_1 + R_2 - R_1 R_2$	1-out-of-2-redundancy, $R_1(t) = R_2(t) = e^{-\lambda t}$ $\Rightarrow R_S(t) = 2e^{-\lambda t} - e^{-2\lambda t}$
4  k-out-of-n	$E_1 = \dots = E_n = E$ $\rightarrow R_1 = \dots = R_n = R$ $R_S = \sum_{i=k}^n \binom{n}{i} R^i (1-R)^{n-i}$	k-out-of-n redundancy for $k=1$ $\Rightarrow R_S = 1 - (1-R)^n$
5 	$R_S = (R_1 R_2 R_3 + R_4 R_5 - R_1 R_2 R_3 R_4 R_5) R_6 R_7$	Series/parallel structure

Tabla 5.1. Diagramas de bloque con su respectiva función de confiabilidad (Birolini, 2007)

5.5 MÉTODO DE FRECUENCIA Y DURACIÓN.

En muchas aplicaciones reales, es necesario e importante considerar la frecuencia con la que las fallas ocurren así como también el tiempo medio de duración de las mismas, ya que de ésta manera, puede estimarse los tiempos fuera de servicio permanentes o temporales del sistema. De igual modo, son de interés para la investigación los sistemas con elementos capaces de tolerar fallas, los cuales al momento de presentarse algún inconveniente (falla), sufren una reconfiguración que permite la continuidad en la operación del sistema aunque con una tasa más baja en cuanto a desempeño (Biolini, 2007).

5.5.1 Representación de la carga diaria en un gráfico de dos niveles.

Las fallas sufridas por un sistema de generación suelen ocurrir con mayor probabilidad cuando la carga comienza a aumentar en algún punto de la vida funcional diaria, esto se debe a que son más largos los periodos donde la carga permanece baja, pudiendo presentarse inconvenientes a la hora de que se aumenten las exigencias de potencia. La curva de representación de carga en dos estados es mostrada en la figura 5.10 (*a* para la carga real y *b* para el modelo) en la que puede observarse que mientras el nivel de baja carga es siempre L_0 , los picos de carga L_i son diferentes para cada momento del día, pudiendo ser totalmente aleatorios. La duración media t_i de los picos está descrita por el factor de exposición $e = t_i/d_0$, siendo d_0 la longitud del ciclo de carga cuyo valor es asumido de 1 día (Endrenyi, 1980).

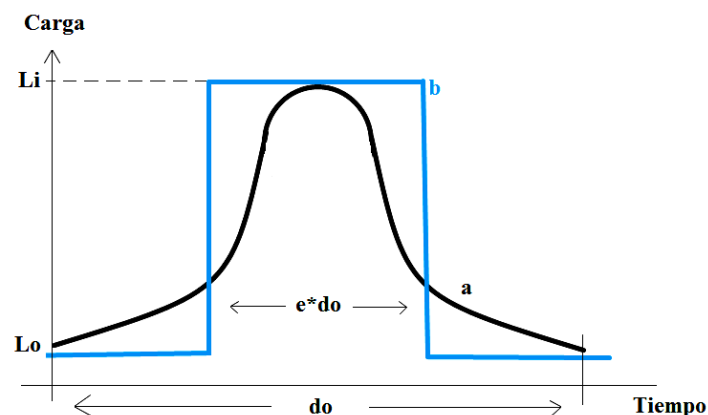


Fig. 5.10. Representación de carga en dos estados (Endrenyi, 1980).

Las tasas de transición para las curvas de la figura 5.10 y la frecuencia relativa α correspondiente a los picos de carga L_i son respectivamente:

$$\lambda_{L_{0+}} = \frac{1}{(1-e) \cdot d_0} \quad (5.34a)$$

$$\lambda_{L_{i-}} = \frac{1}{e \cdot d_0} \quad (5.34b)$$

$$\sum_i \alpha_i = 1 \quad (i = 1, 2 \dots) \quad (5.34c)$$

De donde se obtienen las probabilidades

$$P_{L_0} = 1 - e \quad (5.34d)$$

$$P_{L_i} = \alpha_i \cdot e \quad (5.34e)$$

5.5.2 Combinación de los estados de carga y generación.

Dado el hecho de que los eventos en el modelo de carga son independientes a los eventos que ocurren en el modelo de generación, podría hacerse una combinación de los estados carga-generación conservando intactas las probabilidades de cada uno en particular sin importar que pase en el otro. Siendo C_j la capacidad remanente en un estado fallido y C_0 la capacidad total instalada, por lo general se tiene que $C_{j+1} < C_j$ y cada estado k puede ser caracterizado por un índice M_k indicativo del margen donde la generación supera a la carga, es decir $M_k = C_j - L_j$ (pudiendo resultar tanto positivo como negativo). La tasa de transición desde el estado k hacia cualquier otro estado de margen positivo viene dada por (5.35) y, de igual manera, en (5.36) está expresada la intensidad de que pueda pasar desde k hacia otro estado cualquiera de margen negativo (Endrenyi, 1980).

$$\lambda_{k+} = \lambda_{L_{i-}} + \lambda_{C_{j+}} \quad (5.35)$$

$$\lambda_{k-} = \lambda_{L_{i+}} + \lambda_{C_{j-}} \quad (5.36)$$

Un diagrama de carga-generación tiene la forma mostrada en la figura 5.11 y puede ser solucionado mediante la diferenciación de los estados de margen negativo NM y los estados de margen 0 o positivo PM . Con base en lo anteriormente mencionado, se tiene que la probabilidad de falla del sistema es viene dada por (5.37a)

$$P_F = \sum_{k \in NM} P_k \quad (5.37a)$$

Donde la probabilidad correspondiente a cada estado k , P_k se determina mediante:

$$P_k = P_{L_i} \cdot P_{C_j} \quad (5.37b)$$

Debido a que cada movimiento tanto vertical como horizontal en el diagrama de la figura 5.11 es independiente, puede obtenerse la frecuencia de falla f_f por medio de (5.38).

$$f_F = \sum_{k \in NM} P_k \cdot \sum_{l \in PM} \lambda_{kl} \quad (5.38)$$

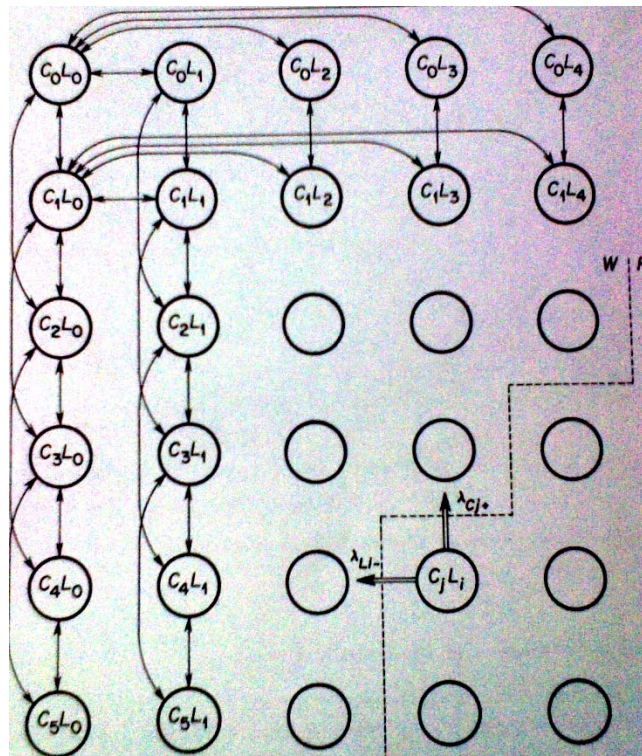


Fig. 5.11. Diagrama de combinación carga-generación (Endrenyi, 1980).

Finalmente, siendo m_1 el índice del primer estado de margen negativo, pueden obtenerse la probabilidad de falla del sistema y la frecuencia observando la probabilidad acumulativa de dicho estado de margen negativo en la tabla de resultados (Endrenyi, 1980). Por tal afirmación se cumplen tanto (5.39) como (5.40).

$$P_F = P_{m_1}^* \quad (5.39)$$

$$f_F = f_{m_1}^* \quad (5.40)$$

5.6 MÉTODO DE MONTE CARLO.

El método de simulación de Monte Carlo o MCS (en inglés, *Monte Carlo Simulation*) es ampliamente utilizado y aplicado en problemas que involucran variables aleatorias, para las cuales se determina o supone una distribución de probabilidad adecuada. La simulación utiliza un conjunto particular de valores para variables aleatorias, generados de acuerdo con las respectivas distribuciones de probabilidad en cada prueba. El proceso es repetido usando diferentes grupos de valores para las variables aleatorias y luego los resultados son presentados, por lo general en forma de histograma, lo cual los hace útiles para análisis y planteo de índices estadísticos (Elmakias, 2008).

El Proceso MCS es de naturaleza determinística para cada uno de los mencionados grupos de números aleatorios generados a partir de las funciones de probabilidad; permite estimar el comportamiento de un sistema mediante el cálculo de un conjunto selecto de parámetros así como también observar la variación de los mismos y su relación con la sensibilidad del sistema en estudio. En la actualidad, con el uso de paquetes de software y la capacidad de los computadores, el MSC se ha convertido en una poderosa herramienta para medir confiabilidad dada la posibilidad de su aplicación a sistemas de considerable envergadura y de naturaleza compleja, en los cuales el análisis mediante otros métodos se haría mucho más dificultoso y laborioso. Es un método con alta precisión, sin embargo, para lograr dicho alto nivel de precisión es necesario considerar un número considerable de muestras e iteraciones (Elmakias, 2008).

5.6.1 Modelado de los recursos generados.

El parámetro de interés en el sistema de generación (la energía generada) podría ser modelado de manera satisfactoria por una variable aleatoria, es decir, como un proceso estocástico. Los generadores en las estaciones manejan cierta cantidad de carga que varía de manera impredecible, tal como varía la velocidad de los vientos, el clima en determinada ciudad, el crecimiento poblacional entre otros muchos ejemplos. El proceso conocido como despacho de potencia, tanto activa como reactiva, depende del tipo de generación y se realiza para cada una de las unidades generadoras en particular, las cuales a su vez tienen cada una sus características de construcción aportadas por el fabricante. La curva de activos y reactivos de un generador luce como la mostrada en la figura 5.12 (Zapata, 2005).

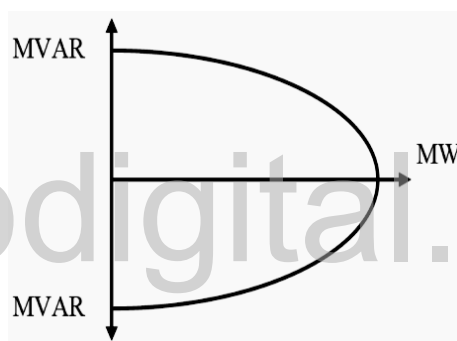


Fig. 5.12. Curva de capacidad de un generador (Zapata, 2005).

5.6.2 Modelado de demanda.

Es un aspecto de suma importancia para el estudio de confiabilidad en generación, ya que la demanda es la que impone principalmente las condiciones de operación; el estudio de los picos de carga y su intervalo de duración son fundamentales. Según Zapata (2005) deben tomarse en cuenta una serie de pautas para el modelado de la demanda. Estas son:

- Debe conocerse el valor que ha presentado la demanda y las variaciones que ésta ha experimentado a lo largo de un intervalo de estudio; éste intervalo puede ser, por ejemplo, cierta cantidad de horas de un día o ciertos días de un año. Las curvas aportadas por el fabricante usualmente vienen en términos de su capacidad máxima

nominal (MW y MVAR) referidas a la demanda aparente total del sistema en estudio.

- Es necesario manejar no solo una data de comportamientos pasados reales o asumidos a partir de ciertas hipótesis matemáticas, también ha de disponerse de un valor pronosticado de demanda futura. Debe aclararse que el valor de demanda obtenido mediante proyecciones es una aproximación, la cual, podría ser tomada como valor esperado de la demanda como variable aleatoria.

5.6.3 Simulaciones Monte Carlo en sistemas de generación.

Para proceder a la simulación de procesos que involucren generación eléctrica mediante el método de Monte Carlo, debe conocerse la demanda horaria suplida por los generadores; entonces, según Zapata (2005), para cada hora i se calcula lo siguiente:

- La demanda D_i del periodo.
- Capacidad de generación total disponible G_i .
- Capacidad de reserva del sistema $R_i = G_i - D_i$.
- La demanda no suplida.
- Determinar si hay desequilibrios en el sistema ($R_i < 0$).

Se ejecuta cada uno de los procesos mencionados como parte de un escenario, con un número N de iteraciones en un periodo de 8760 horas al año; a medida que avanza la simulación se debe llevar un control en cuanto a las horas H en que se desequilibra el sistema y al valor acumulado de demanda no suplida ENS. Cuando los datos de alguno de los índices de confiabilidad involucrados se estabiliza en cierto valor (observado en su histograma, por ejemplo) o su coeficiente de variación alcanza un valor aproximado a 5% puede detenerse la simulación. Puede aplicarse la relación (5.41) para comprobar que se haya alcanzado tal porcentaje (Zapata, 2005). Los parámetros \bar{x} y s presentes en la misma representan la media y la desviación estándar, estudiados con mayor detalle en el capítulo III de la presente investigación.

$$cv = \frac{s}{(\bar{x} * \sqrt{n})} \quad (5.41)$$

En la tabla 5.2, realizada a partir de la información publicada por Zapata (2005), puede observarse como quedarían definidas las ecuaciones para el cálculo de índices de confiabilidad en sistemas de generación mediante la simulación de Monte Carlo, la cual a pesar de ser laboriosa, aporta excelentes resultados y estimaciones que ayudan de forma significativa no solo al estudio de sistemas existentes, sino también a caracterizar cualquier plan que se haga con miras a la expansión de la capacidad de generación.

Índice	Valor del índice	
	Para una iteración	Para una simulación completa
LOLE	H	$\sum_{j=1}^N \frac{H_j}{N}$
LOLP	$\frac{H}{8760}$	$\frac{\sum_{j=1}^N H_j}{N * 8760}$
ENS	ENS	$\sum_{j=1}^N \frac{ENS_j}{N}$

Tabla 5.2. Cálculo de índices de confiabilidad mediante simulación de Monte Carlo (Zapata, 2005).

5.7 RESUMEN.

En el campo de la ingeniería y de la estadística en general se han desarrollado ampliamente cada uno de los métodos planteados en el presente capítulo, adaptándose cada cual con sus particularidades a problemas y aplicaciones de la vida cotidiana y al estudio de sistemas viables de cualquier índole. Dado el interés de la investigación se han tocado aspectos puntuales de real interés para el estudio de confiabilidad, principalmente enfocado a los sistemas de generación de potencia eléctrica. En la bibliografía adjunta al presente trabajo de investigación se encuentran las fuentes consultadas, las cuales ayudan a ampliar su rango de alcance y que exponen aspectos informativos complementarios de la misma. El capítulo que comienza a continuación contiene ejemplos numéricos donde se calculan los factores de confiabilidad descritos con anterioridad, así como también la manera de analizarlos y aplicarlos a cualquier sistema de generación existente o en etapa de diseño.

CAPÍTULO VI

EJEMPLOS PRÁCTICOS DE CÁLCULO DE CONFIABILIDAD EN SISTEMAS DE GENERACIÓN DE POTENCIA ELÉCTRICA

Como complemento al resto de los capítulos teóricos, el presente está enfocado en la perspectiva práctica del cálculo de confiabilidad en sistemas de generación de potencia eléctrica; se muestran ejemplos de sistemas de generación simulados mediante software, específicamente MATLAB 7.8, en los cuales se analizan los resultados y se da una idea de cómo es su comportamiento mediante el uso de gráficos y esquemas ilustrativos.

6.1 Caso de estudio 1. Considérense 4 generadores idénticos, con una potencia nominal de 50 MW por unidad para una capacidad instalada de 200 MW. Se requiere determinar la probabilidad de cada estado en que puede estar el sistema para un instante de tiempo prolongado (estado estacionario). Las intensidades de falla y reparación son $\lambda = 0.4 \text{ year}^{-1}$ y $\mu = 9.6 \text{ year}^{-1}$ respectivamente, con una indisponibilidad total $\bar{A} = 0.04$. Los respectivos estados del sistema mostrados en la figura 6.1 son: Funcionamiento completo (1), tres generadores funcionando y uno fallado (2), dos generadores en funcionamiento y dos fallados (3), un generador activo y tres fallados (4) y, en el peor de los casos, todos los generadores fallados (5).

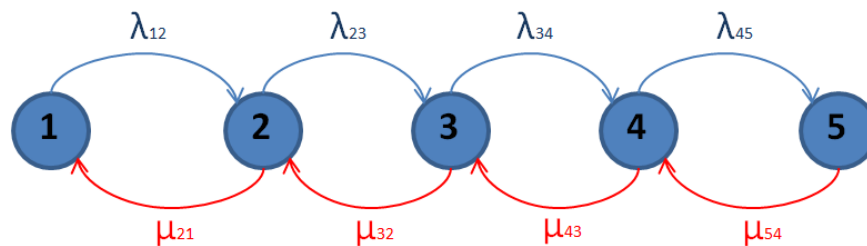


Fig. 6.1. Diagrama de estados para el caso de estudio 1.

Al momento de resolver el caso presentado se asume que, de ocurrir alguna falla, ocurrirá en solo un generador a la vez, por lo tanto los valores de λ y μ utilizados en las simulaciones pueden ser organizados y tabulados de la manera siguiente:

Estados	$\lambda(\text{year}^{-1})$	Estados	$\mu(\text{year}^{-1})$
1-2	1.6	2-1	9.6
2-3	1.2	3-2	19.2
3-4	0.8	4-3	28.8
4-5	0.4	5-4	38.4

Tabla 6.1. Intensidades de falla y reparación entre estados para el caso de estudio 1.

Es de notar que a medida de que el mayor número de generadores se encuentren fallados más grande será el valor de la intensidad de reparación del sistema, esto se debe a que se considera que los generadores que presenten fallas podrán ser reparados uno por vez, recuperando paulatinamente el nivel óptimo de generación.

Se ha implementado un código de simulación para el sistema mediante MATLAB 7.8, el cual cumple con los procesos expresados en el diagrama de flujo detallado en la sección de apéndices. Los resultados obtenidos mediante dichas simulaciones son los expresados en las tablas 6.2 y 6.3. El método utilizado es el de Cadenas de Markov.

Estado	Generadores fallados	Pérdida de Capacidad (MW)	Capacidad disponible (MW)	Probabilidad del estado	Probabilidad acumulativa
1	0	0	200	0.8493	1.0000
2	1	50	150	0.1416	0.1507
3	2	100	100	0.0088	0.0091
4	3	150	50	0.0002457	0.00024832
5	4	200	0	0.00000256	0.00000256

Tabla 6.2. Probabilidades de estado para el caso de estudio 1.

Puede observarse que la probabilidad de que el sistema entregue energía a la carga de forma satisfactoria a lo largo del tiempo es bastante alta 84.93% restando solo un 15.07% de carga no abastecida. A medida que la carga varía dentro de los rangos de generación, se tiene que la disponibilidad tiende a cambiar de manera inversamente proporcional, es decir, a medida que

la demanda aumenta y el sistema es más exigido, la disponibilidad tiende a bajar, esto se debe a que cuando se tiene más carga el sistema de generación alcanza valores cada vez más cercanos a sus valores nominales de funcionamiento, los cuales representan el límite de capacidad de operación del sistema. Este hecho puede ser evidenciado en la tabla 6.3.

Carga	Disponibilidad (A)	Indisponibilidad (\bar{A})	Deficiencia media instantánea (MW)	Capacidad promedio (MW)
$200\text{MW} \leq C \leq 150\text{MW}$	0.8493	0.1507	4.980	192.00
$150\text{MW} \leq C \leq 100\text{MW}$	0.9909	0.0091	0.2854	
$100\text{MW} \leq C \leq 50\text{MW}$	0.9998	0.000248	0.0051	
$50\text{MW} \leq C \leq 0\text{MW}$	1.0000	0.00000256	0.000102	

LOLP (year⁻¹)	0.0047
LOLP₀ (day/year)	1.7155

Tabla 6.3. Parámetros relacionados con el sistema de generación, caso de estudio 1.

Observando el caso en que la carga se ubica en valores cercanos o un poco inferiores a los 50 MW es razonable que el sistema tenga 100% (o un valor muy cercano a ese) de disponibilidad ya que para este valor de carga solo estaría utilizándose 1/5 del total generado y, siendo este valor de carga tan bajo, se considera que se dispone de prácticamente la totalidad de la energía generada a pesar de estarse supliendo ya esos 50 MW. Para cargas notablemente altas o cercanas a la capacidad instalada podría esperarse una deficiencia o pérdida de potencia de aproximadamente 5 MW lo cual sería de poca significancia si se toma en cuenta la capacidad total de generación del sistema; entonces, está garantizado que el sistema podría abastecer satisfactoriamente, por lo menos, una carga de máximo 195 MW sin problema alguno de pérdida de carga.

Dependiendo de las fluctuaciones de la carga y para tiempos lo suficientemente largos de funcionamiento, la capacidad promedio de generación con la que se puede contar es de 192 MW; esto tomando en cuenta que, por ser un valor promedio, considera la ocurrencia de picos elevados o bajos en cuanto al valor de la carga que pudieran o no ocurrir. La probabilidad de una falla total del sistema es bastante baja (0.000256%), lo que indica que el sistema presenta buena disponibilidad y alta confiabilidad pues, además de eso, cuenta con un bajo índice $\text{LOLP} = 0.0047 \text{ year}^{-1}$ (calculado a partir de la curva de carga de la figura 6.4), el cual indica

que el sistema pierde carga en un total de solo 1.7155 días en un año. Este número es bastante aceptable, sobre todo en grandes países con alto índice de consumo de energía.

6.2 Caso de estudio 2. Se dispone de 3 generadores idénticos (1,2,3) de 20 MW/unidad conectados en paralelo con un cuarto generador (4) cuya capacidad es de 40 MW para una capacidad instalada total de 100 MW. Si las tasas de falla y reparación $\lambda = 0.4 \text{ year}^{-1}$ y $\mu = 9.6 \text{ year}^{-1}$ respectivamente para una indisponibilidad total $\bar{A} = 0.04$, se requiere determinar la probabilidad de cada uno de los posibles estados en que puede estar el sistema. El diagrama de estados es el mostrado en la figura 6.2 donde se muestra, en cada círculo, el número del generador que se encuentra fallado en cada estado y la clasificación de colores para la potencia disponible del mismo.

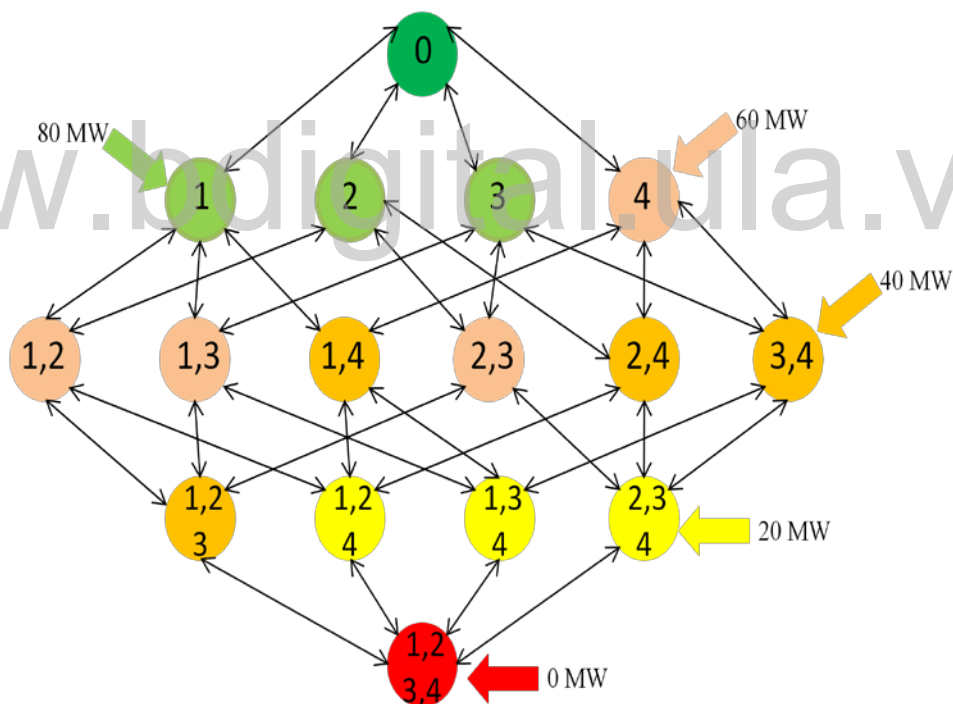


Fig.6.2 Diagrama de estados para el caso de estudio 2.

El sistema mostrado en la figura 6.2 no es de fácil solución, pero agrupando los estados de igual capacidad y utilizando la condición de disponibilidad puede efectuarse el cálculo de las probabilidades para los estados equivalentes según su capacidad. Para cada conjunto de estados equivalentes se pueden calcular las probabilidades generales mediante la

disponibilidad de la manera siguiente:

- Todos los generadores en funcionamiento (100 MW), implica $P_g = A^4$.
- Tres generadores activos, uno fallado (80 MW y 60 MW), implica $P_g = A^3 \cdot \bar{A}$
- Dos generadores activos, dos fallados (60 MW y 40 MW), implica $P_g = A^2 \cdot \bar{A}^2$
- Un generador activo, tres fallados (40 MW y 20 MW), implica $P_g = A \cdot \bar{A}^3$
- Todos los generadores fallados (0 MW), implica $P_g = \bar{A}^4$

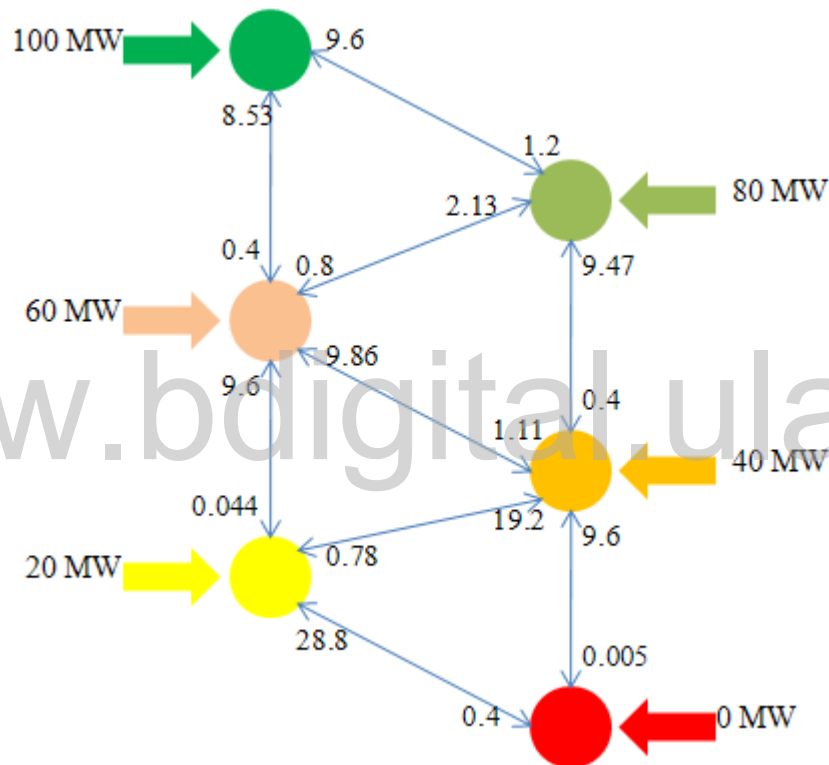


Fig.6.3 Diagrama equivalente para el caso de estudio 2.

En la figura 6.3 se ilustra el esquema equivalente para el sistema de generación del caso de estudio 2, en el cual, se ha combinado cada estado según la capacidad disponible de potencia generada o capacidad instalada C_i . Las tasas de cambio de estado para cada transición posible pueden ser calculadas según las expresiones (5.22) y (5.23). Si se planteara la solución del modelo equivalente por método de Markov resultaría con resultados idénticos a los obtenidos por el método generalizado utilizado en las simulaciones y especificado en el apéndice como A.2, dada la igualdad condiciones en ambos enfoques del ejercicio.

Sabiendo el valor de la indisponibilidad $\bar{A} = 0.04$ y recordando de la teoría de probabilidades que $e^{A+\bar{A}} = 1$, se relacionan los resultados obtenidos mediante el software para éstas probabilidades generales, obteniéndose como valores para las probabilidades de estado equivalente, los mostrados en la tabla 6.4.

Estado (j)	Capacidad instalada (Ci)	Expresión de probabilidad general (Pg)	Probabilidad de estado [Pi(Ci)]	Pi[Carga ≤ Ci]
1	100	A^4	0.8493	1.0000
2	80	$3(A^3 \cdot \bar{A})$	0.1062	0.1507
3	60	$(A^3 \cdot \bar{A}) + 3(A^2 \cdot \bar{A}^2)$	0.0398	0.0445
4	40	$3(A^2 \cdot \bar{A}^2) + (A \cdot \bar{A}^3)$	0.0045	0.0047
5	20	$3(A \cdot \bar{A}^3)$	0.00018432	0.0001868
6	0	\bar{A}^4	0.00000256	0.00000256

Tabla 6.4. Probabilidades de estado para el caso de estudio 2.

Puede afirmarse, a partir de la tabla de resultados, que al ser también un sistema de cuatro generadores con idénticas tasas de falla y reparación a las utilizadas en el ejercicio anterior, se tendrán los mismos valores de probabilidad de estado pese a que los generadores sean de distinta capacidad; esto es debido a que las probabilidades de estado dependen exclusivamente de los eventos y tasas de reparación y fallas, es decir, en ningún momento están ligadas con la capacidad de los generadores que conforman al sistema. Para el caso de estudio 2 se tiene que un 84.93% del tiempo puede manejarse cargas bastante cercanas a la capacidad máxima instalada y un 15.07% del tiempo donde solo se tendría buena confiabilidad para cargas entre 0 MW y 80 MW. En términos generales y considerando la muy baja probabilidad de una falla total (menor al 0.01%) podría asegurarse que el sistema presenta una alta confiabilidad en el manejo de la carga a través del periodo de estudio considerado de un año.

Adicionalmente, se procede a hacer el cálculo del índice LOLP que indicará la probabilidad de deficiencia de capacidad que tendrá el sistema. Para dicho cálculo se parte del conocimiento de la curva de carga en la cual se especifica su comportamiento con respecto a porcentajes de tiempo; la mencionada curva es mostrada en la figura 6.4.

En la figura 6.4 puede observarse que 20% del tiempo la carga supera los 70MW, el 50% del

mismo la carga alcanza valores mayores a 60MW, para 80% del tiempo la carga toma valores mayores a 50MW y así para cualquier otro punto de interés en el periodo de tiempo tomado.

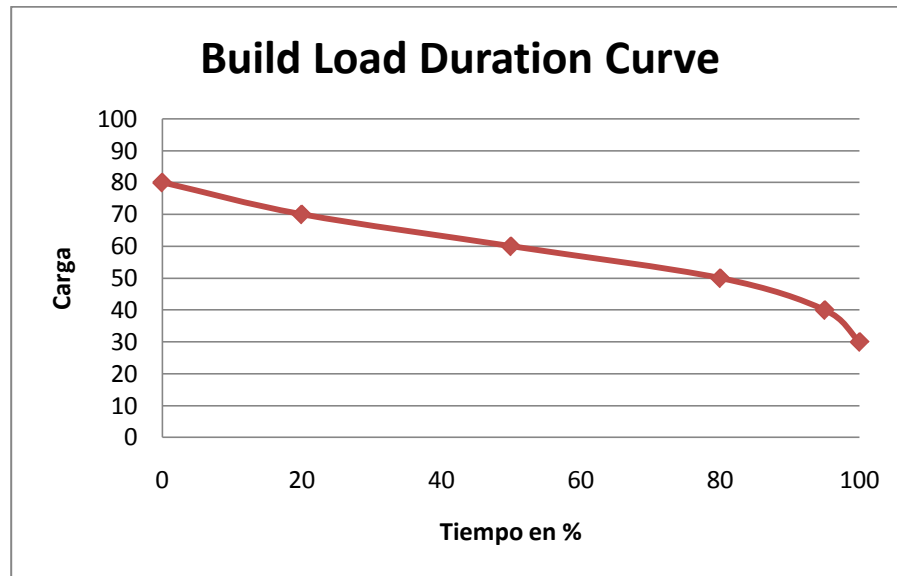


Fig.6.4. Curva de carga para el cálculo del índice LOLP.

Combinando correctamente los valores leídos del gráfico de carga y los datos de generación expuestos en la tabla 6.4, se calcula el LOLP mediante la implementación de la expresión (5.5) en MATLAB 7.8, obteniéndose el siguiente valor:

LOLP (year⁻¹)	0.0244
LOLP₀ (days/year)	0.8900

Según los valores obtenidos mediante simulación vía software, se podría asegurar que el sistema presenta una alta confiabilidad, hecho evidente dado el bajo valor obtenido para el índice LOLP (0.0244 year⁻¹). El sistema podría trabajar sin presentar problemas de pérdida de carga el 99.75% de los días del año, porcentaje más que satisfactorio pues significa que sólo podría haber deficiencias en un total de 0.89 días al año.

6.3 Caso de estudio 3. Para este caso se retoma el sistema utilizado en el primer ejercicio, donde se tienen cuatro generadores idénticos con capacidad de 50MW por unidad; las tasas de transición son $\lambda = 0.4 \text{ year}^{-1} = 0.0011 \text{ day}^{-1}$ y $\mu = 9.6 \text{ year}^{-1} = 0.026 \text{ day}^{-1}$. Estos datos, junto

con las respectivas probabilidades de estado y capacidades, fueron expuestos en la tabla 6.2. El modelo de carga considerado es de dos estados con $L_0 = 0\text{MW}$ y el L_i distribuido según sus frecuencias relativas α_i listadas en la tabla 6.5 en la cual además se muestra las probabilidades y tasas de transición para el modelo de carga. Se asume un factor de exposición $e = 0.5$ ($d_0=1$).

Estado (i)	$L_i(\text{MW})$	α_i	P_{Li}	$\lambda_{i0+}(\text{day}^{-1})$	$\lambda_{ii}(\text{day}^{-1})$
0	0	--	0.50	2	0
1	100	0.1	0.05	0	2
2	120	0.2	0.10	0	2
3	140	0.5	0.25	0	2
4	150	0.2	0.10	0	2

Tabla 6.5. Data del modelo de carga para el caso de estudio 3.

Siguiendo el procedimiento señalado para correlacionar los modelos de generación y carga del sistema expresados en el Capítulo V de la presente investigación, puede obtenerse el diagrama de estados de la figura 6.5. Se muestra en cada recuadro la potencia en cada estado así como la probabilidad combinada respectiva (obtenida según la relación 5.37b señalada en el capítulo V). Los resultados de la simulación son mostrados en la tabla 6.6.

La diferencia primordial entre éste método (frecuencia y duración) y el de Markov (utilizado en los dos ejercicios anteriores) es que permite no solo el cálculo de la probabilidad y frecuencias de falla de estados permitidos o de margen positivo sino que también toma en cuenta los valores de margen negativo; realizándose entonces una estimación más completa del sistema de acuerdo con la severidad de las fallas y las magnitudes de deficiencia de generación relacionadas al mismo.

El valor de la probabilidad de falla P_f del sistema en general al igual que la frecuencia de su ocurrencia, pueden ser obtenidos directamente de la tabla 6.6 pues coinciden con los valores del primer estado con margen negativo o estado de cambio de margen. Tomando en cuenta que para el ejercicio el tiempo de exposición es $e = 0.5$ y que para el modelo de carga se asumió $L_0 = 0\text{ MW}$, se obtuvo:

P_f	LOLP (year^{-1})	LOLP(days/year)
0.0041	0.00822	2.9814

Margen equivalente de potencia [M_m (MW)]	Probabilidad particular por margen (P_m)	Probabilidad acumulativa por margen (P_m^*)
200	0.4247	1.0000
150	0.0708	0.5753
100	0.0469	0.5045
80	0.0849	0.4576
60	0.2123	0.3727
50	0.0921	0.1604
30	0.0142	0.0682
10	0.0354	0.0541
0	0.0146	0.0187
-20	0.00088	0.0041
-40	0.0022	0.0032
-50	0.00089	0.0010
-70	0.0000245	0.0001185
-90	0.0000614	0.0000872
-100	0.0000246	0.0000258
-120	0.000000256	0.0000011
-140	0.00000064	0.000000896
-150	0.000000256	0.000000256

Tabla 6.6. Valores obtenidos de la simulación para los modelos combinados de carga y generación.

Al presentar el sistema un índice LOLP de $0.00822 \text{ year}^{-1}$ se obtiene una tasa de pérdida de carga anual de 2.9814 días, número bastante alto indicativo de una confiabilidad alejada del estado óptimo de funcionamiento, sobre todo en países con estricto control de la calidad de la energía y consumo considerable, pues significa que la confiabilidad del sistema está en el orden del 99.18%, 0.35 puntos por debajo del sistema estudiado en el primero de los casos.

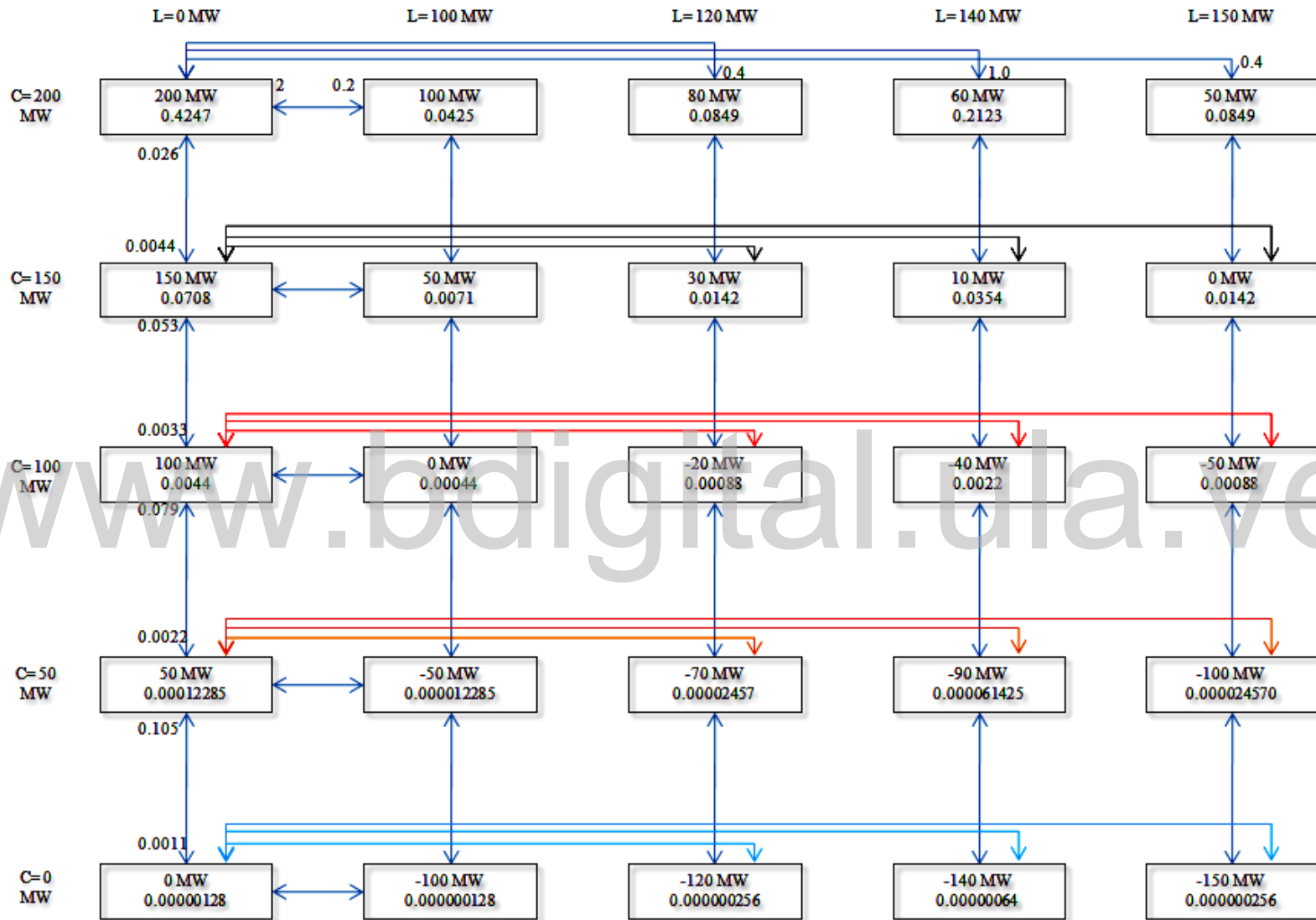


Fig. 6.5. Diagrama de estados combinados para el caso de estudio 3.

Como se está trabajando con tasas diarias, es decir, $\lambda = 0.0011 \text{ day}^{-1}$ y $\mu = 0.026 \text{ day}^{-1}$, se tiene para los movimientos o cambios verticales (cambios en la generación) de la tabla, los siguientes valores equivalentes:

C_0 (MW)	λ_{C+}	λ_{C-}
200	0.0000	0.0044
150	0.0026	0.0033
100	0.0520	0.0022
50	0.0780	0.0011
0	0.1040	0.0000

Análogamente, para los cambios horizontales (cambios en la carga) se tiene:

L_0 (MW)	λ_{L+}	λ_{L-}
0	--	0.00
100	0.20	2.00
120	0.40	2.00
140	1.00	2.00
150	0.40	2.00

Para el cálculo de la frecuencia acumulativa se utiliza la expresión (5.38) del capítulo anterior, teniendo en cuenta que solo es necesario el cálculo de dicha frecuencia acumulada para los estados en que el sistema presenta deficiencia, es decir, los estados de margen negativo. Entonces, mediante la solución en MATLAB 7.8 se obtuvo lo siguiente:

Capacidad (MW)	Probabilidad por estado (P_k)	Intensidad de cambio de estado (λ_{kl})	Frecuencia de falla por estado (f_F)	Frecuencia acumulativa (f_F^*)
-20	0.00088	2.052	0.001805	0.0083714
-40	0.00220	2.052	0.004514	0.0065664
-50	0.000892285	2.040	0.001820	0.0020528
-70	0.00002457	2.078	0.000051056	0.00023247
-90	0.000061425	2.078	0.00012764	0.00018141
-100	0.000024698	2.080	0.00005137	0.00005377
-120	0.000000256	2.104	0.00000053	0.00000240
-140	0.00000064	2.104	0.000001346	0.00000187
-150	0.000000256	2.104	0.00000053	0.00000053

Tabla 6.7. Resultados obtenidos para la frecuencia de falla en el caso de estudio 3

Según la condición (5.40) expuesta en el capítulo V, se selecciona la frecuencia acumulada f_F^*

del primer estado con margen negativo (el cual sería la frontera de los márgenes de funcionamiento del sistema) como la frecuencia de fallas f_F del sistema en general. Entonces:

f_F (day^{-1})
0.0084

El resultado expresa que el sistema tiene una frecuencia de falla diaria de 0.0084 o de 0.84%; esto quiere decir, que existe un 0.84% de probabilidad por día de que el sistema falle. Debe utilizarse este tipo de información para crear planes de mantenimiento preventivo y predictivo para el sistema en estudio ya que la tasa de fallas diarias tiende a incrementarse con el paso del tiempo debido al desgaste natural de los equipos y, en este caso en particular, es de por sí cercana al 1% por día; valor considerado como relativamente alto para sistemas de generación.

Haciendo una comparación entre los sistemas en estudio puede observarse que el segundo caso considerado (tres generadores de 20 MW/unidad y un generador de 40 MW) es el más confiable, obteniéndose para éste un LOLP notablemente por debajo de los otros dos; esto se debe a su mayor capacidad instalada de generación lo que incrementa su disponibilidad y, por ende, su confiabilidad. El aspecto limitante entonces sería el factor económico que implicaría el contar con un sistema donde alguno de los generadores posea el doble de capacidad que el resto, traduciéndose esto en un elevado costo de implementación o replanteo en caso de tratarse de un sistema ya existente. El caso de estudio 3, el cual comprende el análisis del mismo sistema correspondiente al caso de estudio 1, arroja un valor de índice LOLP más alto que su similar (superándolo en 1.27 unidades); por ende se concluye entonces que, como el método de frecuencia y duración (utilizado en el caso 3) es más preciso y estudia más a fondo las características de confiabilidad del sistema, los resultados obtenidos para el caso 3 se acercan más a la realidad que los del caso 1, sin dejar de ser estos últimos una buena aproximación a lo que de verdad se tiene.

Cada caso de estudio desarrollado a lo largo del presente capítulo cuenta con un respectivo diagrama de flujo y un código para MATLAB 7.8 indicados con detalle en la sección de apéndices, de manera que puedan utilizarse para la simulación y comprobación de los resultados tabulados para cada ítem y como herramienta para el cálculo en sistemas similares.

CONCLUSIONES

Tomando en cuenta la creciente demanda de energía que presenta el mundo en la actualidad, cada día se hace más necesario el hecho de contar con sistemas de potencia, no solo de mayor envergadura, sino que también que cuenten con índices de confiabilidad lo suficientemente altos para garantizar un buen servicio. Por estas razones, se debe insistir en los estudios de confiabilidad en sistemas de potencia, que aunque generalmente son aproximaciones a la realidad, permiten prevenir fallas, diagnosticar riesgos y actuar correctamente al momento de solventar alguna eventualidad que se haya presentado.

Una importante aplicación de los estudios de confiabilidad en generación de potencia eléctrica, es en los planes de mantenimiento y enriquecimiento de los sistemas existentes; mediante el cálculo de los índices de confiabilidad y disponibilidad se podría diagnosticar cuándo un sistema carece de capacidad para abastecer cierta carga, cuando se comporta de manera inadecuada y la manera de corregir estas descompensaciones. Los análisis hechos en el campo de la confiabilidad en conjunto con una correcta ingeniería económica, permiten encontrar la manera más adecuada de llevar sistemas desde niveles de alto riesgo a niveles de operatividad de riesgo aceptable.

El cálculo de confiabilidad en generación consiste en la determinación de índices o indicadores, tales como los expuestos en el capítulo V de la presente investigación; no obstante, no debe olvidarse que al momento de considerar la confiabilidad para un sistema de potencia completo (generación-transmisión-distribución) debe buscarse la manera más apropiada de sumar las contribuciones de cada subsistema con sus particularidades. En términos de generación, se trabajan y se analizan principalmente los eventos donde la carga exceda la capacidad de generación, lo cual causaría problemas para el sistema de potencia en cualquiera de sus partes.

Al estudiar la confiabilidad en sistemas de generación, se asume que los otros dos subsistemas son idealmente perfectos, es decir, presentan confiabilidad total. Esto está alejado de lo que ocurre verdaderamente, por ello es que siempre debe tenerse presente que los valores

obtenidos son aproximaciones de los existentes en casos reales. De los varios métodos utilizados y expresados en esta investigación, se tiene que algunos solo expresan la probabilidad de eventos, fallas y mantenimiento, mientras que otros permiten estudiar un poco más a fondo las deficiencias que pueda presentar el sistema.

Los métodos de cálculo o estimación de confiabilidad descritos a lo largo del trabajo utilizan un modelo definido para las fallas del sistema de generación y otro modelo distinto para la carga con que éste interactúa; se incluye para el modelo de carga las fluctuaciones que pueda presentar la demanda diariamente, suponiendo que los picos elevados duran por espacio de días completos. El índice LOLP está asociado a esa hipótesis.

Imprecisiones en los datos de entrada a los programas de simulación y ecuaciones de análisis significarían una caída fundamental en la exactitud de los índices, sobre todo al momento de predicciones o estudios a futuro. Se debe contar con datos lo más veraces posibles para poder determinar un valor de confiabilidad bastante cercano a lo que se tiene en la realidad. Deben considerarse para todos los procesos las labores de mantenimiento de equipos, ya que al sacar de servicio unidades para mantenimiento (correctivo o preventivo) se estaría alterando totalmente las características de funcionamiento iniciales del sistema.

RECOMENDACIONES

El estudio de confiabilidad debe ser parte fundamental en el diseño y creación de nuevos sistemas de generación de potencia eléctrica, así como también de las labores de mantenimiento y replanteo de sistemas ya existentes. Deben utilizarse estos estudios para la toma de decisiones acertada, análisis económicos y planificación.

Deben implementarse planes en los cuales, se haga un registro de eventos y fallas en sistemas de generación existentes, esto con el fin de poder estudiarlos más a fondo partiendo de su comportamiento a lo largo del tiempo y las funciones que desempeñan. Al tratarse de sistemas de generación, debe también recopilarse información respecto al crecimiento que sufra la carga manejada por estos, así se garantiza que las capacidades de generación serán excedidas en menos oportunidades y en menor magnitud.

En las referencias consultadas están expresadas ideas que complementan en gran manera el alcance de la presente investigación; muchos otros aspectos pueden ser estudiados al momento de medir confiabilidad en generación, siendo abordados en el trabajo los de mayor relevancia e interés. Se recomienda profundizar aun más el estudio mediante la revisión de las mencionadas obras.

Hay que prestar atención a los datos que se utilicen a la hora de simular eventos reales para la obtención de resultados a ser considerados posteriormente como verdaderos. Para hacer un análisis acertado del sistema debe utilizarse data lo suficientemente apropiada y ajustada a lo que de verdad sucede, así se garantiza un margen de error bajo que permita la correcta toma de decisiones.

REFERENCIAS

Elmakias, D. (2008). *New computational methods in power system reliability*. Germany: Editorial Springer – Verlag.

Arriagada, A. (1994). *Evaluación de confiabilidad en sistemas eléctricos de distribución*. Tesis de Maestría publicada. Santiago de Chile.

Rausand, M., Hoyland, A. (2004). *System reliability theory: models, statistical methods and applications*. Canadá: Editorial John Wiley & Sons.

Billinton R., Allan R. (1996). *Reliability evaluation of power systems*. Boston: Editorial Plenum Press.

Endrenyi J. (1980). *Reliability Modeling in Electric Power Systems*. New York: Editorial Jhon Wiley & Sons.

Chowdhury A., Koval D. (2009). *Power distribution system reliability: practical methods and applications*. Canadá: Editorial Jhon Wiley & Sons.

Blischke W., Murthy P. (2003). *Case studies in reliability and maintenance*. Canadá: Editorial Jhon Wiley & Sons.

Birolini, A. (2007). *Reliability engineering: theory and practice*. (5th Edition). Germany: Editorial Springer.

Nakagawa, T. (2005). *Maintenance theory of reliability*. Germany: Editorial Springer.

Dhillon, B. (1999). *Design reliability: fundamentals and applications*. United States of America: Editorial CRC.

IEEE. (Feb, 2007). "Design of Reliable Industrial and Commercial Power Systems". *IEEE Std. 493-2007*.

Levin M., Kalal T. (2003). *Improving product reliability: strategies and implementation*. England: Editorial Wiley & Sons.

Devore, J. (2005). *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. (6ta. Edición). México: Editorial Thomson.

Walpole R., Myers R., Myers S. (1999). *Probabilidad y estadística para ingenieros*. (6ta. Edición). México: Editorial Pearson Education.

Santaló, L. (1970). *Probabilidad e inferencia estadística*. Argentina: Editado por Eva Cheneau.

www.bdigital.ula.ve

APÉNDICE

CODIFICACIÓN DE LOS PROGRAMAS UTILIZADOS PARA LA SIMULACIÓN DE LOS CASOS DE ESTUDIO DEL CAPÍTULO VI UTILIZANDO EL SOFTWARE MATLAB 7.8

A.1. A continuación se muestra el diagrama de flujo y la codificación utilizada para la simulación y obtención de resultados referentes al caso de estudio 1 mediante el método de Markov.

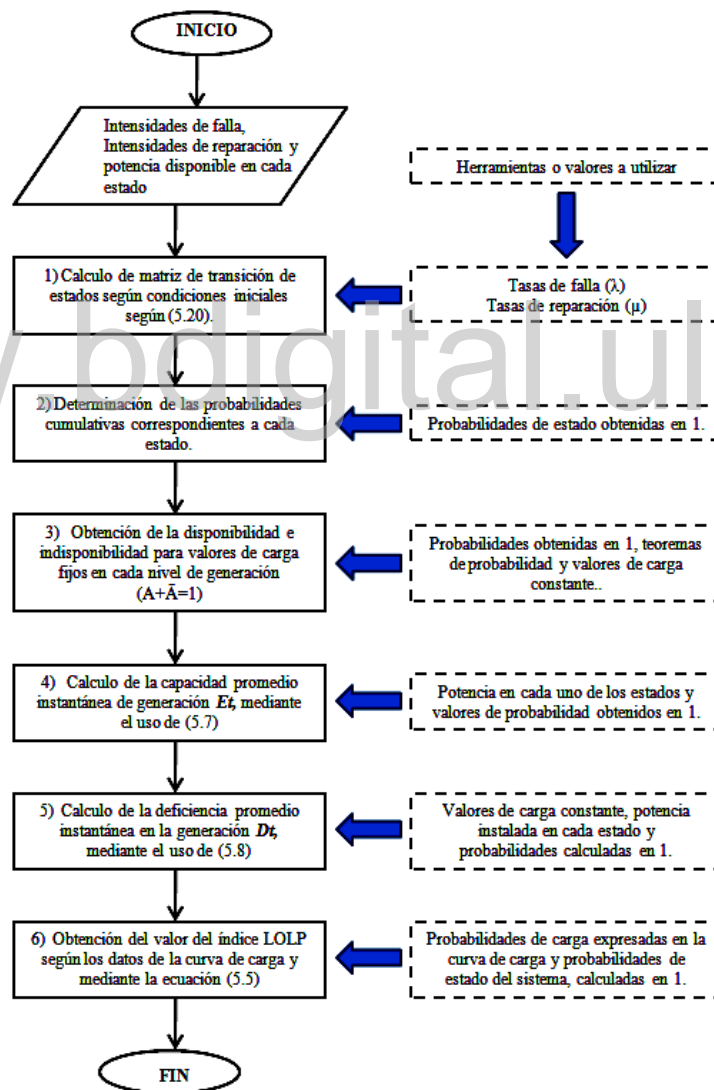


Fig. A.1. Diagrama de flujo para el caso de estudio 1.

A.1.1 Codificación en MATLAB 7.8 para la solución del caso de estudio 1.

```

%*****//TRABAJO DE GRADO//*****
%*****// EJERCICIO No.1 //*****

%Funcionamiento de 5 GENERADORES IDÉNTICOS con capacidad nominal de
%40 MW/unidad, para una capacidad instalada de 200 MW.

clear all; close all; clc;

%Como las tasas de cambio son constantes y, al ser los generadores
%idénticos, se tiene que:

L12=4*0.4; L23=3*0.4; L34=2*0.4; L45=0.4; u21=9.6; u32=2*9.6;
u43=3*9.6; u54=4*9.6;

%Partiendo de allí, se halla la matriz de transición de estados TRANS:

TRANS= [-L12 L12 0 0 0; u21 -(u21+L23) L23 0 0; 0 u32 -(u32+L34) L34 0;
        0 0 u43 -(u43+L45) L45; 0 0 0 u54 -u54];

disp('Matriz de transición= '); disp(TRANS); disp(' ');

%Luego, tomando como condición inicial que el sistema trabaje al máximo de
%su capacidad (se encuentre en el estado 1), se obtiene la probabilidad de
%estadia en cada estado.

TRANS1=[1 1 1 1 1;L12 -(u21+L23) u32 0 0; 0 L23 -(u32+L34) u43 0;
        0 0 L34 -(u43+L45) u54; 0 0 0 L45 -u54];
IGUALDAD=[1;0;0;0;0];

disp('Matriz para las condiciones iniciales= '); disp(TRANS1); disp(' ');
disp('Vector igualdad para el sistema= '); disp(IGUALDAD); disp(' ');
PROB=(TRANS1)\IGUALDAD;
P1=PROB(1,:); display('Probabilidad del estado 1='); disp(P1); disp(' ');
P2=PROB(2,:); display('Probabilidad del estado 2='); disp(P2); disp(' ');
P3=PROB(3,:); display('Probabilidad del estado 3='); disp(P3); disp(' ');
P4=PROB(4,:); display('Probabilidad del estado 4='); disp(P4); disp(' ');
P5=PROB(5,:); display('Probabilidad del estado 5='); disp(P5); disp(' ');

P1_cum= P1+P2+P3+P4+P5; P2_cum= P2+P3+P4+P5; P3_cum= P3+P4+P5;
P4_cum= P4+P5; P5_cum=P5;
disp('Probabilidad acumulativa del estado 1= '); disp(P1_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad acumulativa del estado 2= '); disp(P2_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad acumulativa del estado 3= '); disp(P3_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad acumulativa del estado 4= '); disp(P4_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad acumulativa del estado 5= '); disp(P5_cum); disp(' ');

%Cálculo de la disponibilidad y la indisponibilidad:

Pot1=200; Pot2=150; Pot3=100; Pot4=50; Pot5=0;

```

```

A1=P1; A2=(P1+P2); A3=(P1+P2+P3); A4=P1+P2+P3+P4;

I1=1-A1; I2=1-A2; I3=1-A3; I4=1-A4;

d_sistema= 1-(L12/(L12+u21));

disp('Disponibilidades: ');
disp('Para una carga constante entre 200MW y 150MW=');disp(A1);disp(' ');
disp('Para una carga constante entre 150MW y 100MW=');disp(A2);disp(' ');
disp('Para una carga constante entre 100MW y 50MW= ');disp(A3);disp(' ');
disp('Para una carga constante entre 50MW y 0MW= '); disp(A4); disp(' ');
disp('Para el sistema en general: '); disp(d_sistema); disp(' ');

disp('Indisponibilidades: ');
disp('Para una carga constante entre 200MW y 150MW=');disp(I1);disp(' ');
disp('Para una carga constante entre 150MW y 100MW=');disp(I2); disp(' ');
disp('Para una carga constante entre 100MW y 50MW= ');disp(I3);disp(' ');
disp('Para una carga constante entre 50MW y 0MW= '); disp(I4); disp(' ');

%Capacidad promedio instantánea:

Cap=Pot1*P1 + Pot2*P2 +Pot3*P3+ Pot4*P4;
disp('Capacidad instantánea promedio (MW)= '); disp(Cap); disp(' ');

%Deficiencia media instantánea:

Carga=180;
Defic1=P5*(Carga-Pot5)+ P4*(Carga-Pot4)+ P3*(Carga-Pot3)+ P2*(Carga-Pot2);
disp('Para una carga de 180MW el déficit es= '); disp(Defic1); disp(' ');

Carga1=130;
Defic2=P5*(Carga1-Pot5)+ P4*(Carga1-Pot4)+ P3*(Carga1-Pot3);
disp('Para una carga de 130MW el déficit es= '); disp(Defic2); disp(' ');

Carga2=70;
Defic3=P5*(Carga2-Pot5)+ P4*(Carga2-Pot4);
disp('Para una carga de 70MW el déficit es= '); disp(Defic3); disp(' ');

Carga3=40;
Defic4=P5*(Carga3-Pot5);
disp('Para una carga de 40MW el déficit es= '); disp(Defic4); disp(' ');

%Valores de carga.
L1=100; L2=80; L3=60; L4=40; L5=20;

%Probabilidad de que la carga exceda la capacidad de generación.
PE1=0; PE2=0; PE3=0.5; PE4=0.95; PE5=1;

%Cálculo del LOLP.
LOLP= (P1*PE1 + P2*PE2 + P3*PE3 + P4*PE4 + P5*PE5);
disp('Capacidad instalada en el nivel 1= '); disp(L1); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 2= '); disp(L2); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 3= '); disp(L3); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 4= '); disp(L4); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 5= '); disp(L5); disp(' ');
disp('Índice Loss Of Load Probability= '); disp(LOLP); disp(' ');

```

A.2. La figura indica el diagrama de flujo y la codificación utilizada para la simulación y obtención de resultados referentes al caso de estudio 2, realizado mediante el método de Markov.

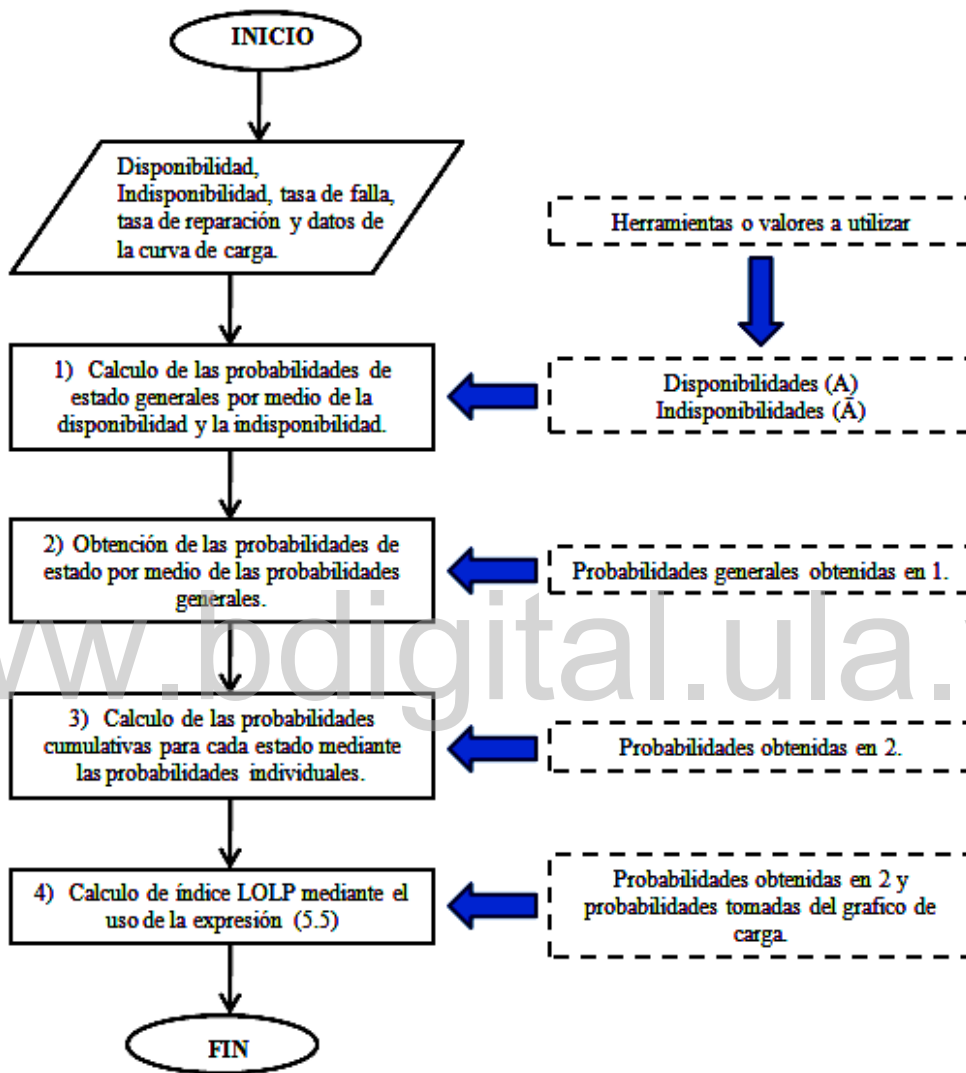


Fig A.2. Diagrama de flujo para el caso de estudio 2.

A.2.1 Codificación en MATLAB 7.8 para la solución del caso de estudio 2.

```

%*****//TRABAJO DE GRADO//*****
%*****// EJERCICIO No.2 //*****

%Funcionamiento de 4 generadores conectados en paralelo para una potencia
%instalada total de 100MW. 3 de los generadores son idénticos con capacidad
  
```

```

%de 20MW c/u y el generador restante posee capacidad para 40MW.

clear all; close all; clc;

A=1-0.04; UA=0.04; L=0.4; u=9.6;

%Cálculo de las probabilidades generales por medio de la disponibilidad

PA=(A^4); PB=((A^3)*(UA)); PC=((A^2)*(UA^2)); PD=((A)*(UA^3)); PE=(UA^4);

disp('Probabilidad general A= '); disp(PA); disp(' ');
disp('Probabilidad general B= '); disp(PB); disp(' ');
disp('Probabilidad general C= '); disp(PC); disp(' ');
disp('Probabilidad general D= '); disp(PD); disp(' ');
disp('Probabilidad general E= '); disp(PE); disp(' ');

%Cálculo de las probabilidades de estado

P1=PA; P2=(3*PB); P3=(3*PC+PB); P4=(3*PC+PD); P5=(3*PD); P6=PE;

disp('Probabilidad para el estado de 100MW= '); disp(P1); disp(' ');
disp('Probabilidad para el estado de 80MW= '); disp(P2); disp(' ');
disp('Probabilidad para el estado de 60MW= '); disp(P3); disp(' ');
disp('Probabilidad para el estado de 40MW= '); disp(P4); disp(' ');
disp('Probabilidad para el estado de 20MW= '); disp(P5); disp(' ');
disp('Probabilidad para el estado de 0MW= '); disp(P6); disp(' ');

P1_cum= P1+P2+P3+P4+P5; P2_cum= P2+P3+P4+P5; P3_cum= P3+P4+P5;
P4_cum= P4+P5; P5_cum=P5+P6; P6_cum=P6;

disp('Probabilidad cumulativa del estado 1= '); disp(P1_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad cumulativa del estado 2= '); disp(P2_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad cumulativa del estado 3= '); disp(P3_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad cumulativa del estado 4= '); disp(P4_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad cumulativa del estado 5= '); disp(P5_cum); disp(' ');
disp('Probabilidad cumulativa del estado 6= '); disp(P6_cum); disp(' ');

%Valores de carga.
L1=100; L2=80; L3=60; L4=40; L5=20; L6=0;

%Probabilidad de que la carga exceda la capacidad de generación.
PE1=0; PE2=0; PE3=0.5; PE4=0.95; PE5=1; PE6=1;

%Cálculo del LOLP.
LOLP= (P1*PE1 + P2*PE2 + P3*PE3 + P4*PE4 + P5*PE5 + P6*PE6);

disp('Capacidad instalada en el nivel 1= '); disp(L1); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 2= '); disp(L2); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 3= '); disp(L3); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 4= '); disp(L4); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 5= '); disp(L5); disp(' ');
disp('Capacidad instalada en el nivel 6= '); disp(L6); disp(' ');
disp('Índice Loss Of Load Probability (LOLP)= '); disp(LOLP); disp(' ');

```

A.3. Se indica a continuación el diagrama de flujo y la codificación utilizada para la simulación y obtención de resultados referentes al caso de estudio 3. Esta realizado mediante el método de frecuencia y duración y es el más complejo de los tres casos.

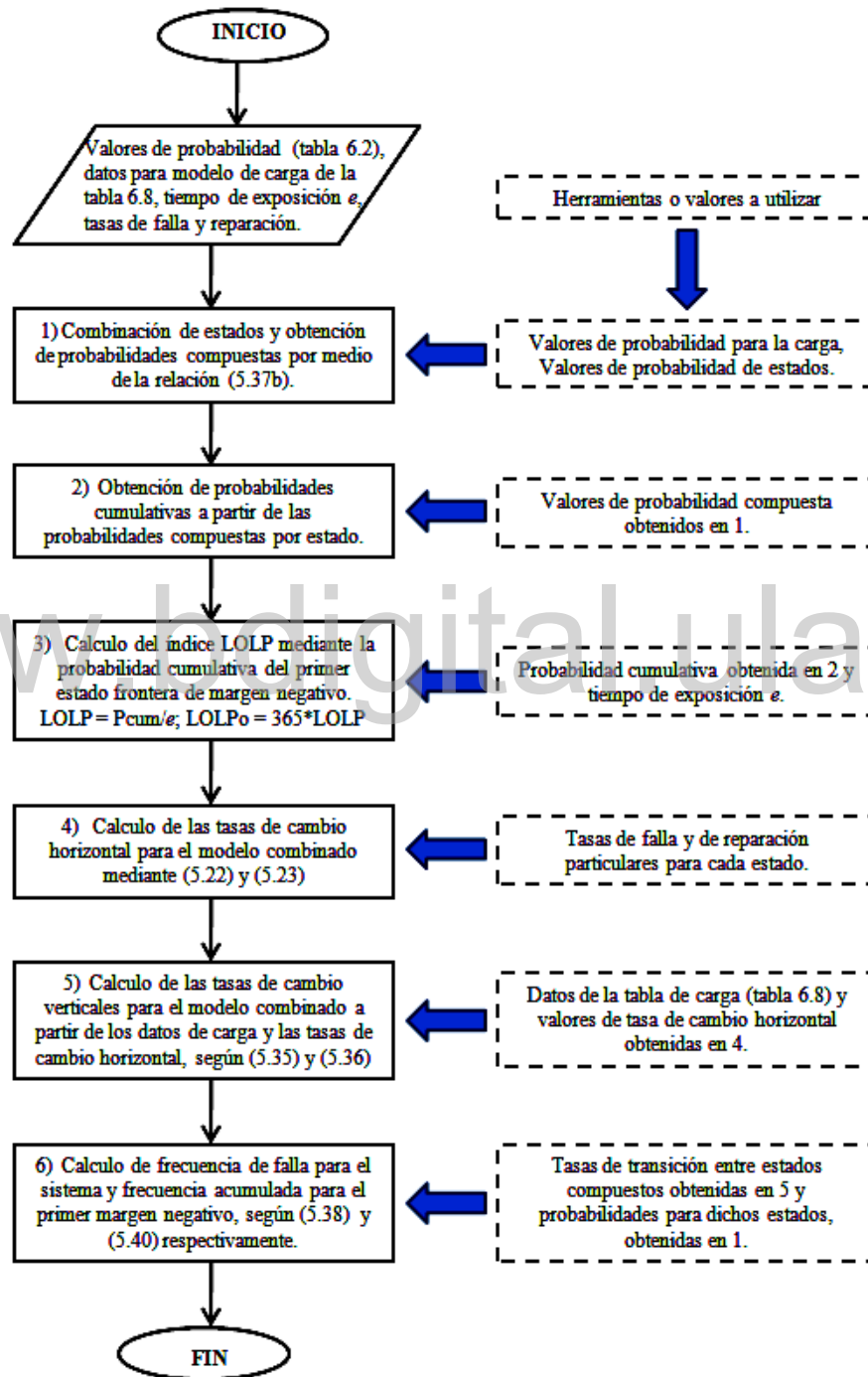


Fig.A.3. Diagrama de flujo para el caso de estudio 3.

A.3.1 Codificación en MATLAB 7.8 para la solución del caso de estudio 3.

```

%*****//TRABAJO DE GRADO//*****
%*****// EJERCICIO No.3 //*****

%Funcionamiento de 5 GENERADORES IDENTICOS con capacidad nominal de
%40 MW/unidad, para una capacidad instalada de 200 MW (método de frecuencia
%y duración).

clear all; close all; clc;

%Tomando los datos de la tabla 6.2 (Caso de estudio 1)
PG1=0.8493; PG2=0.1416; PG3=0.0088; PG4=0.0002457; PG5=0.00000256;

%Tomando los datos del modelo de carga (Tabla 6.8)
PL0=0.5; PL1=0.05; PL2=0.10; PL3=0.25; PL4=0.10;

%Tiempo de exposición e, tasa de fallas y de reparación.
expo=0.5; L=0.0011; u=0.026;

%Calculando las probabilidades de los estados compuestos

P11=PG1*PL0; P12=PG1*PL1; P13=PG1*PL2; P14=PG1*PL3; P15=PG1*PL4;
P21=PG2*PL0; P22=PG2*PL1; P23=PG2*PL2; P24=PG2*PL3; P25=PG2*PL4;
P31=PG3*PL0; P32=PG3*PL1; P33=PG3*PL2; P34=PG3*PL3; P35=PG3*PL4;
P41=PG4*PL0; P42=PG4*PL1; P43=PG4*PL2; P44=PG4*PL3; P45=PG4*PL4;
P51=PG5*PL0; P52=PG5*PL1; P53=PG5*PL2; P54=PG5*PL3; P55=PG5*PL4;
P100=P12+P31; P50=P15+P22+P41; P0=P51+P32+P25; P50n=P42+P35;
P100n=P45+P52;

disp('Probabilidad para el estado compuesto 200MW='); disp(P11); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto 150MW='); disp(P21); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto 100MW='); disp(P100); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto 80MW='); disp(P13); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto 60MW='); disp(P14); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto 50MW='); disp(P50); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto 30MW='); disp(P23); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto 10MW='); disp(P24); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto 0MW= '); disp(P0); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -20MW='); disp(P33); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -40MW='); disp(P34); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -50MW='); disp(P50n); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -70MW='); disp(P43); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -90MW='); disp(P44); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -100MW='); disp(P100n); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -120MW='); disp(P53); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -140MW='); disp(P54); disp('');
disp('Probabilidad para el estado compuesto -150MW='); disp(P55); disp('');

%Cálculo de probabilidades cumulativas Pm*

PM0=P55; PM1=PM0+P54; PM2=PM1+P53; PM3=PM2+P100n; PM4=PM3+P44; PM5=PM4+P43;
PM6=PM5+P50n; PM7=PM6+P34; PM8=PM7+P33; PM9=PM8+P0; PM10=PM9+P24;
PM11=PM10+P23; PM12=PM11+P50; PM13=PM12+P14; PM14=PM13+P13; PM15=PM14+P100;

```

```
PM16=PM15+P21; PM17=PM16+P11;
```

```
disp('Pm para el estado compuesto 200MW='); disp(PM17); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto 150MW='); disp(PM16); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto 100MW='); disp(PM15); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto 80MW='); disp(PM14); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto 60MW='); disp(PM13); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto 50MW='); disp(PM12); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto 30MW='); disp(PM11); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto 10MW='); disp(PM10); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto 0MW= '); disp(PM9); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -20MW='); disp(PM8); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -40MW='); disp(PM7); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -50MW='); disp(PM6); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -70MW='); disp(PM5); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -90MW='); disp(PM4); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -100MW='); disp(PM3); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -120MW='); disp(PM2); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -140MW='); disp(PM1); disp(' ');
disp('Pm para el estado compuesto -150MW='); disp(PM0); disp(' ');
```

```
%Cálculo del índice LOLP.
```

```
LOLP= PM8/expo; disp('Valor del índice LOLP= '); disp(LOLP); disp(' ');
LOLPanual= LOLP*365; disp('Valor del índice LOLP/anual= ');
disp(LOLPanual);
disp(' ');
```

```
%Cálculo de tasas para movimientos horizontales en el diagrama equivalente
```

```
LC1pos=0; LC1neg=4*L; LC2pos=u; LC2neg=3*L; LC3pos=2*u; LC3neg=2*L;
LC4pos=3*u; LC4neg=L; LC5pos=4*u; LC5neg=0;
```

```
disp('Tasa de cambio en Ci, 200MW --> 150MW= '); disp(LC1neg); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Ci, 150MW --> 100MW= '); disp(LC2neg); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Ci, 100MW --> 50MW= '); disp(LC3neg); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Ci, 50MW --> 0MW= '); disp(LC4neg); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Ci, 0MW --> 50MW= '); disp(LC5pos); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Ci, 50MW --> 100MW= '); disp(LC4pos); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Ci, 100MW --> 150MW= '); disp(LC3pos); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Ci, 150MW --> 200MW= '); disp(LC2pos); disp(' ');
```

```
%Cálculo de tasas para movimientos verticales en el diagrama equivalente
```

```
a1=0; a2=0.1; a3=0.2; a4=0.5; a5=0.2;
Li1=0; Li2=2; Li3=2; Li4=2; Li5=2;
LJ1pos=0; LJ1neg=0; LJ2pos=2*a2; LJ2neg=Li2; LJ3pos=2*a3; LJ3neg=Li3;
LJ4pos=2*a4; LJ4neg=Li4; LJ5pos=2*a5; LJ5neg=Li5;
```

```
disp('Tasa de cambio en Lj, 0MW --> 100MW= '); disp(LJ2pos); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Lj, 0MW --> 120MW= '); disp(LJ3pos); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Lj, 0MW --> 140MW= '); disp(LJ4pos); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Lj, 0MW --> 150MW= '); disp(LJ5pos); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Lj, 150MW --> 0MW= '); disp(LJ5neg); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Lj, 140MW --> 0MW= '); disp(LJ4neg); disp(' ');
disp('Tasa de cambio en Lj, 120MW --> 0MW= '); disp(LJ3neg); disp(' ');
```

```

disp('Tasa de cambio en Lj, 100MW --> 0MW= '); disp(LJ2neg); disp(' ');

%Cálculo de tasas equivalentes para hallar la frecuencia fm

Leqv1=LJ3neg+LC3pos; Leqv2=LJ4neg+LC3pos; Leqv3=LJ5neg+LC3pos;
Leqv4=LC4pos+LJ3neg; Leqv5=LJ4neg+LC4pos; Leqv6=LC4pos+LJ5neg;
Leqv7=LJ3neg+LC5pos; Leqv8=LJ4neg+LC5pos; Leqv9=LJ5neg+LC5pos;

disp('Tasa equivalente, estado C=-20MW= '); disp(Leqv1); disp(' ');
disp('Tasa equivalente, estado C=-40MW= '); disp(Leqv2); disp(' ');
disp('Tasa equivalente, estado C=-50MW= '); disp(Leqv3); disp(' ');
disp('Tasa equivalente, estado C=-70MW= '); disp(Leqv4); disp(' ');
disp('Tasa equivalente, estado C=-90MW= '); disp(Leqv5); disp(' ');
disp('Tasa equivalente, estado C=-100MW='); disp(Leqv6); disp(' ');
disp('Tasa equivalente, estado C=-120MW='); disp(Leqv7); disp(' ');
disp('Tasa equivalente, estado C=-140MW='); disp(Leqv8); disp(' ');
disp('Tasa equivalente, estado C=-150MW='); disp(Leqv9); disp(' ');

%%%Frecuencia fm

FF1=Leqv1*P33; FF2=Leqv2*P34; FF3=Leqv3*P50n; FF4=Leqv4*P43;
FF5=Leqv5*P44; FF6=Leqv6*P100n; FF7=Leqv7*P53; FF8=Leqv8*P54;
FF9=Leqv9*P55;

disp('Frecuencia de falla, estado C=-20MW= '); disp(FF1); disp(' ');
disp('Frecuencia de falla, estado C=-40MW= '); disp(FF2); disp(' ');
disp('Frecuencia de falla, estado C=-50MW= '); disp(FF3); disp(' ');
disp('Frecuencia de falla, estado C=-70MW= '); disp(FF4); disp(' ');
disp('Frecuencia de falla, estado C=-90MW= '); disp(FF5); disp(' ');
disp('Frecuencia de falla, estado C=-100MW='); disp(FF6); disp(' ');
disp('Frecuencia de falla, estado C=-120MW='); disp(FF7); disp(' ');
disp('Frecuencia de falla, estado C=-140MW='); disp(FF8); disp(' ');
disp('Frecuencia de falla, estado C=-150MW='); disp(FF9); disp(' ');

%Frecuencia de falla acumulada Fm*
F_cum= FF1+FF2+FF3+FF4+FF5+FF6+FF7+FF8+FF9;
disp('Frecuencia cumulativa, estado C=-20MW= '); disp(F_cum); disp(' ');

```