



**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**CONTROL DE MOTORES DE INDUCCIÓN USANDO CONTROL POR
MODO DESLIZANTE**

www.bdigital.ula.ve

Br. Jorge L. Salas M.

Mérida, Enero, 2011

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE ELÉCTRICA**

**CONTROL DE MOTORES DE INDUCCIÓN USANDO CONTROL POR
MODO DESLIZANTE**

Trabajo presentado como requisito parcial para optar al título de
Ingeniero Electricista

www.bdigital.ula.ve

Br. Jorge L. Salas M.
Tutor: Prof. Francisco J. Vilorio M.

Mérida, Enero, 2011

UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
FACULTAD DE INGENIERÍA
ESCUELA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

**CONTROL DE MOTORES DE INDUCCIÓN USANDO CONTROL POR
MODO DESLIZANTE**

Br. Jorge L. Salas M.

www.bdigital.ula.ve

Trabajo de Grado, presentado en cumplimiento parcial de los requisitos exigidos para optar al título de Ingeniero Electricista, aprobado en nombre de la Universidad de Los Andes por el siguiente jurado.

Prof. José G. Contreras
C.I: 4.490.926

Prof. Jaime González C.
C.I: 18.369.608

Prof. Francisco J. Vilorio M.
C.I: 9.164.539

DEDICATORIA

A mi madre Mercedes, porque éste también es su logro; por su apoyo, sacrificio y dedicación para brindarles a sus dos hijos el privilegio de una carrera universitaria, vieja eres lo más grande que tengo en la vida.

A mi hermana Corina, que ha sido para mí un ejemplo a seguir de superación y dedicación.

A mi reina Karla, que ha sabido esperar por mí por casi seis años, te amo negra.

A todos mis hermanos y familiares, principalmente a mis tías Yolanda y Carmencita, que prematuramente nos dejaron en esta vida y fueron realmente un ejemplo y siempre creyeron en mí.

A mis amigos y compañeros.

Finalmente quiero de manera muy especial dedicar este trabajo a esas personas que por su buena voluntad me brindaron sus consejos y su apoyo.

Jorge Luis Salas Méndez.

AGRADECIMIENTOS

A la Universidad de Los Andes, por darme el privilegio de pertenecer a esta honorable casa de estudios de la cual me siento orgulloso.

A mi tutor Francisco Vilorio, el cual más que brindarme la asesoría para esta investigación me brindó su amistad.

A todos mis profesores, de los cuales tuve el privilegio de recibir sus conocimientos tanto en el básico como en el profesional.

A mis compañeros de la Escuela de Eléctrica, que de una u otra manera me brindaron su colaboración y apoyo a lo largo de la carrera y los llevaré en mi corazón porque no voy a negar que vivimos momentos muy difíciles pero juntos siempre salimos adelante.

Gracias a todos

Jorge L. Salas M., Control de motores de inducción usando control por modo deslizante. Universidad de Los Andes. Tutor: Prof. Francisco J. Vilorio M. Enero 2011.

RESUMEN

En el sector industrial algunos procesos deben estar perfectamente sincronizados, ya que si esto no ocurre la producción disminuye, lo que trae como consecuencias pérdidas tanto económicas como materiales. Los motores eléctricos son precisamente uno de los principales componentes en los procesos de producción. Es necesario que los motores no cambien la velocidad que requiere el proceso, pero hay factores que afectan la velocidad de un motor eléctrico, algunos de ellos son las variaciones en la tensión de alimentación y uno de los más importantes son las variaciones de carga sobre el eje, y es sobre éste que será desarrollado este trabajo, por lo cual se propone implementar un esquema de control que de solución a este problema. Se desarrolla el modelo matemático por medio de ecuaciones diferenciales las cuales representan el motor de inducción trifásico, y es a éste modelo que se le agrega un esquema convencional de control llamado *control vectorial indirecto* el cual requiere de un controlador para la velocidad. El control del motor de inducción se hará con tres tipos de controladores, uno de ellos es el clásico controlador PI; otro es el control por modo deslizante SMC, donde el cálculo de sus parámetros se hacen con los parámetros de un modelo de primer orden más tiempo muerto “FOPDT” y por último, se implementa un controlador difuso aplicado a la teoría del control por modo deslizante SMFLC. Al hacer uso de la herramienta SIMULINK, se valida el modelo dinámico y se hará la simulación del esquema de control vectorial indirecto para cada tipo de controlador dando como resultado que el controlador SMC presenta mejor rendimiento bajo condiciones normales y también es el menos sensible ante perturbaciones del sistema, aparte de esto es el que presenta mayor robustez.

Descriptores: Motor de Inducción, Control Vectorial, Control Modo Deslizante, Controlador PI, Lógica Difusa.

ÍNDICE GENERAL

APROBACIÓN.....	ii
DEDICATORIA.....	iii
AGRADECIMIENTOS.....	iv
RESUMEN.....	v
INTRODUCCIÓN.....	1
Capítulo	pp.
1. ASPECTOS GENERALES.....	2
1.1 Justificación.....	2
1.2 Objetivos.....	2
1.2.1 Objetivos Generales.....	2
1.2.2 Objetivos Específicos.....	3
1.3 Marco Teórico.....	3
1.3.1 El Motor de Inducción.....	3
1.3.2 Construcción del Motor de Inducción.....	4
1.3.3 Funcionamiento del Motor de Inducción.....	5
1.3.4 Balance Energético del Motor de Inducción.....	7
1.3.5 Característica Par-Velocidad.....	8
2. MODELADO DINÁMICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN.....	10
2.1 Disposiciones Generales.....	10
2.1.1 Ecuaciones de Voltajes del Motor de Inducción.....	11
2.1.2 Flujos Generados en el Motor.....	12
2.1.3 Ecuación del Par Electromagnético.....	14
2.2 Sistema Transformado de Park.....	15
2.2.1 Referencia al Estator.....	18
2.2.2 Referencia al Rotor.....	18
2.2.3 Referencia de Sincronismo.....	18
2.3 Modelado Dinámico en el Sistema Coordinado $qd0$	18
2.3.1 Transformación al Sistema Coordinado $qd0$	19
2.3.2 Ecuaciones de Voltaje en el Sistema $qd0$	19
2.3.3 Relación de los Flujos en el Sistema $qd0$	21
2.3.4 Ecuaciones del Par en el Sistema $qd0$	23

2.3.5	Parámetros Base, Valores PU.....	24
2.4	Modelo Dinámico en el Sistema qd0 con Referencia Estacionaria.....	27
2.4.1	Ecuaciones del Modelo en Referencia Estacionaria.....	27
2.4.2	Implementación del Modelo.....	29
3.	CONTROL DE VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN.....	36
3.1	Control de Velocidad del Motor de Inducción.....	36
3.1.1	Técnicas para el Control de Velocidad del Motor de Inducción.....	37
3.2	Control Vectorial.....	38
3.2.1	Control Vectorial Indirecto.....	43
3.2.2	Inversor PWM-VSI.....	44
4.	CONTROLADOR PID Y SMC.....	46
4.1	Acciones Básicas de Control.....	46
4.1.1	Sistemas de Control Industrial.....	47
4.2	Controlador PID.....	47
4.2.1	Sintonización de Controladores PI.....	48
4.3	Control por Modo Deslizante SMC.....	51
4.3.1	Deducción del Control por Modo Deslizante.....	52
4.3.2	Controlador SMC para Procesos FOPDT.....	53
5.	CONTROL POR MODO DESLIZANTE CON LOGICA DIFUSA.....	57
5.1	Lógica Difusa.....	57
5.1.1	Conjuntos Difusos.....	58
5.1.2	Funciones de Pertenencia.....	59
5.1.3	Variables Lingüísticas.....	59
5.1.4	Operaciones Difusas.....	59
5.1.5	Implicaciones Difusas.....	60
5.1.6	Reglas Difusas.....	60
5.1.7	Dispositivos de Inferencia Difusa.....	61
5.1.8	Fusificador.....	61
5.1.9	Defusificador.....	61
5.1.10	Controlador por Lógica Difusa.....	62
5.2	Controlador por Modo Deslizante con Lógica Difusa.....	63
5.2.1	Similitud de un FLC en Forma Diagonal con un SMC (BL).....	64
5.2.2	Controlador SMFLC.....	66
5.2.3	Controlador SMFLC con TISO.....	66
6.	SIMULACION DEL MOTOR DE INDUCCIÓN.....	69
6.1	Validación del Motor de Inducción.....	69

6.1.1	Diagrama de Bloques del Motor de Inducción.....	69
6.1.2	Motor de Inducción en Vacío.....	71
6.1.3	Motor de Inducción a Plena Carga.....	72
6.1.4	Motor de Inducción con Distintas Cargas sobre su Eje.....	73
6.2	Control en el Arranque del Motor de Inducción.....	73
6.2.1	Arranque Variando el Voltaje de Alimentación.....	74
6.2.2	Arranque Variando la Frecuencia por Debajo de la Nominal V/Hz.....	74
6.2.3	Comparación de las Distintas Maneras de Arrancar el Motor de Inducción	75
6.3	Motor de Inducción con el Esquema de Control Vectorial Indirecto.....	76
6.3.1	Control Vectorial Indirecto CVI.....	77
6.3.2	Control Vectorial Indirecto con PID.....	79
6.3.3	Control Vectorial Indirecto con SMC.....	84
6.3.4	Control Vectorial Indirecto con SMFLC.....	87
6.3.5	Resultados de los Esquemas de Control.....	92
6.4	Control Vectorial Indirecto con Errores en el Modelo.....	96
6.4.1	Control Vectorial Indirecto CVI con Errores en el Modelo.....	97
6.4.2	Control Vectorial Indirecto con PI y con Errores en el Modelo.....	98
6.4.3	Control Vectorial Indirecto con SMC y con Errores en el Modelo.....	100
6.4.4	Control Vectorial Indirecto con SMFLC y con Errores en el Modelo.....	101
6.4.5	Resultados de los Esquemas de Control con Errores de Modelado.....	102
6.5	Robustez de los Controladores.....	103
	CONCLUSIONES	108
	RECOMENDACIONES	111
	REFERENCIAS	112

LISTA DE FIGURAS

Figura	pp.
1.1 Estator de una Máquina de Inducción.....	4
1.2 Rotor Jaula de Ardilla, Rotor Devanado.....	5
1.3 Balance de Potencia del Motor de Inducción.....	8
1.4 Característica Par-Velocidad de una Máquina de Inducción.....	8
2.1 Corte Transversal de un Motor de Inducción.....	11
2.2 Modelo del Circuito Ideal de una Máquina de Inducción Trifásica.....	12
2.3 Relación Entre el Sistema Coordinado $qd0$ y el Trifásico abc	16
2.4 Circuito Equivalente del Motor de Inducción en el Sistema $qd0$ con Referencia Arbitraria.....	26
2.5 Circuito Equivalente del Motor de Inducción en el Sistema $qd0$ con Referencia Estacionaria.....	28
2.6 Conexión de los devanados del estator y el rotor.....	29
3.1 Sistema $qd0$ Orientado en Referencia de Sincronismo.....	40
3.2 Control Vectorial Indirecto de un Motor de Inducción con Inversor PWM-VSI..	43
3.3 Circuito Esquemático de un PWM-VSI Trifásico.....	44
3.4 Señal Sinusoidal Comparada con Señal Triangular de Disparo.....	45
3.5 Señal de Salida del PWM-VSI de una Señal Sinusoidal.....	45
4.1 Diagrama de Bloques de un Sistema de Control Industrial.....	47
4.2 Curva de Reacción del Proceso Usando el Método de los Dos Puntos.....	50
4.3 Interpretación Gráfica del SMC.....	52
5.1 Ejemplo de Conjunto Clásico.....	58
5.2 Ejemplo de Conjunto Difuso “Gente Joven”.....	58
5.3 Esquema de un Controlador con Lógica Difusa.....	62
5.4 Modo Deslizante con Capa Limite SMC (BL).....	65
5.5 Característica de Transferencia de un SMC (BL) y un FLC en Forma Diagonal...	65
5.6 Capa Límite para un SMC (BL) y FLC en Forma Diagonal.....	65
5.7 Controlador SMFLC en Términos de la Distancia d y S_p	67
6.1 Diagrama de Bloques del Modelo Dinámico del Motor de Inducción.....	70
6.2 Diagrama de Bloques del Modelo Dinámico del Motor de Inducción.....	71
6.3 Motor de Inducción con Control Vectorial Indirecto.....	76
6.4 Diagrama de Bloque del Control Vectorial Indirecto.....	77

6.5	Inversor PWM-VSI.....	77
6.6	Diagrama de Bloques del Control Vectorial Indirecto con PI.....	79
6.7	Controlador SMC.....	84
6.8	Diagrama de Bloques del Control Vectorial Indirecto con SMFLC.....	88
6.9	Diagrama de Bloques del Controlador SMFLC.....	88
6.10	FIS Editor del Controlador SMFLC.....	89
6.11	Función de Membrecía de las Entradas S_p y d	89
6.12	Función de Membrecía de la Salida T_{em}	90
6.13	Reglas del Controlador SMFLC.....	90
6.14	Superficie Correspondiente al Controlador SMFLC.....	90

www.bdigital.ula.ve

LISTA DE TABLAS

Tabla	pp.
5.1 Matriz de Reglas de un FLC en Forma Diagonal.....	63
5.2 Diagrama de Reglas con S_p y d para un SMFLC con TISO.....	68
6.1 Parámetros del Motor de Inducción Usado en la Simulación.....	70
6.2 Parámetros de la Aproximación FOPDT.....	81
6.3 Parámetros del Controlador PI.....	82
6.4 Parámetros del Controlador PI Aproximados y Optimizados.....	83
6.5 Parámetros del Controlador SMC.....	85
6.6 Parámetros del Controlador SMC y del FOPDT.....	86
6.7 Parámetros de Normalización y Sintonización del Controlador SMFLC.....	89
6.8 Índices de Integración del Error.....	95
6.9 Error del Modelado de las Resistencias del Motor.....	97
6.10 Índices de la Integral del Error de cada Controlador ante Perturbaciones del Sistema.....	102
6.11 Cambios en los Parámetros Resistivos de los Devanados.....	103
6.12 Valores Resistivos de los Devanados del Motor donde Comienzan a Fallar los Controladores.....	105

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico	pp.
6.1 Simulación del Motor en Vacío.....	71
6.2 Simulación del Motor a Plena Carga 3.8 Nw.m.....	72
6.3 Característica Par-Velocidad.....	72
6.4 Simulación del Motor con 2, 3.8, 0.0 y 3.2 Nw.m.....	73
6.5 Arranque del Motor de Inducción Variando el Voltaje de Alimentación.....	74
6.6 Arranque del Motor de Inducción Variando la Frecuencia V/Hz.....	75
6.7 Diferentes Formas de Arrancar el Motor de Inducción con Carga de 2 Nw.m....	75
6.8 Curva de Velocidad y Par del Control Vectorial Indirecto CVI.....	78
6.9 Error del Control Vectorial Indirecto con PI.....	78
6.10 Curva de Reacción.....	80
6.11 Respuesta a Lazo Abierto del Sistema Integrante para Dos Cambios de Pendiente	81
6.12 Curva de Velocidad y Par del Control Vectorial Indirecto con PI.....	82
6.13 Error del Control Vectorial Indirecto con PI.....	83
6.14 Curva de Velocidad y Par del Control Vectorial Indirecto con PI Optimizado...	83
6.15 Error del Control Vectorial Indirecto con PI con los Parámetros Aproximados y Optimizados.....	84
6.16 Curva de Velocidad y Par del Control Vectorial Indirecto con SMC.....	85
6.17 Curva de Velocidad y Par del Control Vectorial Indirecto con SMC para Parámetros del FOPDT Optimizados.....	86
6.18 Error del Control Vectorial Indirecto con SMC.....	86
6.19 Superficie Deslizante del Controlador SMC.....	87
6.20 Curva de Velocidad y Par del Control Vectorial Indirecto con SMFLC.....	91
6.21 Superficie Deslizante del Controlador SMFLC.....	92
6.22 Error del Control Vectorial Indirecto con SMFLC.....	92
6.23 Velocidad en el Rotor del Motor de Inducción con los Distintos Controladores..	93
6.24 Representación del Error con cada Controlador.....	94
6.25 Índices del Error de los Controladores PI y SMC.....	96
6.26 Curva de Velocidad del Control Vectorial Indirecto CVI con Errores de Modelado.....	98
6.27 Error del Control Vectorial Indirecto CVI con Errores de Modelado.....	98

6.28	Curva de Velocidad del Control Vectorial Indirecto con PI y con Errores de Modelado.....	99
6.29	Error del Control Vectorial Indirecto con PI con Errores de Modelado.....	99
6.30	Curva de Velocidad del Control Vectorial Indirecto con SMC y con Errores de Modelado.....	100
6.31	Error del Control Vectorial Indirecto con SMC con Errores de Modelado.....	100
6.32	Curva de Velocidad del Control Vectorial Indirecto con SMFLC y con Errores de Modelado.....	101
6.33	Error del Control Vectorial Indirecto con SMFLC con Errores de Modelado....	101
6.34	Disminución de los Índices de Integración del Error ante Perturbaciones del Sistema.....	103
6.35	Curva de Velocidad del Motor ante Cambios del 200% de los Parámetros Resistivos de los Devanados.....	104
6.36	Curva de Velocidad del Motor ante Cambios del 500% de los Parámetros Resistivos de los Devanados.....	104
6.37	Punto de Falla del Control Vectorial Indirecto CVI.....	105
6.38	Punto de Falla del Control Vectorial Indirecto con SMFLC.....	105
6.39	Punto de Falla del Control Vectorial Indirecto con PI.....	106
6.40	Punto de Falla del Control Vectorial Indirecto con SMC.....	106
6.41	Punto de Falla de Todos los Controladores.....	107

www.bdigital.ula.ve

INTRODUCCIÓN

Los motores de inducción son, dentro de las maquinas rotativas, los más utilizados debido a que presentan la ventaja que son económicos y requieren un bajo mantenimiento, sin embargo, los motores de inducción y los motores eléctricos en general, poseen la desventaja que la velocidad del rotor se ve directamente afectada al variar la carga mecánica en su eje, razón por la cual es requerido implementar un control automático por medio de esquemas convencionales de control con el objetivo que al cambiar la carga mecánica sobre el eje del motor la velocidad se mantenga invariable. Para implementar un sistema convencional de control se acostumbra usar modelos linealizados a partir de los modelos físicos, debido a que estos generalmente son de naturaleza no lineal; esta aproximación trae como consecuencia que el rendimiento de los controladores no sea el óptimo, sin embargo, proporciona un rendimiento bastante bueno. Es necesario implementar un modelo matemático del motor de inducción representado por una serie de ecuaciones diferenciales, las cuales se resuelven con la ayuda de la Transformada de Park; obtenido el modelo matemático del motor se implementa un esquema convencional de control por campo orientado, también llamado *control vectorial*. Esta orientación de campo permite tratar el motor de inducción como un motor de corriente continua, donde los devanados están desacoplados para así poder realizar el control de la velocidad de forma independiente del par electromagnético. El control vectorial precisa de un controlador para la velocidad. Este controlador en un principio se hará con un PI, luego se implementa un controlador por modo deslizante SMC para el cual será necesario conseguir una aproximación del modelo a un sistema de primer orden más tiempo muerto FOPDT y el último controlador que se usará es algo especial, ya que éste trabaja con variables lingüísticas, este controlador aplica la teoría de la lógica difusa y se hará asociado a la teoría del control por modo deslizante. Los modelos desarrollados serán simulados en Matlab de manera individual para al final establecer una comparación y así saber que controlador tiene el mejor rendimiento tanto en condiciones normales como ante perturbaciones en el sistema.

CAPÍTULO I

ASPECTOS GENERALES

El presente capítulo describe los aspectos generales del proyecto, más específicamente la justificación del mismo, objetivos y marco teórico; se hará una descripción de los objetivos del proyecto tanto generales como específicos que se pretenden alcanzar y por último se comienza a desarrollar el marco teórico en lo que respecta a las máquinas de inducción, donde se describe sus aspectos constructivos y sus principales características de funcionamiento.

1.1 JUSTIFICACIÓN

En los sistemas convencionales de control se usan modelos linealizados a partir de los modelos físicos para el diseño de los controladores debido a la complejidad del modelo, lo que trae como consecuencia que el rendimiento de los controladores no sean los óptimos. Si a esto se le agrega que existen parámetros desconocidos o errores de modelado, la degradación del sistema de control se acentúa. Sin embargo, existen esquemas de control que pueden tratar estas imperfecciones y lograr un rendimiento muchísimo mayor, por lo tanto, se propone el estudio del esquema de Control por Modo Deslizante aplicados al control de motores de inducción trifásicos.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivos Generales

- Desarrollar un sistema de control usando régimen deslizante para el motor de inducción.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Implementar el modelo del motor de inducción trifásico.
- Estudiar el esquema de control por modo deslizante.
- Comparar el rendimiento del esquema de control con otros esquemas convencionales.

1.3 MARCO TEÓRICO

1.3.1 El motor de inducción

El primer motor prototipo construido que fue capaz de funcionar con corriente alterna fue desarrollado por el ingeniero *Nikola Tesla* (1887), y años más tarde (1889), *Dobrowolsky* presentó otro motor experimental del mismo tipo pero con rotor en *jaula de ardilla* y que funcionaba con corriente trifásica alterna; de esta manera, a groso modo, se crearon los primeros motores de inducción. Actualmente este tipo de máquinas abarcan casi por completo las operaciones motrices en el sector industrial.

Las máquinas de inducción son también llamadas *máquinas asíncronas*. Este tipo de máquinas son llamadas de inducción debido a que el voltaje del rotor (el que produce la corriente y el campo magnético en el rotor) es inducido en los devanados del rotor en lugar de estar conectados físicamente, lo que nos trae a la característica principal de este tipo de máquinas, las cuales no necesitan una corriente de campo del tipo continua para poder ponerla en funcionamiento. Su alimentación puede ser monofásica o polifásica, todo depende del diseño y la potencia que necesita desarrollar el motor. Este tipo de motores también se pueden usar como generadores, pero tiene su uso principalmente como motor, debido a su sencillez, robustez y economía; razón por la cual es bastante usado en aplicaciones industriales, por otra parte, su aplicación como generador es bastante limitada debido a las desventajas que presentan; de este modo, cuando se habla de *Maquinas de Inducción* se refiere principalmente a *Motores de Inducción* (Chapman, 1991,387).

1.3.2 Construcción del motor de inducción

Una máquina de inducción tiene físicamente el mismo estator que una máquina sincrónica, no lo es así la construcción del rotor. Existen dos tipos motores de inducción:

- Motor jaula de ardilla
- Motor de rotor devanado

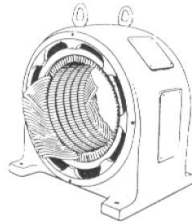


Fig. 1.1 Estator de un máquina de inducción (Vidal B, 2002,29).

Los motores de inducción con rotores en *jaula de ardilla* tienen una serie de barras conductoras dispuestas entre ranuras labradas en la cara del rotor y están cortocircuitadas en cada extremo por unos anillos, la construcción de las barras se hacen de manera tal que formen un cierto ángulo con respecto a la longitud axial del estator, para de esta manera producir un par más uniforme y reducir también las vibraciones mecánicas (Mora, 1995,1).

El tipo *rotor devanado* tiene un grupo completo de devanados los cuales son imágenes de los devanados del estator, así como el número de polos también es el mismo; las fases de los devanados están usualmente conectadas en “Y”, los alambres del estator se conectan con los del rotor por medio de escobillas, las cuales tienen contacto con unos anillos rozantes que están colocados en el eje del rotor separados entre sí, esta particularidad hace que se tenga acceso a las corrientes rotóricas del motor y así poder hacer algún tipo de control directo sobre la característica Par-Velocidad (Chapman, 1991,387).

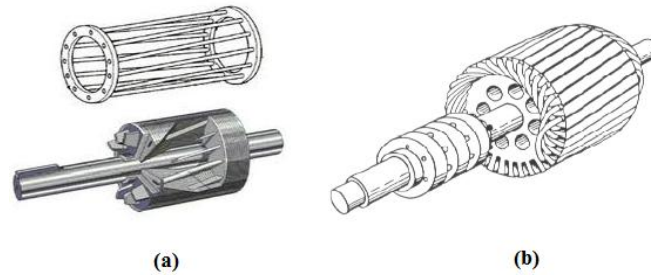


Fig. 1.2 (a) Rotor jaula de ardilla, (b) Rotor bobinado (Vidal J, 2002,30).

Los motores de inducción de rotor devanado son poco utilizados debido a las desventajas que presenta en cuanto a mantenimiento, construcción y costo.

1.3.3 Funcionamiento del motor de inducción

Para comprender el funcionamiento de un motor de inducción se hace la analogía que este tiene con un transformador, ya que en el instante de arranque, este se comporta como un transformador en cortocircuito, por lo que, las corrientes que circulan por el *estator* de la máquina, producen lo que se conoce como *campo magnético giratorio* c.m.g. el cual es de tipo senoidal; de esta manera, este campo que se genera en el estator atraviesa las barras del rotor (en el caso jaula de ardilla; en el rotor devanado, son los conductores que forman las bobinas) induciendo un voltaje en él, y en consecuencia, una corriente generando unas fuerzas electromotrices para producir un par, lo que hace que el rotor gire en la misma dirección que el c.m.g.

Se debe tener en cuenta que en los motores de inducción la velocidad de giro del motor no alcanza la velocidad del c.m.g., ya que si esto sucede (si son iguales), el campo no cortaría los conductores del rotor, por lo que no habría tensión inducida en éste haciendo que el par sea nulo, si esto sucede, el motor disminuye la velocidad (Mora, 1995,7).

En un motor, el par y la velocidad de giro del rotor son dependientes uno del otro, es decir, si la velocidad disminuye el par aumenta. Es posible cambiar el sentido de giro del motor de inducción al invertir una de sus fases de alimentación del estator debido a que el rotor gira en la misma dirección que el c.m.g., con lo que, al invertir una de las fases, se invierte con ello la

dirección del c.m.g. y a su vez, el sentido de giro del rotor. Esta característica es útil cuando se quiere detener con rapidez el motor.

1.3.3.1 Velocidad de sincronismo; la velocidad del campo magnético giratorio también se le denomina *velocidad de sincronismo*, y esta tiene la siguiente expresión:

$$n_{sinc} = \frac{120 \cdot f_e}{P} \quad (\text{Ec. 1.1})$$

Donde:

f_e = Frecuencia del sistema [Hz]

P = Número de polos de la máquina

La velocidad sincrónica n_{sinc} , representa la velocidad a la que tiene que girar un alternador del mismo número de polos para proporcionar la misma frecuencia que se le aplica al motor (Guerrero, Sánchez, Moreno, & Ortega, 2003,266).

1.3.3.2 Deslizamiento; como ya se expreso anteriormente, la velocidad de giro del motor no debe alcanzar la velocidad de sincronismo, ya que no habría voltaje inducido y el par sería nulo; ahora bien, debido a la resistencia del aire y el rozamiento la velocidad del motor nunca llega a alcanzar la velocidad de sincronismo, lo que nos lleva a una definición muy importante en los motores de inducción, esta es la llamada *velocidad de deslizamiento*, la cual se define como la diferencia entre la velocidad de sincronismo y la velocidad del rotor (Chapman, 1991).

$$n_{des} = n_{sinc} - n \quad (\text{Ec. 1.2})$$

Donde:

n_{sinc} = Velocidad sincrónica

n = Velocidad del rotor

Ahora bien, se puede definir este término en porcentaje de la siguiente manera:

$$S = \frac{n_{sinc} - n}{n_{sinc}} \times 100\% \quad (\text{Ec. 1.3})$$

También se puede expresar por medio de las velocidades angulares:

$$S = \frac{\omega_{sinc} - \omega}{\omega_{sinc}} \times 100\% \quad (\text{Ec. 1.4})$$

Las ecuaciones (Ec. 1.3) y (Ec. 1.4) se pueden escribir ahora de la siguiente manera:

$$n = (1 - S) \cdot n_{sinc} \quad (\text{Ec. 1.5})$$

$$\omega = (1 - S) \cdot \omega_{sinc} \quad (\text{Ec. 1.6})$$

Se puede notar que el deslizamiento tiene valores desde 0 hasta 1, por lo que si se habla de deslizamiento $S=0$, el motor gira a la velocidad sincrónica, y en el caso contrario, si $S=1$ la velocidad del rotor es cero, lo que quiere decir que el motor está parado. Si se hace un análisis de la ecuación de deslizamiento (Ec. 1.3), se puede observar que al hacer girar el motor en sentido opuesto a la velocidad del c.m.g. el deslizamiento tomará valores mayores al 100%, por otra parte y en el mismo orden de ideas, si se le acopla al eje del motor una máquina motriz que haga que el rotor gire a una velocidad mayor y en el mismo sentido del c.m.g. el deslizamiento tomara valores negativos; esta última característica es útil para el estudio de los generadores con máquinas de inducción.

1.3.4 Balance energético del motor de inducción

Al observar la figura 1.3 del balance de energía, las pérdidas eléctricas de potencia están concentradas en el núcleo y en el cobre, por lo que la potencia de salida de un motor no es el

100% de la entrada como es común en cualquier máquina, en el diagrama del flujo de potencia, se nota que al pasar de la potencia eléctrica suministrada al estator a la potencia convertida de eléctrica a mecánica, existen pérdidas de potencia de carácter eléctrico que sumadas a las pérdidas que existen por rozamiento resulta las pérdidas totales de potencia del motor de inducción. Cuanto más grande sea el rozamiento con el aire del motor, mayor serán las pérdidas, pero en contraste a esto, cuanto mayor se acerque la velocidad del motor a la velocidad sincrónica, menor serán las pérdidas en el núcleo (Chapman, 1991, 403).

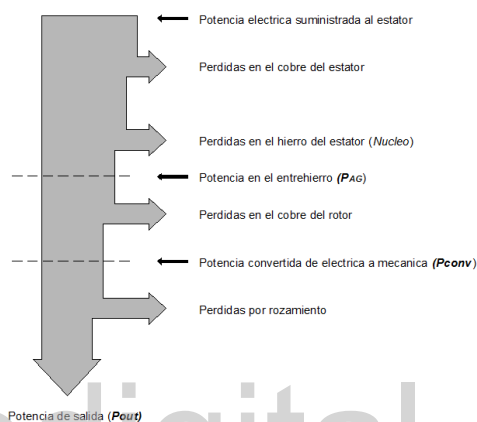


Fig. 1.3 Balance de potencia del motor de inducción

1.3.5 Característica Par – Velocidad

La figura 1.4 representa el comportamiento del motor de inducción en función de la velocidad y el Par inducido.

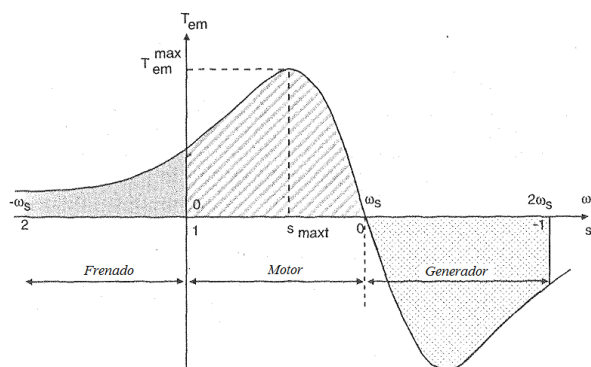


Fig. 1.4 Característica Par Velocidad de una máquina de inducción (Ong, 1998,188).

La característica Par - Velocidad proporciona una información muy importante sobre la operación de los motores de inducción, una de las primeras es que el par inducido a la velocidad sincrónica es cero, cumpliendo con lo dicho anteriormente, pero como el motor nunca alcanza esta velocidad, tampoco el par será cero. La curva muestra un par máximo, el cual no puede ser excedido, este par equivale a 2 o 3 veces el par nominal. El par de arranque es un poco mayor al par de plena carga, de lo contrario el motor no podría arrancar. Esta curva característica es definida de acuerdo a la clase del motor, ya que de acuerdo al diseño, se pueden variar ciertos parámetros en su construcción y así tener un motor de acuerdo a las necesidades que se desee. La curva indica que a velocidades mayores a la velocidad sincrónica el motor se comporta como generador.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO II

MODELADO DINÁMICO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Después de haber descrito el marco teórico del motor de inducción, ahora es necesario crear un modelo matemático por medio de ecuaciones diferenciales que represente el comportamiento dinámico del motor y con ello hacer posible su estudio en régimen transitorio y permanente. El primer paso es hacer un cambio de sistema coordenado llamado *Transformada de Park*, este cambio proporciona la solución matemática al motor de inducción llevando un sistema trifásico a un sistema de dos ejes con 90° de atraso de uno respecto al otro. El objetivo principal es conseguir las ecuaciones que representen el par electromagnético, velocidad del rotor y las corrientes de la máquina de inducción.

2.1 DISPOSICIONES GENERALES

Se hará un modelo matemático de esta máquina partiendo de un cambio de sistemas de coordenadas, y por medio de las ecuaciones principales que caracterizan a los motores eléctricos, se obtendrá el modelo dinámico desde el punto de vista de ecuaciones diferenciales.

El estudio que se va a presentar a continuación está basado en el motor de inducción *jaula de ardilla*. Para el desarrollo del modelo se considera constante el entrehierro del motor (Ong, 1998,172); por otra parte, y con el objetivo de hacer las ecuaciones más sencillas, se asume lo siguiente:

- Estator y rotor lisos (entrehierro constante)
- Motor con sus devanados equilibrados tanto los del estator como los del rotor
- Tensiones de alimentación equilibradas

2.1.1 Ecuaciones de voltajes del motor de inducción

Para definir las ecuaciones de voltaje del motor, se hace uso de la fig. 2.1, la cual representa un corte de una máquina de inducción jaula de ardilla:

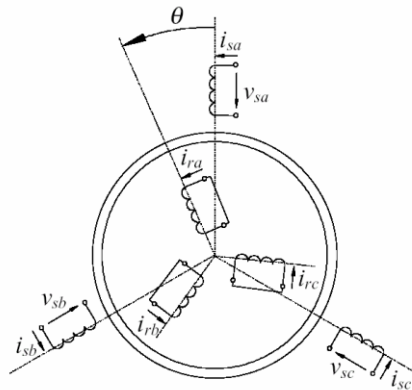


Fig. 2.1 Corte transversal de un motor de inducción (Vidal B, 2002,45).

En la figura 2.1 se observa como los devanados del rotor están cortocircuitados, lo cual será de beneficio al momento de resolver las ecuaciones del motor. Las ecuaciones de voltaje en el estator para cada fase están definidas de la siguiente manera (Ong, 1998,171):

$$\begin{aligned}
 v_{sa} &= p \cdot \lambda_{sa} + r_s \cdot i_{sa} \\
 v_{sb} &= p \cdot \lambda_{sb} + r_s \cdot i_{sb} \\
 v_{sc} &= p \cdot \lambda_{sc} + r_s \cdot i_{sc}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.1}$$

Ahora bien, las ecuaciones en el rotor son:

$$\begin{aligned}
 v_{ra} &= p \cdot \lambda_{ra} + r_r \cdot i_{ra} \\
 v_{rb} &= p \cdot \lambda_{rb} + r_r \cdot i_{rb} \\
 v_{rc} &= p \cdot \lambda_{rc} + r_r \cdot i_{rc}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.2}$$

Donde:

p = operador derivada con respecto al tiempo

λ = flujo que atraviesa la espira

Las ecuaciones (Ec. 2.1) y (Ec. 2.2) representan las caídas de tensión en las bobinas de los distintos devanados de la máquina de inducción en función del flujo magnético que los atraviesa. El flujo está en función de las corrientes y del ángulo θ mostrado en la figura 2.1, mientras que los voltajes en el rotor son nulos debido a que estos están cortocircuitados (se diseña en función de un motor jaula de ardilla); de modo general, se pueden escribir estas ecuaciones de forma matricial en una sola, tanto para el estator como para el rotor de la siguiente manera:

$$v_{(s,r)}^{abc} = p \cdot \lambda_{(s,r)}^{abc} + r_{(s,r)}^{abc} \cdot i_{(s,r)}^{abc} \quad (\text{Ec. 2.3})$$

2.1.2 Flujos generados en el motor

Para comenzar a definir las ecuaciones que rigen los flujos magnéticos del motor, se observa en la Fig. 2.2 la disposición de los devanados tanto del estator como del rotor.

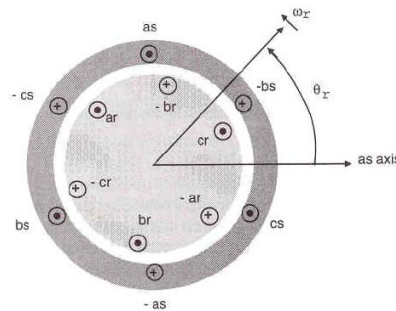


Fig. 2.2 Modelo del circuito ideal de una máquina de inducción trifásica (Ong, 1998,170)

Los flujos del motor se rigen por la siguiente expresión (Ong, 1998, 170):

$$\begin{bmatrix} \lambda_s^{abc} \\ \lambda_r^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss}^{abc} & L_{sr}^{abc} \\ L_{rs}^{abc} & L_{rr}^{abc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_s^{abc} \\ i_r^{abc} \end{bmatrix} \quad [wb \cdot V] \quad (\text{Ec. 2.4})$$

Es necesario obtener los parámetros de las inductancias mutuas del motor, por lo que estas submatrices están definidas de la forma siguiente:

La submatriz *estator-estator*:

$$L_{ss}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} & L_{sm} \\ L_{sm} & L_{sm} & L_{ls} + L_{ss} \end{bmatrix} [H] \quad (\text{Ec. 2.5})$$

La submatriz *rotor-rotor*:

$$L_{rr}^{abc} = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} & L_{rm} \\ L_{rm} & L_{rm} & L_{lr} + L_{rr} \end{bmatrix} [H] \quad (\text{Ec. 2.6})$$

La submatriz *estator-rotor, rotor-estator*:

$$L_{sr}^{abc} = [L_{rs}^{abc}]^T = L_{sr} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \theta_r \end{bmatrix} [H] \quad (\text{Ec. 2.7})$$

La (Ec. 2.5) y (Ec. 2.6) de las inductancias propias L_{ss} y L_{rr} no dependen del ángulo θ , sin embargo, las inductancias L_{sr} y L_{rs} (Ec. 2.7) además de depender del ángulo θ , están relacionadas de tal manera que una es la transpuesta de la otra. Se pueden destacar de los parámetros de estas matrices que L_{ls} y L_{lr} son las inductancias de dispersión, L_{ss} y L_{rr} las autoinductancias y por último L_{sm} y L_{rm} las inductancias mutuas. En lo que respecta a (Ec. 2.7), mas concretamente en referencia al ángulo θ_r , este se define como el ángulo mecánico que separa los devanados del rotor con respecto al estator, el cual es relativo. Se puede dar la condición que el ángulo θ sea cero, en este caso los ejes del estator y rotor estarían alineados.

Debido a que se han hecho algunas idealizaciones con respecto al núcleo magnético del hierro, se pueden expresar algunas de estas inductancias en términos del número de vueltas de los devanados del motor y de la permeabilidad magnética del aire, estas expresiones son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 L_{ss} &= N_s^2 \cdot P_g \\
 L_{rr} &= N_r^2 \cdot P_g \\
 L_{sm} &= N_s^2 \cdot P_g \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\
 L_{rm} &= N_r^2 \cdot P_g \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\
 L_{sm} &= N_s \cdot N_r \cdot P_g
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.8}$$

Donde:

N_s = Número de espiras del estator

N_r = Número de espiras del rotor

P_g = Permeabilidad magnética del aire

Se puede notar que hasta ahora la máquina presenta seis ecuaciones diferenciales de primer orden, una por cada devanado (Ec. 2.1) y (Ec. 2.2); estos devanados están acoplados por medio de los flujos mutuos que existen entre ellos; por otra parte, las transformaciones del sistema coordinado de uno trifásico a otro bifásico con referencia estacionaria, facilitaría los cálculos del modelo, por lo que en ese caso las inductancias ya no dependerían del tiempo si no que serían constantes.

2.1.3 Ecuación del par electromagnético

El par electromagnético en una máquina de inducción que funciona como motor tiene la siguiente expresión dinámica (Konrad D, 2008,28):

$$T_{em} = J \cdot \frac{\partial \omega_r}{\partial t} + D \cdot \omega_r + T_L \quad (\text{Ec. 2.9})$$

Donde:

T_{em} = Par electromagnético

T_L = Par de carga

J = Momento de inercia

ω_r = Velocidad en el rotor

D = Constante de roce o amortiguamiento

Con el uso de esta ecuación (Ec. 2.9) y las ecuaciones (Ec. 2.1) y (Ec. 2.2) se tienen las ecuaciones que representan el modelo matemático del motor, pero es necesario llevarlas a un nuevo sistema coordenado que permite la solución de las ecuaciones diferenciales con más facilidad.

2.2 SISTEMA TRANSFORMADO DE PARK

El objetivo de trabajar con otro sistema coordenado, es poder aprovechar las ventajas matemáticas que éste nos ofrece. El nuevo sistema coordenado será de dos ejes desfasados 90° , estos ejes son q y d ; hay un tercer eje que corresponde a la componente *homopolar* 0, el cual depende de las corrientes de fuga por el neutro debido al desbalance en los voltajes, ésta corriente no tiene efecto alguno sobre el campo magnético, pero como ya se expresó anteriormente, se asumirán los voltajes con magnitud y frecuencia constante por lo que esta corriente no es de interés en este estudio.

Se tiene como principal ventaja al realizar este cambio de sistema coordenado, debido a que se trata de una descomposición de las componentes simétricas, se logra el desacople de los sistemas cíclicos, como es el caso de los voltajes y corriente del motor de inducción; este tipo de técnicas son continuamente usadas para lograr el modelaje en sistemas eléctricos, y con ello

analizar su comportamiento en régimen transitorio y permanente (González, 2004,1). La representación del sistema $qd0$ es mostrada en la figura 2.3.

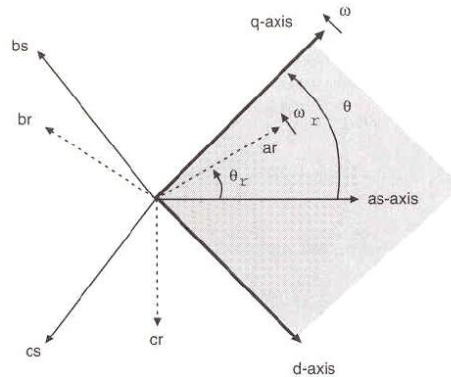


Fig. 2.3 Relación entre el sistema coordenado $qd0$ y el trifasico abc (Ong, 1998,173).

La expresión que define la Transformada de Park para la secuencia $qd0$ se muestra a continuación (Ong, 1998,144):

$$[C_{Park}] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin \theta & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.10})$$

La definición del ángulo θ , el cual está ubicado entre los ejes a y q en la figura 2.3 y es el mismo mostrado en la figura 2.1, se define por medio de la siguiente expresión:

$$\theta = \int_0^t \omega(t) dt + \theta_0 \quad (\text{Ec. 2.11})$$

Donde:

ω = Velocidad angular del sistema $dq0$

θ_0 = Condición inicial del ángulo de la referencia.

Es necesario regresar las variables transformadas al sistema original, por lo que define la Transformada Inversa de Park:

$$[C_{Park}]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.12})$$

En resumen, las ecuaciones de la Transformada de Park y la Transformada Inversa de Park son de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_0 \end{bmatrix} = [C_{Park}] \cdot \begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.13})$$

$$\begin{bmatrix} f_a \\ f_b \\ f_c \end{bmatrix} = [C_{Park}]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} f_q \\ f_d \\ f_0 \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.14})$$

Lo que queda por definir será la referencia con la que se va a resolver el modelo, ya que hasta ahora la (Ec. 2.10) y (Ec. 2.12) están en función de una posición arbitraria de θ ; hay tres referencias las cuales tienen importancia en este estudio, ya que dependiendo de esta referencia, la solución de las ecuaciones diferenciales será más rápida desde el punto de vista del paquete de programación; las tres referencias para la Transformada de Park son: referencia fija al estator, referencia fija al rotor y la referencia de sincronismo (Konrad D, 2008,13).

2.2.1 Referencia al estator

Esta condición es posible cuando la componente a_s (*componente "a" del estator*) del sistema trifásico abc está en fase con la componente q del sistema $qd0$, esto ocurre cuando el ángulo θ_s es igual al ángulo θ mostrado en la figura 2.3, en ese caso este ángulo de referencia θ_{ref} será cero. Esta condición también se le llama *referencia estacionaria* ya que la velocidad angular del sistema $qd0$ es nula al ser el ángulo cero (Ec. 2.11). Si se trabaja en referencia al estator se hace la siguiente sustitución:

$$\begin{aligned}\theta_{ref} &= \theta = \theta_s = 0 \\ \omega_{ref} &= 0\end{aligned}\tag{Ec. 2.15}$$

2.2.2 Referencia al rotor

Esta referencia es poco utilizada, ya que esta sería la más general; para la referencia fija al rotor se tiene una velocidad cualquiera ω , por lo que:

$$\theta_{ref} = \theta - \theta_r\tag{Ec. 2.16}$$

2.2.3 Referencia de sincronismo

Esta condición tiene la particularidad que la velocidad angular ω del sistema bifásico $qd0$ coincide con la frecuencia de alimentación del motor ω_b , y esta a su vez con la velocidad angular del estator ω_s , por lo tanto:

$$\omega_{ref} = \omega_b = \omega_s\tag{Ec. 2.17}$$

2.3 MODELADO DINAMICO EN EL SISTEMA COORDENADO $qd0$

2.3.1 Transformación al sistema coordenado $qd0$

Las dos referencias más usadas en el sistema $qd0$ son la referencia estacionaria y la de sincronismo. Teniendo en cuenta el entrehierro constante, se toma para este modelo la referencia estacionaria, sin embargo, se desarrollará el modelo de modo general, es decir, para una referencia arbitraria; es necesario llevar las variables de la máquina al nuevo sistema de referencia por medio de la Transformada de Park (Ec. 2.13) y (Ec. 2.14), las variables a transformar son los voltajes, corrientes y los flujos de los devanados.

2.3.2 Ecuaciones de voltaje en el sistema $qd0$

Para conseguir el sistema de ecuaciones en el sistema $qd0$ es necesario recordar la ecuación de voltaje de una máquina de inducción (Ec. 2.3), los voltajes definidos para el estator son los siguientes (Ong, 1998,174):

$$v_s^{abc} = p \cdot \lambda_s^{abc} + r_s^{abc} \cdot i_s^{abc} \quad (\text{Ec. 2.18})$$

Ahora se definen las matrices de transformación para los voltajes, corrientes y flujos en el nuevo sistema de referencia $qd0$ haciendo uso de las ecuaciones (Ec. 2.13) y (Ec. 2.14), las matrices son las siguientes:

$$\begin{aligned} [v_s^{qd0}] &= [C_{Park}] \cdot [v_s^{abc}] \\ [i_s^{qd0}] &= [C_{Park}] \cdot [i_s^{abc}] \\ [\lambda_s^{qd0}] &= [C_{Park}] \cdot [\lambda_s^{abc}] \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.19})$$

Si se manipulan las ecuaciones de transformación (Ec. 2.19), y se sustituye en (Ec. 2.18) se obtiene la matriz de ecuaciones de voltajes ahora en el sistema $qd0$:

$$v_s^{qd0} = [C_{Park}] \cdot p [C_{Park}]^{-1} [\lambda_s^{qd0}] + [C_{Park}] \cdot r_s^{abc} [C_{Park}]^{-1} [i_s^{qd0}] \quad (\text{Ec. 2.20})$$

Donde

$$r_s^{abc} = r_s^{qd0} = r_s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} [\Omega] \quad (\text{Ec. 2.21})$$

De (Ec. 2.20) se trabaja la expresión:

$$p[C_{Park}]^{-1}[\lambda^{qd0}]$$

Donde se tiene la derivada de un producto, resolviendo la expresión aplicando las propiedades de la derivada queda:

$$p[C_{Park}]^{-1}[\lambda^{qd0}] = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} [\lambda_s^{qd0}] + [C_{Park}]^{-1} [p\lambda_s^{qd0}] \quad (\text{Ec. 2.22})$$

Sustituyendo en (Ec. 2.20) las ecuaciones (Ec. 2.21) y (Ec. 2.22), resolviendo queda la siguiente expresión:

$$v_s^{qd0} = \omega \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \lambda_s^{qd0} + p\lambda_s^{qd0} + r_s^{qd0} i_s^{qd0} \quad (\text{Ec. 2.23})$$

. Donde:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{Ec. 2.24})$$

Para conseguir la expresión de los voltajes en el rotor, se debe precisar que ahora la referencia será una arbitraria θ' ya que el sistema gira a una velocidad angular ω' cualquiera; entonces:

$$\theta' = \theta - \theta_r \quad (\text{Ec. 2.25})$$

Seguendo el mismo procedimiento anterior, se obtienen las ecuaciones de voltaje del rotor:

$$v_r^{qd0} = (\omega - \omega_r) \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \lambda_r^{qd0} + p \lambda_r^{qd0} + r_r^{qd0} i_r^{qd0} \quad (\text{Ec. 2.26})$$

2.3.3 Relación de los flujos en el sistema $qd0$

Según la ecuación (Ec. 2.4), se puede escribir la expresión del flujo para el estator de la siguiente manera:

$$\lambda_s^{abc} = (L_{ss}^{abc} \cdot i_s^{abc} + L_{sr}^{abc} \cdot i_r^{abc}) \quad (\text{Ec. 2.27})$$

Aplicando la Transformada de Park (Ec. 2.13) en (Ec. 2.27) queda lo siguiente:

$$\lambda_s^{qd0} = [C_{Park}] (L_{ss}^{abc} \cdot i_s^{abc} + L_{sr}^{abc} \cdot i_r^{abc}) \quad (\text{Ec. 2.28})$$

Sustituyendo las ecuaciones (Ec. 2.19) en (Ec. 2.28) y recordando (Ec. 2.25) para los parámetros referentes al rotor, se tiene:

$$\lambda_s^{qd0} = [C_{Park}(\theta)] L_{ss}^{abc} [C_{Park}(\theta)]^{-1} i_s^{qd0} + [C_{Park}(\theta)] L_{sr}^{abc} [C_{Park}(\theta - \theta_r)]^{-1} i_r^{qd0} \quad (\text{Ec. 2.29})$$

Si se hacen las operaciones matemáticas necesarias en (Ec. 2.29), la expresión queda:

$$\lambda_s^{qd0} = \begin{bmatrix} L_{ls} + \frac{3}{2}L_{ss} & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + \frac{3}{2}L_{ss} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} i_s^{qd0} + \begin{bmatrix} \frac{3}{2}L_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} i_r^{qd0} \quad (\text{Ec. 2.30})$$

De la misma manera, se obtienen las ecuaciones del flujo del rotor:

$$\lambda_r^{qd0} = [C_{Park}(\theta - \theta_r)]L_{rs}^{abc}[C_{Park}(\theta)]^{-1}i_s^{qd0} + [C_{Park}(\theta - \theta_r)]L_{rr}^{abc}[C_{Park}(\theta - \theta_r)]^{-1}i_r^{qd0} \quad (\text{Ec. 2.31})$$

Haciendo las sustituciones necesarias se tiene:

$$\lambda_r^{qd0} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}L_{sr} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}L_{sr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} i_s^{qd0} + \begin{bmatrix} L_{lr} + \frac{3}{2}L_{rr} & 0 & 0 \\ 0 & L_{lr} + \frac{3}{2}L_{rr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} i_r^{qd0} \quad (\text{Ec. 2.32})$$

Las ecuaciones (Ec. 2.30) y (Ec. 2.32) se pueden expresar como en (Ec. 2.33) tomando en cuenta que los parámetros del rotor serán referidos al estator, por lo tanto la matriz de los flujos del motor será:

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{0s} \\ \lambda'_{qs} \\ \lambda'_{ds} \\ \lambda'_{0s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_m & 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_{ls} + L_m & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} + L_m & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L'_{lr} + L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L'_{lr} + L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qs} \\ i'_{ds} \\ i'_{0s} \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.33})$$

Es importante tener los parámetros referidos a un lado de los devanados, normalmente los parámetros del rotor estarán referidos al lado del estator; estas relaciones se hacen por medio

del número de vueltas de los devanados, tal como se hace con los transformadores, por lo tanto (Ong, 1998, 176):

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{N_s}{N_r} \\
 \lambda'_{qr} &= n\lambda_{qr} \\
 \lambda'_{dr} &= n\lambda_{dr} \\
 i'_{qr} &= \frac{\lambda_{qr}}{n} \\
 i'_{dr} &= \frac{\lambda_{dr}}{n} \\
 L'_{lr} &= n^2 L_{lr} \\
 L_m &= \frac{3}{2} L_{ss} = \frac{3}{2} L_{sr} n = \frac{3}{2} L_{ss} n
 \end{aligned} \tag{Ec. 2.34}$$

Donde:

N_s = Número de vueltas de los devanados del estator

N_r = Número de vueltas de los devanados del rotor

2.3.4 Ecuaciones del par en el sistema $qd0$

La potencia total de entrada del motor de inducción está representada por la siguiente ecuación (Ong, 1998, 177):

$$Pe = v_{as} i_{as} + v_{bs} i_{bs} + v_{cs} i_{cs} + v'_{ar} i'_{ar} + v'_{br} i'_{br} + v'_{cr} i'_{cr} \tag{Ec. 2.35}$$

En términos del sistema de referencia $qd0$, la expresión del par (Ec. 2.35) queda de la siguiente manera:

$$Pe = \frac{3}{2} (v_{qs} i_{qs} + v_{ds} i_{ds} + 2v_{0s} i_{0s} + v'_{qr} i'_{qr} + v'_{dr} i'_{dr} + 2v'_{0r} i'_{0r}) \tag{Ec. 2.36}$$

Al sustituir las ecuaciones (Ec. 2.23) y (Ec. 2.26) en (Ec. 2.36) queda una expresión importante en lo que se refiere a dimensiones, donde se destacan los siguientes términos:

$i^2 r$ = Potencia perdida por calentamiento del cobre

$ip\lambda$ = Energía creada en los devanados

$\omega\lambda i$ = Energía convertida en trabajo mecánico

El desarrollo del par electromagnético del motor está dado por la suma de la energía convertida en trabajo mecánico ($\omega\lambda i$) de cada devanado entre la velocidad del rotor, la ecuación es la siguiente:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_r} \left[\omega (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds}) + (\omega - \omega_r) (\lambda'_{dr} i'_{qr} - \lambda'_{qr} i'_{dr}) \right] \quad (\text{Ec. 2.37})$$

De acuerdo a (Ec. 2.33) se tiene las siguientes igualdades:

$$\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds} = -(\lambda'_{dr} i'_{qr} - \lambda'_{qr} i'_{dr}) = L_m (i'_{dr} i_{qs} - i'_{qr} i_{ds}) \quad (\text{Ec. 2.38})$$

Con la ecuación (Ec. 2.38) el par electromagnético se puede expresar de las siguientes maneras:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda'_{qr} i'_{dr} - \lambda'_{dr} i'_{qr}) \quad (\text{Ec. 2.39})$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_{ds} i_{qs} - \lambda_{qs} i_{ds})$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} L_m (i'_{dr} i_{qs} - i'_{qr} i_{ds})$$

2.3.5 Parámetros base, valores PU

Algunas veces las ecuaciones de los motores son expresadas en términos del flujo por unidad de tiempo, el cual es denominado por la letra ψ , también en términos de su reactancia x en vez de la inductancia L , de acuerdo a esto, se harán los siguientes cambios:

$$x = \omega_b L \quad (\text{Ec. 2.40})$$

Donde:

$$\omega_b = 2\pi f_b \quad (\text{Ec. 2.41})$$

Ahora las ecuaciones de voltaje del estator y del rotor quedan de la siguiente forma sustituyendo (Ec. 2.40) en (Ec. 2.23) y (Ec. 2.26):

$$\begin{aligned} v_{qs} &= \frac{p}{\omega_b} \psi_{qs} + \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{ds} + r_s i_{qs} \\ v_{ds} &= \frac{p}{\omega_b} \psi_{ds} - \frac{\omega}{\omega_b} \psi_{qs} + r_s i_{ds} \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.42})$$

$$v_{0s} = \frac{p}{\omega_b} \psi_{0s} + r_s i_{0s}$$

$$\begin{aligned} v'_{qr} &= \frac{p}{\omega_b} \psi'_{qr} + \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \psi'_{dr} + r'_r i'_{qr} \\ v'_{dr} &= \frac{p}{\omega_b} \psi'_{dr} - \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} \psi'_{qr} + r'_r i'_{dr} \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.43})$$

$$v'_{0r} = \frac{p}{\omega_b} \psi'_{0r} + r'_r i'_{0r}$$

La matriz de los flujos al sustituir la ecuación (Ec. 2.40) en (Ec. 2.33) queda:

$$\begin{bmatrix} \psi_{qs} \\ \psi_{ds} \\ \psi_{0s} \\ \psi'_{qs} \\ \psi'_{ds} \\ \psi'_{0s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{ls} + x_m & 0 & 0 & x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_{ls} + x_m & 0 & 0 & x_m & 0 \\ 0 & 0 & x_{ls} + x_m & 0 & 0 & 0 \\ x_m & 0 & 0 & x'_{lr} + x_m & 0 & 0 \\ 0 & x_m & 0 & 0 & x'_{lr} + x_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & x'_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs} \\ i_{ds} \\ i_{0s} \\ i'_{qs} \\ i'_{ds} \\ i'_{0s} \end{bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.44})$$

Es necesario expresar el par electromagnético en función del flujo ψ , se sustituye (Ec. 2.40) en (Ec. 2.37) y (Ec. 2.39) y queda:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_r} \left[\frac{\omega}{\omega_b} (\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}) + \frac{\omega - \omega_r}{\omega_b} (\psi'_{dr} i'_{qr} - \psi'_{qr} i'_{dr}) \right]$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi'_{qr} i'_{dr} - \psi'_{dr} i'_{qr})$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}) \tag{Ec. 2.45}$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} x_m (i'_{dr} i_{qs} - i'_{qr} i_{ds})$$

Ahora solo que definir el circuito equivalente del modelo dinámico del motor de inducción para una referencia arbitraria, de acuerdo a las ecuaciones (Ec. 2.42) y (Ec. 2.43) el circuito equivalente es el siguiente:

www.bdigital.ula.ve

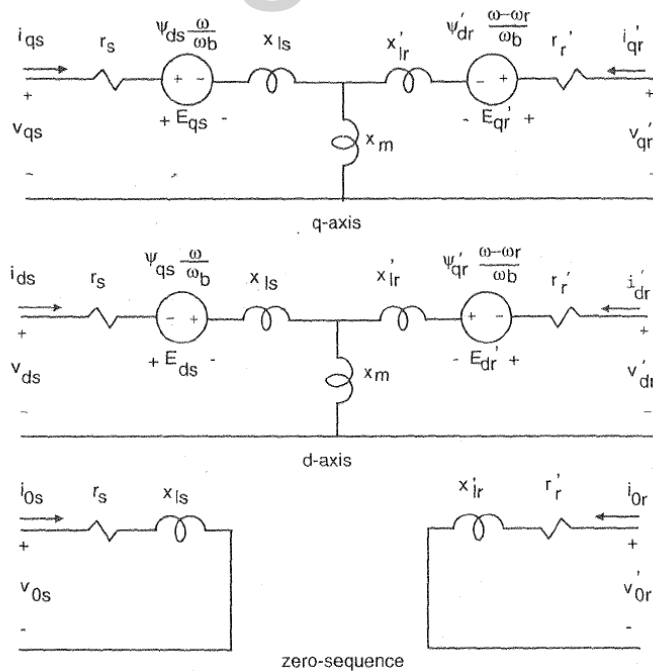


Fig. 2.4 Circuito equivalente del motor de inducción en el sistema $qd0$ con referencia arbitraria (Ong, 1998,176).

2.4 MODELO DINÁMICO EN EL SISTEMA $qd0$ CON REFERENCIA ESTACIONARIA

2.4.1 Ecuaciones del modelo en referencia estacionaria

En el apartado anterior se desarrollo en modelo dinámico del motor para una referencia arbitraria, ahora es necesario escoger una referencia para desarrollar este modelo, la referencia escogida es la *referencia estacionaria*, donde la velocidad angular ω es cero, en este caso solo es necesario sustituir en las ecuaciones $\omega = 0$; luego se podrá apreciar como esta sustitución simplifica las ecuaciones.

2.4.1.1 Voltajes en el estator; sustituyendo (Ec. 2.15) en (Ec. 2.42) se tiene:

$$\begin{aligned} v_{qs} &= \frac{P}{\omega_b} \psi_{qs} + r_s i_{qs} \\ v_{ds} &= \frac{P}{\omega_b} \psi_{ds} + r_s i_{ds} \\ v_{0s} &= \frac{P}{\omega_b} \psi_{0s} + r_s i_{0s} \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.46})$$

2.4.1.2 Voltajes en el rotor; sustituyendo (Ec. 2.15) en (Ec. 2.43) se tiene:

$$\begin{aligned} v'_{qr} &= \frac{P}{\omega_b} \psi'_{qr} - \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi'_{dr} + r'_r i'_{qr} \\ v'_{dr} &= \frac{P}{\omega_b} \psi'_{dr} + \frac{\omega_r}{\omega_b} \psi'_{qr} + r'_r i'_{dr} \\ v'_{0r} &= \frac{P}{\omega_b} \psi'_{0r} + r'_r i'_{0r} \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.47})$$

2.4.1.3 Par Electromagnético; sustituyendo (Ec. 2.15) en (Ec. 2.45) se tiene:

$$T_{em} = -\frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{1}{\omega_b} (\psi'_{qr} i'_{dr} - \psi'_{dr} i'_{qr})$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi'_{qr} i'_{dr} - \psi'_{dr} i'_{qr})$$

(Ec. 2.48)

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds})$$

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} x_m (i'_{dr} i_{qs} - i'_{qr} i_{ds})$$

El circuito equivalente en términos de la referencia estacionaria se determina por medio de las ecuaciones (Ec. 2.46) y (Ec. 2.47) y es el siguiente:

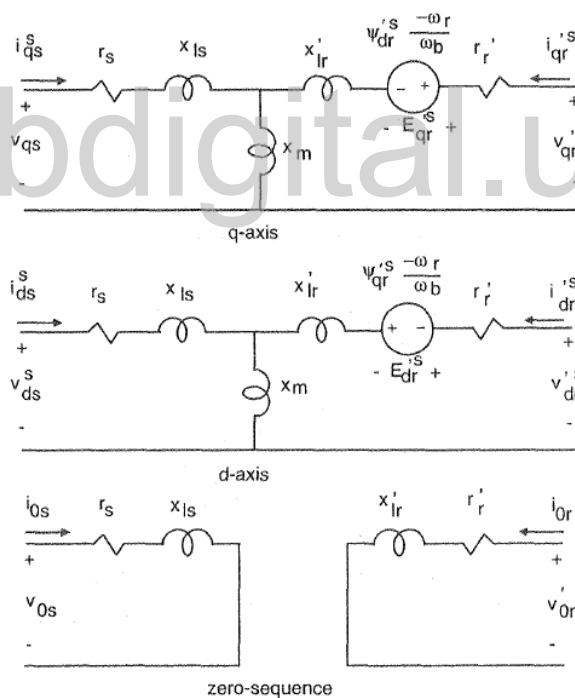


Fig. 2.5 Circuito equivalente del motor de induccion en el sistema qd0 con referencia estacionaria (Ong, 1998,181).

2.4.2 Implementación del modelo

Es necesario acondicionar las ecuaciones del modelo dinámico para que puedan ser implementadas en un paquete de programación para su posterior solución. Se debe trabajar primero con las entradas al sistema y luego con las ecuaciones dinámicas del motor.

2.4.2.1 Parámetros de entrada del modelo; como variables de entrada a la máquina, se tienen los voltajes trifásicos de alimentación, el par mecánico y la frecuencia de la red. Los voltajes de entrada serán sinusoidales trifásicos con un desfase de 120° , se establece la frecuencia base de 60Hz y estos tendrán una magnitud de 120 V por fase. Para obtener el voltaje de alimentación del motor se observa la figura 2.6 donde se muestra la conexión tanto del estator como la del rotor recordando que la alimentación del motor de inducción se hace por los devanados del estator.

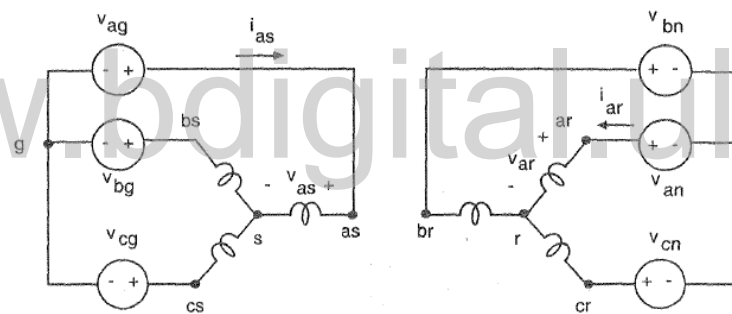


Fig. 2.6 Conexión de los devanados del estator y el rotor (Ong, 1998, 197).

Los voltajes de alimentación del motor en los devanados del estator de acuerdo a la figura 2.6 se muestran en la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} v_{as} &= v_{ag} - v_{sg} \\ v_{bs} &= v_{bg} - v_{sg} \\ v_{cs} &= v_{cg} - v_{sg} \end{aligned} \quad (\text{Ec. 2.49})$$

Debido a que se está suponiendo que es un sistema simétricamente alimentado, no aparecerán corrientes en el neutro (corriente de fuga i_{sg}); por lo tanto, el voltaje v_{sg} será cero y la ecuación (Ec. 2.49) queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 v_{as} &= v_{ag} = v_m \cos \omega_b t \\
 v_{bs} &= v_{bg} = v_m \cos \left(\omega_b t - \frac{2\pi}{3} \right) \\
 v_{cs} &= v_{cg} = v_m \cos \left(\omega_b t + \frac{2\pi}{3} \right)
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.50}$$

Donde:

$$\omega_b = 2\pi f_b$$

$$f_b = 60\text{Hz}$$

$$v_m = 120\text{V}$$

Ahora es necesario llevar estas tensiones al nuevo sistema de referencia $qd0$ en referencia estacionaria, aplicando la ecuación (Ec. 2.13) y recordando (Ec. 2.15), se tiene:

$$\begin{aligned}
 v_{qs} &= \frac{2}{3} v_{ag} - \frac{1}{3} v_{bg} - \frac{1}{3} v_{cg} \\
 v_{ds} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} v_{bg} + \frac{1}{\sqrt{3}} v_{cg} \\
 v_{0s} &= \frac{1}{3} (v_{ag} + v_{bg} + v_{cg})
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.51}$$

En cuanto a los voltajes en el rotor, estos son considerados cero debido a que se trata de un motor jaula de ardilla, por lo tanto:

$$v_{qr} = v_{dr} = v_{0r} = 0 \tag{Ec. 2.52}$$

2.4.2.2 Ecuaciones del motor de inducción; desarrollando la ecuación (Ec. 2.44) que representa los flujos del motor de inducción, quedan las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 \psi_{qs} &= x_{ls} i_{qs} + x_m (i_{qs} + i'_{qr}) \\
 \psi_{ds} &= x_{ls} i_{ds} + x_m (i_{ds} + i'_{dr}) \\
 \psi_{0s} &= x_{ls} i_{0s}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.53}$$

$$\begin{aligned}
 \psi'_{qr} &= x'_{lr} i'_{qr} + x_m (i_{qs} + i'_{qr}) \\
 \psi'_{dr} &= x'_{lr} i'_{dr} + x_m (i_{ds} + i'_{dr}) \\
 \psi'_{0r} &= x'_{lr} i'_{0r}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.54}$$

Estas ecuaciones (Ec. 2.53) y (Ec. 2.54) se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \psi_{qs} &= x_{ls} i_{qs} + \psi_{mq} \\
 \psi_{ds} &= x_{ls} i_{ds} + \psi_{md} \\
 \psi_{0s} &= x_{ls} i_{0s}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.55}$$

$$\begin{aligned}
 \psi'_{qr} &= x'_{lr} i'_{qr} + \psi_{mq} \\
 \psi'_{dr} &= x'_{lr} i'_{dr} + \psi_{md} \\
 \psi'_{0r} &= x'_{lr} i'_{0r}
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.56}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 \psi_{mq} &= x_m (i_{qs} + i'_{qr}) \\
 \psi_{md} &= x_m (i_{ds} + i'_{dr})
 \end{aligned}
 \tag{Ec. 2.57}$$

Resolviendo las ecuaciones (Ec. 2.56) y (Ec. 2.57) para las corrientes transformadas, se tiene:

$$\begin{aligned}
i_{qs} &= \frac{\psi_{qs} - \psi_{mq}}{x_{ls}} \\
i_{ds} &= \frac{\psi_{ds} - \psi_{md}}{x_{ls}} \\
i_{0s} &= \frac{\psi_{0s}}{x_{ls}} \\
i'_{qr} &= \frac{\psi'_{qr} - \psi_{mq}}{x'_{lr}} \\
i'_{dr} &= \frac{\psi'_{dr} - \psi_{md}}{x'_{lr}} \\
i'_{or} &= \frac{\psi'_{or}}{x'_{lr}}
\end{aligned} \tag{Ec. 2.58}$$

Sustituyendo en las ecuaciones de voltaje (Ec. 2.46) y (Ec. 2.47) las ecuaciones de corrientes dadas en (Ec. 2.58) se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\begin{aligned}
\frac{d\psi_{qs}}{dt} &= -\frac{\omega_b r_s}{x_{ls}} \psi_{qs} + \frac{\omega_b r_s}{x_{ls}} \psi_{mq} + \omega_b v_{qs} \\
\frac{d\psi_{ds}}{dt} &= -\frac{\omega_b r_s}{x_{ls}} \psi_{ds} + \frac{\omega_b r_s}{x_{ls}} \psi_{md} + \omega_b v_{ds} \\
\frac{d\psi_{qr}}{dt} &= -\frac{\omega_b r'_r}{x'_{lr}} \psi'_{qr} + \omega_b \left(\frac{\omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{dr} + \frac{\omega_b r'_r}{x'_{lr}} \psi_{mq} \\
\frac{d\psi'_{dr}}{dt} &= -\frac{\omega_b r'_r}{x'_{lr}} \psi'_{dr} - \omega_b \left(\frac{\omega_r}{\omega_b} \right) \psi'_{qr} + \frac{\omega_b r'_r}{x'_{lr}} \psi_{md} \\
\frac{di_{os}}{dt} &= -\frac{\omega_b r_s}{x_{ls}} i_{os} + \frac{\omega_b}{x_{ls}} v_{os}
\end{aligned} \tag{Ec. 2.59}$$

La ecuación (Ec. 3.57) se puede expresar de la siguiente manera:

$$\psi_{mq} = x_M \left(\frac{\psi_{qs}}{x_{ls}} + \frac{\psi'_{qr}}{x'_{lr}} \right) \quad (\text{Ec. 2.60})$$

$$\psi_{md} = x_M \left(\frac{\psi_{ds}}{x_{ls}} + \frac{\psi'_{dr}}{x'_{lr}} \right)$$

Donde:

$$\frac{1}{x_M} = \frac{1}{x_m} + \frac{1}{x_{ls}} + \frac{1}{x'_{lr}} \quad (\text{Ec. 2.61})$$

2.4.2.3 Par electromagnético; la ecuación del par se define de la ecuación (Ec. 2.48):

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2\omega_b} (\psi_{ds} i_{qs} - \psi_{qs} i_{ds}) \quad (\text{Ec. 2.62})$$

Es necesaria una segunda ecuación del par electromagnético que involucra a la velocidad del rotor la cual ya se expreso en (Ec. 2.9), para este caso la ecuación dinámica del par electromagnético viene dada por (Ong, 1998, 200):

$$J \cdot \frac{\partial \omega_{rm}}{\partial t} = T_{em} - T_L - T_{roce} \quad (\text{Ec. 2.63})$$

Donde:

J = Momento de inercia

T_L = Par mecánico

T_{roce} = Par de roce

ω_{rm} = Velocidad de salida para una máquina de un determinado número de polos

El par mecánico T_L es negativo debido a que la máquina asíncrona está funcionando como motor, el par de roce T_{roce} también tiene signo negativo ya que se opone a la velocidad del motor. Es necesario expresar la velocidad del rotor en por unidad (ω_r/ω_b), por lo que se define

la velocidad de salida de una máquina de un determinado número de polos, ω_{rm} , de la siguiente manera:

$$\omega_{rm} = \frac{2}{P} \omega_r \quad (\text{Ec. 2.64})$$

Sustituyendo (Ec. 2.64) en la ecuación (Ec. 2.63) queda:

$$\frac{2J}{P} \cdot \frac{\partial \omega_r}{\partial t} = T_{em} - T_L - T_{roce} \quad (\text{Ec. 2.65})$$

Para llevar la velocidad del rotor a pu , la (Ec. 2.65) se expresa en términos de la frecuencia angular base ω_b :

$$\frac{2\omega_b J}{P} \cdot \frac{\partial \left(\frac{\omega_r}{\omega_b} \right)}{\partial t} = T_{em} - T_{mec} - T_{roce} \quad (\text{Ec. 2.66})$$

Para que la ecuación (Ec. 2.66) sea válida, es necesario expresar el par también en pu , por lo que se introduce la ecuación del par base, T_b :

$$T_b = \frac{S_b}{\omega_{bm}} = \frac{S_b P}{2\omega_b} \quad (\text{Ec. 2.67})$$

Donde:

S_b = Potencia base del motor

ω_{bm} = Velocidad base de una máquina para un determinado número de polos

$$\omega_{bm} = \frac{2}{P} \omega_b \quad (\text{Ec. 2.68})$$

Al dividir el par de la ecuación (Ec. 2.66) entre el par base dado en la ecuación (Ec. 2.67), se tiene toda la expresión en pu , por lo tanto resolviendo queda:

$$2 \frac{4\omega_b^2 J}{2S_b P^2} \cdot \frac{\partial \left(\frac{\omega_r}{\omega_b} \right)}{\partial t} = T_{em} - T_{mec} - T_{roce} \quad (\text{Ec. 2.69})$$

Es común escribir la ecuación (Ec. 2.69) en términos de la constante del momento de inercia H ; esta constante corresponde al coeficiente entre la energía cinética rotativa ω_{bm} y la potencia base del motor S_b , por lo tanto:

$$\frac{\partial \left(\frac{\omega_r}{\omega_b} \right)}{\partial t} = \frac{1}{2H} (T_{em} - T_{mec} - T_{roce}) \quad (\text{Ec. 2.70})$$

Donde:

$$H = \frac{J\omega_{bm}^2}{2S_b} = \frac{J\omega_b^2}{2S_b} \frac{4}{P^2} \quad (\text{Ec. 2.71})$$

Finalmente las ecuaciones que representan el modelo dinámico del motor de inducción en referencia estacionaria son (Ec. 2.58), (Ec. 2.59), (Ec. 2.60), (Ec. 2.62) y (Ec. 2.70).

CAPÍTULO III

CONTROL DE VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

En el capítulo anterior se obtuvo el modelo matemático que representa el motor de inducción, por medio de ese modelo es posible saber como la velocidad del motor cambia al momento de agregar carga mecánica a su eje, lo que representa un gran problema en los procesos industriales; este capítulo trata la solución a este problema, primero se tratan los controles básicos de velocidad en los motores de inducción, se muestran algunas técnicas para controlar la velocidad del motor de inducción principalmente ajustando la frecuencia de la red y por último se propone un esquema de control automático para tratar el problema de los cambios de velocidad del motor al agregarle carga, este esquema es llamado *control vectorial*, mas particularmente el *control vectorial indirecto*.

3.1 CONTROL DE VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Los motores de inducción eran máquinas poco usadas en operaciones donde se requería un alto control de velocidad hasta la aparición de los controladores de estado sólido (controlador de frecuencia variable). Los controladores de estado sólido son de características muy flexibles, ya que su potencia puede ser monofásica o trifásica, los niveles de voltajes entre (208 – 230)V y la frecuencia de operación puede variar entre 50 y 60 Hz. El control de la velocidad de un motor de inducción es fundamental debido a que cuando se trabaja con estos motores al agregarle o quitarle carga mecánica al eje, la velocidad del motor se ve directamente afectada, lo que es un problema grave para ciertos sectores en la industria donde se requiere que las máquinas mantengan su velocidad constante ante cualquier variación de carga. Otro problema que se presenta en estos

motores es en el momento del arranque, ya que a veces es necesario que los motores tengan un arranque suave y así evitar las altas corrientes que generan éstos en el instante del arranque; estos dos problemas tienen solución, a continuación se mostrara algunas de las maneras clásicas de control de velocidad de un motor de inducción.

3.1.1 Técnicas para el control de velocidad de un motor de inducción

Hasta ahora existen dos técnicas para controlar la velocidad del motor de inducción desde el punto de vista teórico, estas son por medio de la variación de la velocidad sincrónica y la variación del deslizamiento (Chapman, 1991,445).

3.1.1.1 Variación de la velocidad sincrónica; para lograr variar la velocidad en el motor de inducción por medio de ésta técnica se considera la ecuación de la velocidad sincrónica de la máquina de inducción (Ec. 1.1), donde se nota claramente como la velocidad es alterada si se cambia el número de polos de la máquina, o si por el contrario se logra variar la frecuencia de operación de la red.

$$n_{\text{sinc}} = \frac{120 \cdot f_e}{P} \quad (\text{Ec. 3.1})$$

Para controlar la velocidad del motor de inducción variando el número de polos existen dos métodos, el método de *polos consecuentes* y el método de *devanados de estator múltiples*; estos métodos son rara vez usados debido a las limitaciones que presentan. El control de velocidad variando la frecuencia de alimentación es la técnica más usada y eficiente, la frecuencia de alimentación se puede variar por encima o por debajo de la frecuencia nominal teniendo en cuenta ciertas consideraciones; la primera, si se considera variar la frecuencia por debajo de la velocidad nominal es necesario que esta disminuya de manera lineal con el voltaje de operación de la máquina para así lograr que el flujo se mantenga constante, esta consideración es muy importante ya que, el motor de inducción es básicamente un transformador rotante, donde el flujo de la máquina tiene la siguiente ecuación (Chapman, 1991,448):

$$\phi(t) = \frac{1}{N_p} \int v(t) dt \quad (\text{Ec. 3.2})$$

Sustituyendo el voltaje $v(t) = V_M \cos(\omega t)$ se resuelve la ecuación del flujo (Ec. 3.2):

$$\phi(t) = -\frac{V_M}{\omega \cdot N_p} \cos \omega t \quad (\text{Ec. 3.3})$$

Se observa claramente como al variar solo la frecuencia ω , el flujo aumenta de manera proporcional, lo que provocaría que el acero del núcleo en los devanados se sature y con esto el flujo de corrientes de magnetización aumentan de forma excesiva, lo cual es indeseado; en el caso de variar la frecuencia por encima de la velocidad nominal no es necesario variar también el voltaje en conjunto con la frecuencia, debido a que si se aumenta el voltaje por encima del voltaje nominal afectará el aislamiento de la máquina.

3.1.1.2 Variación del deslizamiento; los motores de inducción son diseñados para condiciones de deslizamiento normales menores al 5%, y la variación de velocidad en ese rango es más o menos directamente proporcional a la carga sobre el eje del motor (Chapman, 1991, 445). Existen dos maneras de controlar la velocidad del motor por medio de esta técnica, una es agregar resistencia a los devanados del rotor de la máquina y la otra es variando el voltaje de alimentación; la primera solo es posible para motores con rotor bobinado, pero tiene la desventaja que afecta altamente la eficiencia del motor por lo que es usada por tiempos muy cortos, la segunda técnica es posible usarla debido a que el par de la máquina de inducción es proporcional al cuadrado del voltaje por lo que si se varia éste, la velocidad de la maquina disminuye pero solo es posible para motores de bajo par.

3.2 CONTROL VECTORIAL

El control vectorial o control de campo orientado se basa en usar la técnica del control de las máquinas de corriente continua donde los devanados de excitación y de armadura

están desacoplados, lo que hace sencillo hacer el control sobre el par electromagnético, la ecuación del par de un motor de corriente continua es la siguiente (Ong, 1998,433):

$$T_{emcc} = k_a \phi(I_f) I_a \quad (\text{Ec. 3.4})$$

Donde:

k_a = Constante del coeficiente del flujo

$\Phi(I_f)$ = Flujo de campo

I_f = Corriente de campo

I_a = Corriente de armadura

Claramente se observa en la ecuación (Ec. 3.4) como el par de una máquina de corriente continua se controla de manera independiente del flujo, el par se controla por medio de la corriente de armadura I_a mientras que el flujo se controla por medio de la corriente de campo I_f , no lo es así con los motores trifásicos de inducción debido a que los devanados del estator y el rotor están acoplados magnéticamente, lo que hace imposible hacer control del par de manera independiente del flujo.

Es necesario hacer una transformación que permita desacoplar las bobinas del motor de inducción para poder hacer control sobre el par electromagnético, la transformación de Park en referencia de sincronismo permite este desacople; con estas condiciones el sistema $qd0$ gira sincrónicamente con el campo magnético rotórico. La transformación de Park permite tratar las corrientes como vectores rotantes, de ahí el nombre de control vectorial (Gómez, Mejía, & Torres, 2009).

El campo en los devanados del rotor de una máquina de inducción se puede comparar con el devanado de campo de un motor de corriente continua, con la salvedad de que el primero no es tan sencillo llevar a cabo el control sobre el par. La característica principal del control vectorial se basa que al seleccionar la referencia de sincronismo del sistema $qd0$ y al alinear el vector de flujo de rotor λ_r^e con el eje d (el superíndice e indica que está en referencia de sincronismo), la componente q del flujo del rotor λ_{qr}^e , sería cero (Ong,

1998,433); de igual manera es necesario mantener el flujo λ_r^e constante para que el par sea proporcional a la variación de la corriente en el eje q , obteniéndose así unas condiciones similares a la del par de la máquina de corriente continua, el sistema orientado es mostrado en la figura 3.1.

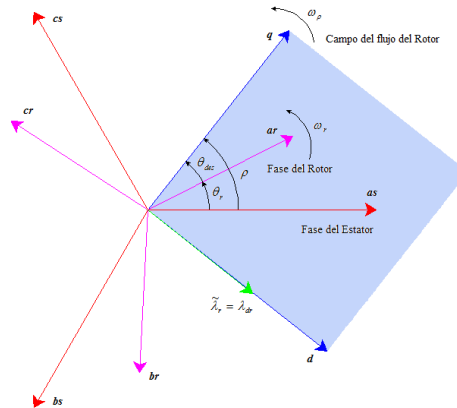


Fig. 3.1 Sistema qd orientado en referencia de sincronismo (Ong, 1998,435).

Haciendo uso de las ecuaciones dinámicas de la máquina de inducción, el control de campo orientado viene dado por una serie de ecuaciones (Ong, 1998,433). La ecuación del flujo para la referencia de sincronismo proviene de la ecuación (Ec. 2.33) y para la condición de campo orientado ésta se iguala a cero:

$$\lambda_{qr}^e = L_m i_{qs}^e + L'_r i_{qr}^e = 0 \quad (\text{Ec. 3.5})$$

Despejando se obtiene:

$$i_{qr}^e = -\frac{L_m}{L'_r} i_{qs}^e \quad (\text{Ec. 3.6})$$

La ecuación del par electromagnético para la referencia de sincronismo se obtiene de (Ec. 2.39) y sustituyendo la (Ec. 3.5) se tiene el par electromagnético en campo orientado de la siguiente manera:

$$T_{em} = -\frac{3}{2} \frac{P}{2} \lambda_{dr}^e i_{qr}^e \quad (\text{Ec. 3.7})$$

Sustituyendo la ecuación (Ec. 3.6) en la ecuación (Ec. 3.7) queda:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \frac{P}{2} \frac{L_m}{L_r} \lambda_{dr}^e i_{qs}^e \quad (\text{Ec. 3.8})$$

La ecuación (Ec. 3.8) se puede comparar ahora con la ecuación del par de una máquina de corriente continua (Ec. 3.4); como se considera que el flujo λ_{dr}^e es constante, el par se puede controlar con la corriente i_{qs}^e en referencia de sincronismo. Siguiendo con la condición de campo orientado, se trabaja con las ecuaciones de voltaje en el rotor dadas en (Ec. 2.26), en este caso para referencia de sincronismo se tiene el voltaje en el rotor del eje q :

$$v_{qr}^e = r_r' i_{qr}^e + p \lambda_{qr}^e + (\omega_e - \omega_r) \lambda_{dr}^e \quad (\text{Ec. 3.9})$$

Como λ_{qr}^e es cero, su derivada será cero; por otra parte, se está trabajando con un motor de inducción jaula de ardilla, por lo que los voltajes en el rotor también son cero, resolviendo y despejando la ecuación (Ec. 3.9) se obtiene el deslizamiento:

$$\omega_{des} = (\omega_e - \omega_r) = -\frac{r_r' i_{qr}^e}{\lambda_{dr}^e} \quad (\text{Ec. 3.10})$$

La ecuación de voltaje del rotor en el eje d con referencia de sincronismo se obtiene de (Ec. 2.26) y es la siguiente:

$$v_{dr}^e = r_r' i_{dr}^e + p \lambda_{dr}^e - (\omega_e - \omega_r) \lambda_{qr}^e \quad (\text{Ec. 3.11})$$

Nuevamente los voltajes en el rotor son cero, λ_{qr}^e es cero y como λ_{dr}^e es constante, su derivada será cero, por lo que de la (Ec. 3.11) se tiene:

$$i'_{dr}{}^e = 0 \quad (\text{Ec. 3.12})$$

Es necesario hacer uso de la ecuación del flujo en referencia de sincronismo (Ec. 2.33):

$$\lambda'_{dr}{}^e = L_m i'_{ds}{}^e + L'_r i'_{dr}{}^e \quad (\text{Ec. 3.13})$$

Sustituyendo (Ec. 3.12) en (Ec. 3.13) se tiene:

$$\lambda'_{dr}{}^e = L_m i'_{ds}{}^e \quad (\text{Ec. 3.14})$$

Al sustituir la ecuación (Ec. 3.14) y (Ec. 3.6) en (Ec. 3.10) el desplazamiento queda en función de las corrientes del estator:

$$\omega_{des} = \frac{r'_r i'_{qs}{}^e}{L'_r i'_{ds}{}^e} \quad (\text{Ec. 3.15})$$

El flujo del rotor $\lambda'_{dr}{}^e$ en función de la corriente del estator $i'_{ds}{}^e$, se obtiene de la ecuación (Ec. 2.33):

$$\lambda'_{dr}{}^e = L_m i'_{ds}{}^e + L'_r i'_{dr}{}^e \quad (\text{Ec. 3.16})$$

Despejando la corriente $i'_{dr}{}^e$ se tiene:

$$i'_{dr}{}^e = \frac{\lambda'_{dr}{}^e - L_m i'_{ds}{}^e}{L'_r} \quad (\text{Ec. 3.17})$$

Se sustituye la ecuación (Ec. 3.17) en (Ec. 3.11) considerando $v'_{dr}{}^e$ y $\lambda'_{qr}{}^e$ igual a cero, el flujo queda de la siguiente manera:

$$\lambda_{dr}^e = \frac{r'_r L_m}{r'_r + L'_r p} i_{ds}^e \quad (\text{Ec. 3.18})$$

En los sistemas de control por campo orientado aplicado a las máquinas de inducción, existen dos maneras de aplicar el método; una de ellas es la que se conoce como *control vectorial directo*, donde el ángulo ρ mostrado en la figura 3.1 se obtiene al medir de manera directa el módulo y la posición vectorial del flujo; el otro método es el *control vectorial indirecto* donde el ángulo ρ se obtiene de manera indirecta haciendo uso de las ecuaciones del modelo dinámico de la máquina de inducción, como es el caso de la velocidad del rotor; el *control vectorial indirecto* es el que será usado en este proyecto y será descrito a continuación.

3.2.1 Control vectorial indirecto

Una alternativa comúnmente utilizada es el *control vectorial indirecto*, ésta técnica usa las ecuaciones ya descritas en el apartado anterior, específicamente las ecuaciones (Ec. 3.8), (Ec. 3.15) y (Ec. 3.18), las cuales satisfacen la condición correcta del campo orientado. Con las ecuaciones de campo orientado, el esquema de control vectorial indirecto se muestra en la figura 3.2 y es con la aplicación de este esquema que es posible ejercer control sobre el par electromagnético y la velocidad de la máquina de inducción trifásica.

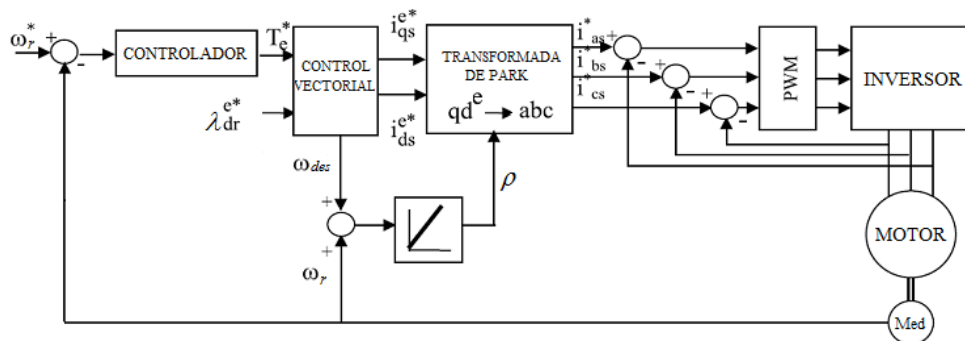


Fig. 3.2 Control vectorial indirecto de un motor de inducción con inversor PWM controlado por corriente (Ong, 1998,440).

La figura Fig. 3.2 muestra el esquema de control indirecto por campo orientado con un inversor PWM controlado por corriente. Para obtener la orientación del campo se define el ángulo ρ que es la suma del ángulo del rotor θ_r y el ángulo que se obtiene al integrar la velocidad de deslizamiento θ_{des} de acuerdo con (Ec. 2.11), por lo tanto:

$$\rho = \theta_r + \theta_{des} \quad (\text{Ec. 3.19})$$

3.2.2 Inversor PWM-VSI

El circuito esquemático de un inversor PWM-VSI es mostrado en la fig. 3.3. Para la aplicación del esquema de control por campo orientado es necesario un inversor como fuente de tensión VSI, el cual aplica la teoría de la modulación de ancho de pulsos PWM. El inversor PWM-VSI al recibir las señales de control procede a alimentar el motor de inducción proporcionándole una señal de pulsos con una determinada frecuencia pero con el mismo valor eficaz la señal sinusoidal de 60Hz (Konrad D, 2008,54).

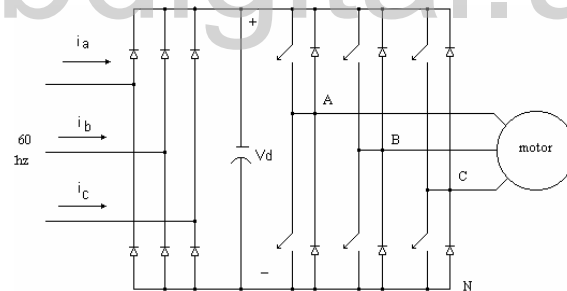


Fig. 3.3 Circuito esquemático de un PWM-VSI trifásico (Konrad D, 2008,56).

Es importante entender el funcionamiento básico del PWM, y este se define como “el proceso de modificar el ancho de los pulsos de un tren de pulsos en razón directa a una pequeña señal de control; cuanto mayor sea el voltaje de control, será más ancho el pulso resultante” (Chapman, 1991,201). Para tener una idea del PWM-VSI, se muestra un ejemplo de una señal senoidal transformada a su equivalente pero en forma de tren de pulsos; esta señal sinusoidal es comparada con una señal de disparo triangular de mayor frecuencia. En las figuras (Fig. 3.4) y (Fig. 3.5) se ilustra el proceso del PWM y del PWM-VSI.

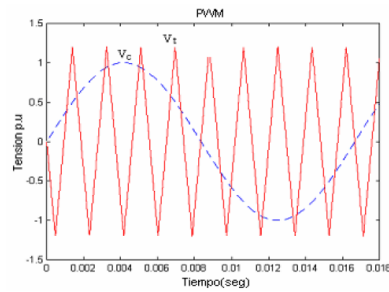


Fig. 3.4 Señal sinusoidal comparada con señal triangular de disparo (Konrad D, 2008, 55).

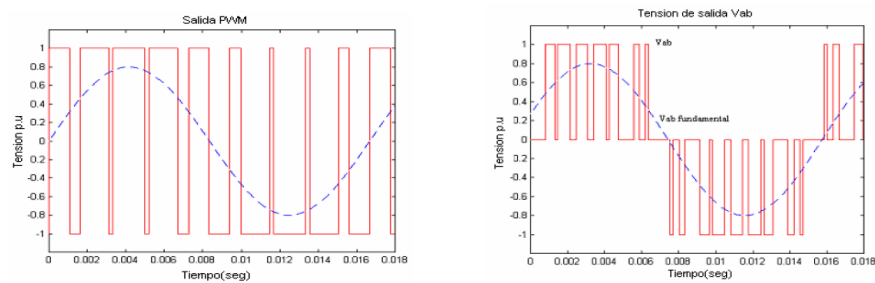


Fig. 3.5 Señal de salida del PWM y del PWM-VSI de una señal sinusoidal (Konrad D, 2008,55).

Para el control de motores de inducción trifásicos es necesario un inversor PWM-VSI también trifásico, en este caso se tendrán tres señales de control sinusoidales desfasadas 120° las cuales son comparadas con la misma señal triangular de disparo.

CAPÍTULO IV

CONTROLADOR PID Y SMC

Uno de los objetivos de este proyecto es hacer una comparación entre distintos controladores automáticos, dos de ellos serán tratados en este capítulo, estos son el controlador PID y el controlador por modo deslizante SMC (*Sliding Mode Control*). El esquema de control propuesto es el *control vectorial indirecto*, en el cual es necesario un controlador para la velocidad del rotor. A continuación serán propuestos dos controladores distintos para al final del proyecto hacer una comparación entre ellos; el capítulo comienza tratando con las acciones básicas de control, se muestra diagrama de bloques de los sistemas de control industrial, las características principales de los controladores PID y en cuanto el controlador SCM, este está basado en un modelo de proceso de primer orden más tiempo muerto FOPDT (*First Order Plus Dead Time*). Para poder sintonizar los controladores es necesario conseguir una aproximación del modelo a un FOPDT por medio de la técnica llamada *curva de reacción*.

4.1 ACCIONES BÁSICAS DE CONTROL

Un concepto importante en los sistemas de control es lo que se denomina *acción de control*, la cual se define como la manera en la que el controlador automático genera la señal de control. Un controlador automático funciona haciendo una comparación entre el valor medido de la salida de la planta con la señal de referencia (*set point*) en la que se determina el valor de desviación y produce la señal de control que llevara este valor de desviación lo más cercano a cero, en otras palabras, el valor de referencia será aproximadamente igual al valor de salida de la planta (Ogata, 1998,211). La mayoría de los controladores usados en la industria tienen como fuente de energía un fluido presurizado (aceite, aire) o electricidad, lo que permite hacer

una clasificación de los controladores en hidráulicos, neumáticos y electrónicos.

4.1.1 Sistemas de control industrial

En los sistemas de control industrial, un esquema clásico de control es mostrado en la figura 4.1 en forma de diagrama de bloques; éste esquema está compuesto por un controlador automático, actuador, la planta y un sensor que mide la señal de salida que se quiere controlar. La salida de un controlador automático es la entrada a un actuador el cual es representado por una válvula, un motor hidráulico, un motor eléctrico, entre otros; la salida representada por el elemento de medición es un dispositivo que convierte la variable de salida en otra variable manejable, tal como un desplazamiento, una velocidad, un voltaje; ésta salida se compara con la señal usada como referencia (Ogata, 1998,212).

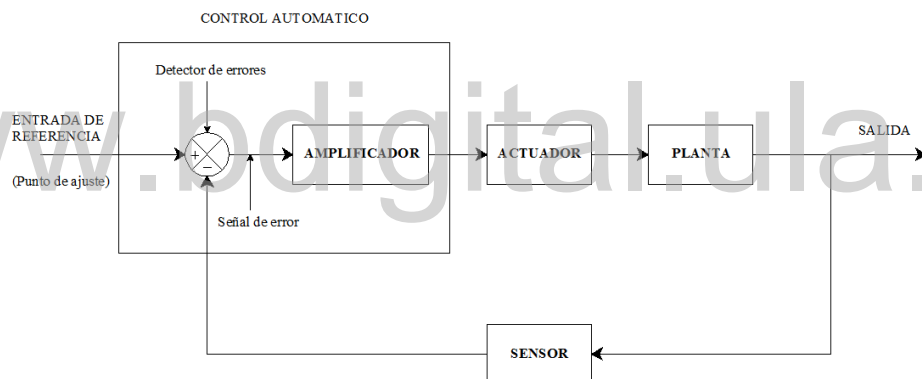


Fig. 4.1 Diagrama de bloques de un sistema de control industrial (Ogata, 1998,212).

4.2 CONTROLADOR PID

Los controladores tipo PID es la sumatoria de la acción de control proporcional, acción de control integral y la acción de control derivativa; su ecuación es la siguiente (Ogata, 1998,218):

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{Ec. 4.1})$$

Donde:

$e(t)$ = Diferencia entre la señal de salida y la señal de referencia (error)

K_p = Ganancia proporcional

T_i = Tiempo integrativo

T_d = Tiempo derivativo

En los controladores PID la acción de control proporcional es por esencia un amplificador con ganancia ajustable, la acción del control integral elimina el error en estado estable pero puede producir una respuesta oscilatoria de amplitud decreciente, creciente o lenta, lo cual implica un inconveniente y la acción derivativa prevé el error, inicia una acción correctiva y tiende a aumentar la estabilidad del sistema, pero tiene la desventaja que es muy sensible a las perturbaciones, además de esto, el control derivativo no tiene efecto sobre el error en estado estable (Ogata, 1998,219).

Para efectos de diseño de este proyecto se trabajará con el controlador PI, no se tomara en cuenta la acción de control derivativa debido a que una de las características que este posee es que no tiene efectos sobre el error en estado estable mientras este permanezca constante y por otra parte proporciona gran sensibilidad ante las perturbaciones; en el presente proyecto, la máquina de inducción se trata desde el punto de vista ideal, por lo que se espera que el error en estado estable sea constante. La ecuación del controlador PI es la siguiente:

$$u(t) = K_p e(t) + \frac{K_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt \quad (\text{Ec. 4.2})$$

4.2.1 Sintonización de controladores PI

Para sintonizar el controlador PI es necesario conseguir el valor de K_p y T_i , para esto existen muchas técnicas de sintonización de controladores basadas en métodos experimentales y métodos analíticos. Para los casos donde es muy difícil conseguir el modelo matemático de la planta, debido a que son sistemas no lineales, son útiles los métodos experimentales; entre las reglas clásicas que existen de sintonización de controladores están las de *Ziegler Nichols*, pero en este proyecto se está particularmente interesado en usar las reglas de sintonización de

Dahlin, para lo cual es necesario hallar una aproximación del modelo del motor de inducción a un sistema no lineal a un sistema lineal de primer orden más tiempo muerto FOPDT, donde es necesario aplicar el método de la *curva de reacción*.

4.2.1.1 Curva de reacción; la curva de reacción es un método que se aplica a lazo abierto, es decir, colocando el controlador en manual; para aplicar el método es necesario trabajar la planta con los parámetros cercano al punto de operación para así obtener una buena aproximación. El objetivo del método es hallar una aproximación del modelo no lineal de la planta a un sistema de primer orden más tiempo muerto FOPDT, el cual tiene como función de transferencia (Camacho, Sintonización de Controladores):

$$FOPDT = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau s + 1} \quad (\text{Ec. 4.3})$$

Donde:

τ = Constante de tiempo

t_0 = Tiempo muerto

K = Ganancia del sistema

Los datos necesarios para obtener los parámetros del FOPDT (τ , K , t_0), se obtienen a través de la respuesta de la planta ante un escalón a lazo abierto, esta respuesta es en forma de S . La curva obtenida se le aplica el método de los dos puntos, donde se toma parte de la respuesta desde el momento en que se hace el cambio hasta que se estabiliza, donde se toman como datos los puntos al 28,3% y al 63,2%, el método se observa en la figura 4.2. El método de la curva de reacción se aplica de acuerdo a los siguientes pasos (Camacho, Sintonización de Controladores):

- Colocar el controlador en manual y esperar a que el proceso se estabilice
- Realizar un cambio escalón en la señal de salida del controlador (entre 5% y 10%)
- Registrar la curva de respuesta del proceso

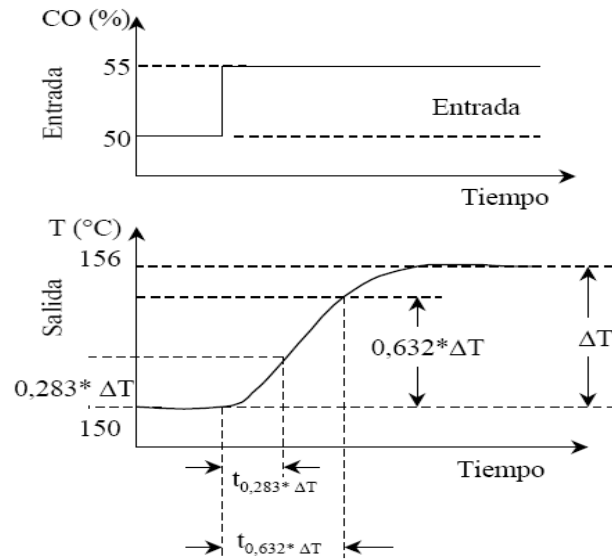


Fig. 4.2 Curva de reacción del proceso usando el método de los dos puntos (Camacho, Sintonización de Controladores).

Con los datos obtenidos del ensayo mostrado en la figura 4.2 se obtienen los parámetros del FOPDT usando las siguientes ecuaciones:

$$\tau = 1.5(t_{0,632\Delta T} - t_{0,283\Delta T}) \quad (\text{Ec. 4.4})$$

$$t_0 = t_{0,632\Delta T} - \tau \quad (\text{Ec. 4.5})$$

La ganancia K del proceso se obtiene al dividir la ganancia de salida entre la ganancia de entrada.

4.2.1.2 Método de Dahlin; al usar el método de la curva de reacción se obtiene la función aproximada de la planta representa en un FOPDT; el método de *dahlin* usa los parámetros del FOPDT (τ , t_0 , K) para sintonizar los controladores PID, el cálculo de los parámetros de ajuste son mostrados a continuación (Camacho, Sintonización de Controladores):

$$K_p = \frac{1.2}{2K} \left(\frac{t_0}{\tau} \right)^{-1} \quad (\text{Ec. 4.6})$$

$$T_i = \tau \quad (\text{Ec. 4.7})$$

$$T_d = \frac{t_0}{2} \quad (\text{Ec. 4.8})$$

4.3 CONTROL POR MODO DESLIZANTE SMC

Uno de los procedimientos para el diseño de controladores robustos es el control por modo deslizante SMC (*Sliding Mode Control*), el cual es una técnica derivada del control de estructura variable. El controlador SMC presenta algunas desventajas en cuanto a su desarrollo, debido a la complejidad de los procesos y la determinación de algunos de los parámetros de estos procesos; otra complicación se da cuando el modelo del proceso que relaciona tanto la variable controlada como la variable manipulada es de orden superior (no lineal), lo que trae como consecuencia que la sintonización de estos controladores no sea sencilla debido a que el controlador SMC es algo complejo ya que requiere de 4 o más parámetros (Camacho & Smith, *Sliding Mode Control: An Approach To Regulate Nonlinear Chemical Processes*, 1). Debido a los inconvenientes que tiene el desarrollo del controlador SMC, es posible hacer uso de algunos modelos alternativos, como lo es el uso de modelos empíricos; estos modelos generalmente trabajan con modelos lineales de orden inferior con tiempo muerto FOPDT dado por la ecuación (Ec. 4.3), pero en este caso para desarrollar el controlador SMC, se escribe de la siguiente forma:

$$\frac{X(S)}{U(S)} = \frac{Ke^{-t_0s}}{\tau s + 1} \quad (\text{Ec. 4.9})$$

Donde:

$X(S)$ = Transformada de Laplace de la variable controlada

$U(S)$ = Transformada de Laplace de la variable manipulada

K = Ganancia del proceso

τ = Constante de tiempo del proceso

t_0 = Tiempo muerto del proceso

4.3.1 Deducción del control por modo deslizante

La idea general del controlador SMC es definir una superficie por la cual la variable involucrada del proceso, se deslice hasta llegar al valor final deseado.

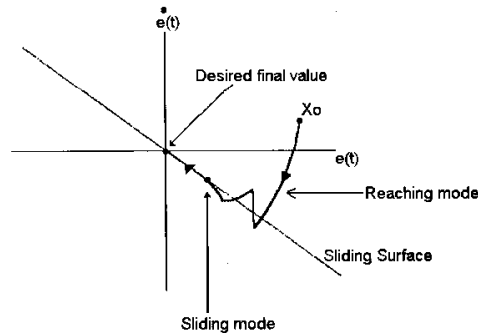


Fig. 4.3 Interpretación gráfica del SMC (Camacho & Smith, Sliding Mode Control: An Approach To Regulate Nonlinear Chemical Processes).

Como primer paso, se define la superficie deslizante $S(t)$, la cual es una ecuación integro-diferencial definida de la siguiente forma:

$$S(t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^n \int_0^t e(t) dt \quad (\text{Ec. 4.10})$$

$$e(t) = R(t) - X(t) \quad (\text{Ec. 4.11})$$

Donde los parámetros de las ecuaciones de la superficie (Ec. 4.10) y el error (Ec. 4.11) son:

λ = Parámetro de sintonización

n = Orden del sistema

$R(t)$ = Señal de referencia

$X(t)$ = Señal a controlar

La superficie $S(t)$ está en función del error, el cual como se observa en (Ec. 4.11), es la diferencia entre el valor deseado o referencia y la variable a controlar. El objetivo del controlador SMC es hacer que el error y su derivada sean aproximadamente cero, es decir, que

la variable a controlar sea aproximadamente igual a la referencia. Cuando la variable a controlar alcanza su valor de referencia, indica que la superficie tiene un valor constante; es necesario mantener la superficie constante por lo que el error $e(t)$ debe ser cero todo el tiempo, por lo tanto, para asegurar que la superficie sea constante se debe cumplir que (Camacho & Smith, Sliding Mode Control: An Approach To Regulate Nonlinear Chemical Processes, 2):

$$\frac{dS(t)}{dt} = 0 \quad (\text{Ec. 4.12})$$

El controlador SMC se divide en dos partes, una parte *continua* y una *discreta*; la primera está en función de la variable controlada y la referencia; la segunda, incorpora un elemento no lineal y es discontinua a partir de la superficie deslizante.

$$U(t) = U_c(t) + U_d(t) \quad (\text{Ec. 4.13})$$

Donde la parte continua tiene la siguiente expresión:

$$U_c(t) = f(X(t), R(t)) \quad (\text{Ec. 4.14})$$

La parte discreta es:

$$U_d(t) = K_D \frac{S(t)}{|S(t) + \delta|} \quad (\text{Ec. 4.15})$$

Donde:

K_D = Parámetro de sintonización

δ = Parámetro para reducir la oscilación de alta frecuencia alrededor del punto deseado.

4.3.2 Controlador SMC para procesos FOPDT

En los sistemas no lineales, es muy difícil conseguir el modelo matemático del proceso, y si se tiene, resulta con un orden muy elevado por lo que es necesario hacer una aproximación a un

modelo relativamente sencillo de orden inferior, en este orden de ideas, el controlador SMC será diseñado para modelos de primer orden más tiempo muerto FOPDT y con esto facilitar la aplicación de la teoría del control por modo deslizante (Camacho & Smith, Sliding Mode Control: An Approach To Regulate Nonlinear Chemical Processes, 3).

Para comenzar a desarrollar este modelo, se trabaja en implementar un camino para manipular el parámetro de tiempo muerto t_0 , una de las maneras es usar una aproximación con serie de Taylor de primer orden de la siguiente manera:

$$e^{-t_0 s} \cong \frac{1}{t_0 s + 1} \quad (\text{Ec. 4.16})$$

Hay que tener en cuenta que esta aproximación mejora mientras t_0 aumenta. Si se sustituye en la ecuación (Ec. 4.9) tenemos:

$$\frac{X(S)}{U(S)} = \frac{K}{(\tau s + 1)(t_0 s + 1)} \quad (\text{Ec. 4.17})$$

Es necesario llevar la expresión del modelo en el dominio del tiempo haciendo uso de la transformada inversa de Laplace y resulta:

$$t_0 \tau \frac{d^2 X(t)}{dt^2} + (t_0 + \tau) \frac{dX(t)}{dt} + X(t) = KU(t) \quad (\text{Ec. 4.18})$$

..

El resultado de la aproximación resulta en un sistema de orden $n=2$, ahora es necesario llevar la expresión de la superficie (Ec. 4.10) de orden $n=2$, y queda:

$$S(t) = \frac{de(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt \quad (\text{Ec. 4.19})$$

Donde:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \lambda^2 \\ \lambda_1 &= 2\lambda \end{aligned} \quad (\text{Ec. 4.20})$$

Ahora derivando la superficie (Ec. 4.19) e igualándola a cero queda:

$$\frac{dS(t)}{dt} = \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \lambda_1 \frac{de(t)}{dt} + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (\text{Ec. 4.21})$$

Se sustituye la ecuación (Ec. 4.11) en (Ec. 4.21):

$$\frac{d^2 R(t)}{dt^2} - \frac{d^2 X(t)}{dt^2} + \lambda_1 \left(\frac{dR(t)}{dt} - \frac{dX(t)}{dt} \right) + \lambda_0 e(t) = 0 \quad (\text{Ec. 4.22})$$

Al sustituir la ecuación (Ec. 4.18) en (Ec. 4.22) y se resuelve para U(t), resulta:

$$U(t) = \left(\frac{t_0 \tau}{K} \right) \left[\left(\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} - \lambda_1 \right) \frac{dX(t)}{dt} + \frac{X(t)}{t_0 \tau} + \lambda_0 e(t) + \frac{d^2 R(t)}{dt^2} + \lambda_1 \frac{dR(t)}{dt} \right] \quad (\text{Ec. 4.23})$$

La ecuación (Ec. 4.23) es la parte continua del controlador, ahora bien, debido a que la referencia es una constante, sus derivadas son nulas, por lo que no son necesarias en la expresión, por lo tanto la expresión queda:

$$U_c(t) = \left(\frac{t_0 \tau}{K} \right) \left[\left(\frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} - \lambda_1 \right) \frac{dX(t)}{dt} + \frac{X(t)}{t_0 \tau} + \lambda_0 e(t) \right] \quad (\text{Ec. 4.24})$$

Si se hace la igualdad, el controlador queda más compacto:

$$\lambda_1 = \frac{t_0 + \tau}{t_0 \tau} \quad (\text{Ec. 4.25})$$

La parte continua del controlador queda:

$$U_c(t) = \frac{t_0 \tau}{K} \left(\frac{X(t)}{t_0 \tau} + \lambda_0 e(t) \right) \quad (\text{Ec. 4.26})$$

Para lograr que la superficie deslizante pertenezca a un sistema crítico o sobreamortiguado:

$$\lambda_0 \leq \frac{\lambda_1^2}{4} \quad (\text{Ec. 4.28})$$

Finalmente, el controlador SMC tanto su parte continua como su parte discreta y para un sistema FOPDT será el siguiente:

$$U(t) = \frac{t_0\tau}{K} \left(\frac{X(t)}{t_0\tau} + \lambda_0 e(t) \right) + K_D \frac{S(t)}{|S(t) + \delta|} \quad (\text{Ec. 4.29})$$

Donde la superficie de deslizamiento está definida por:

$$S(t) = \text{sign}(K) \left[-\frac{dX(t)}{dt} + \lambda_1 e(t) + \lambda_0 \int_0^t e(t) dt \right] \quad (\text{Ec. 4.30})$$

Ahora solo falta definir las ecuaciones de sintonización del controlador, las cuales están definidas como sigue. Para $U_c(t)$ y $S(t)$ se tiene:

$$\lambda_1 = \frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} \quad (\text{Ec. 4.31})$$

$$\lambda_0 = \frac{1}{4} \left(\frac{t_0 + \tau}{t_0\tau} \right)^2 \quad (\text{Ec. 4.32})$$

Para $U_D(t)$ se tiene (Camacho & Smith, Sliding Mode Control: An Approach To Regulate Nonlinear Chemical Processes, 6):

$$K_D = \frac{0.51}{|K|} \left(\frac{\tau}{t_0} \right)^{0.76} \quad (\text{Ec. 4.33})$$

$$\delta = 0.68 + 0.12|K|K_D\lambda_1 \quad (\text{Ec. 4.34})$$

CAPÍTULO V

CONTROL POR MODO DESLIZANTE CON LOGICA DIFUSA

En este capítulo se introduce un nuevo controlador el cual combina el control por modo deslizante SMC aplicando la teoría de la lógica difusa, el nuevo controlador es llamado SMFLC (*Sliding Mode Fuzzy Logic Controller*). Se comienza por estudiar la teoría de la lógica difusa partiendo de la teoría de conjuntos clásica y como ésta es aplicada a la teoría difusa, se definen términos relacionados a un controlador difuso como lo son las funciones de pertenencia y reglas difusas. El modo de relacionar el controlador SMC con un FLC (*Fuzzy Logic Controller*) es aprovechar las similitudes que estos tienen en un caso particular; por último, se define un controlador SMFLC para un sistema de dos entradas y una salida llamado TISO (*Two Input Single Output*).

5.1 LÓGICA DIFUSA

La lógica difusa se invento por el profesor de ciencias Lotfi A. Zadeh en el año 1965 en los Estados Unidos, pero el país donde más ha sido usada es en Japón (Montbrun Di Filippo). La lógica difusa simula el modo en que el cerebro razona o piensa; se basa en tratar la información del tipo ambigua en términos de conjuntos difusos, los cuales se combinan con ciertas reglas para definir ciertas acciones; un ejemplo de estas reglas sería:

SI la temperatura es alta **ENTONCES** enfría mucho.

Se puede decir que los sistemas de control basados en lógica difusa combinan las variable de entrada, que son en forma de conjuntos difusos, a través de un conjunto de reglas y generan una o varias salidas, también difusas (Martín Del Brio & Sanz Molina, 2002,243).

Los sistemas de control basados en lógica difusa resultan ideales para modelar sistemas de naturaleza no lineal, debido a la facilidad matemática que esta técnica permite, ya que, ésta se basa principalmente en sumas, comparaciones y teoría de conjuntos. La característica principal de la lógica difusa se basa en el conocimiento del experto, además de esto, la teoría difusa maneja una serie de términos tales como función de pertenencia, conjuntos, variables lingüísticas, entre otros, los cuales van a ser definidos a continuación.

5.1.1 Conjuntos difusos

La teoría de conjuntos difusos parte de la teoría de conjuntos clásica, se sabe que en la teoría de conjuntos clásica algo está completamente incluido o no (figura 5.1), por el contrario, en la teoría de conjuntos difusos permiten dar un grado de pertenencia o inclusión a la variable, si se hace un ejemplo de un conjunto difuso con respecto a la edad de una persona (figura 5.2), el conjunto de “gente joven” estará en un rango de 0 a 20 años, por lo que si una persona tiene 25 años calificará en un 50% al conjunto de “gente joven” mientras que una persona con 30 años no calificara como “gente joven” (Montbrun Di Filippo).

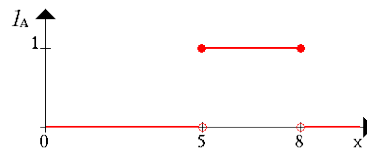


Fig. 5.1 Ejemplo de conjunto clásico (Montbrun Di Filippo).

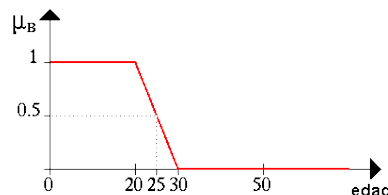


Fig. 5.2 Ejemplo de conjunto difuso “Gente Joven” (Montbrun Di Filippo).

5.1.2 Función de pertenencia

La función de pertenencia también es llamada *función de membresía*. La función de pertenencia de un conjunto difuso se puede considerar de dos maneras, para el caso en que la variable sea discreta, la función de pertenencia consiste en un conjunto de pares ordenados y para el caso contrario la función de pertenencia será continua (Martín Del Brio & Sanz Molina, 2002,249).

Las funciones de pertenencia más utilizadas son las siguientes:

- Función trapezoidal
- Función singleton
- Función triangular
- Función tipo S
- Función exponencial
- Función tipo II

www.bdigital.ula.ve

5.1.3 Variable lingüística

La característica de las variables lingüísticas es que pueden tomar por valor términos del lenguaje natural, como por ejemplo mucho, poco, negativo, positivo, 60°C; estas desempeñan las veces de etiquetas difusas, en otras palabras, en una expresión como “la temperatura es fría”, la variable lingüística será la “temperatura”, y el valor de esa variable será representado por el conjunto o subconjunto difuso “fría”.

5.1.4 Operaciones difusas

El funcionamiento básico de las operaciones de conjuntos difusos coincide con las operaciones de la teoría clásica de conjuntos, se puede decir que la teoría clásica de conjuntos es un caso particular de la teoría de conjuntos difusos. Es posible hacer operaciones entre dos

subconjuntos difusos y obtener otro subconjunto difuso. Algunas operaciones básicas con conjuntos difusos son mostradas a continuación:

- Complemento $\longrightarrow \bar{u}_A(x) = 1 - u_A(x)$
- Unión $\longrightarrow u_{A \cup B}(x) = \max[u_A(x), u_B(x)]$
- Intersección $\longrightarrow u_{A \cap B}(x) = \min[u_A(x), u_B(x)]$
- Igualdad $\longrightarrow u_A(x) = u_B(x)$

5.1.5 Implicaciones difusas

Si se definen los conjuntos difusos A y B en U y V respectivamente, se puede definir que la implicación difusa de A en B es una relación difusa $U \times V$, y se puede definir por alguna de las siguientes *funciones de inclusión*:

- Conjunción difusa $\longrightarrow \mu_{A \rightarrow B}(u, v) = \mu_A(u) \cdot \mu_B(v)$
- Disyunción difusa $\longrightarrow \mu_{A \rightarrow B}(u, v) = \mu_A(u) + \mu_B(v)$
- Implicación material $\longrightarrow \mu_{A \rightarrow B}(u, v) = \mu_A(u) \dot{+} \mu_B(v)$
- Calculo proposicional $\longrightarrow \mu_{A \rightarrow B}(u, v) = \mu_A(u) \dot{+} \mu_{A \rightarrow B}(v)$
- *Modus ponens* generalizado $\longrightarrow \mu_{A \rightarrow B}(u, v) = \sup\{c \in [0,1] \mu_A(u) \cdot c \leq \mu_B(v)\}$
- *Modus tolens* generalizado $\longrightarrow \mu_{A \rightarrow B}(u, v) = \inf\{c \in [0,1] \mu_B(v) \dot{+} c \leq \mu_A(u)\}$

5.1.6 Reglas difusas

Las reglas difusas combinan uno o más conjuntos difusos de entrada (variable lingüística) llamados *antecedentes* y se le asocia un *consecuente*. El formato de reglas puede ser representado de dos maneras debido al *consecuente*, ya que este puede ser del tipo *Mamdani* o del tipo *Sugeno*; en el primero, el *consecuente* será una variable lingüística mientras que el

segundo, será una función genérica de las variables de entrada. El modo de asociar los estos conjuntos es por medio del siguiente algoritmo:

SI *variable lingüística 1* **Y** *variable lingüística 2* **ENTONCES** *variable lingüística* ó $f(x)$

Es necesario tener una base de reglas que definan el conocimiento que se tiene al relacionar los antecedentes y consecuentes, esta base de reglas es posible expresarlas por medio de una tabla o bien por lo que se conoce como FAM (*Fuzzy Associative Memory*), memoria asociativa difusa; las FAM son matrices que definen la relación entre los antecedentes de dos entradas con el consecuente de salida, también es posible definir unas FAM de más de dos dimensiones pero son difíciles de manejar.

5.1.7 Dispositivos de inferencia difusa

Los dispositivos de inferencia difusa tienen la tarea de interpretar las reglas del tipo SI-ENTONCES de una base de reglas, con el fin de obtener los valores de salida a partir de los actuales valores de las variables lingüísticas de entrada al sistema.

5.1.8 Fusificador

Es el encargado de establecer la relación entre los datos de entrada que son de naturaleza no difusa y llevarlos a la variable lingüística que esta formada por una serie de subconjuntos difusos, existen varias estrategias que se encargan de realizar esta función:

- Fusificador *singleton*
- Fusificador *no singleton*

5.1.9 Defusificador

De manera opuesta al *fusificador*, el *defusificador* se encarga de llevar la salida de los dispositivos de inferencia difusa, a un valor no difuso; existen diversas técnicas para esta función, tanto para el tipo de reglas *Mamdani* como para el tipo *Sugeno*, los métodos de defusificación usados para reglas del tipo *Mamdani* son:

- Defusificador por máximo
- Defusificador por media de centros
- Defusificador por centro de área

Por otra parte, para las reglas del tipo *Sugeno* el correspondiente valor de salida no difusa se obtiene como una media ponderada de la salida de cada regla de la base de reglas.

5.1.10 Controlador por lógica difusa

Como ya se ha dicho, los controladores basados en lógica difusa son ideales para sistemas altamente no lineales, estos trabajan de manera diferente a los controladores convencionales ya que usan variables lingüísticas en vez de numéricas y necesitan del conocimiento del experto en lugar de ecuaciones. Los controladores difusos son la aplicación más importante de la lógica difusa (Montbrun Di Filippo), un esquema de este tipo de controladores es mostrado en la figura 5.3.

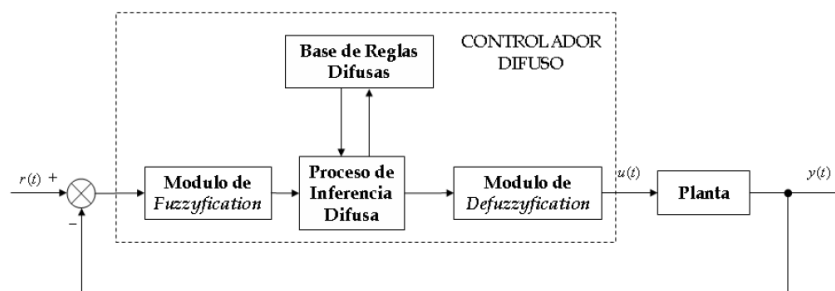


Fig. 5.3 Esquema de un controlador con lógica difusa.

El diseño de los controladores con lógica difusa se basa esencialmente en definir las reglas que relacionan los antecedentes y los consecuentes, para los antecedentes se selecciona la

información de la entrada, se fijan las particiones difusas y los parámetros de las funciones de pertenencia; por otra parte, el consecuente está determinado por el propio proceso, por lo que solo será necesario normalizar los parámetros de la función de pertenencia de salida.

5.2 CONTROLADOR MODO DESLIZANTE CON LOGICA DIFUSA

Después de haber descrito la teoría relacionada con lógica difusa y representar el esquema de un controlador usando lógica difusa, se va desarrollar un controlador de esta naturaleza pero usando los conceptos del control por modo deslizante ya descrito en el cuarto capítulo. Un controlador FLC usualmente tiene como entradas el error y la derivada del error; el enfoque habitual del diseño de las reglas difusas de este controlador es la partición del plano de fase en dos semiplanos por medio de una diagonal, esto significa que el controlador FLC tiene como característica principal lo que se conoce como *forma diagonal* (Palm, Driankov, & Hellendoorn, 1997,32). La forma típica de las reglas difusas para un FLC es:

$$\text{SI } e = \text{PS} \text{ Y } \dot{e} = \text{NB} \text{ ENTONCES } u = \text{PS}$$

Donde PS (siglas en inglés) representa el valor difuso del error *positivo pequeño*, NB el valor difuso de la derivada del error *negativo grande* y en cuanto a la salida u , se tiene PS que representa el valor difuso *positivo pequeño*. Estas reglas están mostradas en su forma FAM en la tabla 5.1

Tabla 5.1 Matriz de reglas de un FLC en forma diagonal

$\begin{matrix} e \\ \dot{e} \end{matrix}$	NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
PB	Z	NS	NS	NM	NM	NB	NB
PM	PS	Z	NS	NS	NM	NM	NB
PS	PS	PS	Z	NS	NS	NM	NM
Z	PM	PS	PS	Z	NS	NS	NM
NS	PM	PM	PS	PS	Z	NS	NS
NM	PB	PM	PM	PS	PS	Z	NS
NB	PB	PB	PM	PM	PS	PS	Z

P = Positive (positivo)
N = Negative (negativo)
Z = Zero (cero)
S = Small (pequeño)
M = Medium (medio)
B = Big (grande)

Con el fin de aprovechar la similitud que existe entre un FLC con el controlador por modo deslizante con capa límite SMC (BL), el cual es un controlador robusto y el más adecuado para el control de sistemas no lineales, se obtiene un nuevo controlador por modo deslizante aplicando lógica difusa. La similitud entre la forma diagonal del FLC con el controlador SMC (BL) permite redefinir la forma diagonal del FLC en términos del controlador SMC (BL), lo que resulta en el controlador SMFLC (Palm, Driankov, & Hellendoorn, 1997).

5.2.1 Similitud de un FLC en forma diagonal con un SMC (BL)

Para establecer las similitudes entre un FLC en forma diagonal y un SMC (BL) se comienza por definir la descripción analítica del FLC en forma diagonal. La forma diagonal del FLC proporciona una asignación de forma clara de los vectores de estado del error y la derivada del error así como en su salida u . Los estados situados en la diagonal juegan un papel importante, ya que ahí es donde la salida del controlador cambia su signo; la forma diagonal puede ser definida ahora de la siguiente manera:

$$s = \lambda \cdot e + \dot{e} = 0 \quad (\text{Ec. 5.1})$$

Donde λ es un parámetro de sintonización; ahora bien, la ley de control del FLC en forma diagonal ahora en términos de la superficie deslizante S es como sigue (Palm, Driankov, & Hellendoorn, 1997, 91):

$$u_{fuzz} = -K_{fuzz} \left(e, \dot{e}, \lambda \right) \cdot \text{sgn}(s) \quad (\text{Ec. 5.2})$$

En cuanto al controlador SMC (BL), la ley de control se diferencia de la desarrollada en el cuarto capítulo en que ahora hay una limitación definida por la anchura Φ , la cual es la distancia vertical entre el vector del error y la línea de deslizamiento (Ec. 5.1) como se observa en la figura 5.4. La ley de control del SMC (BL) es:

$$u_{diagonal} = \frac{K \cdot |s|}{\Phi} \cdot \text{sgn}(s) \quad (\text{Ec. 5.3})$$

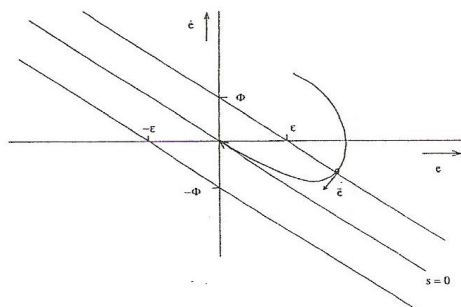


Fig. 5.4 Modo deslizante con capa límite SMC (BL) (Palm, Driankov, & Hellendoorn, 1997,80).

A pesar de la similitud entre estos dos controladores (Ec. 5.2) y (Ec. 5.3), existen algunas diferencias entre ellos; una de ellas es mostrada en la figura 5.5 donde se observa que la característica de transferencia del FLC es del tipo no lineal en contraste con el SMC (BL).

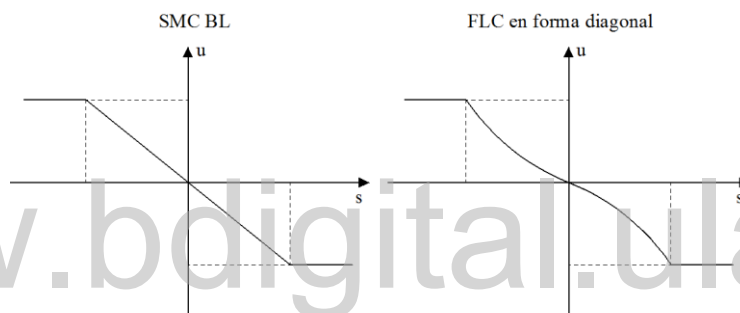


Fig. 5.5 Característica de transferencia de un SMC (BL) y un FLC en forma diagonal.

Otra diferencia importante es que para el controlador FLC en forma diagonal el vector de estados del error es, al contrario del SMC (BL), restringido por límites en el espacio de estados difusos como se observa en la figura 5.6.

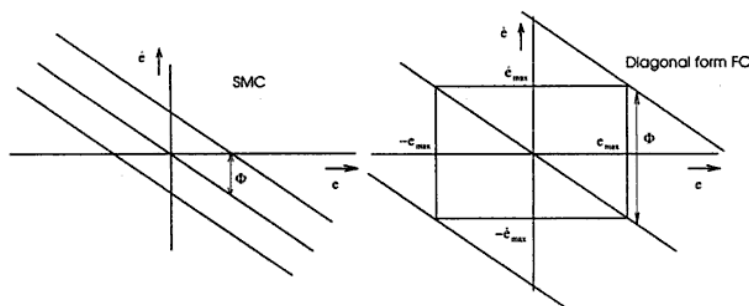


Fig. 5.6 Capa límite para un SMC (BL) y un FLC en forma diagonal (Palm, Driankov, & Hellendoorn, 1997, 92).

5.2.2 Controlador SMFLC

Debido a la similitud del controlador FLC en forma diagonal con el controlador SMC con BL, se puede definir un controlador en modo deslizante con lógica difusa, SMFLC. La ventaja del controlador SMFLC es que reduce el número de reglas difusas considerablemente, debido a que la forma diagonal del FLC utiliza como variables entradas los vectores de estado del error y la derivada del error, en contraste a esto, la única variable entrada del SMFLC es la superficie S . La ley de control del SMFLC está dada en la ecuación siguiente:

$$u_{fuzz} = -K_{fuzz}(|s|) \cdot \text{sgn}(s) \quad (\text{Ec. 5.4})$$

Las reglas difusas de un SMFLC pueden ser reformuladas para incluir la distancia d entre el vector de estado del error y el vector normal a la línea de deslizamiento que pasa por el origen. Esto da una oportunidad adicional de incidir más en la velocidad a la que se llega al origen y así tener una respuesta más rápida del controlador.

5.2.3 Controlador SMFLC con TISO

El controlador SMLFC con dos entradas y una salida TISO, es descrito a continuación. Para un controlador SMFLC donde la entrada es el error y su salida u es un escalar, un diseño general de la regla es que el valor absoluto de u debe incrementarse a medida que se incrementa la distancia $|s|$ mostrada en la figura 5.7. Esta regla evalúa tanto los errores grandes como los pequeños ya que ambos errores están representados de la misma manera por la distancia $|s|$ a la línea de deslizamiento $s = 0$.

Para mejorar el comportamiento del sistema podría ser una ventaja introducir de manera adicional un grado de libertad para el vector de estado del error en las reglas difusas. Una opción particular sería introducir la distancia adicional d logrando con esto que la región cerca del origen del espacio de estados pueda tener una respuesta más rápida.

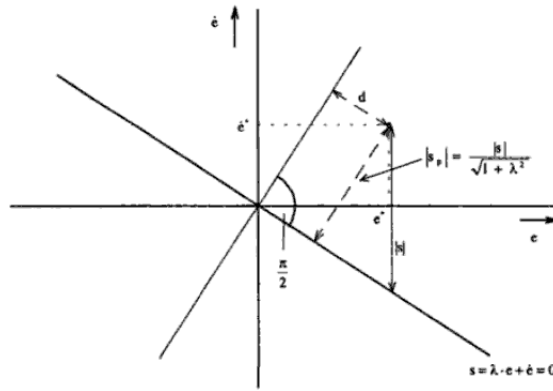


Fig. 5.7 Controlador SMFLC en términos de la distancia d y S_p (Palm, Driankov, & Hellendoorn, 1997,99).

Con respecto a las distancias s y d se pueden señalar dos reglas generales de diseño:

- R1: $|u|$ debe aumentar a medida que la distancia entre el estado actual y la superficie de deslizamiento $s = 0$ aumenta.
- R2: $|u|$ debe aumentar a medida que la distancia d entre el estado actual y la línea normal a la superficie de deslizamiento $s = 0$ aumenta.

Las variables de entrada del controlador SMFLC están determinadas por $|s_p|$ y d , estos se definen mediante las siguientes ecuaciones:

$$d = \sqrt{|e|^2 - s_p^2} \quad (\text{Ec. 5.5})$$

$$s_p = \frac{s}{\sqrt{1 + \lambda^2}} \quad (\text{Ec. 5.6})$$

La correspondiente ley de control del SMFLC con TISO es:

$$u_{fuzz} = -K_{fuzz}(s_p, d) \cdot \text{sgn}(s) \quad (\text{Ec. 5.7})$$

Al asignar un conjunto difuso a cada variable de entrada S_p y d , así como a la salida del controlador u , se formulan las reglas que definen al controlador SMFLC y éstas son mostradas en la tabla siguiente (Palm, Driankov, & Hellendoorn, 1997,100):

Tabla 5.2 Diagrama de reglas con S_p y d para un SMFLC con TISO.

				d				
PB	PB	PB	PB	NB	NB	NB	NB	B
PB	PB	PB	PM	NM	NB	NB	NB	M
PB	PB	PM	PS	NS	NM	NB	NB	S
PB	PM	PS	PZ	NZ	NS	NM	NB	Z
				S _p				
NB NM NS NZ				PZ PS PM PB				

Los valores difusos en las celdas del diagrama de reglas describen la magnitud de salida del controlador. Estas reglas están desarrolladas de acuerdo a las reglas generales de diseño R1 y R2. Se observa el modo en que se redujo el número de reglas de SMFLC a 32 con respecto a la 49 del FLC en forma diagonal mostradas en la tabla 5.1.

www.bdigital.ula.ve

CAPÍTULO VI

SIMULACIÓN DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Hasta el momento se ha desarrollado todos los aspectos teóricos del motor de inducción y de los controladores que se pretenden usar; ahora es el momento de presentar los resultados de esta investigación por medio de las respectivas simulaciones tanto del modelo matemático del motor como del esquema de control vectorial indirecto CVI y de los controladores PI, SMC y SMFLC; se está interesado en el comportamiento del par electromagnético y la velocidad del motor, de cómo esta velocidad cambia considerablemente cuando es agregada carga al eje y como este problema es corregido al introducir los esquemas clásicos de control. Al final se hará una comparación para definir cual controlador tiene mejor comportamiento tanto en condiciones normales como al momento de presentarse errores en el modelo.

6.1. VALIDACIÓN DEL MODELO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

En esta primera parte se va a validar el modelo matemático del motor de inducción desarrollado en este trabajo, se comienza resolviendo las ecuaciones diferenciales en un paquete de programación y luego se harán las simulaciones del motor en lo que respecta a la velocidad y par electromagnético para distintas cargas montadas sobre su eje.

6.1.1. Diagrama de bloques del motor de inducción

Para la simulación del motor de inducción se hará uso del paquete de programación de MATLAB versión R2010a específicamente SIMULINK, el cual trabaja con diagrama de bloques y es con esta aplicación con la que se pretende resolver las ecuaciones dadas para este proyecto y posteriormente realizar las simulaciones necesarias.

Es necesario antes de mostrar el motor de inducción en su diagrama de bloques, conocer los parámetros del motor con el cual se va a trabajar en este proyecto, estos son mostrados en la siguiente tabla:

Tabla 6.1 Parámetros del Motor de Inducción usado en la simulación (Ong, 1998).

DESCRIPCIÓN	VARIABLE	VALOR	
Potencia mecánica	P_{mec}	1	Hp
Voltaje de línea	V_L	208	V
Potencia nominal	S_b	750	VA
Velocidad nominal	n	1800	r.p.m.
Polos de la máquina	P	4	Polos
Factor de potencia	fp	0,8	
Frecuencia base	f_b	60	Hz
Resistencia del estator	r_s	3,35	Ω
Resistencia del rotor	r_r	1,99	Ω
Inductancia del estator	L_s	6,94E-03	Ω
Inductancia del rotor	L_r	6,94E-03	Ω
Inductancia mutua	L_m	1,64E-01	Ω
Momento de inercia	J	0,1	$Kg.m^2$

Para validar el modelo matemático del motor de inducción se resuelven las ecuaciones desarrolladas en el segundo capítulo en SIMULINK, parte del resultado del diagrama de bloques es mostrado en las figuras 6.1 y 6.2.

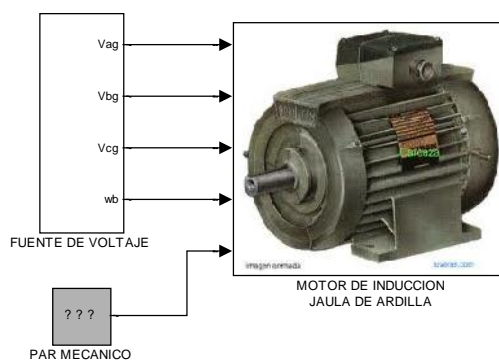


Fig. 6.1 Diagrama de bloques del modelo matemático del motor de inducción.

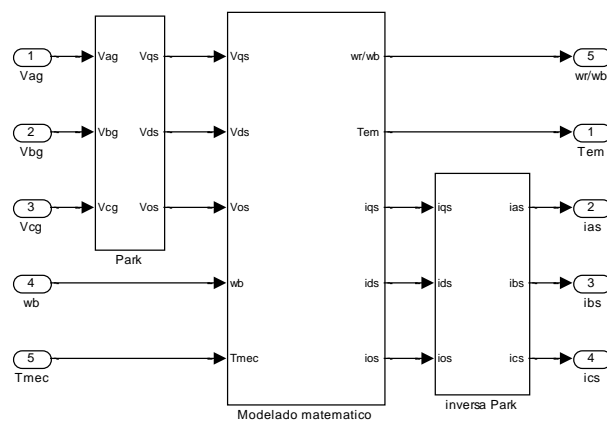
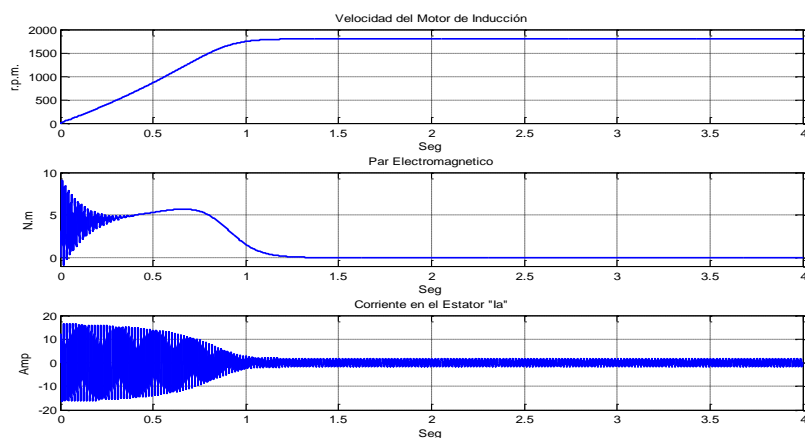


Fig. 6.2 Diagrama de bloques del modelo matemático del motor de inducción.

6.1.2. Motor de Inducción en vacío

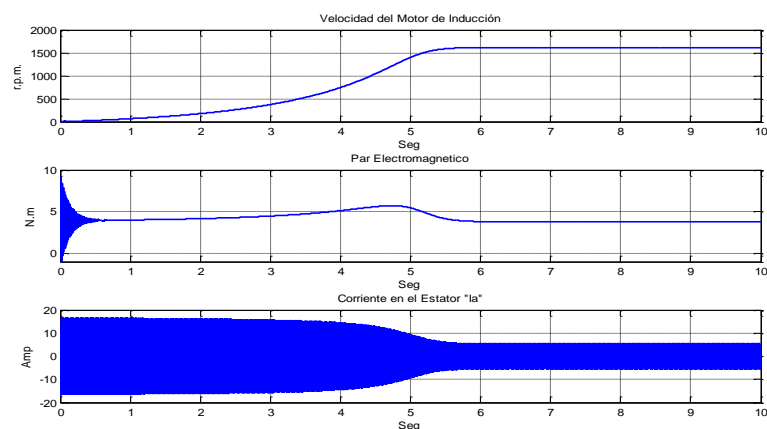
Se validará el modelo graficando la respuesta de la velocidad en el rotor, par electromagnético, corrientes y la característica Par – Velocidad. Las simulaciones se hacen para el motor de 1 Hp que tiene como parámetros los mostrados en la tabla 6.1. En la gráfica 6.1 se muestra la respuesta de velocidad, par y corriente para la condición de vacío, es decir, sin carga sobre su eje; se observa como el transitorio del motor dura aproximadamente 1,1 segundos, la corriente pico en el estator está cerca de los 2 Ampere (cuando la maquina se estabiliza) y en el momento del arranque alcanza el valor pico máximo de 15 Ampere, la cual es alta para la condición de vacío.



Gráfica 6.1 Simulación del motor en vacío.

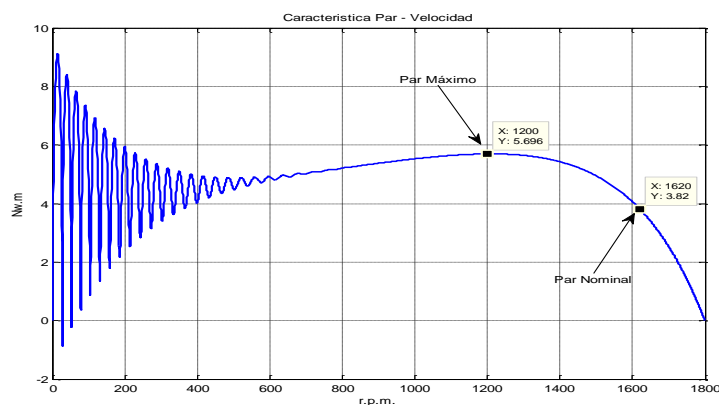
6.1.3. Motor de Inducción a plena carga

Los motores son diseñados para trabajar hasta un límite de carga determinado, ya se observó el comportamiento del motor en la condición ideal, sin carga sobre su eje; en esta ocasión se va a arrancar el motor con carga nominal, que para este motor de 1 Hp es de 3,8 Nw.m.



Gráfica 6.2 Simulación del motor a plena carga 3.8 Nw.m.

La gráfica 6.2, muestra el resultado de la simulación y se observa que el transitorio es mayor, de 6 segundos con respecto a la simulación en vacío la cual fue de 1,1 segundos; la velocidad disminuye de 1800 a 1620 r.p.m. como es lo esperado. Una característica muy importante en los motores de inducción es la curva *Par-Velocidad*, en ella se observa el comportamiento de la velocidad conforme se le agrega carga sobre su eje.

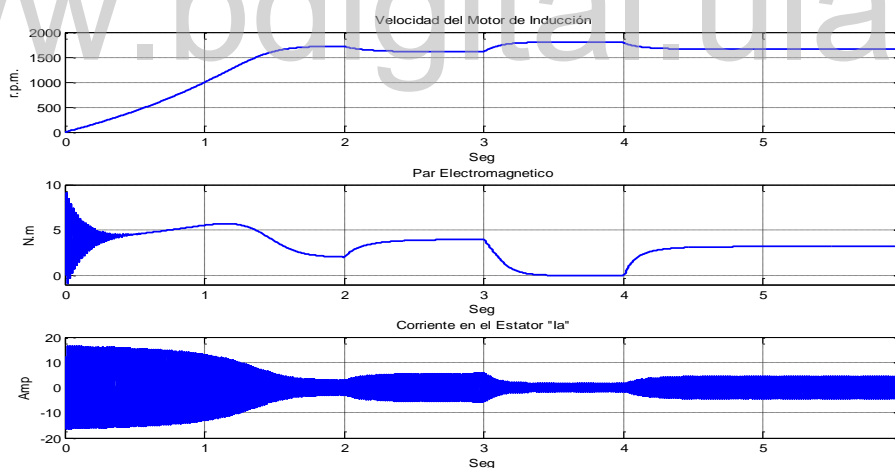


Gráfica 6.3 Característica Par-Velocidad.

En la gráfica 6.3 es mostrada la curva Par-Velocidad de un motor de 1 Hp y 4 polos usado para este proyecto; se observan datos importantes como su par máximo (5,7 Nw.m a 1200 r.p.m.) y el par nominal (3,8 Nw.m a 1620 r.p.m.).

6.1.4. Motor de Inducción con distintas cargas sobre su eje

Para terminar con la validación del modelo matemático del motor de inducción, se va a simular el motor con distintas cargas sobre su eje y se debe observar las variaciones que éstas producen como es el caso de la velocidad del motor que se ve directamente afectada ante esta condición. El objetivo del proyecto es controlar estas variaciones de velocidad, es necesario mantener esas variaciones mínimas o nulas, en un caso ideal pero esto será de estudio en las siguientes secciones. El motor se arranca con una carga de 2 Nw.m, después de alcanzar su régimen permanente se hacen variaciones en la carga de acuerdo a la siguiente secuencia 3,8; 0,0 y 3,2 Nw.m cada 2 segundos; el resultado es mostrado en la gráfica 6.4.



Gráfica 6.4 Simulación del motor con 2; 3,8; 0,0 y 3,2 Nw.m de carga sobre su eje.

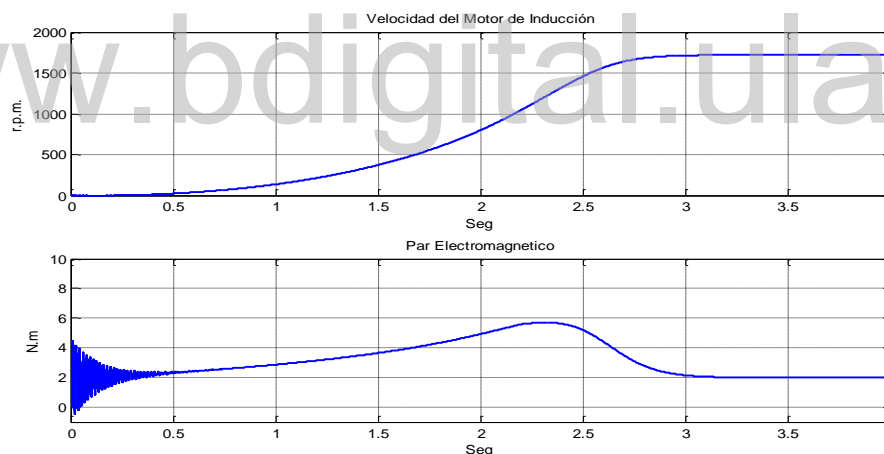
6.2. CONTROL EN EL ARRANQUE DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

Algunas veces es importante proporcionarle un arranque suave al motor como ya se estudio en el tercer capítulo, a continuación se va a observar dos modos de hacer control sobre el

arranque del motor de inducción haciendo variaciones en el voltaje de alimentación y luego en la frecuencia; al final se comparan los resultados con los obtenidos en la sección anterior.

6.2.1. Arranque variando el voltaje de alimentación

Como ya se estudió en el tercer capítulo, una de las maneras de controlar la velocidad de un motor de inducción es haciendo variar su voltaje de alimentación, en la gráfica 6.5 se tiene el resultado de arrancar el motor con un voltaje de fase inicial de valor 84 V y el mismo se incrementa de manera constante hasta alcanzar su valor nominal (120V de fase), este proceso dura 2,2 segundos dando como resultado un arranque suave, sin embargo, el motor pierde par de arranque, es decir, no se le puede colocar desde el inicio la carga nominal. En la gráfica 6.5 se muestra la simulación del motor variando el voltaje de alimentación con una carga sobre su eje de 2 Nw.m.

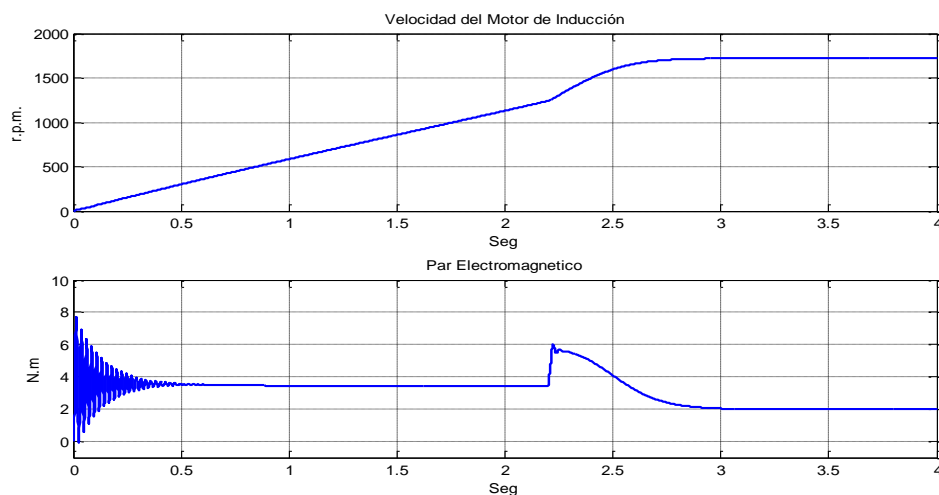


Gráfica 6.5 Arranque del motor de inducción variando el voltaje de alimentación.

6.2.2. Arranque variando la frecuencia por debajo de la nominal V/Hz

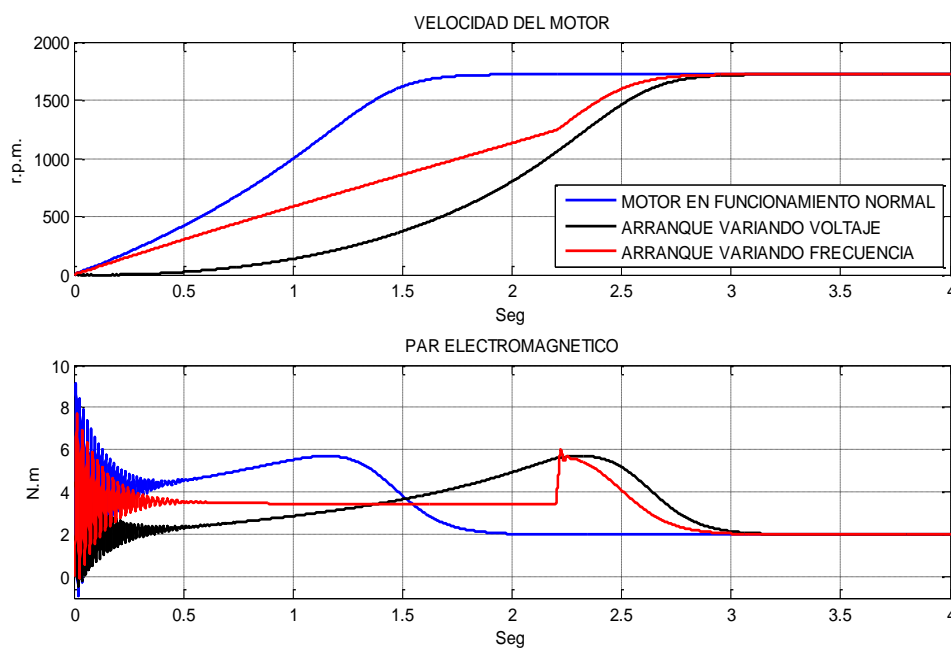
En esta ocasión se hará la variación de la frecuencia desde 42 Hz hasta 60 Hz, por lo que será necesario variar también el voltaje en la misma manera, como ya se explicó en el tercer capítulo. La variación de estos parámetros dura unos 2,2 segundos hasta alcanzar sus valores nominales. En la gráfica 6.6 se muestra el resultado de esta simulación, y nuevamente se tiene

un arranque más lento del motor pero esta vez se tiene un par de arranque un poco más alto, se puede observar en la gráfica que a los 2,2 segundos ocurre un transitorio debido a que es justo en este tiempo donde se pasa a los valores nominales de alimentación tanto de voltaje como de frecuencia.



Gráfica 6.6 Arranque del motor de inducción variando la frecuencia V/Hz.

6.2.3. Comparación de las distintas maneras de arrancar el motor de inducción



Gráfica 6.7 Diferentes formas de arrancar el motor de inducción bajo una carga de 2 Nw.m.

Ya se describió como se controla la velocidad del motor de inducción por medio de cambios en el voltaje y la frecuencia, ahora es necesario mostrar cómo es su variación con respecto a la obtenida en la sección 6.1 donde no se hace ningún control sobre el motor, esta misma se muestra en la gráfica 6.7 donde se puede observar el comportamiento del motor bajo estas condiciones, la curva sin control alcanza su velocidad nominal más rápido que las otras dos.

6.3. MOTOR DE INDUCCIÓN CON EL ESQUEMA DE CONTROL VECTORIAL INDIRECTO

El esquema de control que será usado para controlar la velocidad del motor de inducción es el control vectorial indirecto, el cual fue descrito en el tercer capítulo, específicamente en la sección 3.3. El diagrama de bloques en SIMULINK del control vectorial indirecto unido al motor de inducción es mostrado en la figura 6.3. El Control Vectorial Indirecto CVI, tiene como variables de entrada el valor de referencia de la velocidad del rotor ω_{rm} y el flujo en el estator, λ_s ; este flujo para motores de baja potencia es de aproximadamente 1 Wb/vuelta, para tener un valor más preciso se hizo la medición del flujo con el motor con carga y dio como resultado un valor aproximado de 0,25 Wb/vuelta. Para las simulaciones se considera la referencia ω_{rm} arrancando desde cero hasta su valor nominal durante un tiempo de 0,5 segundos, con el fin de obtener un arranque suave de la máquina y también evitar valores muy grandes de corriente en el transitorio, lo que provocaría que la simulación se haga muy lenta.

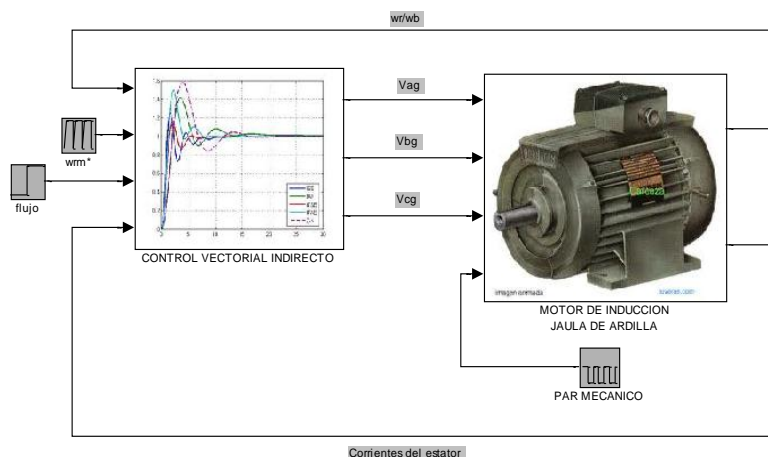


Fig. 6.3 Motor de Inducción con control vectorial indirecto.

En la grafica 6.4 se muestra el diagrama de bloques del control vectorial indirecto donde se destaca el subsistema donde están resueltas las ecuaciones del campo orientado y el bloque que representa el inversor PWM-VSI que es mostrado en la gráfica 6.5 donde se observa las tres señales de control, el puente inversor y la tensión de referencia; este bloque genera como salida el voltaje de alimentación del motor de inducción.

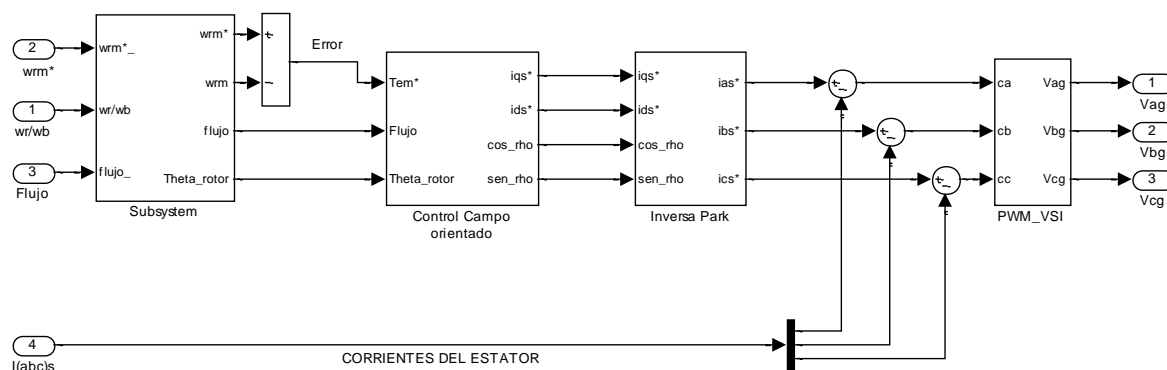


Fig. 6.4 Diagrama de bloques del control vectorial indirecto.

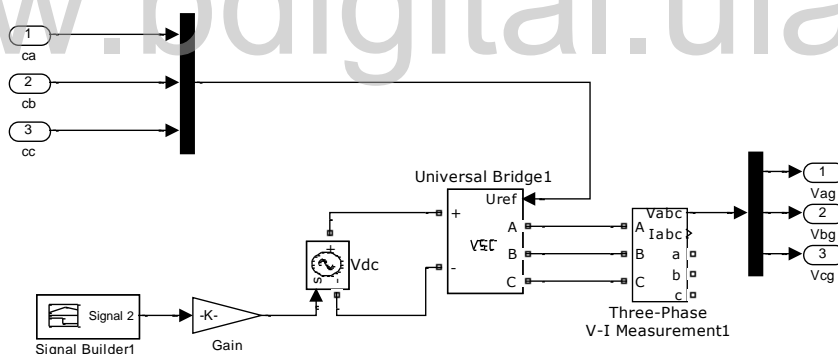
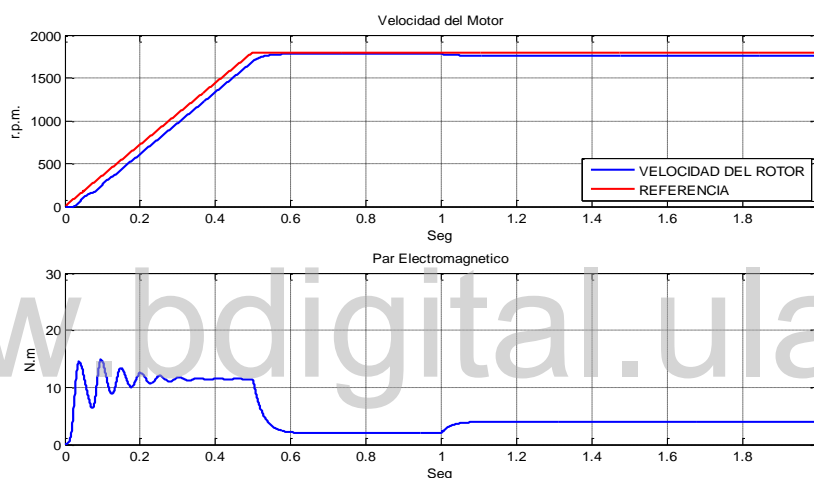


Fig. 6.5 Inversor PWM-VSI

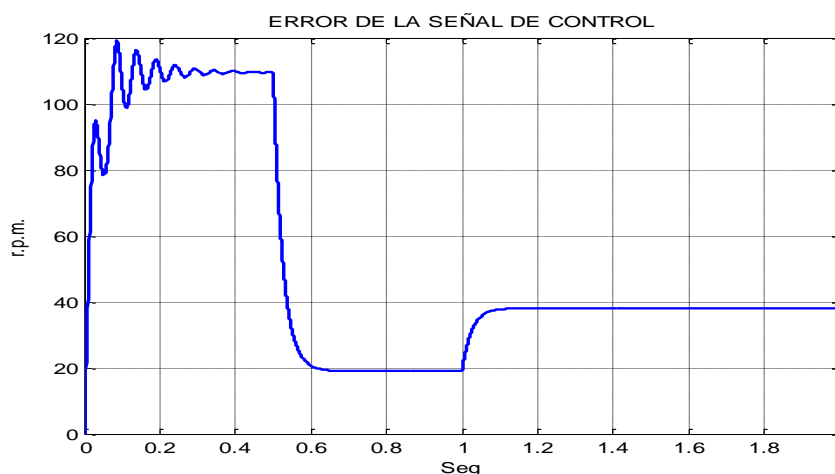
6.3.1. Control Vectorial Indirecto CVI

Las simulaciones del CVI del motor de inducción se hacen con una carga de 2 Nw.m y al momento de alcanzar su régimen permanente se le agrega al eje del motor la carga nominal 3,8 Nw.m; el tiempo en el cual se pasa a carga nominal es de 1 segundo, en este tiempo ya se ha estabilizado la velocidad del motor. En la grafica 6.8 se observa el resultado de esta

simulación en lo que respecta a su velocidad y par electromagnético, la curva roja representa el valor referencia de la velocidad y el azul el valor real; es fácil notar que existe una diferencia entre ellas, sin embargo, la velocidad en el rotor es mayor con respecto a las simulaciones hechas al motor sin CVI, como se observa en la gráfica 6.3 donde el motor con carga nominal dio como resultado una velocidad de 1620 r.p.m. y en el caso del motor con CVI, la velocidad del rotor con carga nominal es de 1762 r.p.m. lo que representa una considerable mejoría, sin embargo esto no es suficiente. En la grafica 6.11 está representado el error entre la referencia y la velocidad del rotor, donde se destaca un error de 38 r.p.m. en estado estable.



Gráfica 6.8 Curva de velocidad y par del control vectorial indirecto CVI.



Gráfica 6.9 Error del control vectorial indirecto con PI

6.3.2. Control Vectorial Indirecto con PI

Como el control vectorial indirecto por sí solo no es suficiente para mantener la velocidad del rotor invariable al agregarle cambios de carga en el eje del rotor, es necesario agregarle al esquema de control vectorial un controlador para la velocidad, a continuación se introduce un controlador del tipo PI mostrado en la figura 6.6.

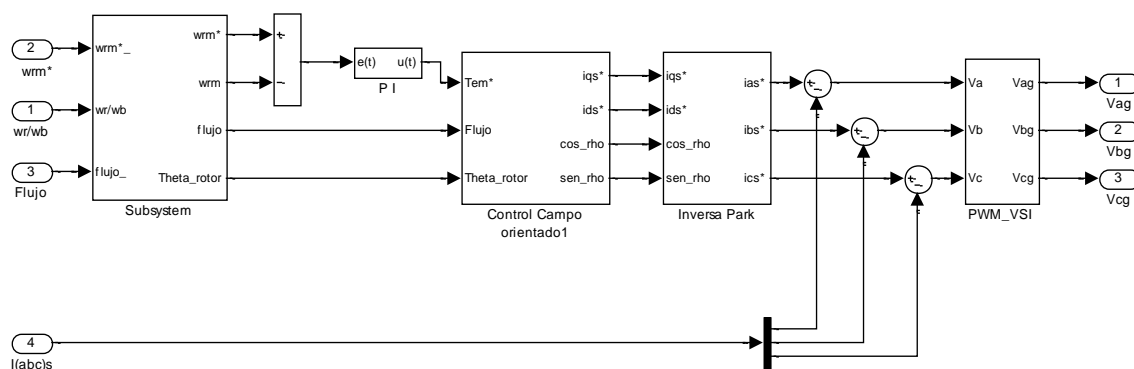
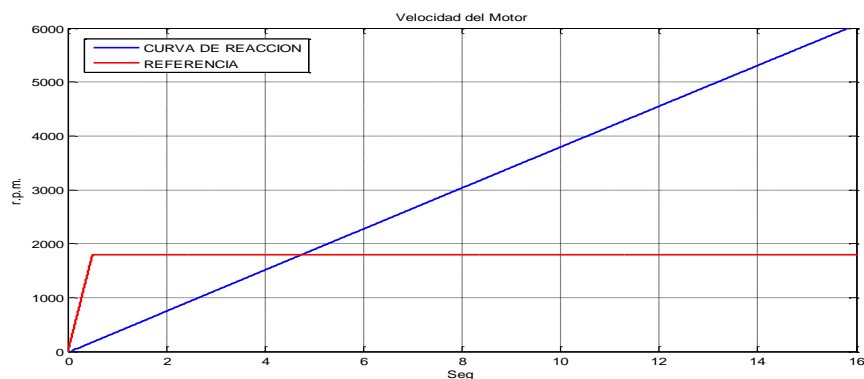


Fig. 6.6 Diagrama de bloques del control vectorial indirecto con PI.

Como se describió en el cuarto capítulo, el controlador PI se pretende sintonizar con las formulas de *dahlin*, por lo que es necesario obtener una aproximación de la planta, esta aproximación es del tipo de primer orden más tiempo muerto FOPDT y se obtiene por medio del método gráfico de la curva de reacción. Para aplicar el método de la curva de reacción, la cual se hace en lazo abierto, se debe considerar los parámetros de funcionamiento normal de la máquina para así obtener una buena aproximación, recordando que estos métodos sirven como un punto de partida para la sintonización de los parámetros del controlador PI.

La grafica 6.10 muestra la curva de reacción para el motor de inducción, y es evidente que no es la respuesta que se esperaba, esta respuesta indica que se está ante un *Sistema Integrante*, es decir, tiene un polo dominante en el origen y el método de la curva de reacción de *Ziegler Nichols* precisamente no es aplicable bajo esta condición (Ogata, 1998, 671).



Gráfica 6.10 Curva de reacción.

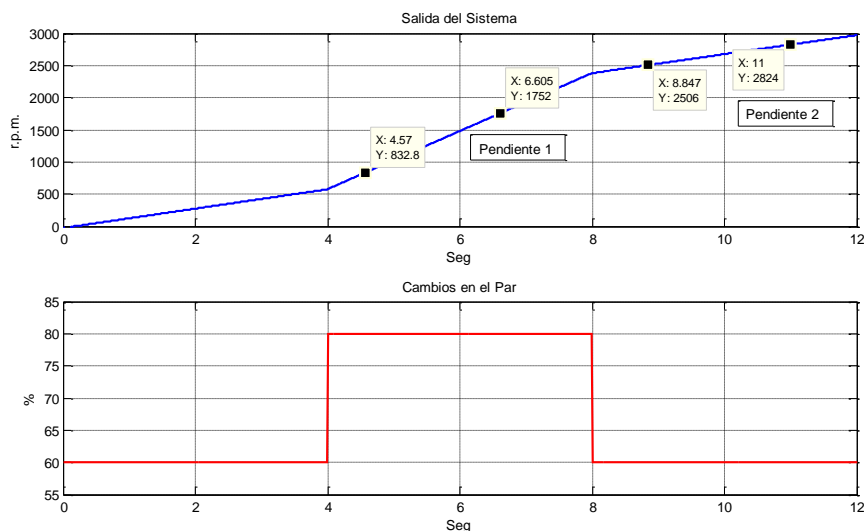
Para obtener la aproximación FOPDT de un sistema integrante se usa un método gráfico el cual requiere de un conjunto de datos que incluye al menos dos valores constantes de salida del regulador (T_{em}^*); estos datos deben mantenerse constantes en el tiempo de manera que en la pendiente de la variable del proceso integrante se pueda identificar visualmente los datos requeridos, además de esto, debe haber una diferencia notable entre las pendientes (Arbogast & Cooper, 2007, 1568). Las ecuaciones para obtener la aproximación FOPDT para dos cambios de pendiente son:

$$K = \frac{\text{Pendiente}_2 - \text{Pendiente}_1}{u_2 - u_1} \quad (\text{Ec. 6.1})$$

$$t_0 = \frac{t_{0_1} + t_{0_2}}{2} \quad (\text{Ec. 6.2})$$

$$\tau = t_0 \sqrt{10} \quad (\text{Ec. 6.3})$$

En la figura 6.11 se muestra la gráfica obtenida del método para sistemas integrantes (Arbogast & Cooper, 2007, 1566), en la gráfica obtenida el tiempo muerto no es apreciable, debido a que es muy pequeño, por lo tanto como lo que se quiere es una aproximación, se asume el tiempo muerto t_0 de 0,001 segundos; ahora bien, los parámetros del FOPDT aplicando las ecuaciones (Ec. 6.1), (Ec. 6.2) y (Ec. 6.3) junto con los datos obtenidos en la gráfica 6.11 son mostrados en la tabla 6.2.



Gráfica 6.11 Respuesta a lazo abierto del sistema integrante para dos cambios de pendiente.

Tabla 6.2 Parámetros de la aproximación FOPDT.

PARÁMETRO	VALOR
K	15,2
t_0	0,001
τ	0,0032

En el cuarto capítulo se describió el controlador de *dahlin*, el cual se pretendía usar para sintonizar los parámetros del controlador PI, pero como al aplicar el método de la curva de reacción se encontró con un sistema integrante, se usarán las ecuaciones de sintonización IMC de un FOPDT de sistemas integrantes para controladores PI (Arbogast & Cooper, 2007, 1571), estas ecuaciones de sintonización son mostradas a continuación:

$$K_p = \frac{1}{K} \frac{2\tau + t_0}{(\tau + t_0)^2} \quad (\text{Ec. 6.4})$$

$$T_i = 2\tau + t_0 \quad (\text{Ec. 6.5})$$

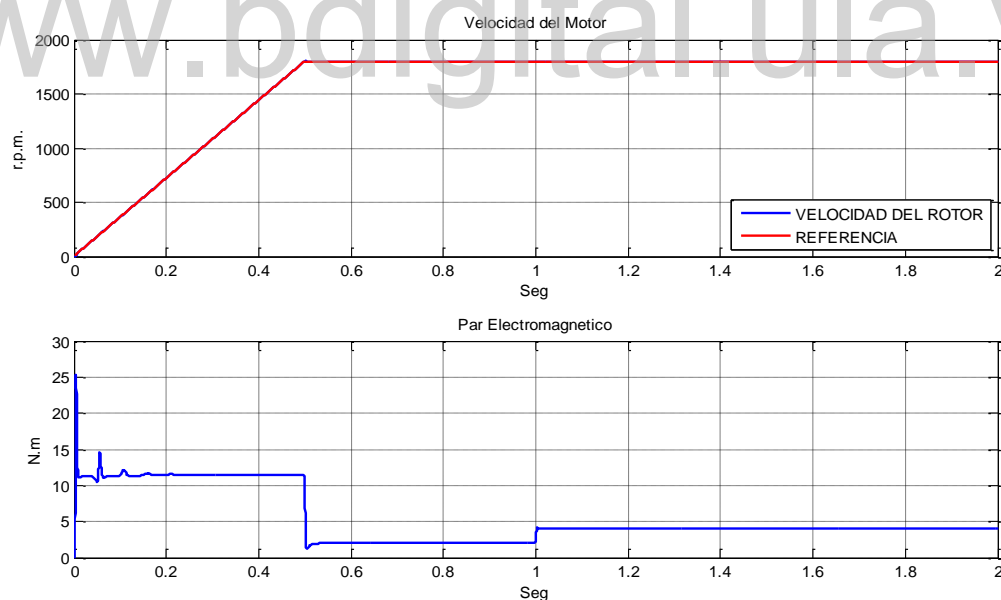
Con los parámetros del FOPDT mostrados en la tabla 6.2 y las ecuaciones (Ec. 6.4) y (Ec. 6.5) se obtienen los parámetros del controlador PI, (Ec. 4.2). Los resultados obtenidos que

servirán como punto de partida para la sintonización del controlador PI son mostrados en la tabla 6.3; en gráfica 6.12 se muestra el resultado de la simulación del control vectorial indirecto con controlador PI.

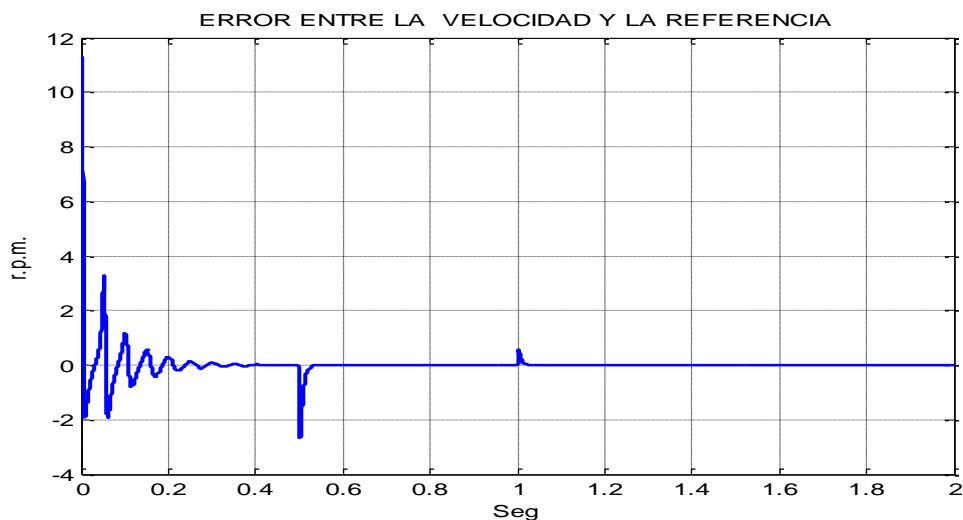
Tabla 6.3 Parámetros del controlador PI.

PARÁMETRO	VALOR
K_p	27,81
T_i	0,00732

La grafica 6.12 muestra la respuesta de la velocidad del control vectorial indirecto sumado a la acción del controlador PI; la respuesta del controlador es satisfactoria, tanto así que casi no es posible ver diferencia entre el valor de referencia y el valor de la velocidad de la simulación, sin embargo, fue posible hacer una optimización del controlador PI para mejorar el error.



Gráfica 6.12 Curva de velocidad y par del control vectorial indirecto con PI.

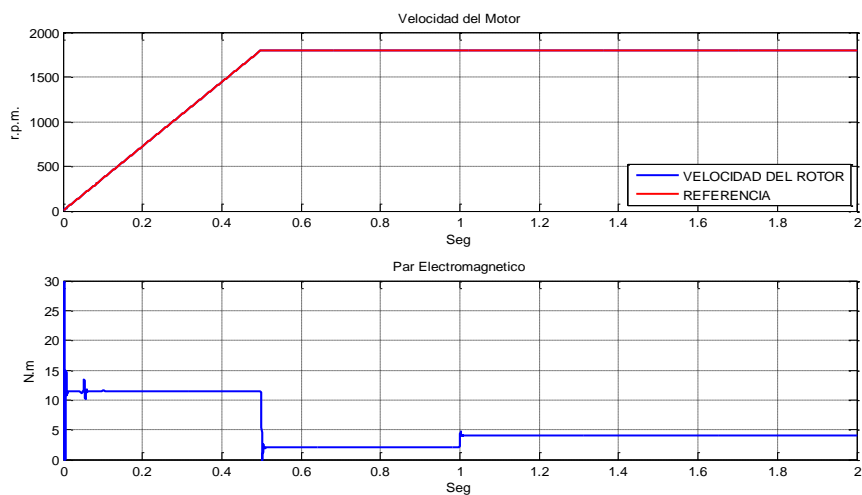


Gráfica 6.13 Error del control vectorial indirecto con PI

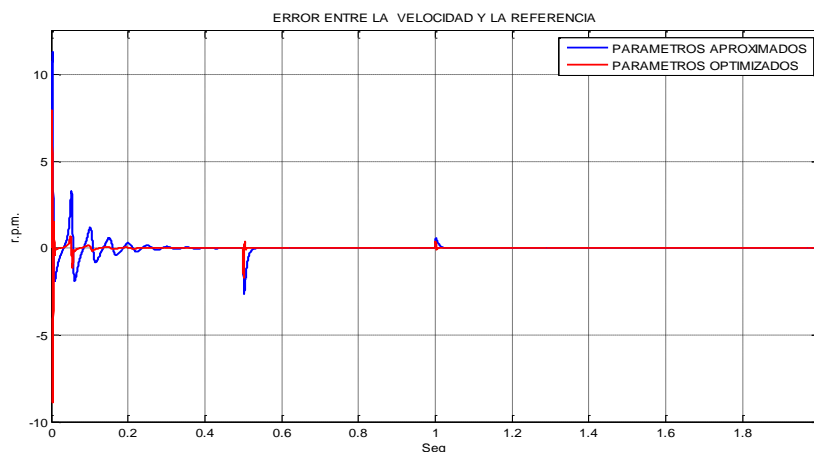
Los parámetros finales para el control vectorial indirecto con un controlador PI son mostrados en la tabla 6.4 y en las gráficas 6.14 y 6.15 se observa cómo se mejoró el rendimiento con la optimización.

Tabla 6.4 Parámetros del controlador PI aproximados y optimizados.

PARÁMETRO	APROXIMADO	OPTIMIZADO
K_p	27,81	27,81
T_i	0,00732	0,000732



Gráfica 6.14 Curva de velocidad y par del control vectorial indirecto con PI optimizado.



Gráfica 6.15 Error del control vectorial indirecto con PI con los parámetros aproximados y optimizados

6.3.3. Control Vectorial Indirecto con SMC

El control vectorial indirecto con PI da una respuesta satisfactoria en el control de la velocidad del motor de inducción, ahora bien, se verá como es el comportamiento con un controlador por modo deslizante SMC; este controlador se sintoniza con los parámetros de la aproximación a un FOPDT como ya se describió en el cuarto capítulo. La figura 6.7 muestra el diagrama de bloques del SMC:

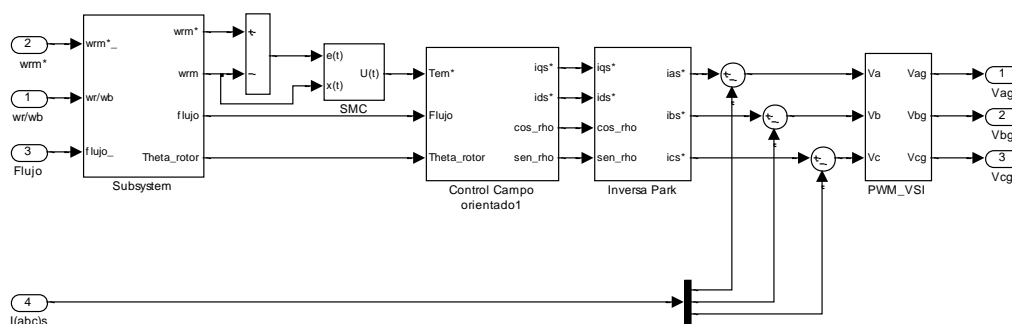
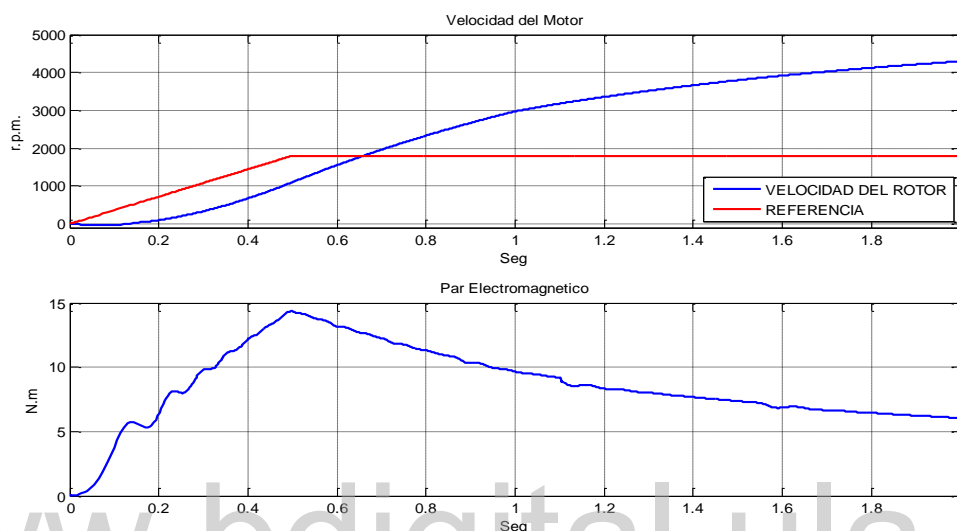


Fig. 6.7 Controlador SMC.

Para sintonizar el controlador SMC se usan los parámetros del FOPDT de la tabla 6.2, estos parámetros servirán como punto de partida para la sintonización del controlador SMC, es de aclarar que las ecuaciones (Ec. 4.31) a (Ec. 4.34) se basan en un sistema de primer orden más

tiempo muerto FOPDT y no en un sistema integrante por lo que los parámetros iniciales del SMC podrían estar muy alejados de los valores óptimos. En la gráfica 6.16 se muestra la simulación del control vectorial indirecto con controlador SMC y en la tabla 6.5 los parámetros del controlador SMC los cuales se obtienen de las ecuaciones (Ec. 4.31) a (Ec. 4.34).



Gráfica 6.16 Curva de velocidad y par del control vectorial indirecto con SMC.

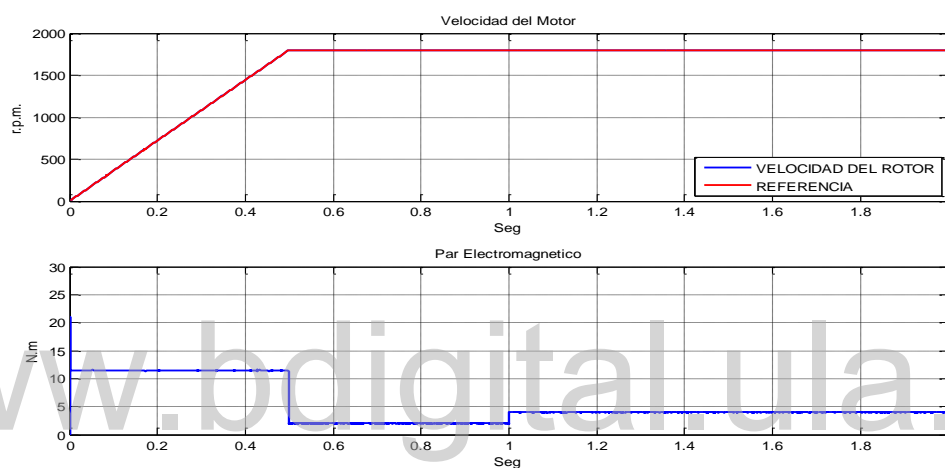
Tabla 6.5 Parámetros del controlador SMC.

PARÁMETRO	VALOR
λ_1	1312,5
λ_0	430660
K_D	0,1274
δ	305,67

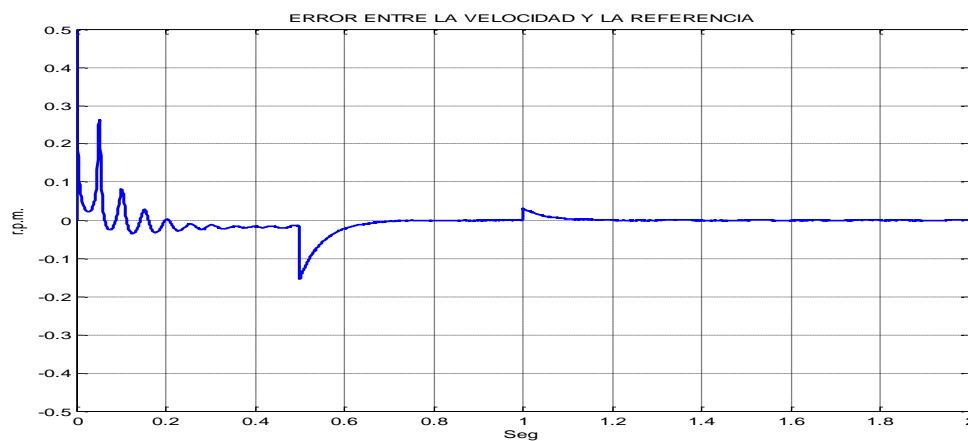
La gráfica 6.16 muestra la respuesta de la velocidad para los parámetros del motor como un FOPDT y es obvio que la aproximación para este controlador es deficiente por lo que será necesario hacer una optimización como ya se predijo. En la tabla 6.6 se muestra los parámetros optimizados del controlador SMC así como los de el FOPDT con el cual se obtuvieron dichos parámetros, resaltando que para la optimización se dejó fijo el parámetro K en 15,2 y se cambiaron t_0 y τ ; en la grafica 6.17 se muestra el resultado de esta optimización con respecto a velocidad y par.

Tabla 6.6 Parámetros del controlador SMC y del FOPDT.

PARÁMETRO	APROXIMADO	OPTIMIZADO
K	15,2	15,2
t_0	0,001	0,00001
τ	0,0032	0,4
λ_1	1312,5	100000
λ_0	430660	2500100000
K_D	0,1274	165,51
δ	305,67	30189000

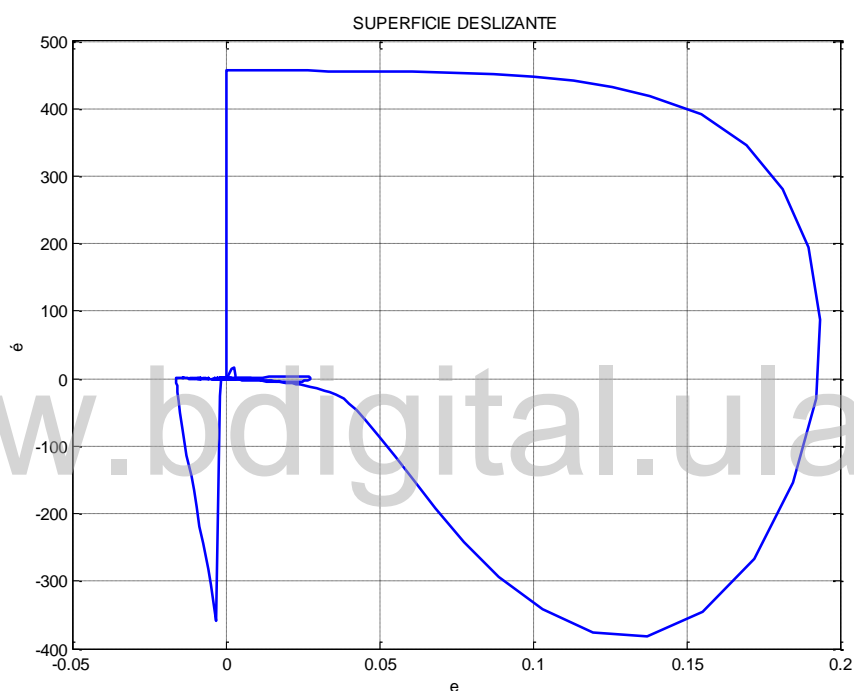


Gráfica 6.17 Curva de velocidad y par del control vectorial indirecto con SMC para los parámetros del FOPDT optimizados.



Gráfica 6.18 Error del control vectorial indirecto con SMC.

En la gráfica 6.17 se observa como la respuesta del controlador SMC es bastante satisfactoria como lo fue la respuesta del controlador PI, además de esto, el error mostrado en la gráfica 6.18 es más pequeño con respecto a la gráfica 6.15 del PI. Una característica importante en el controlador SMC es graficar el error contra la derivada del error, lo que representa la superficie deslizante $S(t)$, en esta gráfica es posible observar como el error es llevado por medio de la superficie a cero, la gráfica correspondiente es mostrada a continuación:



Gráfica 6.19 Superficie deslizante del SMC.

6.3.4. Control Vectorial Indirecto con SMFLC

El controlador SMFLC se trabaja de manera diferente con respecto a los anteriores, como ya se explicó en el quinto capítulo, la lógica difusa simula la forma en que el cerebro razona o piensa; en este controlador las entradas difusas son S_p y d , y las reglas difusas son las mostradas en la tabla 5.2, el diagrama de bloques del controlador SMFLC se muestra en las figuras 6.8 y 6.9.

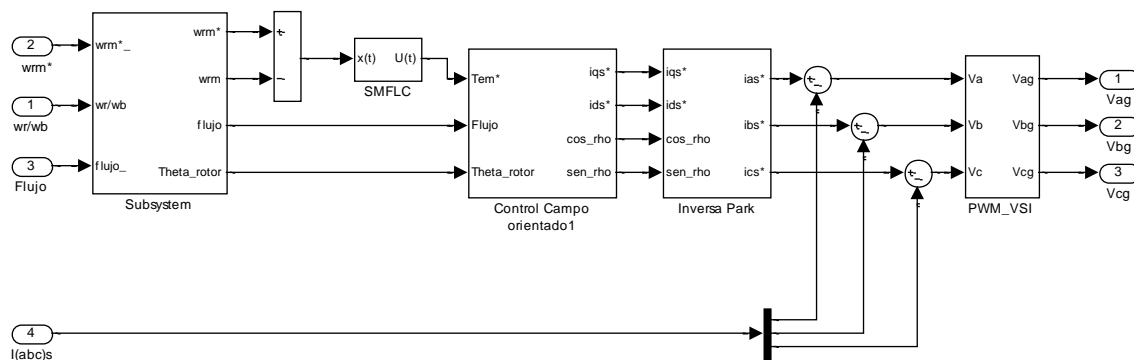


Fig. 6.8 Diagrama de bloques del control vectorial indirecto con SMFLC.

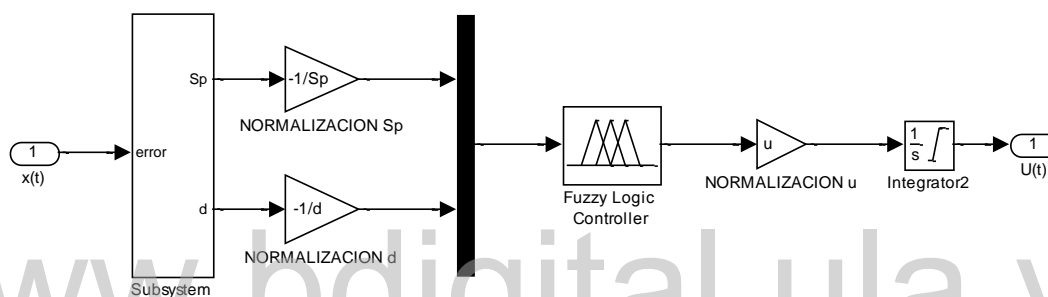


Fig. 6.9 Diagrama de bloques del controlador SMFLC.

De la implementación del controlador SMFLC se destaca el parámetro de sintonización λ y la normalización de las entradas y salidas del controlador difuso para su correcto funcionamiento; para poder simular el controlador difuso es necesario introducir los parámetros del mismo por medio de la herramienta de Matlab *FIS Editor*, en ella se introducen las funciones de pertenencia de las entradas, salidas y las reglas difusas. En las siguientes figuras se muestra paso a paso la manera como se introducen los parámetros de controlador difuso en Matlab. Se define un controlador difuso en Matlab del tipo *mamdani* con dos entradas, d y S_p definidas por las ecuaciones (Ec. 5.5) y (Ec. 5.6) respectivamente y se tiene una salida denominada T_{em} , estos son mostrados en la figura 6.10. Los valores de normalización de las entradas y salidas del controlador difuso son mostrados en la tabla 6.7 así como el valor de sintonización de λ (asumido); la normalización de las entradas y salidas del controlador difuso se hizo de manera empírica por lo que se muestran tanto los valores iniciales como los finales con los que el controlador SMFLC se comportó de modo correcto.

Tabla 6.7 Parámetros de normalización y sintonización del controlador SMFLC.

PARÁMETRO	INICIAL	FINAL
λ	5000	5000
S_p	1	5
d	1	2
T_{em}	1	8000

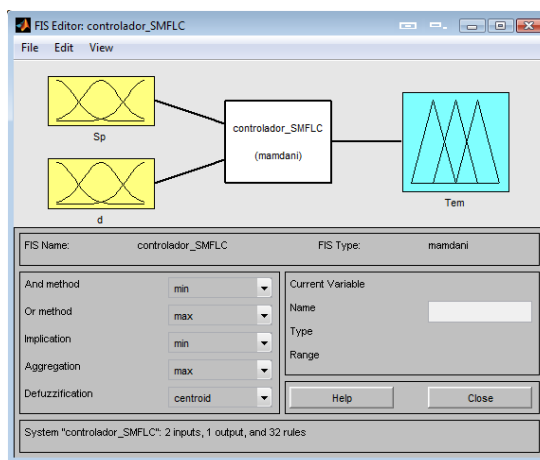


Fig. 6.10 FIS Editor del controlador SMFLC.

En las figuras 6.11 y 6.12 se muestran las funciones de pertenencia de las entradas y salida del controlador SMFLC las cuales son de la forma especial *rampa* que es un caso particular de la forma triangular (Palm, Driankov, & Hellendoorn, 1997, 110).

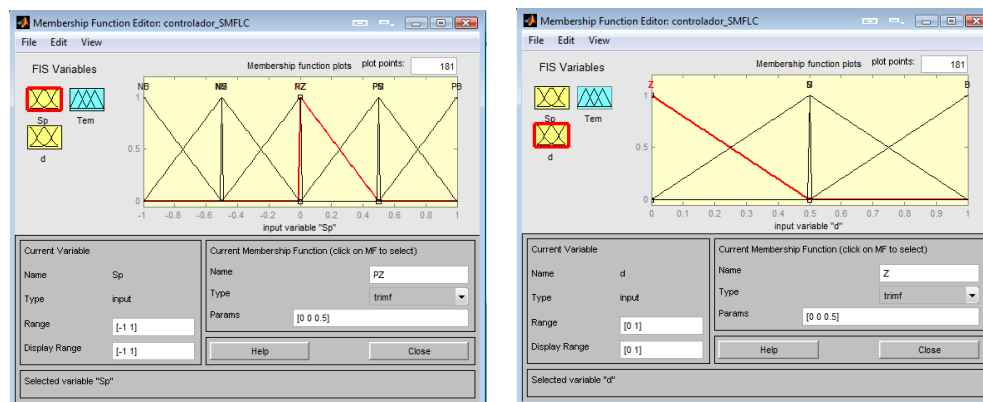


Fig. 6.11 Función de membrecía de las entradas S_p y d .

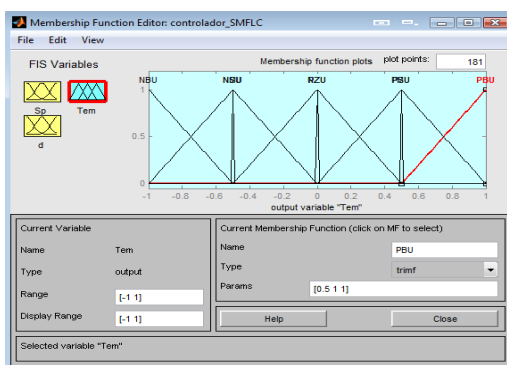


Fig. 6.12 Función de membrecía de la salida *Tem*.

En la siguiente figura se muestra la representación de los conjuntos difusos tanto de las entradas como el de la salida y como el controlador difuso se resuelve de acuerdo a las reglas difusas que lo representan, tabla 5.2.

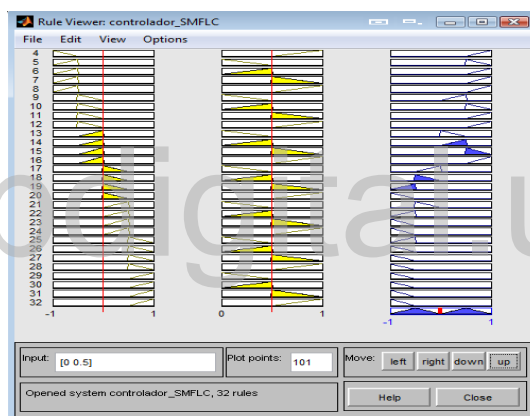


Fig. 6.13 Reglas del controlador SMFLC.

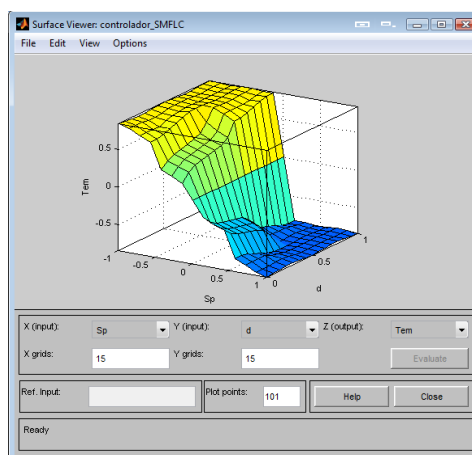
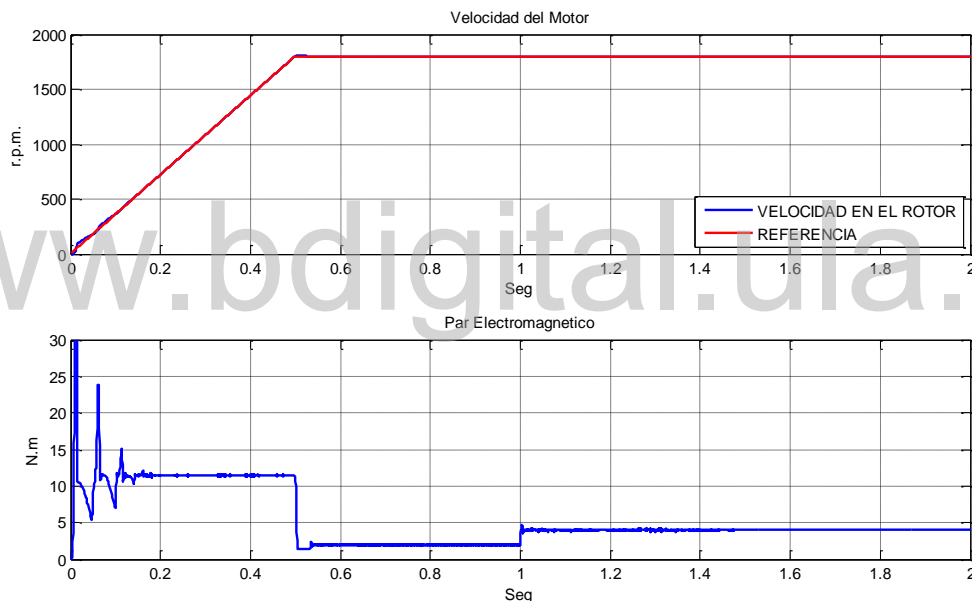


Fig. 6.14 Superficie correspondiente al SMFLC.

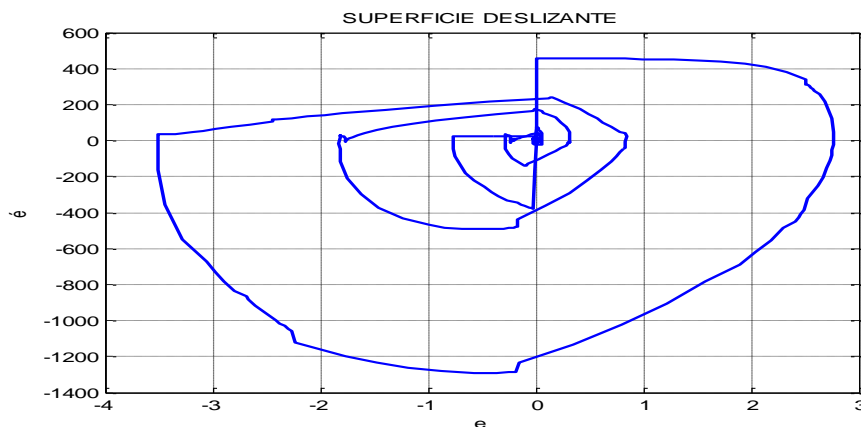
La figura 6.14 muestra la superficie de salida del controlador difuso, la cual debe ser todo el tiempo creciente (no debe poseer valles) para que cuando se implementen las reglas difusas por medio de los métodos de inferencia, estos no tengan inconsistencias.

Después de haber fijado el parámetro de sintonización λ en 5000 y normalizar tanto las entradas como la salida de manera empírica (tabla 6.7), se obtuvo la siguiente respuesta del controlador SMFLC mostrada en la gráfica 6.20 donde la diferencia entre la referencia (roja) y la velocidad del rotor (azul) apenas se nota en el régimen transitorio; hay que recordar que en el arranque el motor tiene la mitad de la carga nominal y al primer segundo se pasa a plena carga, como se observa el controlador SMFLC actúa de manera satisfactoria.

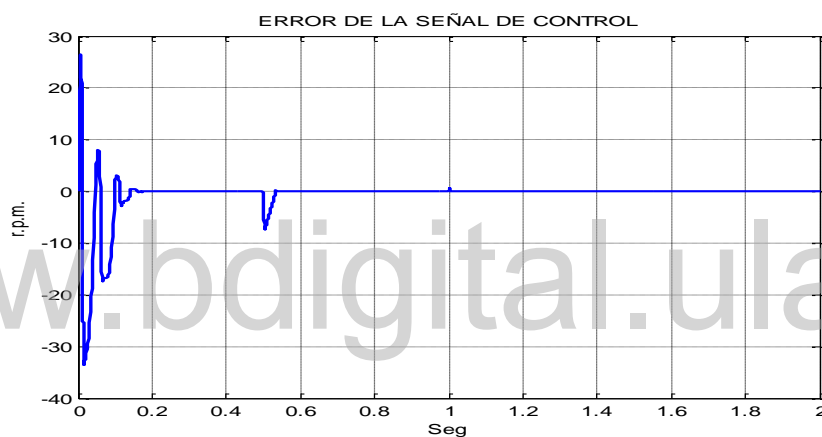


Gráfica 6.20 Curva de velocidad y par del control vectorial indirecto con SMFLC.

De la misma manera que el controlador SMC se grafica la superficie deslizante para este controlador y se observa tanto el error como su derivada tienden a cero, esto es mostrado en la gráfica 6.21. En lo que respecta al error de la velocidad con el controlador SMFLC, se observa como este en estado estable es prácticamente cero, la respuesta es mostrada en la grafica 6.22.



Gráfica 6.21 Superficie deslizante del SMFLC.



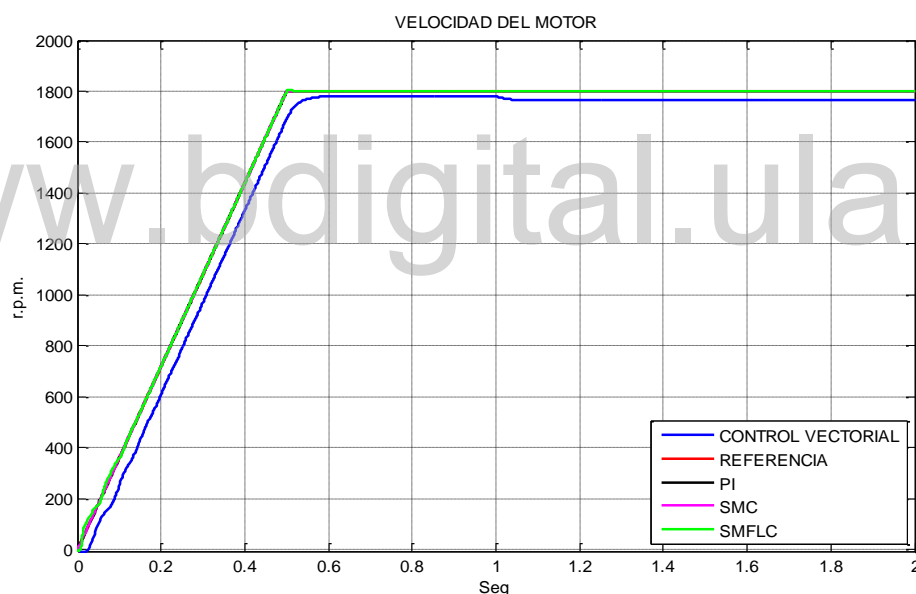
Gráfica 6.22 Error del control vectorial indirecto con SMFLC.

6.3.5. Resultados de los esquemas de control

Hasta el momento los controladores funcionan de la manera esperada, pero gráficamente es poco apreciable cuál de ellos tiene mejor rendimiento, es por ello que se harán unas simulaciones finales comparando los controladores en la misma gráfica para así tener una mejor conclusión de su desempeño, además de esto, también se usarán unos índices de error para hacer una comparación numérica de los controladores.

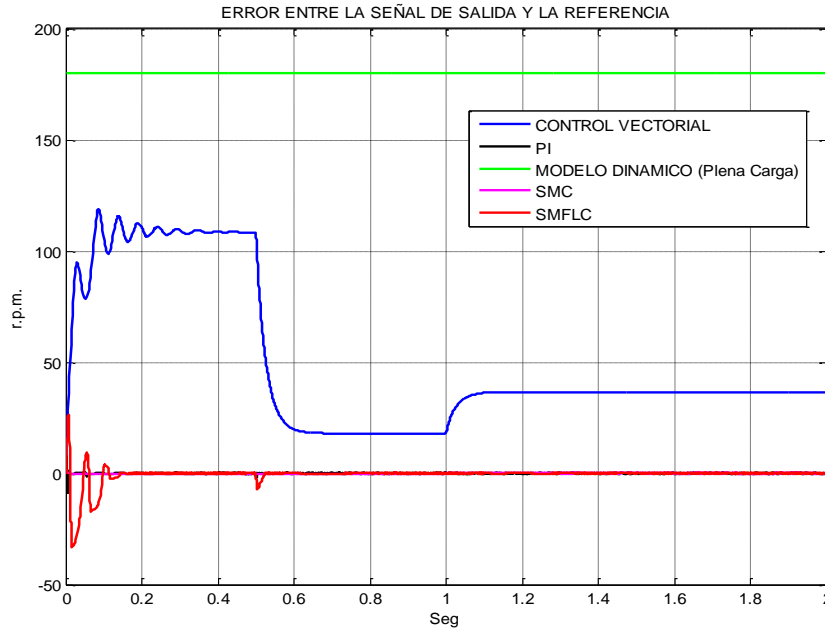
6.3.5.1. Velocidad del rotor de cada controlador; en la gráfica 6.23 se muestra de forma simultánea las respuestas de las velocidades del motor de inducción ante la implementación de

los controladores CVI, PI, SMC y SMFLC; se puede concluir que el CVI tiene el peor comportamiento, los otros tres se comportan más o menos de la misma manera, en la gráfica prácticamente no se ve diferencia entre ellos, sin embargo, si existen diferencias pero gráficamente no son tan apreciables, es por ello que se va a introducir unos índices del error que nos van a indicar como es en realidad el rendimiento de estos controladores. Hay que aclarar que la velocidad alcanza el valor de la velocidad sincrónica de 1800 r.p.m. para un motor de 4 polos y 60Hz, lo cual podría contradecir lo dicho en el capítulo uno donde un motor de inducción nunca alcanza la velocidad sincrónica ya que no habría voltaje inducido en el rotor y por ende el par sería nulo, debido al uso del variador de velocidad (esquema de control), éste ajusta la frecuencia de alimentación del motor y con ello la velocidad sincrónica lo que permite hacer funcionar el motor a una velocidad de 1800 r.p.m.



Gráfica 6.23 Velocidad en el rotor del motor de inducción con los distintos controladores.

6.3.5.2. Error de cada controlador; en esta ocasión al graficar el error de la velocidad de los distintos controladores, es posible observar que el modelo dinámico del motor sin control alguno (verde) es el que presenta peor error en estado estable, de 70 r.p.m. lo sigue el CVI (azul) con 38 r.p.m y los otros (PI, SMC, SMFLC) tienen un excelente control sobre la velocidad del motor ante variaciones de carga.



Gráfica 6.24 Representación del error con cada controlador.

6.3.5.3. Comparación de los controladores con índices de integración del error; hasta el momento se han hecho comparaciones gráficas del comportamiento de los controladores, pero éstas no son suficientes a la hora de concluir cuál de ellos presenta menor desempeño; por lo que será necesario hacer una comparación numérica de estos controladores. A continuación se introducen unos índices del error que servirán de ayuda para determinar cuál de estos controladores tiene el mejor comportamiento. Estos índices son usados para ajustar los controladores PID mediante criterios de minimización de índices de funcionamiento (Camacho, Sintonización de Controladores).

Los índices son los siguientes:

- Integral del valor absoluto del error (IAE)

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (\text{Ec. 6.6})$$

- Integral del cuadrado del error (ICE)

$$ICE = \int_0^{\infty} |e(t)|^2 dt \quad (\text{Ec. 6.7})$$

- Integral del valor absoluto del error ponderado en el tiempo (IAET)

$$IAET = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt \quad (\text{Ec. 6.8})$$

- Integral del cuadrado del error ponderado en el tiempo (ICET)

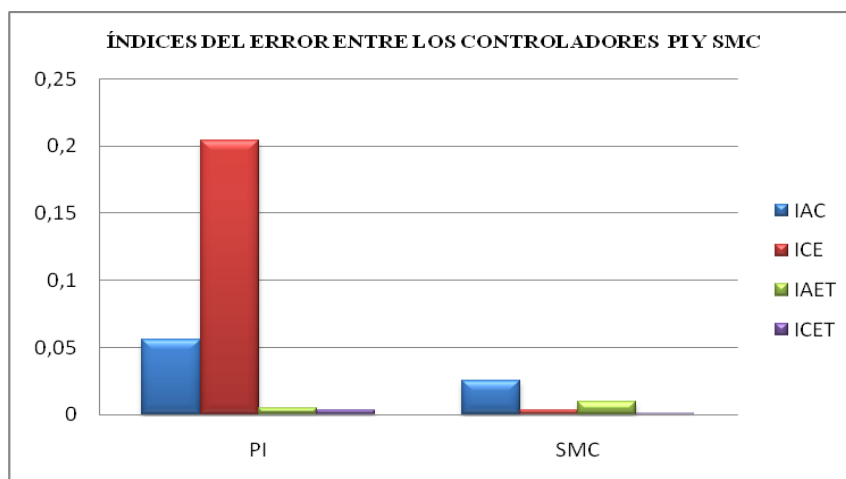
$$ICET = \int_0^{\infty} t|e(t)|^2 dt \quad (\text{Ec. 6.9})$$

Se debe tener en cuenta que los índices IAE e ICE indican el error en el régimen transitorio mientras que el IAET e ICET se enfocan en el error en estado estable, en la tabla 6.8 se muestran los resultados de aplicar estos índices con cada controlador.

Tabla 6.8 Índices de integración del error.

	CVI	PI	SMC	SMFLC
IAE	101,6	0,05575	0,02516	1,786
ICE	7356	0,2041	0,003242	33,62
IAET	78,56	0,00461	0,009852	0,1464
ICET	3862	0,00309	0,0004183	1,508

Observando los resultados mostrados en la tabla 6.8, los controladores que presentan menor índice de error son el PI y SMC, por lo que estos serán comparados en la gráfica 6.25, donde se nota que el controlador SMC tiene un mejor rendimiento que el controlador PI en modo general.



Gráfica 6.25 Índices del error entre los controladores PI y SMC.

6.4. CONTROL VECTORIAL INDIRECTO CON ERRORES EN EL MODELO

En los controladores robustos es importante conocer el grado de sensibilidad que estos poseen ante perturbaciones del sistema. Para el motor de inducción se puede considerar un error de modelado el sobrecalentamiento de los devanados, esto ocurre cuando el motor trabaja por un tiempo muy prolongado, por sobrecargar el eje de la máquina o por condiciones ambientales; el sobrecalentamiento del motor trae como consecuencia un aumento en el valor de las resistencias de los devanados, recordando que las resistencias eléctricas varían con la temperatura (Wikipedia).

$$R_T = R_{20^\circ} [1 + \alpha(T - 20^\circ)] \quad (\text{Ec. 6.10})$$

Donde:

R_{20° = Resistencia de referencia a 20° Centígrados

α = Coeficiente olveriano de temperatura (para el cobre $\alpha = 0,00393$)

T = Temperatura actual a la que trabaja la resistencia

Para determinar en cuánto se debe aumentar las resistencias de los devanados del motor para simular un error en el modelo, se recurre a la ecuación de la resistencia eléctrica en

función de la temperatura (Ec. 6.10) y se asume que el motor trabaja a 100 °C de temperatura, la cual se considera alta para la operación de un motor eléctrico normal (destacando que hay motores diseñados para trabajar a temperaturas mayores a 100 °C); el cambio en los parámetros de la resistencia de los devanados del motor para la condición ya expuesta es mostrada en la tabla 6.9.

Tabla 6.9 Error de modelado de las resistencias del motor.

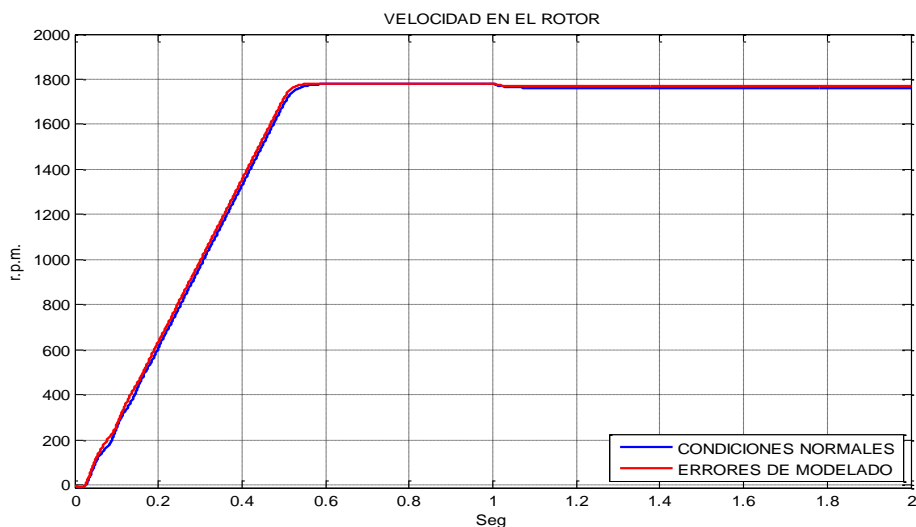
RESISTENCIA (Ω)	R_(20°C)	R_(100°C)	INCREMENTO
Estator (r_s)	3,35	4,40	31%
Rotor (r_r)	1,99	2,62	31%

Las condiciones de error en el modelo del motor para el cual se van a probar los controladores, son mostradas en la tabla 6.9, específicamente las resistencias de los devanados a 100°C, lo que implica un cambio del 31% en los parámetros del motor (resistencias en los devanados). Se considera para las simulaciones que el motor arranca en condiciones de recalentamiento (con las resistencias de los devanados trabajando a 100°C) y se mantienen las mismas condiciones de operación que en las simulaciones sin errores de modelo ya realizadas en el apartado anterior en lo que respecta a carga mecánica sobre el eje.

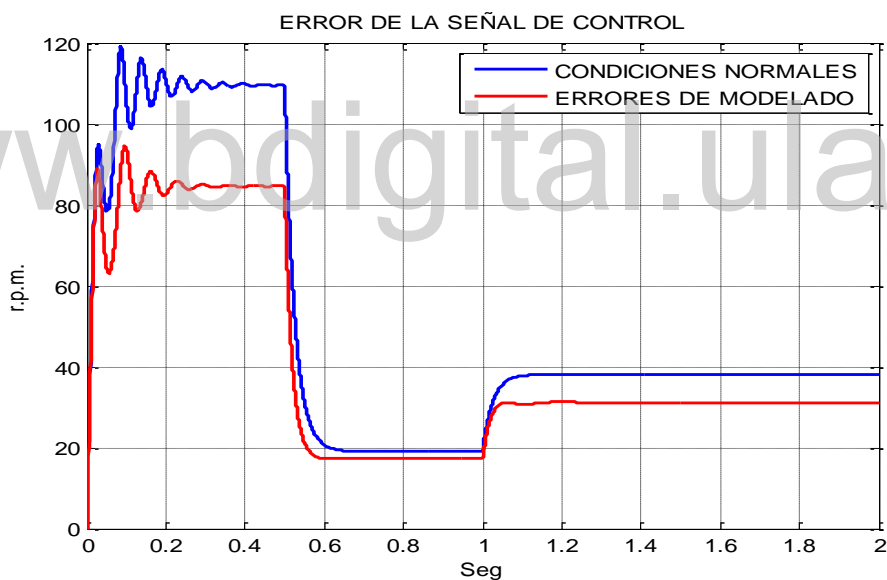
6.4.1. Control Vectorial Indirecto CVI con errores en el modelo

El resultado es mostrado en la gráfica 6.26 (roja) donde es posible notar un cambio en la respuesta de la velocidad, en este caso el rendimiento del controlador es mejor que la obtenida sin cambios en el modelo (azul) lo que indica que aún no se han encontrado los parámetros óptimos del controlador, sin embargo son buenos, ya que estos mejoran cuando las resistencias de los devanados cambian por efecto de la temperatura en un 31%.

Para observar con claridad el cambio en la velocidad al agregarle errores en el modelo, se grafica el error (diferencia entre la velocidad de referencia y la velocidad del motor) tanto en condiciones normales como en el caso de tener errores en el modelado; en la grafica 6.27 está representado el error con estas condiciones y se observa como el error es menor en el caso de perturbaciones en el modelo.



Gráfica 6.26 Curva de velocidad del control vectorial indirecto CVI con errores de modelo.

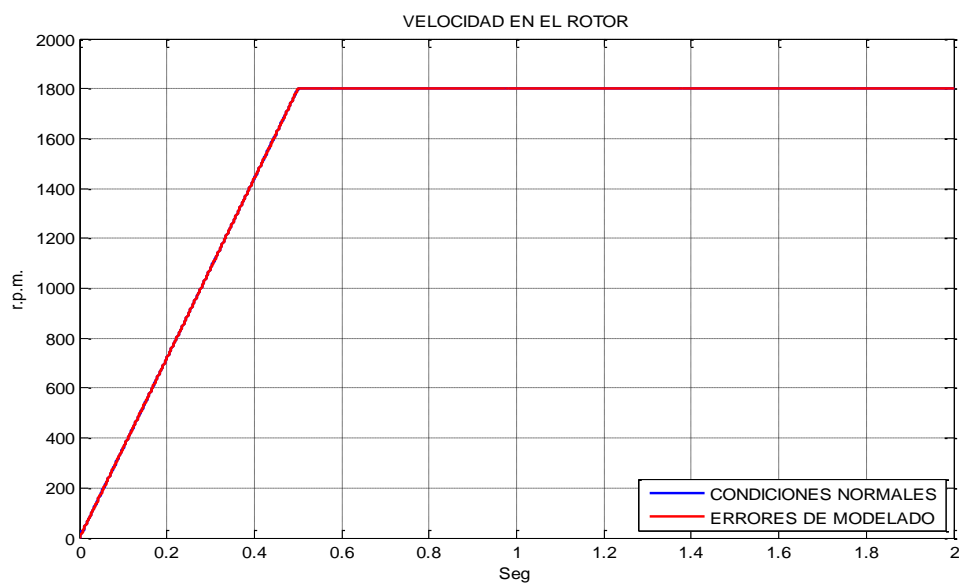


Gráfica 6.27 Error del control vectorial indirecto CVI con errores de modelo.

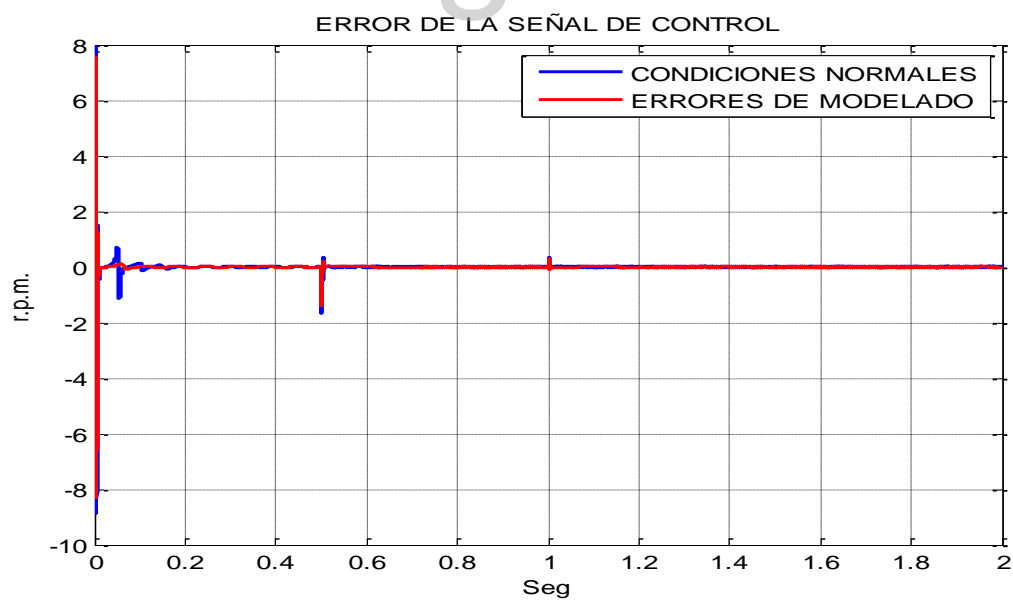
6.4.2. Control Vectorial Indirecto con PI y con errores en el modelo

En la grafica 6.28 se muestra el resultado de la simulación, y no es posible observar diferencia entre la curva de velocidad con el sistema en funcionamiento normal y la respuesta con errores de modelado; sin embargo, al graficar el error mostrado en la grafica 6.29 se puede observar que existe diferencia entre ellas y se cumple el patrón anterior de que el rendimiento del

controlador mejora al agregarle un cambio a los parámetros resistivos de un 31%, en este caso el cambio apenas es apreciable con respecto al control vectorial indirecto CVI.



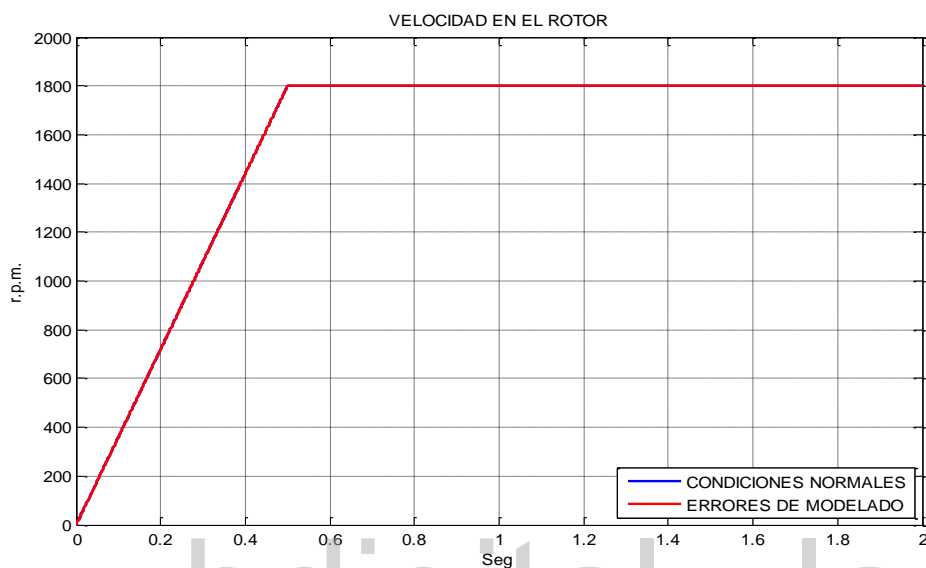
Gráfica 6.28 Curva de velocidad del control vectorial indirecto con PI y con errores de modelo.



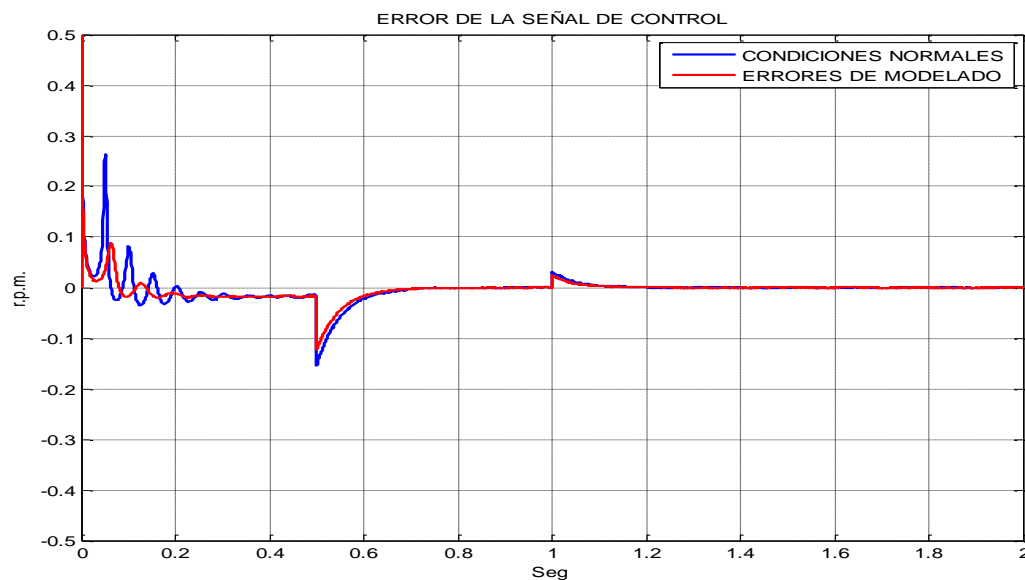
Gráfica 6.29 Error del control vectorial indirecto con PI y con errores de modelo.

6.4.3. Control Vectorial Indirecto con SMC y con errores en el modelo

El rendimiento del controlador SMC es prácticamente el mismo, y se sigue cumpliendo que tiene una pequeña mejoría como en los anteriores, esto se observa en las graficas 6.30 y 6.31



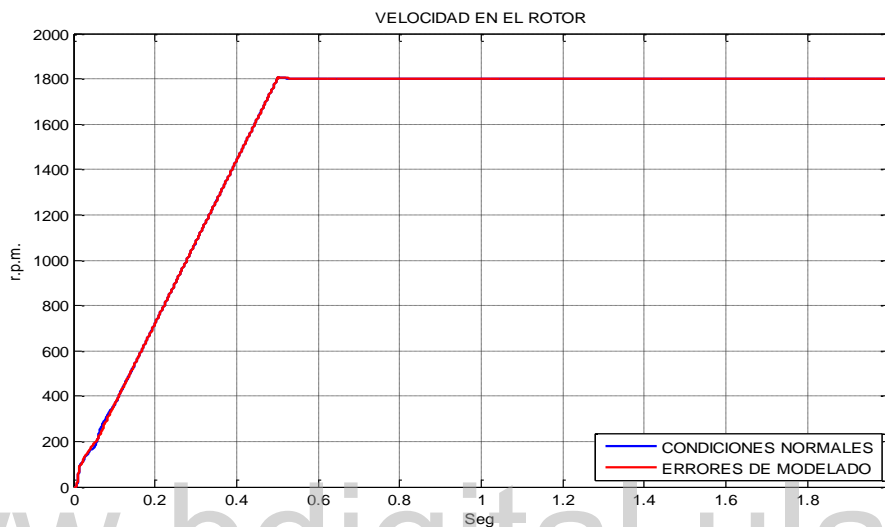
Gráfica 6.30 Curva de velocidad del control vectorial indirecto con SMC y con errores de modelo.



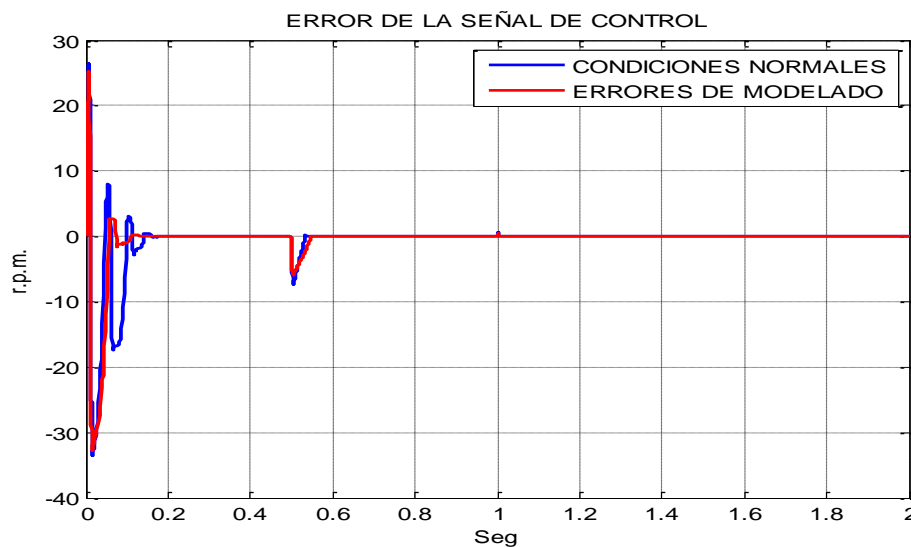
Gráfica 6.31 Error del control vectorial indirecto con SMC y con errores de modelo.

6.4.4. Control Vectorial Indirecto con SMFLC y con errores en el modelo

El resultado de la simulación del controlador difuso SMFLC con cambios en el modelo, tiene el mismo comportamiento que los controladores anteriores, se puede decir que no sufre cambios en la velocidad como se observa en las gráficas 6.32 y 6.33.



Gráfica 6.32 Curva de velocidad del control vectorial indirecto con SMFLC y con errores de modelo.



Gráfica 6.33 Error del control vectorial indirecto con SMFLC y con errores de modelo.

6.4.5. Resultados de los esquemas de control con errores de modelado

Ya se obtuvieron los resultados gráficos de agregarle cambios al modelo del motor con respecto a los parámetros resistivos de los devanados, los cuales se aumentaron en un 31% simulando que están sometidos a una temperatura de 100°C y con esto suponer un error en el modelo del motor de inducción; en esta ocasión se va a recurrir a los índices de integración del error para conocer los cambios que tuvieron los controladores ante estas condiciones. En la tabla 6.10 se muestran los resultados y se hace la comparación con los datos obtenidos en la tabla 6.8.

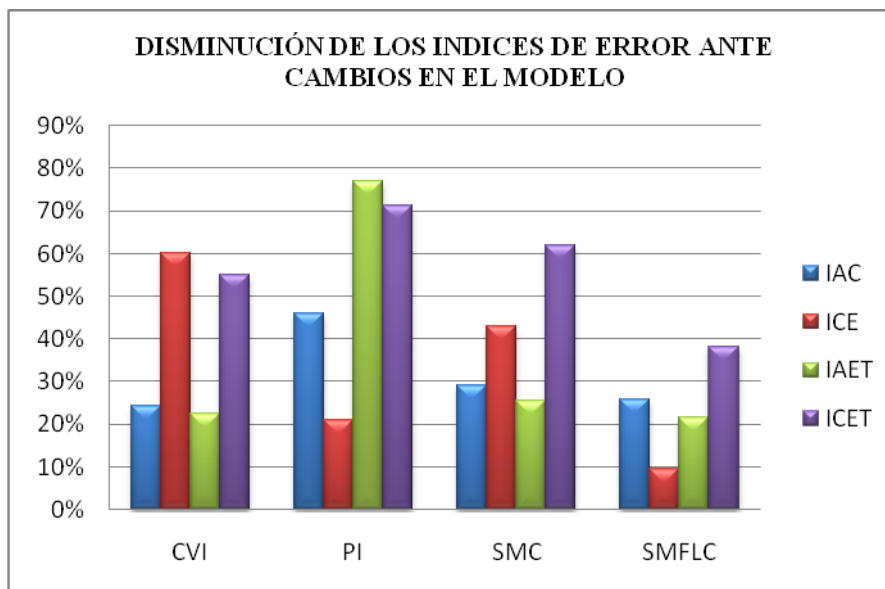
Tabla 6.10 Índices de la integral del error de cada controlador ante perturbaciones en el sistema

DISMINUCIÓN DE LOS INDICES DEL ERROR ANTE PERTURBACIONES EN EL SISTEMA												
	CVI			PI			SMC			SMFLC		
IAC	102	82	24%	0,0558	0,0382	46%	0,0252	0,01948	1%	1,8	1,4	26%
ICE	7.356	4.595	60%	0,2041	0,1688	21%	0,0032	0,00227	1%	33,6	30,7	10%
IAET	79	64	22%	0,0046	0,0026	77%	0,0099	0,00786	2%	0,1	0,1	22%
ICET	3.862	2.491	55%	0,0031	0,0018	71%	0,0004	0,00026	2%	1,5	1,1	38%

Sin cambios
Con cambios

En los datos mostrados en la tabla 6.10 está indicado como es el cambio porcentual de los índices del error de integración con respecto al motor trabajando con errores en el modelo, y el resultado es que los controladores mejoran el rendimiento levemente bajo estas condiciones. Esta mejoría indica que los controladores no están con sus parámetros óptimos ya que el rendimiento de los controladores es bueno en condiciones normales y ante cambios en el modelo es mejor, sin embargo esto se considera positivo debido a que la sintonización realizada a los controladores es algo conservadora.

Para conocer cuánto mejoran los controladores con cambios en el modelo, se observa la gráfica 6.34 y se observa como tienen un comportamiento muy parecido. Como conclusión se puede decir que los controladores no bajan su rendimiento ante un cambio en el modelo de los parámetros resistivos, los cuales se aumentaron en un 31% de su valor original.



Gráfica 6.34 Disminución de los índices de integración del error ante perturbaciones del sistema.

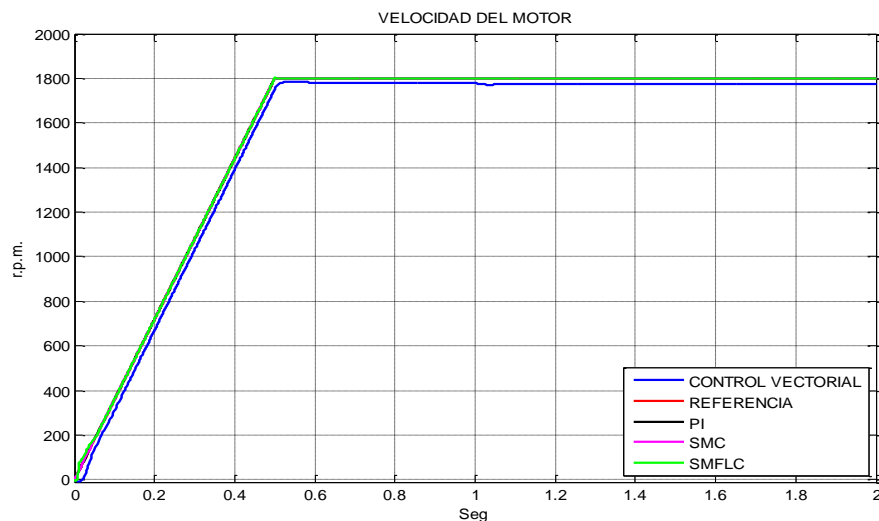
6.5. ROBUSTEZ DE LOS CONTROLADORES

Hasta el momento se han hecho las pruebas a los controladores en condiciones normales y bajo errores de modelado dando como resultado que éstos no disminuyen su rendimiento, ahora bien, se realizarán pruebas para conocer si estos controladores bajan su rendimiento ante cambios exagerados del modelo, solo con el objetivo de hacer que los controladores fallen por lo que los valores de resistencias están muy alejados de la realidad. Se aumentarán los parámetros resistivos de los devanados en un 200% y un 500% como es indicado en la tabla 6.11.

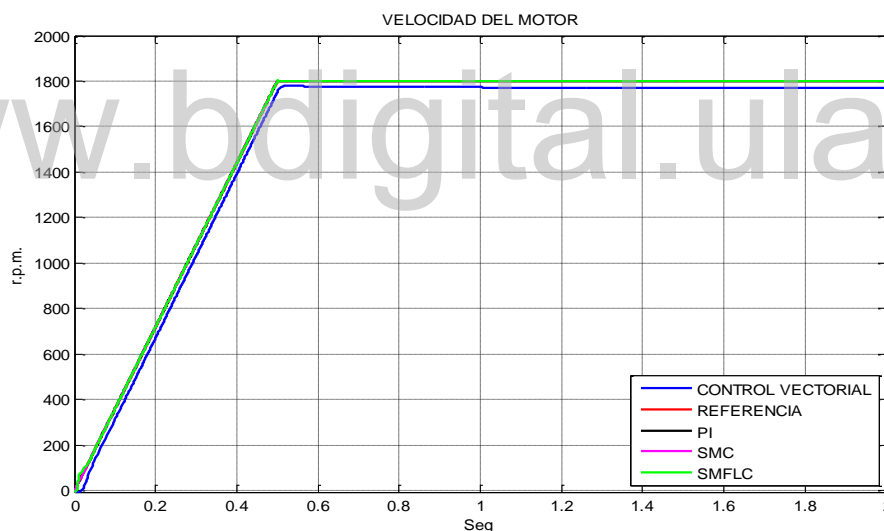
Tabla 6.11 Cambios en los parámetros resistivos de los devanados.

	$R_{\text{estator}}(\Omega)$	$R_{\text{rotor}}(\Omega)$
200%	10,05	5,97
500%	20,1	11,94

En las graficas 6.35 y 6.36 se observan los resultados de las simulaciones bajo las condiciones dadas y se puede observar que ninguno de los controladores sufre cambios en la velocidad del rotor.



Gráfica 6.35 Curva de velocidad del motor ante cambios del 200% de los parámetros resistivos de los devanados.

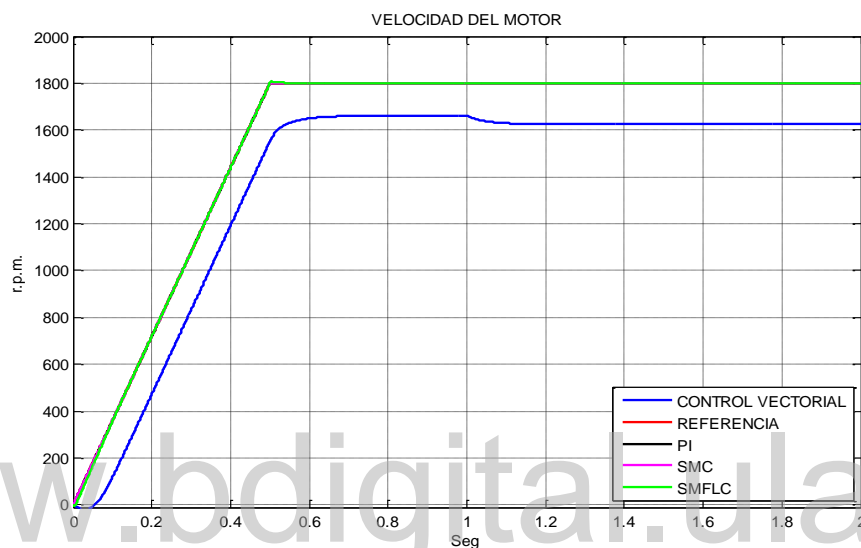


Gráfica 6.36 Curva de velocidad del motor ante cambios del 500% de los parámetros resistivos de los devanados.

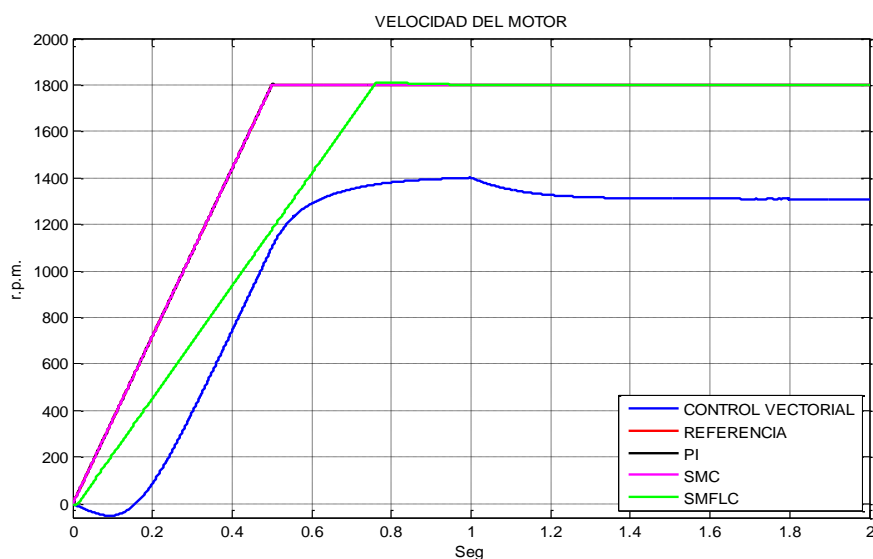
Como los controladores no bajan su rendimiento ante los cambios ya realizados, se aumentan los parámetros resistivos de los devanados del motor de inducción hasta que los controladores comiencen a fallar y esto es lo que se conoce como *robustez del controlador*; los resultados son mostrados tanto en la tabla 6.12 como en las gráficas 6.37 hasta la grafica 6.41.

Tabla 6.12 Valores resistivos de los devanados donde comienzan a fallar los controladores.

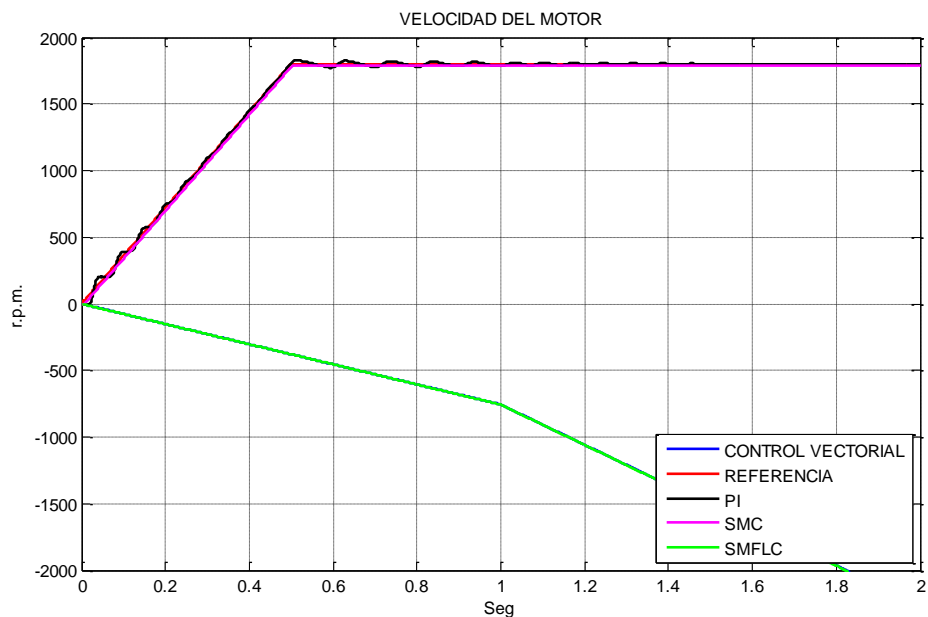
Falla del controlador	$R_{\text{estator}}(\text{K}\Omega)$	$R_{\text{rotor}}(\text{K}\Omega)$
CVI	3,35	1,99
SMFLC	25,13	14,93
PI	1700	990
SMC	3350	1990
TODOS	13400	7960



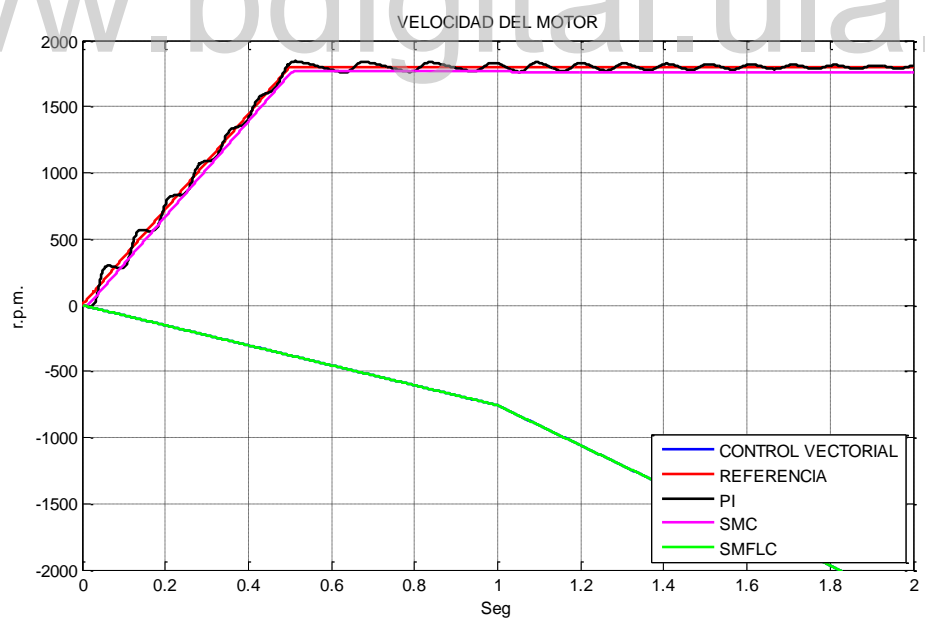
Gráfica 6.37 Punto de falla del control vectorial indirecto CVI.



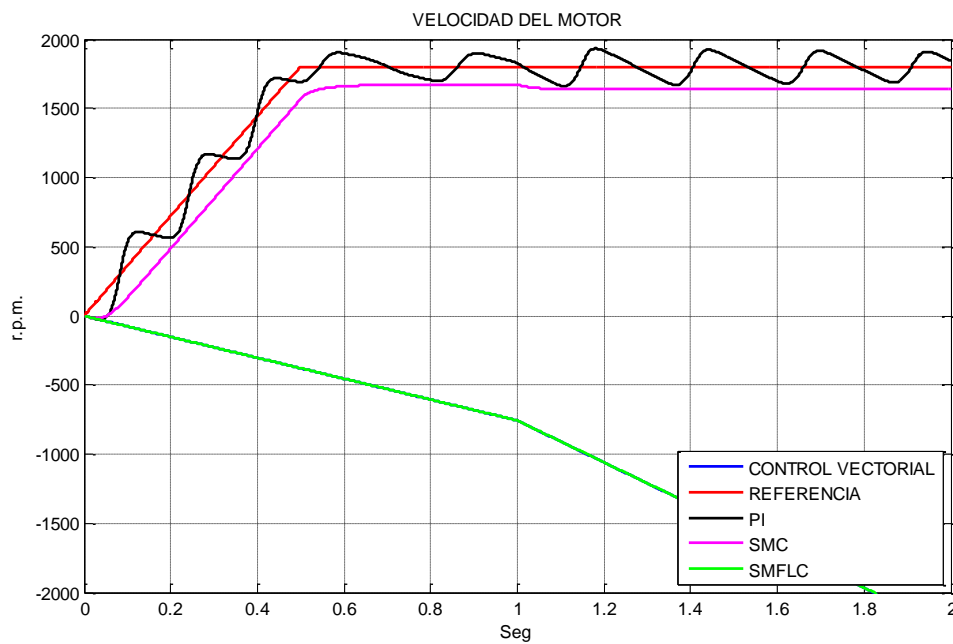
Gráfica 6.38 Punto de falla del control vectorial indirecto con SMFLC.



Gráfica 6.39 Punto de falla del control vectorial indirecto con PI.



Gráfica 6.40 Punto de falla del control vectorial indirecto con SMC.



Gráfica 6.41 Punto de falla de todos los controladores.

Después de haber realizado las pruebas pertinentes al esquema de control vectorial para cada uno de los controladores, se consiguió que el controlador SMC es el que presenta mayor robustez, lo cual es esperado debido a que éste controlador es diseñado para sistemas no lineales, como es el caso del motor de inducción.

CONCLUSIONES

El resultado de esta investigación resultó de manera satisfactoria debido a que se alcanzaron todos los objetivos propuestos, además de esto, los resultados de las simulaciones fueron en gran parte los esperados; a continuación se presentan los resultados de este proyecto:

Se implementó un modelo matemático que representa el motor de inducción, con el objetivo de conocer su comportamiento tanto en régimen permanente como en su régimen transitorio, además de esto, se tiene la posibilidad de tener acceso a todas las variables del motor de inducción ya que no es una caja negra, por así decirlo, como es el caso de los modelos por defecto que posee SIMULINK. Con la ayuda de la Transformada de Park fue posible conseguir las ecuaciones diferenciales que representan el modelo del motor de inducción, este modelo se validó en SIMULINK para los parámetros de un motor de 1Hp y 4 polos; la respuesta de las simulaciones hechas al par electromagnético, la velocidad del rotor y corrientes en los devanados correspondieron de manera muy cercana a los datos de placa del motor simulado, se realizó la característica Par-Velocidad y se comprobó como la velocidad del motor se ve afectada directamente al variar cargas mecánicas sobre su eje.

Los motores de inducción precisan de un control sobre su velocidad, en un primer caso se controló la velocidad para la condición de arranque de la máquina por dos métodos, uno de ellos fue variar el voltaje de alimentación y el otro fue por variación de la frecuencia; las simulaciones arrojaron que el motor presenta un arranque suave usando estas técnicas, y se comprobó que la variación de la frecuencia de alimentación presenta mejores resultados, ya que el arranque por variación de voltaje no puede arrancar el motor si se le coloca mucha carga al eje debido a que presenta menos par de arranque.

Para solucionar el problema de la variación de la velocidad conforme se le agrega carga al eje, se implementó un esquema de control vectorial el cual desacopla los flujos de los

devanados por medio de la Transformada de Park en referencia de sincronismo, luego se aplica la teoría de campo orientado para hacer control sobre la velocidad de manera independiente del par electromagnético; el control vectorial se puede realizar de dos maneras, una de ellas es la forma indirecta, donde se usan las ecuaciones dinámicas del motor y ésta fue la usada para este proyecto. El resultado de las simulaciones del modelo del motor de inducción con el control vectorial fue satisfactorio pero no suficiente, ya que a pesar de que lograba hacer control sobre la velocidad, comparado con las simulaciones del modelo sin controlador, todavía presentaba variaciones considerables al momento de variar la carga en el eje del motor, razón por la cual se le agrega al esquema de control vectorial un controlador que solucione este problema. El primer controlador usado fue el clásico PI, el cual se pretendió sintonizar con las formulas de *dahlin*, las cuales necesitan de una aproximación de la planta del tipo de primer orden más tiempo muerto FOPDT. Para conseguir la aproximación FOPDT se usó la técnica de curva de reacción a lazo abierto, pero al aplicarla al sistema se obtuvo como respuesta que se estaba ante un sistema integrante, por lo que hubo que aplicar la técnica gráfica haciendo unos cambios de pendiente en la salida del sistema para poder conseguir la aproximación FOPDT; conseguida ésta, se obtuvieron los parámetros del controlador PI por medio de las ecuaciones de sintonización IMC de sistemas integrantes dando como respuesta un buen control sobre la velocidad, sin embargo, se hizo una optimización de esta aproximación para tener un mejor rendimiento del controlador. El otro controlador implementado fue SMC, control por modo deslizante, éste controlador es el resultado de una investigación donde sus parámetros λ_0 , λ_1 , δ y K_D se obtienen con los parámetros K , t_0 y τ del FOPDT, la respuesta del controlador con los parámetros aproximados del FOPDT obtenidos fue deficiente, por lo que hubo que terminar de sintonizar el controlador SMC de manera empírica dando como resultado un buen control sobre la velocidad, por último se introdujo un controlador SMFLC el cual combina la lógica difusa con la teoría del control por modo deslizante, el rendimiento de este controlador fue bueno pero a diferencia de los anteriores, este presentó un error un poco mayor.

En general, el desempeño de los controladores implementados fue bastante bueno para condiciones normales de funcionamiento, de los cuales el que presentó mejor rendimiento fue el controlador SMC, pero por muy poca diferencia; sin embargo, es importante conocer cuán sensibles son estos controladores ante perturbaciones en el sistema; se consideró un error de

modelado en las resistencias de los devanados del motor asociado al sobrecalentamiento de los motores incrementando estas en un 31% de los valores originales, el resultado tanto gráficamente como por medio de los índices de integración del error, fue que el rendimiento de los controladores lejos de disminuir, mejoro levemente, lo que implica que no se ha conseguido el punto óptimo de sintonización de los controladores pero sin embargo, la sintonizaciones muy buenas ya que son algo conservadoras.

Por último, se probó la robustez de los controladores haciendo cambios exagerados (totalmente alejados de la realidad) en los valores resistivos de los devanados del modelo del motor de inducción. Al aumentar las resistencias tanto del estator como del rotor en un 200% y 500% no se observaron cambios en la velocidad del motor con ninguno de los controladores, ahora bien, aumentando las resistencias hasta hacer fallar los controladores comprobó que el control por modo deslizante SMC es el que presenta mayor robustez ya que esta es una de sus características debido a que es un controlador para sistemas no lineales.

www.bdigital.ula.ve

RECOMENDACIONES

- Agregar al curso de máquinas eléctricas el modelo matemático del motor de inducción a modo de complemento de la materia, para simular el modelo y comprender su comportamiento dinámico.
- Incluir la teoría de control con lógica difusa en el curso de sistemas de control, debido a su amplio uso y poca información.
- Considerar otros errores de modelado en vez de la variación de los valores resistivos de los devanados por consecuencia de la temperatura.

Se plantean las siguientes líneas de investigación:

- Realizar la comparación de tres esquemas de control siguiendo la misma línea de investigación de este proyecto, pero se van a comparar el rendimiento de los distintos esquemas de control en vez de los controladores.
- Implementar esta investigación en modelos físicos y comprobar lo aquí desarrollado.
- Realizar una investigación para conseguir las ecuaciones de sintonización del controlador SMC para un sistema integrante.

REFERENCIAS

- Arbogast, J., & Cooper, D. (2007). *Graphical Technique for Modeling Integrating (non-self regulating) Processes Without Steady-State Process Data*. Recuperado el 15 de Noviembre de 2010, de University of Connecticut: <http://www.engr.uconn.edu/control/pdf/cec07.pdf>
- Camacho, O. (s.f.). Capitulo 4: *Sintonización de Controladores*. Recuperado el 12 de Octubre de 2010, de: [webdelprofesor.ula.ve:http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/ocamacho/sistemasdecontrol/CAPITULO_4.pdf](http://webdelprofesor.ula.ve/http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/ocamacho/sistemasdecontrol/CAPITULO_4.pdf)
- Camacho, O., & Smith, C. A. (s.f.). *Sliding Mode Control: An Approach To Regulate Nonlinear Chemical Processes*. Recuperado el 12 de Octubre de 2010, de [webdelprofesor.ula.ve:](http://webdelprofesor.ula.ve/http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/ocamacho/publicaciones/ISAT-99016.pdf)
<http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/ocamacho/publicaciones/ISAT-99016.pdf>
- Chapman, S. (1991). *Máquinas Eléctricas*. McGraw Hill.
- Gómez, A. A., Mejía, A. E., & Torres, C. A. (Diciembre de 2009). *Control Vectorial de la Máquina de Inducción*. Recuperado el 14 de Octubre de 2010, de [www.utp.edu.co:](http://www.utp.edu.co/http://www.utp.edu.co/php/revistas/ScientiaEtTechnica/docsFTP/149955-60.pdf)
<http://www.utp.edu.co/php/revistas/ScientiaEtTechnica/docsFTP/149955-60.pdf>
- González, F. M. (9 de Junio de 2004). *Entendiendo la Transformada de Park*. Recuperado el 14 de Octubre de 2010, de [www.fglongatt.org.ve:](http://www.fglongatt.org.ve/http://www.fglongatt.org.ve/Reportes/RPT2004-01.pdf)
<http://www.fglongatt.org.ve/Reportes/RPT2004-01.pdf>
- Guerrero, A., Sánchez, O., Moreno, J. A., & Ortega, A. (2003). *Electrotecnia*. McGraw Hill.
- Konrad D, G. M. (Enero de 2008). *Estimación de la velocidad del motor de inducción utilizando sistemas de modelos referenciales adaptativos*. Recuperado el 14 de Octubre de 2010, de [tesis.ula.ve:](http://tesis.ula.ve/http://tesis.ula.ve/pregrado/tde_busca/archivo.php?codArchivo=1325) http://tesis.ula.ve/pregrado/tde_busca/archivo.php?codArchivo=1325
- Kuo, B. C. (1996). *Sistemas de Control Automático*. Prentice-Hall Inc.
- Martín Del Brio, B., & Sanz Molina, A. (2002). *Redes Neuronales y Sistemas Difusos*. Madrid: RA-MA, Alfaomega.
- Montbrun Di Filippo, J. (s.f.). *Universidad Simon Bolivar*. Recuperado el 24 de Octubre de 2010, de [http://prof.usb.ve:](http://prof.usb.ve/http://prof.usb.ve/montbrun/ps2320/fuzzy/fuzzy.html) <http://prof.usb.ve/montbrun/ps2320/fuzzy/fuzzy.html>

Mora, P. (1995). Motores Asíncronos. En P. Mora, *Máquinas Eléctricas II* (págs. 1-57). Mérida

Ogata, K. (1998). *Ingeniería de Control moderna*. Prentice-Hall Hispanoamericana, S.A.

Ong, C. M. (1998). *Dynamic Simulation of Electric Machinery*. Bookworks.

Palm, R., Driankov, D., & Hellendoorn, H. (1997). *Model Based Fuzzy Control*. Berlin: Springer.

Vidal B, J. (Junio de 2002). *Estudio del Modelo Matemático del Motor de Inducción*. Recuperado el 14 de Octubre de 2010, de cde05.etse.urv.es: <http://cde05.etse.urv.es/pub/pdf/186pub.pdf>

Wikipedia. (s.f.). <http://es.wikipedia.org>. Recuperado el 16 de Noviembre de 2010, de http://es.wikipedia.org/wiki/Resistencia_el%C3%A9ctrica

www.bdigital.ula.ve

www.bdigital.ula.ve